

✓
307.226

2
1954

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

II. KÖTET

1-2. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1954

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat iv terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsek ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írnak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölgék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettő sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írnak.

7. A szövegek közti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelölgék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.



NAGYMÉRETŰ ALKALIHALOGENID EGYKRISTÁLYOK ELŐÁLLÍTÁSA*

TARJÁN IMRE, TURCHÁNYI GYÖRGY és VOSZKA RUDOLF

Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

Célunk az volt, hogy egyszerű és kevésbé költséges berendezéssel nagyméretű alkalihalogenid egykristályokat (NaCl, KCl, KBr) növezzünk, amelyek infravörös optika számára lencsék, prizmák előállítását hazai vonatkozásban lehetővé teszik.** A külföldi irodalomban található leírások alapján indultunk el, amelyeket új tapasztalatokkal egészítettünk ki. Kitűzött célunkat elértnek tekintjük, amennyiben mázolatlan porcelántégelyben, nikkelezett vascsőből álló hűtőberendezéssel kb. 12 óra alatt kb. 1 kg súlyú, 80–90 mm átmérőjű, 60–70 mm magas egykristályokat növesztettünk (lásd fénykép). Az eljárás reprodukálható, és a berendezés méreteinek növelésével lehetségesnek tartjuk még nagyobb egykristályok növesztését is. Az általunk növesztett alkalihalogenid kristályok optikai tulajdonságairól külön dolgozat keretében kívánunk beszámolni.

Bevezetés. Alkalihalogenid kristályok olvadékból való növesztésével kapcsolatban az irodalom három eljárástípusról tesz említést.

1. *A tégelysüllyesztés módszere* [1]. Ennél az eljárásnál az olvadékot tartalmazó tégelyt lassan hidegebb térbe eresztik le. A fagyás a tégely fenekén indul el és fokozatosan terjed a tégely felső része felé. Ha alul csúcsban végződő tégellyel végezzük a növesztést, várható, hogy lehűtésekor a csúcsban *egyetlen* mag keletkezik és a későbbiekben ez nő tovább (1. ábra).

2. *Az álló tégely módszere* [2]. Ennél az eljárásnál is alul csúcsos tégelyt használnak, amely olyan kályhában van elhelyezve, amelynek alsó részén a hőmérséklet alacsonyabb, mint a felső részen. A kristályanyag megolvasztása után a fűtőáramot fokozatosan csökkentjük, ami az olvadáshoz tartozó izotermát fölfelé tolja el. Így a csúcsból kiindulva, lassan az egész olvadék megfagy.

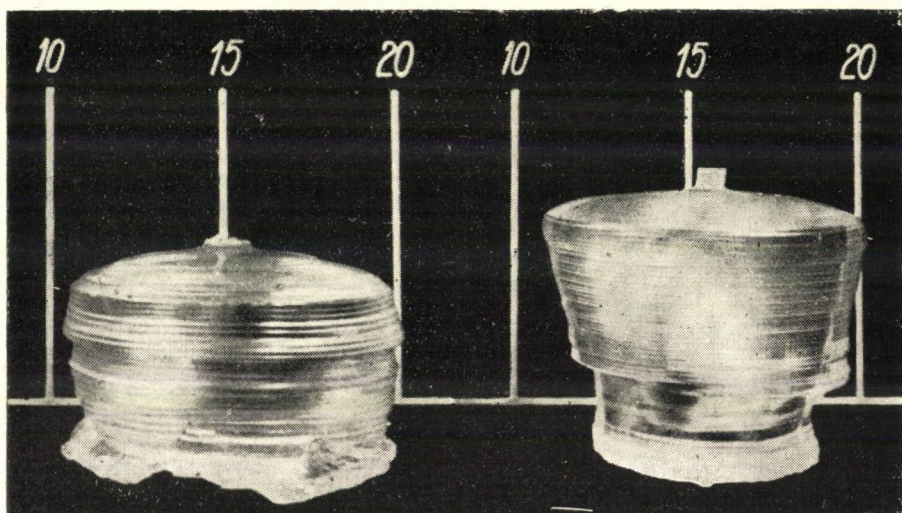
3. *Kyropoulos-módszer* [3]. Felül nyitott kályhával dolgoznak, amelyben az olvadék felületére egykristálymagot bocsátanak. A magot állandóan hűtve lassan emelik, miközben az olvadék anyaga fokozatosan ráépül a magra.

Az ipari előállítás szempontjából az első két módszer előnye, hogy ezeknél talán egyszerűbb a növesztést rutin-munkává kifejleszteni, hátrányuk azonban az, hogy a növekedés a folyamat közben nem ellenőrizhető. A

* Érkezett 1953. V. 3.

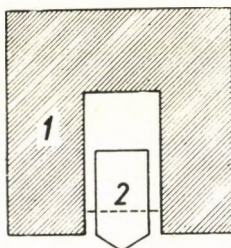
** NaCl 15 μ -ig, KCl 22 μ -ig, KBr 30 μ -ig átenged. A levegő nedvességével szemben a KBr látszik a legellenállóbbnak.

Kyropoulos-módszernél állandóan figyelemmel követhetjük a növekedést és zavarok, hibák fölléptét esetleg menetközben kiküszöbölhetjük.*



NaCl kristályok. A skála cm beosztású. A jobboldali felvételen jól látható a magkristály

Mindhárom módszernek hátránya, hogy a kristályban levő hőmérsékleti gradiens feszülésekhez vezet, amelyek esetleg repedéseket vonnak maguk után. A feszülések fokozottabb mértékben lépnek fel azonban az első két eljárásnál, ahol a kristály téglében növekszik.

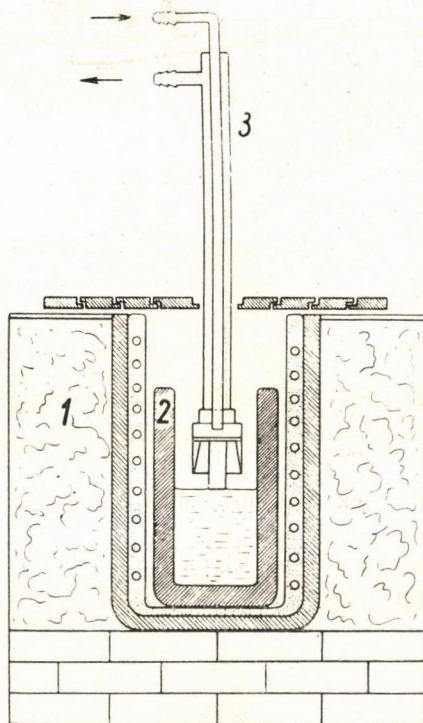


1. ábra. 1. Elektromos kályhá. 2. Az olvadékot tartalmazó, alul csúcsban végződő tégely.
A szaggatott vonal a fagyásponthoz tartozó izotermát jelzi

Mindhárom eljárással végeztünk növesztési kísérleteket, nagyméretű egykristályok előállítását azonban csupán a Kyropoulos-módszerrel kapcsolatban dolgoztuk ki. Elhatározásunkat nemcsak a Kyropoulos-módszernek fent említett előnyei indokolják, hanem az a körülmény is, hogy számunkra technikailag ez látszott egyszerűbben megvalósíthatónak. Az első két eljárásnál ugyanis célszerű vékonyfalú fémtégelyt használni, mert ennek fala kevésbé merev, másrészt a hőmérsékleti viszonyok is kedvezőbbek, mint a hőszigetelő

* Pl. a hibás ránövést újra leolvasztjuk.

porcelántégely esetében. Platinatégelyre vagy esetleg hidrogén atmoszférában vastégelyre lehet gondolni. Nagy platinatégely nem állt rendelkezésünkre, vastégely alkalmazása pedig éppen a hidrogén atmoszféra fenntartása miatt körülményes. A Kyropoulos-eljárást választottuk tehát, amelynél porcelántégellyel is dolgozhatunk.

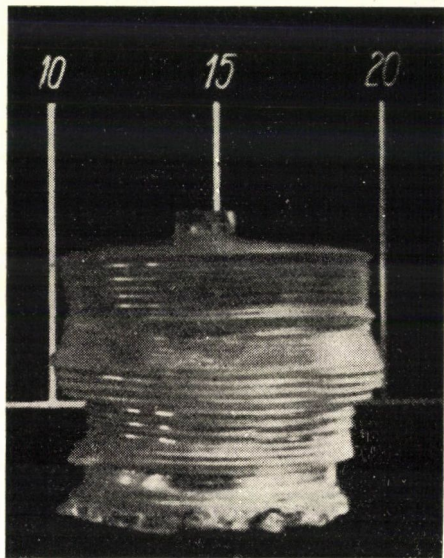


2. ábra. 1. Elektromos kályha. 2. Porcelán tégely. 3. Hűtőcső

A berendezés leírása. A vázlatos összeállítást a 2. ábra mutatja. ad 1. A kályha lényeges részét kb. 25 cm átmérőjű, kb. 30 cm hosszú samott-fazék alkotta, amelyet *belül* kb. 4 cm vastagságban alumíniumoxid és kaolin keverékéből (65:35) készült vizes péppel kentünk be. Ebbe a pépbe süllyesztettük csévélve a fűtőszálat (2—3 mm átmérőjű D-kantal huzal), amelyet előzőleg spiráloztunk. Az alumíniumoxid-kaolin pép az első kiizzítás után, szilárd, jól összeálló bevonatot képez, amely a kantalt védi egyrészt a samott-hengerben lévő vasszenyvedésektől, másrészt az alkalihalogenid gőzöktől. A fűtőszál kivezetések a henger oldalába fűrt lyukakon át történnek. A samott-henger és a kályha külső fémfelülete közötti részt 8—10 cm vastagságban azbesztvatta töltötte ki.

A fűtőszál egyenletes csévélésére és az azbesztvatta egyenletes elhelyezésére különös gondot kell fordítanunk, hogy a kályha a hőmérsékleteloszlás szempontjából hengeres szimmetriát mutasson.

A kályha hőmérsékletét konstantán-kantal termoelemmel mértük, amelynek forrasztási helyét a fűtőszál közelében helyeztük el. Ugyanezt a termoelemet használtuk fel a kályha hőmérsékletének szabályozására is. A termoelemet fénymutató galvanométerhez csatlakoztunk, amely fotocellás berendezés segítségével elektromágneses kapcsolót hozott működésbe.*



1 kg-nál súlyosabb KBr egykristály

A szabályozót nemcsak egy bizonyos állandó hőmérsékleteloszlás fenntartására (az ingadozás a tégely környezetében 2–3 °C-nál kisebb volt) használtuk föl, hanem segítségével a kályha hőmérsékletét tetszés szerinti tempóban gyakorlatilag folyamatosan csökkenthettük, emelhetjük.

ad. 2. A kristályanyagot 118 mm belső átmérőjű, 17 mm falvastagságú, kb. 200 mm magas porcelántégelybe helyeztük. Kísérleteztünk zománcos és mázolatlan porcelántégelyekkel. A növesztett kristályokat additive színeztük és abszorpciós görbéjüket kimértük. A mázolatlan tégelyben növesztett kristályok az additív színezésre jellemző F-sávot mutatták, a zománcos

tégelyben növesztett kristályoknál azonban az F-sáv rövid hullámhosszú lejtőjén egy új sáv is mutatkozott, amiből arra lehet következtetnünk, hogy a zománc szennyezte a kristályt.

A kályhát a tégely felett porcelán karikasorozattal fedtük be.

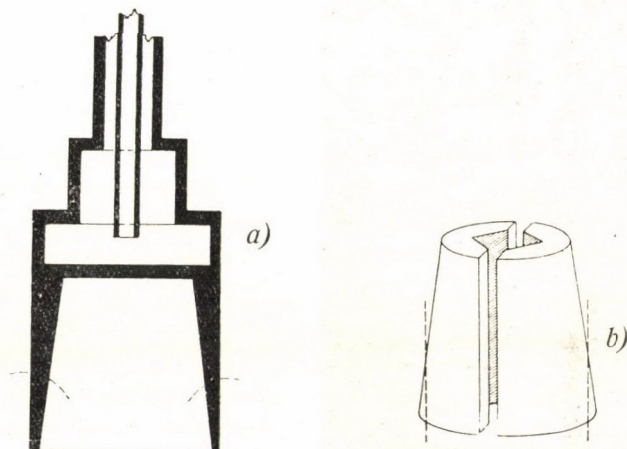
ad 3. Kyropoulos hűtőberendezésében platinacsövet használt. Mi a hűtőberendezésben kívül vascsövet (kb. 30 cm hosszú, 1 cm átmérőjű), belül rézcsövet (kb. 6 mm átmérőjű) alkalmaztunk. A hűtést vízáram biztosította (25 liter/óra). A vascsövet az alkali-halogenid gőzöktől ferri-ferrooxid bevonattal védtük. Ez a védőréteg csupán egy-egy növesztésre bizonyult elegendőnek, ezért a továbbiakban a vascsövet nikkeleztük, amely többszöri (4–5-ször) használat esetén is ellenállónak mutatkozott.

Kísérleteket végeztünk a külső vascső helyett kvarccsővel is, amelynek alsó végére platinafoliából védőréteget tekercseltünk. A nikkelezett vascső azonban ennél a megoldásnál is jobbnak bizonyult, mert a kvarccső 2–3-szori használat után a halogéngőzök lecsapódása és kémiai hatása következtében megrepedt.

* A hőmérsékletszabályozó berendezésről részletesen külön dolgozatban számolunk be.

A nikkelezett vascsővel növesztett kristályok nem tartalmaznak kémiai-
lag kimutatható mennyiségben vas-, illetőleg nikkelszennyeződést.

A magkristályt (kb. 20 mm hosszú, 6×6 mm² alapterületű hasáb) a hűtő-
cső alul kiszélesedő fejébe kónuszosan illeszkedő, nikkelezett pófák közé szo-
ritottuk, mint azt a 3. ábra mutatja. A pófákat nikkeldróttal kötöttük a hűtő-
fejhez, a magot pedig azáltal is megerősítettük és hűtöttük, hogy kb. 1 mm
átmérőjű lyukat fúrtunk bele és ezen át nikkeldróttal a hűtőcső végére
kötöttük.



3. ábra. a) a hűtőfej hosszmetsetben. Az alsó kúpos üregbe illeszkednek a b) ábrán
látható pófák. b) A hasábalakú magkristályt befogó pófák.

A szaggatott vonalak furatokat jelentenek. E furatokon átfűzött nikkeldróttal
erősítettük a pófákat a hűtőfejhez

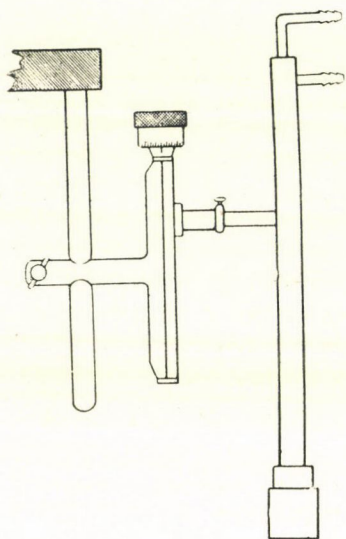
A növekedésben levő kristály hűtése szempontjából fontos, hogy a mag
lehetőleg nagy felületen érintkezzék a befogó fejjel. Korth ezért hengeres
befogófejet alkalmazott, amelybe csavar segítségével hengeresre csiszolt magot
erősített. Ezt a befogási módot nem tartottuk szerencsésnek, mivel a mag
elkészítése sok munkát igényel és ha nincs eléggé polírozva, akkor nem simul
jól a befogófejhez. Sima síkfelületeket viszont a kristály hasításával könnyű
létrehozni. Korth a hűtés fokozása céljából a befogófej magasságában vízszin-
tes helyzetű, gyűrűalakúra meghajlított hűtőcsövet is alkalmazott. Az általunk
használt befogófejjel hűtőgyűrűk alkalmazása nélkül is sikerült elérnünk a
Korth által növesztett méreteket. Véleményünk szerint a hűtőgyűrűkre csak a
méretek további fokozásánál lehet szükség.

A kristálynak csavarral való megerősítését szintén nem tartjuk szeren-
csésnek, mert a csavar könnyen megrepesztheti a magkristályt.

A hűtőcsövet a 4. ábra szerint mikrométer-csavarral finoman emelhetjük
és süllyeszthetjük.

A *növesztési eljárás*. 1. *Magkristályok előállítása*. Magkristály-
ként ugyancsak olvadékból növesztett kristályokat használtunk, amelyeket a

fentebb leírt berendezéshez hasonló, de kisebb méretű berendezésben állítottunk elő. A magkristályok előállításánál és később a nagy kristályok növesztésénél is Chinoin-gyártmányú pro anal nyersanyagot használunk. Az eljárás



4. ábra.

A hűtőberendezés és befogása

megegyezett az eredeti Kyropoulos-eljárással. A hűtőcsövet (platinázott kvarccső, befogófej nélkül) kb. 5–6 mm mélységig az olvadékba süllyesztettük. Csakhamar a hűtőcső végére gombafej alakú polikristály nőtt (5. ábra). Ezután a hűtőcsövet az olvadékból annyira kiemeltük, hogy a „gombafej” éppen csak érintkezett az olvadék felszínével. A gombafej a továbbiakban általában már csak 1–2 kristályból álló második gombafejben nőtt tovább, a vékony nyak a polikristályt „megszűrte”. A kapott kristályból hasítottuk ki a magkristályokat. Ezekben a kísérletekben vízhűtés helyett léghűtést alkalmaztunk.

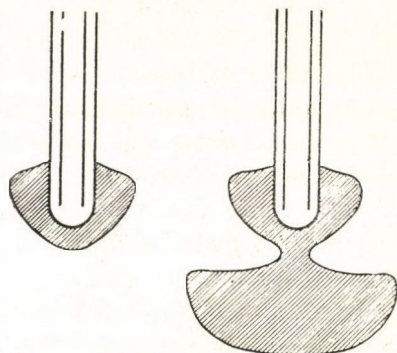
2. Nagyméretű kristályok növesztése. A kályhát a nyersanyagot tartalmazó tégellyel kb. 3 nap alatt fűtöttük föl, annyira, hogy az olvadék tetején a hőmérséklet kb. 20–40 C°-al az olvadáspont felett legyen. Ezen a hőmérsék-

leten több órán át tartottuk az olvadékot, mielőtt a növesztést elkezdtük volna. Az ilyen módon temperált olvadék már nem tartalmaz légbuborékokat és a tapasztalat szerint kevésbé hajlamos a növesztés folyamán új magok, azaz polikristályos növekedés kialakítására.

A poralakú kristályos anyag megolvadva kb. fele térfogatára esett össze. Ha a tégelyt fel akarjuk tölteni, csak előzőleg kiizzított anyagot tölthetünk az olvadékhoz, mert a vizet tartalmazó kristályanyag a hirtelen felmelegedés következtében szétpattogzik és szennyezi a kályhát.

Az említett műveletek alatt a kályhát fedve tartottuk. A továbbiakban a középső porcelán fedőgyűrűket leemeltük és a kb. 5 cm átmérőjű nyíláson leeresztettük a hűtőfejbe fogott magkristályt. A hűtőcső körüli nyílást csillámmal fedtük be.

Az olvadék felületének megrezdülése jelezte, hogy a mag mikor érte el a felületet. Ezután kb. 40–60 perc múlva kibukkant a hűtőfej alól a növesztésben lévő kristály. A növekedésnek lassan kell elindulnia, hogy szép kristályt



5. ábra. Magkristályok növesztése

kapjunk. Ezért célszerű esetleg átmenetileg a kályha hőmérsékletét kissé megemelni, illetve a hűtővíz sebességét csökkenteni. Minthogy viszont túl magas hőmérséklet esetén a magkristály elolvadása is bekövetkezhet, a hűtőcső felső végét az előbb említett 40—60 perc alatt időnként megütöttük. A mag életbenmaradását az olvadék tetején megjelenő gyűrűhullám jelezte. Szimmetrikus hőmérsékletelosztás esetén a növekvő kristály minden irányban egyenlő sebességgel közeledett a tégely falához. Az esetleges aszimmetriát a befogófej megfelelő eltolásával korrigáltuk. Más esetben pedig az aszimmetriát egy hő-sugárzó segítségével szüntettük meg, amelyet a kályha mellé helyeztünk úgy, hogy a kályhának azt a részét melegítse, amelyik irányban a növekedés túlgyorsnak mutatkozott.

A kristályt az olvadék felületén a tégely falától kb. 1 cm távolsáig hagytuk növekedni. Kályháinkban a tégely fala közel volt a fűtőszálhoz, ezért kicsi volt a kiragadás veszélye, sőt az ilyen mértékű vízszintes irányú növekedést csak úgy sikerült elérni, ha a hőmérsékletet közben kissé csökkentettük. Erre azért is szükség volt, mert a növekvő kristály-fedő védi az olvadékot a párolgástól és ezzel a hővesztéstől.

Amikor a kristály vízszintes irányban már a kívánt nagyságra megnőtt, megkezdjük óvatos kiemelését: kb. $\frac{1}{2}$ mm-el hétpercenként.*

A kiemelés közben ügyelnünk kell arra, hogy a kristály átmérője a frissebb növési alsó rétegekben ne csökkenjen,** ami azzal van kapcsolatban, hogy a növekvő kristály-felület egyre mélyebben hatol a kályha belső, melegbb részébe. Szükséges volt tehát a kályha hőmérsékletének további csökkentése.

A növekedést ívlámpafény segítségével ellenőriztük. Az átlátszó kristályon keresztül a tégely fenekéig láttunk, ami több szempontból volt előnyös; a) mindenkor ellenőrizhettük, nem túlgyors-e a kiemelés tempója; ha a kristály elszakadóban van az olvadéktól, a kristály és az olvadék kontúrja élesen megfigyelhető és így a hibát korrigálhattuk; b) másrészt pedig ellenőrizhető volt az újabb rétegek minősége és a hibák esetleg részbeni visszaolvasztással korrigálhatók voltak. Ha a kristályosodás már mélyen (6—7 cm-re a befogó fejtől) előre haladt, a további növekményben felhősödés jelenik meg, ami azt jelenti, hogy új kristálymagok keletkeztek. Minthogy kályháinkban csak oldal-fűtés volt, a kályha hőmérsékletének csökkentése miatt a növesztés végső szakaszában a tégely fenekén is elindult a kristályképződés. Ezeket a kedvezőtlen körülményeket egy darabig még elkerülhetjük, ha a kályhába fenékfűtést is beépítünk és ezt a kristályosodás végső szakaszában óvatosan üzembe helyezzük. Ílymódon a jóminőségű növekedést még további 1—2 cm-rel növelhetjük. A növesztést e végső szakaszban tovább erőltetni azonban nem

* E szakaszos kiemelés következtében a kristály oldalán „gyűrűk” keletkeznek, amelyek a fényképfelvételen jól láthatók.

** Lásd a fényképfelvételen a jobboldali kristályt.

érdemes. A nyersanyagban lévő szennyeződés ugyanis az olvadékban visszamaradva mindinkább bekonzentrálódik, amint az olvadék térfogata csökken.

A felhős növekedés kialakulásával kapcsolatban az alábbiakban néhány megjegyzést kívánunk tenni.

A felhős növekedés kialakulása összefüggésben van nemcsak a növekedés sebességének, hanem a kedvező hőmérséklet-gradiensnek (a növekedésben lévő felület környezetében) a kérdésével is. A jóminőségű növekedéshez a növekedés sebességének és hőmérsékleti gradiensnek összehangolása szükséges. *Strong* kb. 1 cm/nap növesztési sebességgel és 5–10 C°/cm hőmérsékleti gradienssel, *Zerfoss, Johnson* és *Egli* 0,32 cm/óra sebességgel és 15–20 C°/cm hőmérsékleti gradienssel dolgozott. Az előbbi adatok állótégelyes, utóbbiak süllyesített tégelyes módszerre vonatkoznak. Vizsgálatainkban a hőmérsékleti gradiens kb. 40 C°/cm volt kb. 1 cm/óra növekedési sebesség mellett. A gradienst úgy mértük, hogy az olvadékon át a tégely fenekéig érő, alul zárt kvarccsőbe (alumíniumoxidporral tömítve) termoelemet helyeztünk, amelyet mikrométercsavar segítségével le-föl mozgathattunk. A növesztés folyamán a kristály a kvarccsövet körülötte. A fenti mérési eredményekből arra következtethetünk, hogy kis hőmérsékleti gradiens esetén csak lassú növesztési sebességgel érhetünk el tökéletes növekedést, nagyobb hőmérsékleti gradiens esetén pedig nagyobb növesztési sebességek is megengedhetők a minőség romlása nélkül. Nagy hőmérsékletgradiens esetén ugyanis, az olvadék vékony rétegekben fokozatosan kerül a fagyáspont alá, ezért remélhető, hogy nagyobb növesztési sebességek esetén is tökéletesen beépülnek a lehülő rétegek. Kis hőmérsékleti gradiens mellett az olvadék vastagabb rétegekben hűl le a fagyáspont hőmérsékletére és ha a növesztés sebessége nem elég lassú, nincs elegendő idő arra, hogy a szilárd kristály „feldolgozhassa” (olvadási hő elvezetése, beépülés) a lehülő anyagot. Új magok képződhetnek tehát és a növekedés felhőssé válhat.

Az idézett szerzők kénytelenek voltak kis növesztési sebességekkel dolgozni, mert az álló- és mozgatott tégelyes eljárásnál nagy hőmérsékletgradiens repedések, feszülések fellépése nélkül nem hozható létre, a Kyropoulos-módszernél azonban a szabad kristályon nagy lehet a hőmérsékletgradiens, ezért lehetőség van gyorsabb növesztésre, amit éppen példánk mutat.

3. *Utókezelés.* A kristálynövesztést befejezve, a kristályt az olvadékból éppen hogy kiemeljük és a kályha hőmérsékletét az olvadáspont alá csökkentjük. Ha az egész olvadék megfagyott, a kristályt a magról letörjük, a megfagyott olvadék tetejére bocsátjuk és a hűtőcsövet kiemeljük. A kályhát befedjük és a kristállyal együtt 1–2 nap alatt hűtjük le szobahőmérsékletre. Az ilyenyszerű hőkezelés a kristályban levő durva feszüléseket megszünteti.

Összefoglalás. A jóminőségű alkalihalogenid kristály előállításának feltételeit a következőkben foglalhatjuk össze:

1. Nagy hőmérsékleti gradiens a növekvő határfelületen. Nagy hőmérsékleti gradiens viszont repedésekhez vezető feszüléseket okozhat. Kyropoulos-módszert alkalmazva a szabadon növvő kristály jobban elbírja a nagy hőmérsékleti gradienst.

2. A jó hűtés biztosítása végett a magkristály és a hűtőfej nagy felületen érintkezzék.

3. A kályha hőmérsékleti eloszlása hengerszimmetrikus legyen.

4. A feszülések és repedések elkerülése végett a kristályt teljes méretében egyszerre kell lassan (1—2 nap alatt) lehűteni szobahőmérsékletre.

IRODALOM

1. *Bridgmann*: Proc. Amer. Acad. Arts. Sci. 60, 305, 1925; *Stockberger*: Rev. Sci. Instrument, 7, 133, 1936; J. Opt. Soc. Amer. 27. 416, 1937; Rev. Sci. Instrument, 10, 205, 1939..

2. *Strong*: Physics Rev. 30, 1663, 1936; *Stöber*: Z. Krist. 61, 299, 1925.

3. *Kyropoulos*: Z. Anorg. Chem. 154, 308, 1926; és Z. f. Phys. 63, 849, 1950. *Korth*: Z. für Phys. 84, 677, 1933 *Zerfoss*, *Johnson* és *Egli*, Cristal Growth, 1949, 167. *Menzies*, *I. Skinner*; Faraday Soc. Crystal Growth, 1949, 309.

KVANTUMOS JELENSÉGEK A CENTIMÉTERES HULLÁMHOSSZÚ ELEKTROMÁGNESES REZGÉSEK TARTOMÁNYÁBAN*

FARAGÓ PÉTER

Központi Fizikai Kutató Intézet,
Elektromágneses Hullámok Osztálya

és

MARX GYÖRGY

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Fizikai Intézete

Kvantumos energia-felvétel és leadás

Mindenek előtt le kell szögezni, hogy ez idő szerint nincs olyan kísérlet, amely annyira egyértelműen, szinte kézzelfoghatóan bizonyítaná a cm-es hullámhosszú elektromágneses sugárzások kvantumos természetét, mint ahogyan a látható és még rövidebb hullámhosszú sugárzások tartományában a fény-elektromos jelenség. Vagy talán még helyesebben: ebben a hullámhossz-tartományban nem ismerünk olyan jelenséget, amelyet kizárólag a fotonfelfogás alapján lehetne értelmezni. Ennek nyilvánvalóan az az oka, hogy ebben a hullámhossz-tartományban a feltételezett fotonok energiája igen kicsi: 1 cm hullámhosszon kb. 10^{-4} eV, ami $0,5^\circ$ K körüli hőmérsékleten levő termikus energiának felel meg. Jóllehet nem kételkedünk abban, hogy az elektromágneses sugárzás kvantumos természete teljesen általános törvényszerűség, mégis érdekes megvizsgálni az idevágó megfigyeléseket.** A mondottak értelmében ma még csak arra szorítkozhatunk, hogy megvizsgáljuk, milyen kísérletek értelmezhetők egyszerűen a foton-felfogás alapján, vagyis milyen kísérletek teszik *plauzibilissé* ezt a felfogást, majd pedig megvizsgálhatjuk, hogy milyen módon lehetne a meglévő kísérleteknél *közvetlenebb* bizonyítékot találni arra, hogy az aránylag hosszú hullámú elektromágneses rezgések is fotonokból állnak.

A kérdés első részére vonatkozólag mindig olyan kísérleteket találunk, amelyek valahogyan félig adnak feleletet a felvetett problémára: vagy azt mutatják, hogy makroszkópikus technikai eszközökkel előállított rezgéseket molekulák vagy atomok, tehát kvantumos törvényeknek alávetett rendszerek elnyelnek, vagy azt mutatják, hogy diszkrét energia-átmenetek során keletkező sugárzás makroszkópikus technikai eszközökkel észlelhető.

Az előbbi esetre példa a mikrohullámú és rádiófrekvenciás spektroszkópia egész módszere és az e területen elért eredmények. Ezekre vonatkozóan mind-

* Érkezett 1953 nov. 5.

** Felmerült u.i. olyan nézet, hogy a sugárzási energia kvantumos volta talán csak a sugárzást kibocsátó rendszer kvantumos szerkezetének megnyilvánulása, nem pedig az elektromágneses téré. Ekkor pedig a makroszkópikus adók által emittált hullámoknak nem kellene kvantumos szerkezetet mutatniuk.

össze azt szeretnénk megemlíteni, hogy mindezekben az esetekben anyagminták elektromágneses sugárzást nyelnek el igen szelektív módon, megfelelően az anyagot felépítő molekulák rotációs termjei közti átmeneteknek (ezeknek cm, mm nagyságrendű hullámhosszakon felel meg éles spektrumvonal) és észlelhető e spektrumvonalaknak a Zeemann-, illetve Stark-effektus szerinti felbomlása pontosan úgy, amint a látható és az ezzel szomszédos más spektrumtartományokban ismeretes. Erős mágneses térbe helyezett anyagoknál a magspinek átmenetei még lényegesen hosszabb, 10 m nagyságrendű hullámhosszú sugárzásnak megfelelő energiakülönbséget jelentenek. A jelenséget az teszi makroszkópikus eszközökkel észlelhetővé, hogy egy makroszkópikus anyagmintában, mondjuk 1 cm³-ben az abszorbeáló részecskék száma igen nagy.

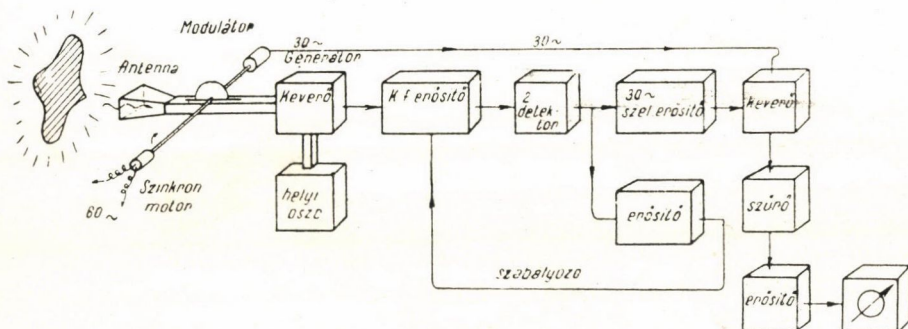
A mostani szempontunkból azért nem adnak teljesen kielégítő feleletet ezek a kísérletek, mert azt lehet mondani, hogy voltaképpen az abszorbeáló rendszernek látjuk a kvantumos sajátosságait és nem az elnyelt sugárzásnak. Ezt az ellenvetést a magunk részéről nem érezzük túlságosan súlyosnak. Gondoljuk meg, hogy a *Frank—Hertz*-kísérlettel az atomban levő elektronok diszkrét energianívóinak létezését — a spektroszkópai tapasztalatoktól függetlenül — nemcsak bebizonyították, hanem az ütközések okozta kvantumátmeneteket elektronok energiájának a mérésére is lehet használni. Ez természetesen nem hasznosított lehetőség csupán, ellenben atommagok hasonló rezonanciasajátosságait használják a bombázó részecskék energiájának mérésére. Az minden további nélkül érthető, hogy folytonos energiaeloszlású sugárzásból egy atom, vagy molekula mindig csak jól meghatározott E_0 energiamennyiséget nyel el. Az a megfigyelés azonban, hogy az E_0 energia abszorpciója csak olyan ν_0 frekvencia esetén következik be, amelynél az $E_0 = h\nu_0$ összefüggés teljesül, már nem látszik értelmezhetőnek a fotonfelfogás nélkül. Az tehát igen is nyilvánvaló az elektronmágneses sugárzások rezonanciaabszorpciójából, hogy ν frekvenciájú sugárzásnak $h\nu$ energia felel meg.

A probléma másik oldalára vonatkozólag — amikor atomi rendszer adta sugárzást technikai eszközökkel észlelünk — *Dicke* [1] kísérleteire kell utalni. *Dicke* szobahőmérsékletnél nem lényegesen magasabb hőmérsékletű test hősugárzásának a cm-es tartományba eső részét vizsgálta mikrohullámú vevővel és a hőmérsékletet 0,5° C körüli pontossággal mérni tudta.

A berendezés vázlatát az 1. ábra mutatja. A hősugárzás tölcserén át jut egy kiegyensúlyozott kristálykeverőre és az előállított középfrekvenciát egy igen nagy (10—15 MHz) sáv-szélességű erősítő után viszi a második detektorra. A tölcser és a keverő között hasított tápvonal van, amelyben egy abszorbeáló tárcsa forog, oly módon, hogy 30 periódussal megmodulálja a sugárzást. Az antenna is és az abszorbeáló korong is illesztve van, tehát ha a korong nem abszorbeál, akkor az antenna által vett sugárzás mind eljut a keverőbe, ha abszorbeál, akkor az a szerepe, hogy az antennát mintegy leválasztja a vevőről és helyébe egy ekvivalens ellenállást illeszt. Ha a tárcsa ellenállása által adott zaj egyenlő azzal a sugárzási teljesítménnyel, ami kívülről éri az antennát, akkor a második detektor kimenetén a moduláció nem okoz feszültségváltozást. Ha azonban a kívülről érkező sugárzás és a tárcsa ellen-

állása által adott zajteljesítmény eltérő, akkor a második detektoron 30 periódusú moduláció észlelhető. Ennek megfelelően a második detektort egy igen szűk sávú erősítő (lock-in) követi, majd ezután egy egyenáramú erősítő és végül az indikáló műszer.

A berendezés saját zaja természetesen korlátozza ennek a „mikrohullámú radiométer”-nek az érzékenységét, illetve a mérési pontosságát, de éppen az igen nagy közép-frekvenciás sávzsélesség csökkenti a végső indikátor ingadozásait, és ez annyira javítható, hogy a gyakorlati megoldásban inkább a berendezés egyéb fogyatékoságai miatt fellépő erősítés ingadozások dominálnak, mint pl. a tápfeszültségek instabilitása, hőmérséklet ingadozások, az elektroncsövek és a keverőkristályok saját zaja. Ezeknek a kiküszöbölése már többé-kevésbé kapcsolástechnikai feladat, mint például éppen a keverőfokozatnak egy hídkapcsolásszerű megoldása. Mindezek a körülmények vezettek a már említett eredményre, a $0,5^\circ\text{C}$ körüli hőmérséklet mérési pontosságra, ami 10^{-16} W teljesítmény-mérési határt jelent.



1. ábra. Dicke mikrohullámú radiométerének elvi vázlatja

Hogy a mérőberendezés kvantumos természetű elektromágneses sugárzást mér technikai eszközzel, az nyilvánvaló, hiszen a hősugárzás kvantumos természetű minden frekvenciatartományban, abban a tartományban is, ahol a Planck-féle sugárzási törvény nem tér el kimutatható módon a klasszikus Rayleigh—Jeans-féle sugárzási törvénytől. Tehát mindenesetre technikai eszközök alkalmasak fotonok vételére, csak érzékenységük nem elegendő egyes fotonok kimutatására.

Kis intenzitású elektromágneses hullámok spektrumának mérése

Ezek után kérdésünk úgy módosul, hogy milyen jelenséget lehet vajjon találni, amelyben a sugárzás egyes diszkrét kvantumokból álló volta meg nyilvánul anélkül, hogy mérőberendezés érzékenysége tekintetében magvalósíthatatlan követelményeket állítanánk. A látható fény esetében is van olyan kísérlet, amely egyes fotonok észlelésére alkalmas berendezés nélkül megmutatja, hogy a fény diszkrét energiakvantumokból áll, és pedig kis intenzitású fénynyaláb intenzitásának statisztikus ingadozásai segítségével. Vavilov [2] és mások [3] kísérleti vizsgálata megmutatták, hogy a szem ingerküszöbe nem egy meghatározott fényintenzitásánál van, amely alatt a szem biztosan nem észlel fényt, fölötté pedig biztosan észlel, hanem van egy átmeneti tartomány,

amelyben adott intenzitással sugárzó fényforrást az esetek meghatározott százalékában a szem lát, illetve nem lát. Az ilyen kísérletek azt mutatják, hogy a jelenséget nem a szem érzékenységének ingadozása okozza, hanem az a körülmény, hogy adott intenzitással sugárzó, tehát középértékben adott számú fotont kibocsátó fényforrás ténylegesen e középérték körül ingadozó számú fotont ad. Ha a fotonok valószínűségi eloszlását *Poisson*-félének vesszük fel és kiszámítjuk, hogy adott középérték mellett mi a valószínűsége annak, hogy a szemet egy meghatározott számú fotonnál nagyobb számú éri, akkor pontosan olyan eloszlási görbét kapunk, mint amelyet a szem érzékenységi küszöbének kísérleti vizsgálatával lehet nyerni. Érdemes megjegyezni, hogy az elektromos töltés elemi töltésekből álló voltának is egyik legmeggyőzőbb bizonyítéka a sörétzaj, ami elektroncsövekben folyó elektroáramok statisztikus ingadozásának következménye.

Ilyen fajta kísérlet gondolatát a cm-hullámhosszak tartományában *Rompe* és *Jánossy* vetette fel. Egy folytonos üzemű makroszkópikus oszcillátornál a folytonos gerjesztés, például egy forgó generátor állandó szögsebességgel való forgatása, vagy elektroncsöves oszcillátornál a rezgőkör (üregrezonátor) különböző eredetű veszteségeinek folytonos pótlása, a kibocsátott sugárzás koherens voltát biztosítja. A rádiótechnikából közismert, hogy a fadingot okozó interferencia az interferáló nyalábok 100 km nagyságrendű útkülönbsége esetén is bekövetkezik, a radartechnikában pedig 30–40 km-es útkülönbséggel létesített interferenciát távolság- és sebesség-mérésre használnak. A fotonhoz rendelhető hullámvonulat hosszáról tehát olyan értelemben, mint atomok kisugárzása esetén az interferenciahossz alapján, folytonos üzemben dolgozó makroszkópikus oszcillátoroknál nem lehet beszélni. Ennek ellenére — mint láttuk — alig lehet kétségbevonni, hogy a sugárzás ebben a spektrumtartományban is fotonokban áll. El lehet azonban képzelni — itt *Jánossy* professzor nézetét idézzük, — hogy az egyes fotonokhoz tartozó hullámvonulatok egymás közt is koherensek, egymásnak mintegy helyes fázisban való folytatásai. Ebben az esetben a sugár-nyaláb intenzitásának csökkentése azzal a következménnyel jár, hogy a végtelen hosszú folytonos szinuszgörbék egyes szakaszai mintegy kiesnek és a foton-kisugárzás statisztikus volta várhatólag abban nyilvánul meg, hogy ezek a kieső szakaszok különböző hosszúságúak. Minél kisebb lesz a nyaláb intenzitása, annál nagyobb szerepet játszanak ezek az ingadozások. Ennek megfelelően a nagy intenzitásnál végtelen kiterjedésűnek tekinthető, meghatározott frekvenciával bíró, tiszta szinuszos rezgés úgy módosul, hogy a *Fourier*-spektruma egyre nagyobb spektrumtartományra terjed ki. A fenti elképzelést ellenőrizni lehetne egy mikrohullámú vevő segítségével, ha megvizsgálnánk, hogy egy adó által folytonos üzemben kisugárzott jel spektrális eloszlása kiszélesedik-e a vevőbe jutó jel intenzitásának csökkenésével.

A fenti jelenség kimutatásának lehetőségét vizsgálva a következő kérdéseket kell eldönteni. 1. Technikailag megvalósítható vevőberendezés segítségével

milyen minimális intenzitású jelet lehet észlelni. 2. Mivel a vevő oldalán végső fokon mindenképpen szűk sávú vétel szükséges, milyen mértékű stabilitást lehet elérni a jel frekvenciájában.

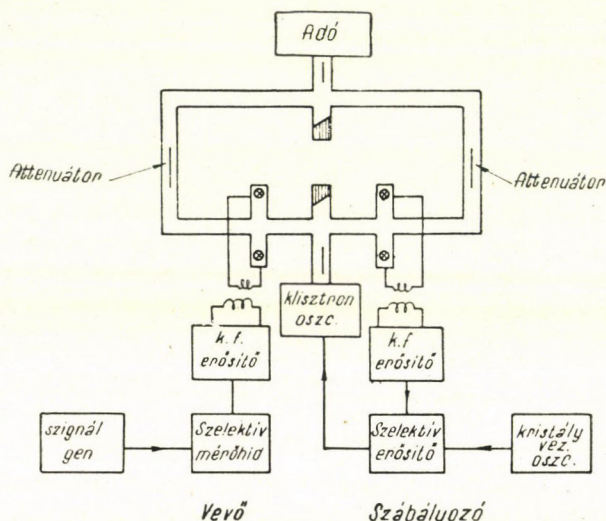
Vizsgáljuk meg e két kérdést külön-külön.

1. 3 cm hullámhosszra való mikrohullámú vevőberendezések közül a legnagyobb érzékenység a szuperheterodin elv alapján működőkkel érhető el. Ma már megvalósítható olyan vevő, amelynek a zajtényezője kb. 10 db. Ez azt jelenti, hogy a vevő bemenetére számítva a zaj-teljesítmény tízszer akkora, mint a termikus zaj alapján elméletileg várható. Szobahőmérsékleten $kT = 4,2 \cdot 10^{-14}$ erg, tehát 100 Hz sáv szélesség esetén a zaj-teljesítmény $4,2 \cdot 10^{-18}$ W. E. teljesítmény 3 cm hullámhosszal számolva megfelel $6,5 \cdot 10^7$ foton/secundumnak, vagy $6,5 \cdot 10^5$ foton/periódusnak. Ez más szóval azt jelenti, hogy ha a vevőre minden tízezredik periódusban esik egy foton, akkor a zaj mellett még éppen észlelhető jelet kapunk. Amennyiben valamilyen elméleti megfontolás azt mutatja, hogy ilyen nagyságrendű intenzitás esetén a statisztikus effektus már jelentkezik, akkor érdemes a kísérletet elvégezni, a technikai lehetőségek azonban nagyságrendileg kedvezőbb viszonyok megvalósítását már nem teszik lehetővé.

2. A fenti megfontolások, mivel 100 Hz sáv szélességet vettek alapul, igen szigorú kikötést jelentenek a berendezés frekvencia stabilitása — legalább is az adó és a helyi oszcillátor relatív stabilitása — tekintetében. Tájékoztatásul érdemes megjegyezni, hogy egy rádiófrekvenciás kvarckristály különleges óvintézkedés nélkül mintegy 10^{-6} -szoros stabilitást ad, (ν frekvencia esetén az ingadozás $\Delta\nu = 10^{-6}\nu$ sávon belül marad), de messzemenő gondosság (hőmérséklet ingadozások kiküszöbölése, stb.) esetén is alig érhető el 10^{-8} -os stabilitásnál több. Már pedig a 3 cm-es hullámhosszon dolgozva a 100 Hz-es stabilitás éppen 10^{-8} -os stabilitást jelent és a mikrohullám technikában a viszonyok általában kedvezőtlenebbek, mint az alacsonyabb rádiófrekvenciákon [4]. Az igen nehéz feladat mégis megoldhatónak látszik [5], bár kétségtelenül a technikai lehetőség határa közelében, tehát igen jó felkészültséget igényel.

Tekintsük pl. a következő elrendezést. (2. ábra.) Egy reflex klisztron oszcillátor által adott rezgéseket két ágba vezetünk, a baloldali ágon át jutnak a rezgések a tulajdonképpeni vevőre, a jobboldali ágon egy a vevővel majdnem teljesen egyező elektronikus rendszeren át a helyi oszcillátor stabilizálására szolgálnak. A vevő felé menő jel egy változtatható attenuátort tartalmazó hullámvezetőn megy keresztül, ez az attenuátor szolgál a sugárzás előírás szerinti gyengítésére. A vevő egy a szokásosnál valamivel bonyolultabb szuper-elvű vevő. A helyi oszcillátor rezgését ketté ágaztatjuk. A jobboldali ágon menő rezgés a frekvencia-szabályozót táplálja, a baloldali ágon menő rezgés jut a vevő keverő fokozatába. A keverő fokozatban előálló középfrekvenciás rezgések egy középfrekvenciás erősítőre jutnak, középfrekvenciául a szokásos 30 MHz választható és a középfrekvenciás erősítő sáv szélessége 3–4 MHz lehet, ez azonban egyáltalán nem kritikus. A középfrekvencia erősítő után egy szuper-szelektív erősítő következik. (Ez az erősítő („lock-in amplifier“) lényegében véve egy keverő csőből áll, amelynek jelerőssége a kimutatandó jelet, a keverő rácsára pedig egy megfelelő frekvenciájú szignálgenerátorból jövő jelet adunk. A kimutatandó jel azon komponense, amelyik

a szignálgenerátor beállított frekvenciájával megegyezik, középfrekvencia gyanánt egyen-
áramot ad. Ha két keverő csövet veszünk megfelelő kapcsolással, akkor ezekkel egy
egyenáramú mérőhidat alakíthatunk ki, amely csak arra a frekvenciára érzékeny, amely
megegyezik a szignál generátorból adott frekvenciával.) Ennek a szelektív erősítőnek a sáv-
szélességét a mérőhid indikátorának a sávszélessége (időállandója) szabja meg, 100 Hz
sávszélesség megvalósítása könnyű feladat.



2. ábra. A kis intenzitású sugárzás frekvenciaspektrumának vizsgálatához
elgondolt kísérleti elrendezés elvi vázlata

A frekvenciaszabályozó oldalon kvarc vezérlésű oszcillátorból olyan frekvenciájú jelet
adhatunk, amelyet a középfrekvencia értékének számunk, tehát például 30 MHz-t, amelyben
különleges óvintézkedések nélkül is 10^{-6} -os stabilitás elérhető. Ennek a generátornak a
frekvenciája tehát 30 Hz-re megbízható. Mármint a szuper szelektív erősítő által adott
egyenfeszültség eltérése egy állandó feszültségtől polarításra és nagyságra nézve arányos
lesz a középfrekvencia és a kvarc oszcillátorból kapott frekvencia közti eltéréssel. A szuper-
szelektív erősítő konstrukciójának részletein múlik, hogy az így kapott „hiba-feszültség“ a
helyi oszcillátorként működő reflex klisztron reflektorára vive a helyi oszcillátor frekvenciáját
korrigálja. Jóllehet, részletes analízis tárgyává még nem tettük, az idézett Pound-féle cikk
alapján várható, hogy ezzel az eljárással a 100 Hz-re való stabilizálás megoldható. Termé-
szetesen a berendezés elektronikus részeinek felépítésénél az egyes alkatrészek tartós
üzembeli stabilitását és a tápfeszültségek stabilitását igen szigorúan kell biztosítani.

A kísérleti elgondolás diszkussziója távolról sem teljes. Nem sikerült
még biztosan eldönteni, hogy ha a várt frekvenciaspektrum-kiszéledés
bekövetkezne, akkor ez a sugárzás fotontermészetét bizonyítaná-e, vagy a
berendezés természete folytán lépnek fel félrevezető, zavaró jelenségek. Ennek
a kérdésnek az eldöntése annál is nehezebb, mivel a kísérlet várható eredményére
vonatkozó pontos elméleti számítás nem ismeretes. Nehéz u. i. az adó, átvivő
és vevő berendezés olyan kvantummechanikai modelljét megszerkeszteni, amely
egyrészt a jelenség kvantitatív tárgyalását lehetővé teszi, másrészt számba veszi
a technikai mérőberendezés lényeges sajátosságait is. Elképzelhető pl., hogy a

fotonok energiája nem koncentrálódik korlátos térrészekre, ezért a sugárzás intenzitásának csökkentése folytonosan gerjesztett adó esetén nem vezet el a hullámvonulatok „felszakadásához”.

Szabad elektronok kvantumos energiafelvétele

Számítások szempontjából a viszonyok sokkal áttekinthetőbbek és a várható eredményre nézve kvantitativ becslést kaphatunk egy egészen más elven alapuló kísérlet esetében. Gondoljunk egy vezető fallal határolt tartományra, tehát egy üregrezonátorra. Ha ezen üregrezonátorban gerjesztett elektromágneses téren egy elektron halad át, akkor az elektron sebességének nagysága és iránya az üregből való kilépéskor általában más lesz, mint belépéskor volt. A sebesség nagyságának és irányának a megváltozását a klasszikus elektrodinamika módszereivel — legalább is elvben, egyszerű esetekben ténylegesen — ki lehet számítani. A kvantumos felfogás szerint úgy képzelhetjük el a dolgot, hogy az üregben fotongáz van és a sebességváltozás az elektron és a fotonok közötti ütközések következménye, amelyek — egy adott elrendezés esetén — statisztikus középértékben a klasszikus eredményre vezetnek, de e körül ingadozások lehetnek. (A jelenség a Brown-mozgáshoz hasonlítható.) A kísérlet feladata tehát az lenne, hogy ismert sajátosságú elektronokat belöve az üregrezonátorba, megvizsgáljuk, hogy az üregrezonátorból kilépve a klasszikus megfontolások eredményei szerint viselkednek-e, vagy ettől úgy térnek el, ahogyan a kvantumos kép alapján várható. Azt lehet mondani, hogy *az elektronok olyan próbatetek, amelyek kilépés utáni sajátosságain meglátszik, hogy az üregrezonátorban egy, a Maxwell-egyenletek által leírt erőterén mentek-e át, vagy pedig egy fotongázon.*

Azt az esetet, amidőn az elektromos erőter irányja megegyezik az elektronok beesési irányával, elméletileg tárgyalta *L. P. Smiht* [6]. Ezeknek a kvantumelektrodinamikai megfontolásoknak beható ismertetése helyett szorítkozunk néhány egyszerű becslésre olyan speciális esetben, amely a kísérlet gyakorlati kivitele esetén a legcélravezetőbb lehet. Ha egy elektron a nagyfrekvenciás erőter periódus-idejéhez képest hosszú időt tölt az üregben, akkor a gyorsító félperiódusokban energiát nyer, a fékező félperiódusokban pedig energiát veszít. A gyorsító időszakokban abszorbeáljon az elektron N_+ fotont, a fékező időszakokban pedig emittáljon N_- fotont. Ez esetben a közepes energiafelvétel

$$W = \hbar\omega(N_+ - N_-)$$

az energia-szórás pedig

$$\Delta W = \hbar\omega(N_+ + N_-)^{1/2}.$$

Ezek az összefüggések a kölcsönhatás közelebbi természetére való tekintet nélkül érvényesek, amint azt pusztán statisztikai megfontolások mutatják. Legyen az üregben a térerősség amplitúdója E_0 és az elektronoknak az üregben

megtett útja $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$, ezt az utat n egész periódus alatt tegyék meg. Ez esetben a gyorsító időszakban felvett W_+ , illetve a fékező időszakban leadott W_- energiára mondhatjuk:

$$W_+ < eE_0 \frac{\lambda}{2}, \quad W_- < eE_0 \frac{\lambda}{2},$$

tehát

$$N_+ = \frac{W_+}{\hbar\omega} < \frac{1}{2} \frac{2\pi c e E_0}{\hbar\omega^2}; \quad N_- = \frac{W_-}{\hbar\omega} < \frac{1}{2} \frac{2\pi c e E_0}{\hbar\omega^2}$$

és ezeket felhasználva

$$\Delta W_q = \hbar\omega(N_+ + N_-)^{1/2} < \hbar\omega \left(2\pi \frac{ceE_0}{\hbar\omega^2} \right)^{1/2} = (ceE_0\hbar)^{1/2} = 3 \cdot 10^{-13} E_0^{1/2} \text{ erg.}$$

$$\Delta W_q < 0.01 (E^*)^{1/2} \text{ eV.}$$

Itt példaképpen $\omega = 2\pi \cdot 10^{10}$ Hz értéket választottunk és E^* a térintenzitás amplitudójának mérőszáma V/cm egységekben. (Ha az üreget k -szorosára nyújtjuk, akkor a szórás $(k)^{1/2}$ -szorosára nő). Ez a közepes tereknél tized eV nagyságrendű szórás önmagában véve még nem lenne kicsi. Azonban az üregbe belépő elektronoknak eleve van egy néhány tized eV nagyságrendű sebességszórása, ahhoz tehát, hogy e mellett a kvantumos szórás kimutatható legyen, $E^* \sim 10^3$ V/cm nagyságrendű nagyfrekvenciás térintenzitás amplitudó szükséges. Ekkor azonban újabb elvi nehézség lép fel, u. i. klasszikus erőter esetén is létrejön szórás, mert a kísérletek kivitelekor nem tudjuk az elektronok belépési fázisát úgy megszabni, hogy energiafelvétel egyáltalán ne legyen, vagy egy meghatározott értékű legyen. (Kifogásolható, hogy *Smith* nem veszi figyelembe a belépő elektronok fázisbizonytalanságát és ezzel megsérti a bizonytalansági relációt. Az a fázisbizonytalanság, amit mi technikai okokból veszünk most figyelembe, még nagyobb, mint amekkorát a bizonytalansági reláció szab meg.) Azt kell megvizsgálni, hogy ha az üregen egy olyan elektronnyaláb megy át, amelyben az elektronok időben egyenletesen vannak elosztva, tehát a nagyfrekvenciás erőter minden fázisában lépnek be elektronok, akkor pusztán klasszikus megfontolások szerint milyen lesz a kilépő elektronok energiaszórása.

Legyen a térerősség az üreg középvonalában, ahol az elektron áthalad,

$$E = -E_0 \sin \omega t.$$

Így az elektron mozgásegyenlete

$$m\ddot{x}_e = eE_0 \sin \omega t.$$

Tehát a $t = t_0$ időben v_0 kezdősebességgel belépő elektronok sebessége az üregből való kilépéskor

$$\dot{x} = v_0 + \frac{eE_0}{m\omega} (\cos \omega t_0 - \cos \omega t).$$

Ha az üreg hossza λ és $v_0 = c/n$ (n egész szám), akkor az elektron nem n perióduson át, hanem t_0 -tól függően különböző ideig tartózkodik az üregben és kilépési sebesség $v \neq c/n$, hanem t_0 függvénye lesz. Ez tehát sebességszórás eredményez:

$$v = v_0 \left(1 \pm \alpha \frac{1}{v_0} \frac{eE_0}{m\omega} \right) = v_0 \left(1 \pm \alpha \frac{1}{4\pi n} \frac{U}{U_0} \right)$$

(U : a nagyfrekvenciás feszültség-amplitúdó, U_0 : a kezdősebességet adó egyenfeszültség.)

Meg lehet mutatni, hogy $U/U_0 < 1$ és n nagy értéke esetén $\alpha \sim \frac{U}{U_0}$, úgyhogy

$$\frac{\Delta v}{v_0} \sim \frac{1}{4\pi n} \left(\frac{U}{U_0} \right)^2.$$

Ha u. i. az elektron a d hosszúságú üregben nagyfrekvenciás tér nélkül k periódust tölt, vagyis $d = v_0(2\pi k/\omega)$, akkor az általa befutott út, mint az idő függvénye a mozgásegyenlet megoldásából ilyen alakra hozható:

$$x = v_0 \tau \left\{ 1 + \frac{1}{4\pi k} \frac{U}{U_0} \left[\cos \omega t_0 \left(1 - \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \right) + \sin \omega t_0 \frac{\sin^2 \frac{\omega \tau}{2}}{\omega \tau/2} \right] \right\} = v_0 \frac{2\pi}{\omega} k,$$

ha τ a tényleges tartózkodási idő, vagyis

$$\omega \tau \left\{ 1 + \frac{1}{4\pi k} \frac{U}{U_0} \left[\cos \omega t_0 \left(1 - \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \right) + \sin \omega t_0 \sin \frac{\omega \tau}{2} \right] \right\} < \omega \tau \left[1 + \frac{U/U_0}{2\pi k} \right],$$

mert

$$\frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} < 1 - \frac{\sin^2 \frac{\omega \tau}{2}}{\omega \tau} < 1 \quad \text{és} \quad |\cos \omega t_0 + \sin \omega t_0| < 2,$$

$$\omega \tau \left(1 + \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0} \right) > 2\pi k,$$

$$\frac{2\pi k}{1 - \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0}} > \omega \tau > \frac{2\pi k}{1 + \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0}},$$

$$2\pi k + \frac{U}{U_0} > \omega \tau > 2\pi k - \frac{U}{U_0}, \quad \text{ha} \quad \frac{1}{2\pi k} \frac{U}{U_0} \ll 1,$$

és

$$\cos \omega t - \cos \left(\omega t_0 \pm \frac{U}{U_0} \right) \sim \frac{U}{U_0}, \quad \text{ha} \quad \frac{U}{U_0} < 1.$$

A sebességszórásból származó, tehát klasszikus energiaszórás

$$\frac{\Delta W_k}{W_0} = 2 \frac{\Delta v}{v_0} = \frac{1}{2\pi n} \left(\frac{U}{U_0} \right)^2, \quad \Delta W_k = \frac{e}{2\pi n} \frac{U^2}{U_0} \sim \frac{10^{-3}}{\pi} \frac{U^2}{U_0^{1/2}} \text{ eV}.$$

Ez a klasszikus okból, a belépési fázis határozatlansága miatt fellépő energiaszórás a kvantumos szórás könnyen elfedi. Ezen úgy lehet csak segíteni, hogy $U(\sim E^*)$ értékét kicsire választjuk. Ekkor azonban a kvantumos szórás abszolút értéke lesz igen kicsi. A viszonyokat még csak rontja, hogy az üregbe

belépő elektronok sebessége sem szigorúan azonos, hanem az elektronágyú katódhőmérsékletétől függően eleve van egy kis sebességszórása. Éppen ezért az energiaszórás kimutatása észszerű méretek és feszültségek esetén az első pillanatban reménytelennek látszik, mert az elmondottak szerint a kvantumos effektust nem lehet a klasszikus fölött dominálóná tenni.

Az irodalomban mégis van egy közlemény [7], amely szerint a kvantumos energia szórását sikerült kimutatni. A kísérlet sikerének az az alapja, hogy a klasszikus és a kvantumos jelenség alapvetően eltérő módon nyilvánul meg, s ez teszi lehetővé a kettő elkülönítését, s a kisebb effektusnak a nagyobb mellett való kimutatását.

A kísérleti berendezés egy 10^4 eV energiájú elektronokat szolgáltató elektronágyúból áll, ebből jövő igen kis nyílású (0,004 rad) elektronnyaláb egy üregrezonátoron megy át az üregrezonátorbeli erőterrel párhuzamosan és ezután egy fékező téren át jut egy felfogó elektródára. Az elektronok az üregrezonátorban néhány egész periódusnyi időt töltenek. Az üregrezonátorban az erőternek nagy az amplitúdója. A kilépő elektronok klasszikus energiaszórását nagy belövési sebesség alkalmazásával sikerül kicsivé tenni az elektronok sebességének eredeti szórásához képest. A nagy amplitúdó viszont a kvantumos szórását teszi aránylag nagygyá. A kvantumos szórás mégis minden bizonnyal kisebb a klasszikusnál. Ennek ellenére érthető a kvantumos szórás kimutatásának a lehetősége. *Shulman* a fékező elektródára érkező elektronáram intenzitását méri a nagyfrekvenciás feszültség amplitúdójának függvényében. Erre nézve a következő formulát adja meg:

$$\frac{I}{I_0} = J_0 \left(i \frac{1}{4n\pi} \frac{eU^2}{U_0 kT} \right) \exp \left(\frac{1}{\pi} \frac{eU}{kT} \frac{h\nu}{kT} \right),$$

ahol I_0 az áramintenzitás nagyfrekvenciás erőter nélkül. A J_0 Bessel-függvényes tényező adja a klasszikus szórásból eredő áramot, az exponenciális tényező pedig a kvantumos szórásnak megfelelő. A klasszikus szórás t. i. valójában egy sebességmoduláció és a sebesség-modulált nyaláb alapharmonikusának intenzitása a moduláló feszültségből általában a 0-rendű Bessel-függvénnyel kifejezhető módon függ, a kvantumos szórás viszont a statisztikus, tehát az elektronok Maxwell-eloszlását változtatja meg és ezért kerül bele a statisztikus eloszlásra jellemző exponenciális kifejezésbe. Ha most a mérés eredményei alapján a

$$-\log \left[\frac{I}{I_0} J_0(r) \right], \quad \left(r = \frac{i}{4n\pi} \frac{eU^2}{U_0 kT} \right)$$

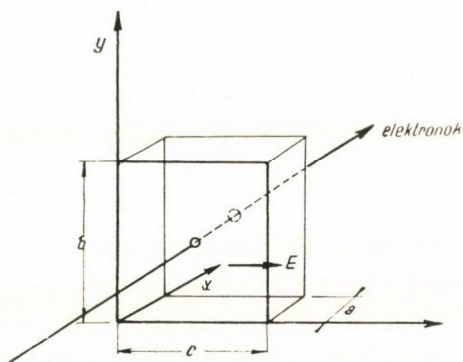
kifejezést ábrázoljuk az U nagyfrekvenciás amplitúdó függvényében, akkor a kétféle szórás hatása elválík. Ha kvantumos szórás nincs, akkor a kifejezés független U -tól, ha azonban kvantumos szórás van, akkor U -val lineárisan változik. Számszerű adatokat *Shulman* nem közöl ugyan, csupán azt állítja, hogy ezt a lineáris függést sikerült megtalálnia. Közleménye túlságosan rövid ahhoz,

hogy kísérletét és annak eredményét részletesebben lehetne tárgyalni. Mindenesetre igen érdekes a kétféle szórás szétválasztásának ez a módja, amellyel egy nagy effektus mellett megjelenő kisebb effektust állítólag ki tud mutatni.

A kvantumos energiafelvétel kimutatása irányszórás formájában

Tisztábbak a viszonyok akkor, ha a kvantumos szórást nem energiaszórás, hanem irányszórás alakjában próbáljuk kimutatni. Ismét csak egy szemléletes becslésre szorítkozva, tekintsünk téglalakú üregrezonátort. (3. ábra.) Egy ilyen üreg TE_{012} módusában az elektromos erőternek csak egy irányú komponense van és pedig mondjuk z -irányú:

$$E_z = E \sin \frac{2\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{b} y \cdot \sin \omega t,$$



3. ábra. Transzverzális erőterben mozgó elektronok tárgyalásához

ahol a és b az üreg x , illetve y irányú mérete és ω az üreg rezonanciafrekvenciája:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = \pi c \left(\frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^{1/2}.$$

Ha λ -t megszabjuk, akkor mindig találhatunk olyan üreget, hogy az erőterre merőlegesen az x irányban $v_0 = \frac{c}{n}$ ($n > 1$) kezdősebességgel belépő elektron $k > n$ egész periódust töltsön az üregben. T. i.

$$\frac{a}{v_0} = \frac{2\pi}{\omega} k, \quad (k = 1, 2, \dots)$$

vagyis

$$a = \frac{2\pi c}{\omega} \frac{k}{n} = \lambda \frac{k}{n} \quad \text{és}$$

$$b = \frac{\lambda}{2[1 - (n/k)^2]^{1/2}} = \frac{a}{2[(k/n)^2 - 1]^{1/2}} \quad (k/n > 1).$$

Mármost ebben az esetben

$$\frac{2\pi}{a}x = \frac{2\pi}{a}v_0(t-t_0) = \frac{\omega}{k}(t-t_0)$$

és az elektronra ható erő (legyen a belépés helyén $y=b/2$)

$$E_z = E_0 \sin \frac{\omega}{k}(t-t_0) \sin \omega t.$$

A z irányú elmozdulást meghatározó mozgásegyenlet tehát:

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= -\frac{e}{m}E_0 \sin \omega t \sin \frac{\omega}{k}(t-t_0) = \\ &= \frac{eE_0}{zm} \left\{ \cos \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k}\right)t - \frac{1}{k}t_0 \right] - \cos \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k}\right)t + \frac{1}{k}t_0 \right] \right\}, \\ \dot{z} &= \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k}\right)t - \frac{1}{k}t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\} - \\ &- \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 - \frac{1}{k}\right)t + \frac{1}{k}t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\}. \end{aligned}$$

Mivel a kilépés időpontja $t=t_0+2\pi k/\omega$, a kilépéskor a sebesség z -komponense:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k-1)] - \sin \omega t_0 \} - \\ &- \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k-1)] - \sin \omega t_0 \}. \end{aligned}$$

Ha — mint kikötöttük — k egész szám, akkor $\dot{z} = 0$, vagyis független a belépési fázistól. Amennyiben fellép z -irányú sebességszórás, az *csak a kvantumos energiaszórás következménye*.

A kilépő elektron energiája $E = (1/2)mv_0^2 + (1/2)mv_z^2$. v_0 irányú tér nincs, az energia szórása tehát csak $v_z = \dot{z}$ szórása folytán jöhet létre:

$$\Delta W = \frac{1}{2}m(\Delta v_z)^2.$$

Ez az egyenlet Δv_z kiszámítását lehetővé teszi ΔW ismeretében. Ebből viszont

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta v_z}{v_0}$$

összefüggés alapján a kirepülő elektronok irányaszórása is meghatározható.

Hogy $\Delta\varphi$ -t meghatározhassuk, becsüljük meg ΔW -t. Az előbbi jelöléseket használva

$$W_+ \sim W_- \sim \frac{1}{2} e E \bar{v}_z T,$$

ahol T az üregben tartózkodási ideje: $T \sim 2\pi k/\omega$. Így

$$N_+ \sim N_- \sim \frac{e^2 E \bar{v}_z}{\hbar \omega^2} \pi k \left(\text{u. i. } N_+ = \frac{W_+}{\hbar \omega}, N_- = \frac{W_-}{\hbar \omega} \right).$$

\dot{z} pontos alakjából látható, hogy ennek nagyságrendje

$$\bar{v}_z \sim \frac{e E}{m \omega},$$

tehát

$$\Delta W = \hbar \omega (N_+ + N_-)^{1/2} \sim e E_0 \left(\frac{\hbar k}{m \omega} \right)^{1/2}.$$

Ebből az irányszórás:

$$\Delta\varphi_q = \frac{\Delta v_z}{v_0} = \frac{n}{c} \Delta v_z; \quad \Delta W = \frac{1}{2} m (\Delta v_z)^2 \sim e E_0 \left(\frac{\hbar k}{m \omega} \right)^{1/2},$$

tehát

$$(\Delta\varphi_q)^2 = \frac{n^2 2 e E_0}{c^2 m} \left(\frac{\hbar k}{m \omega} \right)^{1/2},$$

vagyis

$$\Delta\varphi_q = \frac{2^{1/2} n k^{1/4} e^{1/2} \hbar^{1/4}}{c m^{3/4} \omega^{1/4}} E_0^{1/2} \sim 10^{-4} E^{*1/2} \text{ rad},$$

ha példaképpen: $\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ Hz}$, $n = 5$, azaz $v_0 = 10 \text{ kV}$, $k = 10$.

A kikötött feltételek mellett tehát, vagyis ha valamennyi elektron sebessége szigorúan egyenlő és a fénysebességnek meghatározott tört része, akkor irányszórás kizárólag az erőter kvantumos természete miatt lép fel. Reális kísérletnél azonban megnehezíti ennek az effektusnak a kimutatását néhány zavaró körülmény.

Mint ismeretes, egy nagyfrekvenciás erőterre merőlegesen mozgó elektron egész számú periódus után az erőteret elhagyva az eredeti irányával párhuzamosan, de az eredetitől eltolt pályán mozog. Tehát egy párhuzamosan belépő elektronnyaláb az adott feltételek között a nagyfrekvenciás tér után is párhuzamos lesz, de a nyaláb keresztmetszete széthúzódik. Ismét csak durva becslést alkalmazva, a következőket mondhatjuk. Az elektron a belépési irányára merőleges irányban az eredeti pályájától

$$z = \int_{t_0}^t \dot{z}(t') dt'$$

értékkel eltolt pályán fog továbbmozogni, \dot{z} értékét fentebb már pontosan

kiszámoltuk, integrálásakor lényegében $\sin \omega t$ alakú függvényeket kell integrálni, ez $(-1/\omega) \cos \omega t$ -t ad, tehát a lényeges egy $1/\omega$ szorzó fellépte lesz. Ugyancsak integrálnunk kell állandókat is. Ennek integrálja $t - t_0 = 2\pi k/\omega$, itt is lényegében egy $1/\omega$ szorzó határozza meg a nagyságrendet. Így a várható szét-húzódnás nagyságrendje

$$\Delta z \sim \frac{eE_0}{m\omega^2}$$

lesz. Számszerű adatokat behelyettesítve látható, hogy ez $0.001 E^* \mu$ nagyságrendű. A mikrohullámú térből való kilépés után mindig van kellő szabad út, hogy az elektronok $\Delta\varphi_q$ -ból adódó széttartása ezt legyőzze (a szükséges út: $x > \Delta z/\Delta\varphi_q$).

Lényegesen nagyobb probléma az, hogy az elektronok kezdősebessége a katódból való kilépéskor nem zérus és így az üregbe belépő elektronok sem szigorúan egyenlő sebességűek. Ez a kezdeti sebességszórás már most azt eredményezi, hogy az elektronoknak az üregben való tartózkodási ideje nem lévén egyenlő, pusztán klasszikus alapon is kapunk irányyszórást.

Tegyük fel, hogy $v = v_0(1 + \varepsilon)$, ekkor

$$\frac{a}{v} = \frac{a}{v_0} \frac{1}{1 + \varepsilon} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{k}{1 + \varepsilon}.$$

Legegyszerűbben úgy járhatunk el, ha az előzőleg \dot{z} -ra kapott képletben $1/k$ helyébe mindenütt $(1/k)(1 + \varepsilon)$ -t teszünk. Ekkor

$$\begin{aligned} \dot{z} = & \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 + \frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)t - \left(\frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\} - \\ & - \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k} - \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin \omega \left[\left(1 - \frac{1}{k} - \frac{\varepsilon}{k}\right)t + \left(\frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)t_0 \right] - \sin \omega t_0 \right\}. \end{aligned}$$

Az elektron az üreget $t - t_0 \sim \frac{2\pi}{\omega} k(1 - \varepsilon)$ idő alatt futja át, tehát a kilépés t pillanatában a z -irányú sebesség:

$$\begin{aligned} v_z = & \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k+1) - 2\pi\varepsilon(k+\varepsilon)] - \sin \omega t_0 \right\} - \\ & - \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k} - \frac{\varepsilon}{k}\right)} \left\{ \sin [\omega t_0 + 2\pi(k-1) - 2\pi\varepsilon(k-\varepsilon)] - \sin \omega t_0 \right\}. \end{aligned}$$

Mivel az elektronok kezdősebességének a szórása kicsi, $\varepsilon \ll 1$, sorfejtést használhatunk ε szerint és az ε -ban elsőrendű taggal megelégedhetünk. Így (k egész szám lévén):

$$\begin{aligned}
 v_z &= \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 + \frac{1}{k}\right)} \{\sin(\omega t_0 - 2\pi k\varepsilon) - \sin \omega t_0\} - \\
 &- \frac{eE_0}{2m\omega \left(1 - \frac{1}{k}\right)} \{\sin(\omega t_0 - 2\pi k\varepsilon) - \sin \omega t_0\} \sim \\
 &\sim -\frac{eE_0}{2m\omega} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{k}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{k}} \right) 2\pi k\varepsilon \cos \omega t_0 = \frac{2\pi k^2\varepsilon}{k^2 - 1} \frac{eE_0}{m\omega} \cos \omega t_0.
 \end{aligned}$$

Az ebből a belépési sebességszórásból adódó klasszikus irányszórás nagyságrendben:

$$\Delta\varphi_k \sim 2\pi n \frac{eE_0}{m\omega c} \varepsilon.$$

Nyilvánvaló, hogy a kvantumos szórás csak abban az esetben tudjuk kimutatni, ha ez nagyobb a klasszikus szórásnál. Ha képezzük a kétféle szórás arányát, látható, hogy ezt a feltételt elég könnyű teljesíteni:

$$\frac{\Delta\varphi_q}{\Delta\varphi_k} = \frac{k^{1/4}}{\pi(2)^{1/2}} \frac{(hm\omega^3)^{1/4}}{e^{1/2}} E_0^{-1/2} \varepsilon^{-1}.$$

A konstansok értékeit is beírva, ismét 3 cm-es hullámhosszat véve:

$$\frac{\Delta\varphi_q}{\Delta\varphi_k} \sim E^{*-1/2} \varepsilon^{-1}.$$

Ha csak 1 $\frac{0}{00}$ -re homogén az üregbe belépő elektronok sebessége, akkor

$$\frac{\Delta\varphi_q}{\Delta\varphi_k} \sim 1000 E^{*-1/2}.$$

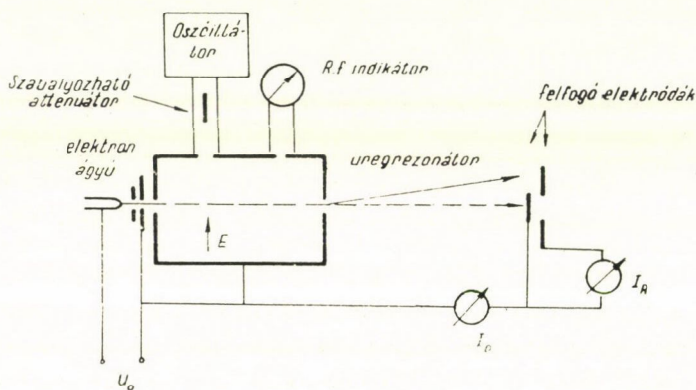
Ez az eredmény is tehát azt mutatja, hogy a kvantumos szórás az adott kísérleti feltételek mellett kimutatható. Még egy kérdést azonban meg kell fontolnunk. Az eddigiekben csak különböző effektusok viszonyát vizsgáltuk, meg kell néznünk azonban azt is, hogy abszolút értékben mekkora elmosódást jelent a felfogó ernyőn a nagyfrekvenciás térben létrejövő irányszórás. E tekintetben már elég súlyos a helyzet. Ha az elektronnyaláb intenzitását kicsire vesszük, akkor megfelelő elektronlencse segítségével a nyalábot könnyű párhuzamossá, sőt összetartóvá tenni, azonban a nyaláb által egy ernyőn hagyott folt keresztmetszetének mm nagyságrend alá való szorítása csak különleges elektronoptikai rendszerrel érhető el (pl. olyannal, amelyet elektronmikroszkópokban, főleg rászter mikroszkópokban használnak). Ha az üreg után az elektronnyaláb útját 50 cm-re szabjuk meg, akkor a nyaláb szórás okozta kiszélesedése

$$l\Delta\varphi_q \sim 50 \cdot 10^{-4} E^{*1/2} \text{ cm} = 0,05 E^{*1/2} \text{ mm}.$$

Ez első pillanatban közepes tereknél közönséges elektronoptikával alig látszik kimutathatónak.

Gondoljuk meg azt is, hogy az elektronok kezdősebességének statisztikus eloszlása miatt a nyaláb valójában nincsen élesen körülhatárolva, hanem a nyalábban az áramsűrűség a nyaláb tengelyétől számított távolság függvényében Gauss-féle eloszlást mutat. Ha a teljes nyalábáram I_T , akkor nagyfrekvenciás tér nélkül egy R sugarú körön mérhető áram

$$I_0 = I_T \exp \left[- \left(\frac{R}{r_0} \right)^2 \right].$$



4. ábra. Az irány-szórás vizsgálatára használandó berendezés elvi vázlata

A vizsgált effektus ennek a Gauss-eloszlásnak a kiszélesedését adja, tehát az intenzitás (feltéve, hogy az irányszórás valószínűségi eloszlása is Gauss-féle, ami a becsléseink pontosságáig megengedhető) ismét a R sugarú körön kívül:

$$\frac{I}{I_0} = 1 + 2 \left(\frac{R}{r_0} \right)^2 \frac{\delta r_0}{r_0}, \quad \delta r_0 = l \cdot \Delta \varphi_q.$$

A kiszélesedés a nyaláb tengelyétől távoli helyeken a jelentősebb, tehát a nyaláb áramának a mérésekor akkor mutatható ki jól, ha az árammérésből a nyaláb tengelyének környezetében haladó elektronokat kirekesztjük. Tekintsünk ismét egy számpéldát.

$I_T = 10^{-4}$ A esetén $I_0 = 10^{-8}$ A igen jól mérhető, ez $\left(\frac{R}{r_0} \right)^2 = \frac{\log(I_r/I_0)}{\log e} \sim \sim 10$ értéket enged meg. Legyen $r_0 = 1$ mm és $l = 10$ cm, akkor a korábbiak szerint:

$$\frac{\delta r_0}{r_0} = \frac{l \Delta \varphi_q}{r_0} \sim 0.01 E^{*1/2}, \quad \text{tehát} \quad \frac{I}{I_0} \sim 1 + 0.1 E^{*1/2}.$$

Elteltekintve attól, hogy a korábban mondottak szerint a klasszikus szórás a kvantumos mellett elhanyagolhatóan kicsivé tehető, egy ilyen áramméréssel az is megmutatható, hogy valóban kvantumos szórással van dolgunk, mert

ebben az esetben a nagyfrekvenciás tér amplitudójától az áramintenzitás logaritmus a négyzetgyökösén függene, szemben a klasszikus effektussal, ami lineáris összefüggést kell, hogy eredményezzen.

A mérési feladatnak tehát abban kell állnia (4. ábra), hogy adott frekvencia mellett különböző amplitudóval gerjesztett üregeken az erőterre merőleges irányban küldünk át elektronokat, amelyek az üregbe jól meghatározott sebességgel lépnek be. Ha a kilépő nyalábban az áramsűrűség, illetve a nyaláb periferiájának mérhető áram intenzitása a gerjesztési amplitudó négyzetgyökével változik, akkor ez az eredmény egészen kétségtelenül közvetlenül mutatja, hogy az üregben levő erőter diszkrét energiakvantumokból áll.

Kvantumos jelenségek váltóáramú rezgőkörökben

Az elektromágneses tér kvantumozásának egy közvetett megnyilvánulására mutatott rá egymástól függetlenül Ginsburg [8] és Callen, Welton [9], Weber [10]. Mivel a rezgőkörökben folyó áram- és feszültségváltozások kialakításában döntő szerep jut az áram által keltett mágneses térnek, az áram- és feszültségváltozást vezérlő tér kvantumozásának meg kell nyilvánulnia a rezgőkörökben lefolyó jelenségekben is. A számítások szerint a kvantumozás jelleg itt is egy zaj-jelenséget létesít, amely a Johnson-zajhoz hasonló jellegű, de függ a sajátrezgés frekvenciájától is. A jelenség kimutatására csak egész alacsony hőmérsékleten ($kT \leq h\nu$) végzett pontos zaj-mérésekkel volna lehetőség.

Függelék

Smith idézett cikkében meghatározza az álló elektromágneses hullámot tartalmazó üregeken áthaladó elektron energiafelvételének középértékét és az energiafelvételben mutatkozó szórást. A fotonemisszió és abszorpció törvényeire vonatkozó egyszerű statisztikus feltevés alapján a közepes energiafelvétel

$$W = \hbar \omega (N_+ - N_-),$$

az energiaszórás pedig

$$\Delta W = \hbar \omega (N_+ + N_-)^{1/2}.$$

Itt N_+ a gyorsító időszakok alatt középértékben abszorbeált kvantumok száma. Ez az időegység alatt bekövetkező abszorpció W_+ valószínűségével a következő kapcsolatban áll:

$$N_+ = \int_{(+)} w_+ dt.$$

Az integráció a gyorsítási időtartamokra terjesztendő ki. Ugyanúgy N_- a fékező időszakokban emittált fotonszám középértéke. Ha w_- az emisszió időegység alatt való bekövetkezésének valószínűsége, akkor

$$N_- = \int_{(-)} w_- dt.$$

A kvantumelektrodinamikai számítás egyszerűsítő feltevések nélkül nem végezhető el. Ha Smith feltevései megengedettek, — vagy ha w_+ és w_- értékét a korrespondencia-elv alapján határozzuk meg, — kapjuk:

$$w_+ = -\frac{2e}{mc} \overline{\mathfrak{A}_\omega} \mathfrak{p} \left(\frac{n_0}{2\hbar\omega} \right)^{1/2} \sin \omega(t-t_0) \text{ olyan } t\text{-kre, ahol } \varepsilon > 0.$$

$$= 0 \quad \text{olyan } t\text{-kre, ahol jobboldal} \\ < 0 \text{ volna.}$$

$$\text{Ugyanígy } w_- = \frac{2e}{mc} \overline{\mathfrak{A}_\omega} \mathfrak{p} \left(\frac{n_0}{2\hbar\omega} \right)^{1/2} \sin \omega(t-t_0) \text{ olyan } t\text{-kre, ahol jobboldal } > 0.$$

$$= 0 \quad \text{olyan } t\text{-kre, ahol jobboldal } < 0.$$

Itt az egyes jelek jelentése a következő:

\mathfrak{A}_ω az állóhullám térbeli alakját meghatározó, csak térkoordinátáktól függő, $4\pi c^2$ -re normált hullámfüggvény. Ez az $\mathfrak{A}(r, t)$ vektorpotenciállal a következő kapcsolatban áll:

$$\mathfrak{A}(r, t) = q(t) \mathfrak{A}_\omega(r), \quad \int \mathfrak{A}_\omega^2 dx dy dz = 4\pi c^2.$$

$\overline{\mathfrak{A}_\omega} \mathfrak{p}$ a következő kifejezés:

$$\overline{\mathfrak{A}_\omega} \mathfrak{p} = \int \psi^* \mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p} \psi dx dy dz,$$

ahol ψ az üregeen áthaladó elektron állapottfüggvénye, \mathfrak{p} az impulzusoperátor,

$$\mathfrak{p} = \frac{\hbar}{i} \text{ grad}$$

n_0 jelenti az üregeben jelenlevő mikrohullámú sugárzást alkotó fotonok (átlagos) számát. Értéke egyszerűen az

$$n_0 \hbar \omega = \frac{1}{8\pi} \int (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) dx dy dz$$

egyenletből határozható meg.

Mivel az elektron impulzusa már klasszikus okokból is

$$\Delta p \sim m \frac{c}{n} \varepsilon \sim \frac{mc}{1000}$$

nagyságú szórást mutat, fel lehet tételezni, hogy az elektront reprezentáló hullámcsomag kiterjedése jóval nagyobb, mint az elektron Broglie-hullámhossza, de még mindig kicsiny az elektromágneses tér hullámhosszához képest. Ezért

$$\overline{\mathfrak{A}_\omega} \mathfrak{p} = \int \psi^* \mathfrak{A}_\omega \mathfrak{p} \psi dx dy dz \sim \mathfrak{A} \int \psi^* \mathfrak{p} \psi dx dy dz = m v \mathfrak{A}$$

alakban írható, ahol \mathfrak{A} alatt a következőkben a fent bevezetett $\mathfrak{A}_\omega(r)$ függvénynek az elektron helyén vett értékét, v alatt az elektron tömeg közép-pontjának sebességét értjük.

Egyszerű integrálással belátható, hogy az általunk javasolt rezgésformánál a $4\pi c^2$ -re normált hullámfüggvény a következő alakú:

$$\mathfrak{U}_\omega = e_z \left(\frac{16\pi c^2}{V} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{a} y.$$

Így $y = \frac{b}{2}$ magasságban áthaladó elektronra:

$$\overline{\mathfrak{U}_\omega p} = m v \mathfrak{U} = \left(\frac{16\pi c^2}{V} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi}{a} x \cdot m \dot{z}(t).$$

x most az elektron helyét jelenti, tehát $x = v_0 t$, ha az elektron $t = 0$ -kor lépett be.

$$\overline{\mathfrak{U}_\omega p} = m \left(\frac{16\pi c^2}{V} \right)^{1/2} \sin \frac{2\pi}{a} v_0 t \dot{z}(t).$$

w_+ és w_- felírt alakjában a tér fázisát határozatlanul hagytuk azáltal, hogy $\sin \omega(t - t_0)$ -t írtunk. Ez azt jelenti, hogy a $\Delta \Phi \cdot \Delta n_0 > 1$ határozatlansági reláció a fotonszám és fázis közt kielégül. (Hogy Smith a tér fázisát $t_0 = 0$ véve meghatározza, azt Gábor Dénes kifogásolja.)

Számítsuk ki n_0 -t. Mivel az általunk javasolt rezgéstípusnál \mathfrak{E} ilyen alakú:

$$\mathfrak{E} = e_y E_0 \sin \omega(t - t_0) \sin \frac{2\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y,$$

$$n_0 = \frac{1}{\hbar \omega} \cdot \frac{1}{4\pi} \int_0^c \int_0^b \int_0^a \mathfrak{E}^2 dx dy dz = \frac{E_0^2 V}{16\pi \hbar \omega} \sin^2 \omega(t - t_0).$$

Számítsuk ki ezek után az energiaszórást:

$$\begin{aligned} \Delta W &= \hbar \omega (N_+ + N_-)^{1/2} = \hbar \omega \left(\int_{(+)} w_+ dt + \int_{(-)} w_- dt \right)^{1/2} = \\ &= \hbar \omega \left[\int_0^{a/v_0} \left| \frac{2e}{mc} \overline{\mathfrak{U}_\omega p} \left(\frac{n_0}{2\hbar \omega} \right)^{1/2} \sin \omega(t - t_0) dt \right| \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

U. i. ha abszolút érték alatti szám pozitív, $= w_-$, ha negatív, $= -w_+$, így az integrál kiadja $N_+ + N_-$ -t. — Helyettesítsük be $\mathfrak{U}_\omega p$ és n_0 fent meghatározott értékét. Kapjuk:

$$\left(\frac{\Delta W}{\hbar \omega} \right)^2 = \frac{2^{1/2} e E}{\hbar \omega} \int_0^{a/v_0} \left| \dot{z}(t) \sin \frac{2\pi}{a} v_0 t \sin^2 \omega(t - t_0) \right| dt.$$

Írjuk be ide $\dot{z}(t)$ régebben meghatározott alakját. Kapjuk:

$$\left(\frac{\Delta W}{\hbar \omega} \right)^2 = \frac{e^2 E^2}{m \hbar \omega} \int_0^{a/v_0} F(t) dt,$$

ahol

$$F(t) = \frac{1}{2^{1/2}} \sin \frac{\omega}{k} t \cdot \sin^2 \omega (t - t_0) \left[\frac{\sin \omega \left(1 + \frac{1}{k}\right) t}{1 + \frac{1}{k}} - \frac{\sin \omega \left(1 - \frac{1}{k}\right) t}{1 - \frac{1}{k}} \right].$$

$|F(t)|$ integrálása az abszolút érték miatt nem könnyű feladat. Annyi azonban látszik, hogy $\omega t = \tau$ helyettesítéssel, $\omega t_0 = \tau_0$ írva egyszerűsödik a helyzet:

$$\left(\frac{\Delta W}{\hbar \omega}\right)^2 = \frac{e^2 E^2}{m \hbar \omega^3} \int_0^{2\pi K} |F(\tau)| d\tau,$$

ahol $F(\tau)$ már a térerősséget nem tartalmazza, csak k -t és τ_0 -t:

$$F(\tau) = \frac{1}{2^{1/2}} \sin \frac{\tau}{k} \cdot \sin^2 (\tau - \tau_0) \cdot \left[\frac{\sin \left(1 + \frac{1}{k}\right) \tau}{1 + \frac{1}{k}} - \frac{\sin \left(1 - \frac{1}{k}\right) \tau}{1 - \frac{1}{k}} \right].$$

$F(\tau)$ egységnyi nagyságrendű, amely az egységnyi nagyságrendű k -tól függ. Így az

$$\frac{1}{k} \int_0^{2\pi k} |F(\tau)| d\tau = G(\tau_0)$$

is egységnyi nagyságrendű kifejezés lesz. Az energiaszórásra kapjuk

$$\Delta W = eE \left(\frac{\hbar k}{m \omega}\right)^{1/2} \left[\frac{1}{k} \int_0^{2\pi k} |F(\tau)| d\tau \right]^{1/2}$$

Eredményünk megegyezik a szemléletes becslés eredményével, csak most azt az egységnyi nagyságrendű faktort, amit ott nem ismertünk, konkrét alakban megkaptuk. Ez függ a v_0 sebességétől k -n keresztül, valamint a belépés $\tau_0 = \omega t_0$ fázisától. Mérhető csak a fázisra közepelt érték.

$$\gamma_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{k} \int_0^{2\pi k} |F(\tau)| d\tau \right]^{1/2} d\tau_0$$

jelöléssel kapjuk végül:

$$\Delta W = \gamma_k eE \left(\frac{\hbar k}{m \omega}\right)^{1/2}.$$

Itt γ_k a k -tól függő, fentiek által meghatározott egységnyi nagyságrendű kifejezés.

* * *

Köszönettel tartozunk Németh Judit fizikusjelöltnek, aki a számítások elvégzésében segítségünkre volt.

IRODALOM

1. Dicke, R. H.: Rev. Sci. Instr. 17, 268, 1946.
2. Vavilov, Sz. I.: A fény mikrostrukturája. (s. a. az Akad. Kiadónál.)
3. Pirenne, M. H.: Vision and the Eye. London, 1948. (The Pilot Press Ltd.)
4. Összefoglaló közlemény: Jankovich L.: Magy. Híradástechnika, 4, 71, 1953.
5. L. pl.: Pound, R. V.: Rev. Sci. Instr. 17, 940, 1946.
6. Smith, L. P.: Phys. Rev. 69, 195, 1946.
7. Ward, J. C.: Phys. Rev. 80, 119, 1950.
8. Shulman, C.: Phys. Rev. 82, 116, 1951; 83, 4, 1951.
9. Senitzky: Phys. Rev. 86, 595, 1952; 90, 386, 1953.
10. В. Л. Гинзбург: Ч. Ф. Н. 46, 349, 1952.
11. Callen, H. B.; Welton, T. R.: Phys. Rev. 83, 34, 1951.
12. Weber: Phys. Rev. 90, 977, 1953.
13. Gábor, D.: Phil. Mag. 41, 1172, 1950.

TANULMÁNYOK A KASZKÁDELMÉLETRŐL

JÁNOSSY LAJOS
akadémikus

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest
Kozmikus Sugárzási Osztály

II. RÉSZ

15. §. Az első részben általános módszereket ismertettem a kaszkádokat leíró generátorfüggvény meghatározására. A (26) vagy (32) G -egyenletek egyértelműen meghatározzák a G -függvényeket, feltéve, hogy az „ütközés nélküli áthatolás” függvénye, a φ függvény, és az ütközési hatáskeresztmetszetek ismertek. Valóban, a G -egyenletek meghatározzák egyrészt az $x=0$ mélységre vonatkozó értékeket, másrészt legalább is elvben lehetővé teszik a G -függvények értékeinek minden más x -re való meghatározását is, lépésről-lépésre való integrálás útján. Bár ez a lépésről-lépésre való integrálás elvben lehetséges, gyakorlatilag ebben az általános alakban nem vihető keresztül, mert a G -függvényben nagyszámú változó szerepel, viszont a G -egyenletek olyan alakúak, hogy az integrálást egyszerre az összes változók minden értékére lehet csak végrehajtani. Egy ilyen numerikus számítás keresztülvitelét megakadályozza a vele kapcsolatos munka óriási mennyisége.

E nehézség ellenére a G -egyenleteknek figyelemreméltó gyakorlati jelentőségük van. A G -egyenletekből ugyanis az eloszlás különféle momentumaira vonatkozó egyenleteket vezethetünk le, ezeknek a momentumoknak kiszámítása pedig már nem jelent leküzdhetetlen gyakorlati nehézséget.

A G -egyenletekből az ilyen momentumokra levezethető egyenletek túlnyomórészt ekvivalensek azokkal, amelyeket különböző szerzők speciális megfontolások útján egyenként már levezettek. Módszerünknek az az előnye, hogy olyan általános keretet ad, amely magában foglalja a korábbi eredmények legtöbbjét és ezeket egységes szempont szerint származtatja le.

„Az ütközés nélküli áthatolás” eloszlása

16. §. A következőkben megadjuk a $\varphi(\mathfrak{F}, \mathfrak{F}'; x)$ -re szóló explicit kifejezéseket, vagyis megadjuk a valószínűségét annak, hogy egy \mathfrak{F} primér x úton nem ütközik katasztrofálisan, és olyan módon szóródik, hogy x mélységben \mathfrak{F}' közelében van.

A diffúziós egyenlet a következőképpen írható fel:

$$\frac{\partial \varphi(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'; x)}{\partial x} = - \left(\alpha(\tilde{\delta}) + \int_{\tilde{\delta}''} w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') d\tilde{\delta}'' \right) \varphi(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'; x) + \\ + \int_{\tilde{\delta}''} w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') \varphi(\tilde{\delta}'', \tilde{\delta}'; x) d\tilde{\delta}'', \quad (33)$$

ahol $w(\tilde{\delta}'', \tilde{\delta}') dx$ a valószínűsége a dx úton való nem-katasztrofális $\tilde{\delta}'' \rightarrow \tilde{\delta}'$ állapotváltozásnak. Feltesszük, hogy ennek a változásnak csak akkor van számottevő valószínűsége, ha kicsiny.

A (33) egyenletet írhatjuk más alakban is, nevezetesen:

$$\frac{\partial \varphi(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'; x)}{\partial x} = - \alpha(\tilde{\delta}) \varphi(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'; x) + \\ + \int_{\tilde{\delta}''} \{ w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') \varphi(\tilde{\delta}'', \tilde{\delta}'; x) - w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') \varphi(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'; x) \} d\tilde{\delta}''. \quad (34)$$

Mivel w csak $\tilde{\delta}'' \sim \tilde{\delta}$ -re számottevő nagyságú, φ -t kifejtethetjük $\tilde{\delta}'' - \tilde{\delta}$ hatványai szerint és így a (34)-ben szereplő integrálra a következő kifejezést kapjuk:

$$\int_{\tilde{\delta}''} = \frac{\partial \varphi}{\partial F} \int (F'' - F) w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') d\tilde{\delta}'' \\ + \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \int (Z'' - Z) w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') d\tilde{\delta}'' \\ + \frac{\partial \varphi}{\partial A} \int (A'' - A) w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') d\tilde{\delta}'' \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial A^2} \int (A'' - A)^2 w(\tilde{\delta}, \tilde{\delta}'') d\tilde{\delta}'' \\ + \text{magasabbrendű tagok.}$$

Ha feltesszük, hogy w az A, A'' változókra vonatkozólag szimmetrikus, akkor $\frac{\partial \varphi}{\partial A}$ szorzója nulla, φ -nek A -tól való függését tehát a második momentum szabja meg. A többi integrálok a fizikai jelentőségükből határozhatók meg. $\frac{\partial \varphi}{\partial F}$ szorzója a folytonos energiavesztés mértéke, tehát $-0(F)$ -fel egyenlő. (Elhanyagoljuk azt a körülményt, hogy $-0(F)$ a részecske energiavesztésének a *mozgás irányában* vett mértéke és ezért a dx rétegben elszenvedett veszteség $-0(F) dx / \cos \vartheta$, nem pedig egyszerűen $-0(F) dx$).

A $\frac{\partial \varphi}{\partial Z}$ szorzója egyszerűen A , mivel az átlagos dZ szóródás dx úton $A dx$, ha a kezdeti irány A volt. $\frac{\partial \varphi}{\partial A}$ szorzója szimmetria miatt nulla (csak olyan

kis szögeket veszünk figyelembe, amelyeknél $\vartheta \sim \operatorname{tg} \vartheta = A$). Végül $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial A^2}$ szorozója a szög szerinti szóródás négyzetes középértékének mértéke, ez a mennyiség az energiától függ és a szóródás elméletéből ismeretes. Egyenletünk tehát a következő lesz:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\alpha(F)\varphi + A \frac{\partial \varphi}{\partial Z} - 0(F) \frac{\partial \varphi}{\partial F} + \frac{1}{2} \sigma^2(F) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial A^2}. \quad (35)$$

Mindegyik hatáskeresztmetszetben F -et írtunk δ helyett; ez az $1/\cos \vartheta$ szorzó elhanyagolásának felel meg, úgyhogy F használata ismét azt a feltevést tartalmazza, hogy csak kis szóródási szögek vannak.

17. §. A tárgyalást a (35) egyenlet megoldásával folytatjuk. Ebben az egyenletben katasztrofális ütközésnek megfelelő tagok és a folytonos energia-vesztésnek megfelelő tagok szeparálhatók. Írhatjuk ugyanis, hogy

$$\varphi(\delta, \delta'; x) = \varphi(F, x) \psi(A, Z; A', Z'; x) \delta(F(x) - F),$$

ahol $\varphi(F, x)$ a (8) egyenlettel adott függvény, a δ -függvény pedig leírja az energia folytonos változását [elhanyagoltuk az energiavesztés ingadozását, mert elhanyagoltuk az F magasabb deriváltjait tartalmazó tagokat]. ψ -re a a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = A \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \sigma^2(x) \frac{\partial^2 \psi}{\partial A^2}, \quad (36)$$

ahol $\sigma(x)$ -et írtunk $\sigma(F(x))$ helyett. A (36) egyenlet A kezdeti irányának és Z kezdeti szóródásnak megfelelő normált megoldása a következő formulából határozható meg:

$$\psi(A, Z; A', Z'; x) = \psi_0(A'', Z'', x), \quad (37)$$

ahol

$$\begin{aligned} A'' &= A' - A, \\ Z'' &= Z' - Z - xA; \end{aligned} \quad (38)$$

A'' a részecske irányának megváltozása, Z'' a részecske szóródása a kezdeti irányhoz mint tengelyhez képest: mindkét mennyiség a koordinátaválasztástól független; a ψ_0 függvényre szóló explicit kifejezés pedig a következő:

$$\psi_0(A'', Z'', x) = \frac{1}{4\pi\sqrt{A}} \exp \left\{ -\frac{\alpha_1 A''^2 - 2\alpha_2 A'' Z'' + \alpha_3 Z''^2}{4A} \right\}, \quad (39)$$

$$A = \alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2^2; \quad \alpha_k = \frac{1}{2} \int_0^x (x-x')^{3-k} \sigma^2(x') dx', \quad k = 1, 2, 3.$$

Abban a különleges esetben, amikor $\sigma^2(x) = \text{const.} = \sigma^2$, azt kapjuk, hogy

$$\alpha_1 = \frac{\sigma^2}{6} x^3, \quad \alpha_2 = \frac{\sigma^2}{4} x^2, \quad \alpha_3 = \frac{\sigma^2}{2} x, \quad A = \frac{\sigma^2}{48} x^4, \quad (40)$$

így tehát

$$\psi_0(A'', Z'', x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi \sigma^2 x^2} \exp \left\{ -\frac{2}{\sigma^2} \left(\frac{A''^2}{x} - \frac{3A''Z''}{x^2} + \frac{3Z''^2}{x^3} \right) \right\}. \quad (41)$$

A (41) formulát Fermi adta meg (Rossi és Greisen [3] idézik).

Későbbi alkalmazásokra való tekintettel felírjuk ψ_0 -nak A'' és Z'' szerinti Laplace-transzformáltját:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}\{\psi_0(x)\} &\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\mu A'' - \nu Z'') \psi_0(A'', Z'', x) dA'' dZ'' \\ &= \exp\{\alpha_3 \mu^2 + 2\alpha_2 \mu \nu + \alpha_1 \nu^2\}. \end{aligned} \quad (42)$$

Összefoglalva az eredményeket, ha kis szóródási szögekre szorítkozunk, akkor az ütközés nélküli áthatolás függvénye a következőképpen írható:

$$\varphi(\mathfrak{F}, \mathfrak{F}'; x) = \varphi(F, x) \delta(F(x) - F) \psi_0(A' - A, Z' - Z - Ax, x), \quad (43)$$

ahol $\varphi(F, x)$ explicit kifejezését a (8) egyenlet, ψ_0 -ét pedig (39) adja meg.

18. §. Látni fogjuk, hogy a G -egyenletek alkalmasak arra, hogy G -nek (vagy deriváltjainak) a primér részecske szóródását megadó paraméterek szerinti Laplace-transzformáltját meghatározzuk. Ami azonban fizikai szempontból érdekes, az nem annyira a primér paramétereire vonatkozó transzformált, mint inkább a szekunderek paramétereire vonatkozó transzformált. Szerencsére egyszerű összefüggés áll fenn e két transzformált között és ezt az összefüggést most levezetjük.

Jelölje (lásd a (46) egyenletet a 19. §-ban)

$$\mathfrak{S}_1(A, Z; A', Z'; x) dA' dZ'.$$

x mélységben azoknak a (energia és típus szerint tetszőleges módon meghatározott) részecskéknak átlagos számát, amelyek egy A kezdeti irányú és Z kezdeti szóródású primértől származnak. A, Z és A', Z' elég kis értékei mellett jó közelítéssel azt várjuk, hogy a \mathfrak{S}_1 átlag csak a (38) egyenlettel adott A'' és Z'' mennyiségektől függ. Írhatjuk tehát:

$$\mathfrak{S}_1(A, Z; A', Z'; x) = \mathfrak{S}_0(A'', Z'', x).$$

Jelölje \mathfrak{S}_0 Laplace-transzformáltját $L_{\mu\nu}\{\mathfrak{S}_0(x)\}$:

$$L_{\mu\nu}\{\mathfrak{S}_0(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\mu A'' - \nu Z'') \mathfrak{S}_0(A'', Z'', x) dA'' dZ''.$$

Hasonlóképpen jelölje \mathfrak{S}_1 -nek A, Z , illetőleg A', Z' szerinti Laplace-transzformáltját

$$L_{\mu\nu}\{\mathfrak{S}_1(A', Z', x)\}, \text{ illetőleg } L_{\mu\nu}\{\mathfrak{S}_1(A, Z, x)\}.$$

A zárójeleken belül azok a változók vannak feltüntetve, amelyeket *nem érint* a transzformáció. Ha kiszámítjuk ezeket a Laplace-transzformáltakat, figyelembe véve, hogy

$$L_{\mu\nu}\{\mathfrak{S}_0(x)\} = L_{-\mu, -\nu}\{\mathfrak{S}_0(x)\},$$

akkor azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}\{\Xi_1(A, Z, x)\} &= \exp(-(u+vx)A - vZ)L_{\mu\nu}\{\Xi_0(x)\} \\ L_{\mu\nu}\{\Xi_1(A', Z', x)\} &= \exp(-(u-vx)A' - vZ')L_{\mu-vx, v}\{\Xi_0(x)\} \end{aligned} \quad (44)$$

és így

$$L_{\mu\nu}\{\Xi_1(A, Z, x)\}_{A=Z=0} = L_{\mu+vx, v}\{\Xi_1(A', Z', x)\}_{A'=Z'=0}.$$

A baloldali kifejezés a szekundérelaszás momentumainak generátorfüggvénye, míg a jobboldali kifejezés az a függvény, amelyet a G -egyenlet Laplace-transzformációjával kapunk.

Tehát a G -egyenletből kényelmesen kiszámítható momentumok segítségével a fizikailag érdekes momentumok a következőképpen származtathatók:

$$\begin{aligned} \langle A'^k \rangle &= (-1)^k \frac{\partial^k}{\partial u^k} L_{\mu\nu}\{\Xi_1(A, Z, x)\}_{A=Z=0, \mu=v=0} = \\ &= (-1)^k \frac{\partial^k}{\partial u^k} L_{\mu+vx, v}\{\Xi_1(A'=0, Z'=0, x)\}_{\mu=v=0} = \langle A^k \rangle, \end{aligned} \quad (45a)$$

és a Z, Z' változók momentumaira vonatkozólag:

$$\begin{aligned} \langle Z'^k \rangle &= \frac{\partial^k}{\partial v^k} L_{\mu\nu}\{\Xi_1(A, Z, x)\}_{A=Z=0, \mu=v=0} = \\ &= \frac{\partial^k}{\partial v^k} L_{\mu+vx, v}\{\Xi_1(A'=0, Z'=0, x)\}_{\mu=v=0} = \\ &= \sum_{l=0}^k \binom{k}{l} x^l \langle A' Z'^{k+l} \rangle. \end{aligned} \quad (45b)$$

Hasonlóképpen:

$$\langle A'^k Z'^m \rangle = \sum_{l=0}^m \binom{m}{l} x^l \langle A'^{k+l} Z'^{m-l} \rangle.$$

Látjuk tehát, hogy a szekundérekre vonatkozó momentumok a primérre vonatkozó momentumokból leszámaztathatók. Például a szóródás négyzetes középértékére a következőt kapjuk:

$$\langle Z'^2 \rangle = \langle Z^2 \rangle + 2x \langle AZ \rangle + x^2 \langle A^2 \rangle.$$

Hasonlóképpen adódik az A' és Z' közötti korreláció:

$$\langle A' Z' \rangle = \langle AZ \rangle + x \langle A^2 \rangle,$$

és hasonló kifejezések érvényesek a magasabb momentumokra is.

Első pillanatra meglepőnek látszik, hogy a $\langle Z'^2 \rangle$ tényleges szóródás nagyobb, mint $\langle Z^2 \rangle$, a „primér szóródása”. Világos azonban, hogy ez a helyzet; tekintsünk ugyanis egy olyan részecskét, amely kezdeti irányához képest a szöggel szóródott és kezdeti irányához mint tengelyhez képest z távolságra szóródott ki. Ilyen részecskére (a kis szögekre vonatkozó közelítésben):

$$A' - A = a, \quad Z' - Z = Ax = z.$$

A részecske pályáját, mint egészet, eltolhatjuk a térben, és most tekintsük a következő két különleges elhelyezést:

1. a kezdeti érintőt összeejtjük az x tengellyel; akkor

$$A = Z = 0; \quad A' = a, Z' = z.$$

2. a pálya végső érintőjét ejtjük össze az x tengellyel; akkor

$$A' = Z' = 0; \quad A = -a, Z = -z + ax.$$

Annak a valószínűsége, hogy egy részecske úgy szóródik, hogy pontosan ezt a pályát írja le, csak a pálya alakjától függ, de térbeli elhelyezkedésétől nem. Azt látjuk tehát, hogy az első esetben

$$\langle A'^2 \rangle = \langle a^2 \rangle, \quad \langle Z'^2 \rangle = \langle z^2 \rangle,$$

míg a második esetben

$$\begin{aligned} \langle A^2 \rangle &= \langle a^2 \rangle = \langle A'^2 \rangle, \\ \langle Z^2 \rangle &= \langle (ax - z)^2 \rangle = \langle z^2 \rangle - 2x \langle az \rangle + x^2 \langle a^2 \rangle = \\ &= \langle Z'^2 \rangle - 2x \langle A' Z' \rangle + x^2 \langle A'^2 \rangle \leq \langle Z'^2 \rangle. \end{aligned}$$

A fenti egyenlet ekvivalens a (45a, b) egyenletekkel, csak a levezetés most egyetlen részecske szóródására vonatkozik.

1. Az u -ra vonatkozó első momentumok

19. §. A G -függvényt u szerint differenciálva megkaphatjuk az eloszlás különféle momentumait. Speciálisan a

$$\frac{\partial}{\partial u_i} G(\mathcal{F}, \mathbf{S}^k; x, \mathbf{u})_{u=1} = \Xi_1(\mathcal{F}; S_i, x) \quad (46)$$

kifejezés az S_i intervallumbeli részecskék átlagos számát jelenti x mélységben. Egyszerűség kedvéért elhagyjuk az S_i változó jelzését, ahol nem lényeges és egyszerűen $\Xi_1(\mathcal{F}; x)$ -et írunk.

A $\Xi_1(\mathcal{F}; x)$ -et meghatározó diffúziós egyenlet (32)-ből differenciálással nyerhető; így azt kapjuk, hogy

$$\Xi_1(\mathcal{F}; x) = \mathbf{a}(F, x) + \int_0^x \int_{\mathcal{F}'} \mathbf{b}(\mathcal{F}, \mathcal{F}'; \xi) \Xi_1(\mathcal{F}'; x - \xi) d\xi d\mathcal{F}', \quad (47)$$

ahol

$$\mathbf{a}(\mathcal{F}; x) = \int_{\mathcal{F}'} \varphi(\mathcal{F}, \mathcal{F}'; x) \mathcal{A}(\mathcal{F}'; S_i) d\mathcal{F}' \quad (48)$$

és

$$\mathbf{b}(\mathcal{F}, \mathcal{F}'; \xi) = \int_{\mathcal{F}''} \varphi(\mathcal{F}, \mathcal{F}''; x) W^{(1)}(\mathcal{F}'', \mathcal{F}') d\mathcal{F}'', \quad (49)$$

$$W^{(1)}(\mathcal{F}'', \mathcal{F}') = W_1(\mathcal{F}'', \mathcal{F}') + \sum_{v \geq 1} v \int_{\mathcal{F}^{v-1}} W_v(\mathcal{F}'', \mathcal{F}', \underline{\mathcal{F}}^{v-1}) d\underline{\mathcal{F}}^{v-1}. \quad (50)$$

$W^{(1)}$ a valószínűségsűrűség olyan ütközésre, ahol legalább egy olyan szekundér keletkezik (esetleg a primér maga) amelyik F' közelében van.

A (47) egyenlet szabja meg egy tetszőlegesen definiált S_i intervallumban levő részecskék átlagszámának x -től való függését. Az a és b együtthatók az ütközési valószínűségekből és az ütközés nélküli áthatolás q függvényéből vezethetők le.

20. §. Hogy olyan formulát kapjunk, amely numerikus számolásra alkalmas, Ξ_1 -nek az \mathfrak{F} mennyiség E, t, A, Z komponenseitől való függését szeparálnunk kell. Az ütközés nélküli áthatolás (43)-mal adott egyenletében az A -tól és Z -től való függést már szeparáltuk az E -függéstől. (Mindkét faktor explicite függ még x -től és t -től.)

A $W^{(1)}(\mathfrak{F}, \mathfrak{F}')$ ütközési hatáskeresztmetszet F -en és F' -n kívül az $A - A'$ különbségtől függ. Továbbá, mivel katasztrofális ütközés nem okozhat Z -ben hirtelen változást, a hatáskeresztmetszet alakja általában a következő lesz:

$$W^{(1)}(\mathfrak{F}, \mathfrak{F}') = W^{(1)}(F, F', A - A') \delta(Z - Z'). \quad (51)$$

A $W^{(1)}$ Laplace-transzformáltja a primér A, Z paramétereire vonatkozólag így írható:

$$L_{\mu\nu}\{W^{(1)}(F; \mathfrak{F}')\} = L_{\mu}\{W^{(1)}(F, F'')\} \exp(-\mu A' - \nu Z'), \quad (52)$$

ahol

$$L_{\mu}\{W^{(1)}(F, F')\} = \int_{-\infty}^{+\infty} W^{(1)}(F, F', A'') \exp(-\mu A'') dA''. \quad (53)$$

Speciálisan használhatjuk a következő jelölést:

$$L_0\{W^{(1)}(F, F')\} = W^{(1)}(F, F', A''). \quad (54)$$

Az utóbbi az összes emisszió-szögekre összegezett hatáskeresztmetszet.

21. §. Hogy az A és Z változóktól való függést szeparáljuk, vegyük (47) A és Z szerinti Laplace-transzformáltját. Alkalmas módon megváltoztatva az integrálok sorrendjét, tekintsük a következő egyenletet:

$$L_{\mu\nu}\{\Xi_1(F, x)\} = L_{\mu\nu}\{a(F, x)\} + \int_0^x d\xi \int_{F'} L_{\mu\nu}\{b(F; \mathfrak{F}'; \xi) \Xi_1(\mathfrak{F}'; x - \xi)\} dF', \quad (55)$$

ahol a Laplace-transzformáltra, mint az előbb a következő jelölést használtuk:

$$L_{\mu\nu}\{\Xi_1(F, x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\mu A - \nu Z) \Xi_1(\mathfrak{F}; x) dA dZ, \quad (56)$$

és hasonló jelölést más függvényekre is. Ebben a jelölésben az a lényeges, hogy az L után írjuk a transzformált változók transzformációs paramétereit, a zárójelbe pedig mindazokat a változókat, amelyeket a transzformáció nem érint.

Lényeges vonása eljárásunknak, hogy a primér paramétereit szerint vesszük a Laplace-transzformációkat, és az S_i -eket rögzítve tartjuk. Ez az eljárás matematikailag egyszerűbb kifejezésekre vezet mint a végső értékek szerinti transzformáció.

a Laplace-transzformáltja a következő módon számítható ki: (48) mindkét oldalára alkalmazzuk a transzformációt és akkor (43) és (44) segítségével azt kapjuk, hogy

$$L_{\mu\nu}\{a(\mathfrak{F}; x) = \varphi(F, x) \int_{F'} \delta(F(x) - F') L_{\mu-\nu x, \nu} \{\psi_0(x)\} \exp\{-(\mu - \nu x)A' - \nu Z'\}' \cdot \mathcal{A}(\mathfrak{F}; S_l) d\mathfrak{F}'.$$

Az F' szerinti integráció F' -nek $F(x)$ -szel való helyettesítését jelenti; az A' és Z' szerinti integrációk pedig a diszkontinuus \mathcal{A} függvény Laplace-transzformáltjára vezetnek.

Ezek szerint:

$$L_{\mu\nu}\{a(\mathfrak{F}; x)\} = \varphi(F, x) L_{\mu-\nu x, \nu} \{\psi_0(x)\} \cdot L_{\mu-\nu x, \nu} \{\mathcal{A}(F(x), S_l)\}.$$

Most feltételezzük, hogy az S_l intervallum az A' és Z' változókra vonatkozólag nagyon szűk, pontosan az S_l intervallumot úgy specializáljuk, hogy csak $|A'| \leq \frac{1}{2} \mathcal{A}A$ és $|Z'| \leq \frac{1}{2} \mathcal{A}Z$ értékeket tartalmazzon, vagyis csak az x tengellyel közel párhuzamos irányú és az x tengelyhez közel mozgó részecskéket. Ekkor, feltéve hogy a $\mathcal{A}A$ és $\mathcal{A}Z$ magasabb hatványait tartalmazó tagokat elhanyagoljuk,

$$L_{\mu\nu}\{\mathcal{A}(F(x), S_l)\} = \mathcal{A}(F(x), S_l) \mathcal{A}A \mathcal{A}Z,$$

és a teljes kifejezés a transzformáltra:

$$L_{\mu\nu}\{a(F, x)\} = \varphi(F, x) L_{\mu-\nu x, \nu} \{\psi_0(x)\} \mathcal{A}(F(x), S_l) \mathcal{A}A \mathcal{A}Z. \quad (57)$$

Az (55) második tagja hasonlóképpen számítható ki.

Ha (49)-ben A és Z -re vonatkozólag Laplace-transzformációt alkalmazunk, akkor (43) segítségével

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}\{b(F; \mathfrak{F}'; x)\} &= \int_{\mathfrak{F}''} L_{\mu\nu}\{\varphi(F; \mathfrak{F}''; x)\} W^{(1)}(\mathfrak{F}'', \mathfrak{F}') d\mathfrak{F}'' = \\ &= \varphi(F, x) L_{\mu-\nu x, \nu} \{\psi_0(x)\} \int_{\mathfrak{F}''} \delta(F(x) - F'') \exp\{-(\mu - \nu x)A'' - \nu Z''\} \cdot \\ &\quad \cdot W^{(1)}(\mathfrak{F}'', \mathfrak{F}') d\mathfrak{F}'' . \end{aligned}$$

(52) segítségével továbbá azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} &L_{\mu\nu}\{b(F'; \mathfrak{F}'; x)\} = \\ &= \varphi(F, x) L_{\mu-\nu x, \nu} \{\psi_0(x)\} \cdot L_{\mu-\nu x, \nu} \{W^{(1)}(F(x), F')\} \exp\{-(\mu - \nu x)A' - \nu Z'\}. \end{aligned}$$

Az utóbbi kifejezést (53)-ba helyettesítve (57) segítségével a transzformált egyenlet:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}\{\mathfrak{E}_1(F, x)\} &= \varphi(F, x) L_{\mu+\nu x, \nu} \{\psi_0(x)\} \mathcal{A}(F(x), S_l) \mathcal{A}A \mathcal{A}Z + \\ &+ \int_0^x d\xi \int_{F'} \varphi(F, \xi) L_{\mu+\nu \xi, \nu} \{\psi_0(\xi)\} L_{\mu+\nu \xi, \nu} \{W^{(1)}(F(\xi), F')\} \cdot \\ &\quad \cdot L_{\mu+\nu \xi, \nu} \{\mathfrak{E}_1(F', x - \xi)\} dF'. \end{aligned} \quad (58)$$

A fenti egyenletben az együtthatók kifejezhetők az ütközési hatáskeresztmetszetekkel, úgyhogy ez az egyenlet alkalmas \mathfrak{S}_1 Laplace-transzformáltjának meghatározására x szerinti lépésről lépésre való integrálása útján.

Hogy (58)-ból jól ismert formulát vezessünk le, osszuk az egyenletet $\Delta A \Delta Z$ -vel és vezessük be a

$$\mathfrak{s}_1(F, x) = \mathfrak{S}(F, x) / \Delta A \Delta Z$$

menyiséget. Ez a függvény az A irányú és Z szóródású primérek által keltett $A' = Z' = 0$ körüli részecskék sűrűségét jelenti.

A részecskék átlagos sűrűségére szóló diffúziós egyenlet a következő alakban írható, ha μ -t $\mu - \nu x$ -szel helyettesítjük:

$$\begin{aligned} L_{\mu - \nu x, \nu} \{ \mathfrak{s}_1(F, x) \} &= \varphi(F, x) L_{\mu, \nu} \{ \psi_0(x) \} \Delta(F(x), S_i) + \\ &+ \int_0^x d\xi \int_{\tilde{F}'} \varphi(F, \xi) L_{\mu - \nu(x - \xi), \nu} \{ \psi_0(\xi) \} L_{\mu - \nu(x - \xi)} \{ W^{(1)}(F(\xi), F') \} \cdot \\ &\cdot L_{\mu - \nu(x - \xi), \nu} \{ \mathfrak{s}_1(F', x - \xi) \} dF'. \end{aligned} \quad (59)$$

22. §. A fenti egyenletből most néhány jól ismert formulát vezetünk le.

1. Tegyük $\mu = \nu = 0$ és legyen $\mathfrak{s}_1(F, x) = L_{00} \{ \mathfrak{s}_1(F, x) \}$; mivel $L_{00} \{ \psi_0(x) \} = 0$, kapjuk:

$$\mathfrak{s}_1(F, x) = \varphi(F, x) \Delta(F(x), S_i) + \int_0^x \varphi(F, \xi) d\xi \int_{\tilde{F}'} W^{(1)}(F(\xi), F') \mathfrak{s}_1(F', x - \xi) dF'. \quad (60)$$

A fenti egyenlet a (26) G -egyenletből közvetlenül is levezethető. A (60) egyenlet csak két változótól, F -től és x -től függ és numerikusan integrálható. Az irodalomban a következő eseteket tárgyalták részletesebben:

Nincs folytonos energiavesztés, tehát $F(x) = F$.

A totális hatáskeresztmetszet független az energiától. Vagyis

$$W^{(1)}(F, F') = \frac{1}{F} W^{(1)}\left(\frac{F'}{F}\right) = \frac{1}{E} W^{(1)}\left(\frac{E'}{E}; t, t'\right);$$

az utóbbi esetben

$$\varphi(F, x) = \exp \{ -\alpha(t)x \}$$

és

$$\Delta(F(x), S_i) = \begin{cases} 1, & \text{ha a primér } S_i\text{-en belül van,} \\ 0, & \text{ha a primér } S_i\text{-en kívül van.} \end{cases}$$

Ha (60)-at megszorozzuk $\exp(\alpha(t)x)$ -szel, differenciálunk x szerint és differenciálás után szorzunk $\exp(-\alpha(t)x)$ -szel, akkor kapjuk:

$$\frac{\partial \mathfrak{s}_1(E, t, x)}{\partial x} = -\alpha(t) \mathfrak{s}_1(E, t, x) + \sum_{i=1}^N \int W^{(1)}\left(\frac{E'}{E}, t', t\right) \mathfrak{s}_1(E', t, x) dE' \quad (61)$$

A fenti egyenlet N számú szimultán egyenletből álló rendszert jelent, ezeket az egyenleteket úgy kapjuk meg, hogy rendre $t = 1, 2, \dots, N$ -et helyettesítünk

be. További egyszerűsödést érünk el, ha E szerinti Mellin-transzformációt alkalmazunk.

Legyen *

$$M_s \{ \mathfrak{s}_1(t, x) \} = \int_0^\infty E^{s-1} \mathfrak{s}_1(E, t, x) dE$$

és legyen

$$a(s, t', t) = \int_0^\infty \varepsilon^{-s} W(\varepsilon, t', t) d\varepsilon.$$

Így

$$\int_0^\infty E^{s-2} W^{(1)}\left(\frac{E'}{E}, t', t\right) dE = E'^{s-1} a(s, t', t).$$

A (61) egyenlet Mellin-transzformáltja tehát a következőképpen írható

$$\frac{\partial}{\partial x} M_s \{ \mathfrak{s}_1(t, x) \} = \sum_{t'=1}^N (-\alpha(t) \delta_{tt'} + a(s, t', t)) M \{ \mathfrak{s}_1(t', x) \}.$$

Két különleges esetet írunk le.

Nukleon-kaszkáda. A protonok és neutronok közötti különbséget figyelmen kívül hagyva csak egy típusú részecskéink vannak; ezért elhagyhatjuk az összes t -ket és

$$\frac{\partial}{\partial x} M_s \{ \mathfrak{s}_1(x) \} = (-\alpha + a(s)) M_s \{ \mathfrak{s}_1(x) \}, \quad (62)$$

ahol egyszerűség kedvéért

$a(s)$ -et írtunk $a(s, 1, 1)$ helyett.

(62)-ből $\alpha = a(0)$ jelöléssel:

$$M_s \{ \mathfrak{s}_1(x) \} = M_s \{ \mathfrak{s}_1(0) \} \exp ((a(s) - a(0))x). \quad (63)$$

Tegyük fel most, hogy az S_t intervallum az egységnél nagyobb energiájú részecskéket tartalmaz. Akkor

$$\mathfrak{s}_1(E, 0) = \begin{cases} 1, & \text{ha } E > 1, \\ 0, & \text{ha } E \leq 1, \end{cases}$$

és

$$M_s \{ \mathfrak{s}_1(0) \} = \frac{1}{s}.$$

A (63) egyenlet inverz Mellin-transzformáltját véve kapjuk:

$$\mathfrak{s}_1(E, x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s_0-i\infty}^{s_0+i\infty} \frac{E^{-s}}{s} \exp \{ (a(s) - a(0))x \} ds. \quad (64)$$

* Mivel mi primér energiára vonatkozó Mellin-transzformációt használunk, a transzformált negatív s értékekre létezik. A szokásos tárgyalásban a végső energiákra vonatkozó Mellin-transzformáltat használják és pozitív s értékeket vesznek tekintetbe.

Az utóbbi integrál közelítőleg a nyeregpon-t-módszerrel számítható ki. Így a jólismert paraméteres előállításban a következőt kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_1(E, x) &= \frac{\exp \{(a(s) - a(0))x\}}{E^s \sqrt{-2\pi \left(\frac{1}{s^2} + a''(s) \right)}}, \\ \text{ahol} \quad x &= \frac{a'(s) - \frac{1}{s}}{\ln E}. \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Hasonló kifejezéseket kapunk az elektron-foton kaszkád esetében is, ha aszimptotikus hatáskeresztmetszeteket használunk és elhanyagoljuk az ionizációs veszteséget. Jelöljünk $t=1$ -gyel elektront, $t=2$ -vel fotont. A $W_r(E, t; E_1, t_1, \dots, E_r, t_r)$ helyébe akkor a következő értékeket kell behelyettesítenünk:

Elektron fotont kelt:

$$W_2(E, 1; E_1, 1, E_2, 2) = W_2(E, 1; E_2, 2, E_1, 1) =$$

$\frac{1}{2}$ hatáskeresztmetszet arra vonatkozólag, hogy E energiájú elektron E_2 energiájú fotont emittál, miközben az elektron energiája E_1 -re csökken.

Foton elektronpárt kelt:

$$W_2(E, 2; E_1, 1, E_2, 1) =$$

$\frac{1}{2}$ hatáskeresztmetszete annak az eseménynek, hogy E energiájú foton olyan elektronpárt keltsen, amelyben az egyik elektron energiája E_1 , a másiké E_2 .

(50) szerint tehát:

$$W^{(1)}(E, t; E', t') = \begin{cases} W^{(1)}(E, 1; E', 1) = 2 \int W_2(E, 1; E', 1, E_2, 2) dE_2, & \text{ha } t=1, t'=1, \\ W^{(1)}(E, 1; E', 2) = 2 \int W_2(E, 1; E_1, 1, E', 2) dE_1, & \text{ha } t=1, t'=2, \\ W^{(1)}(E, 2; E', 1) = 2 \int W_2(E, 2; E', 1, E_2, 1) dE_2, & \text{ha } t=2, t'=1, \\ W^{(2)}(E, 2; E', 2) = 0 & \text{ha } t=2, t'=2. \end{cases} \quad (66)$$

A $t=t'=2$ -re vonatkozó hatáskeresztmetszet nulla, mivel nincsen olyan folyamat, ahol foton más fotont keltene.

Ha az ismert hatáskeresztmetszeteket behelyettesítjük (66)-ba, akkor az elektron-foton-kaszkád átlagos részecskeszámának jólismert reprezentációját kapjuk az ú. n. „A-közelítésben“.

Szélességi kiterjedés

23. §. a. Szögszerinti szóródás. Tekintsük mármost az átlagos szóródást. A szóródási szögek szimmetriája miatt $L_{\mu\nu}\{\psi_0(x)\}$ -nek is és $L_\mu\{W^{(1)}(F, F')\}$ -nek is első deriváltja $\mu = \nu = 0$ -nál nulla. Ennélfogva ha differenciáljuk (53)-at μ vagy ν szerint és azután $\mu = \nu = 0$ -át helyettesítünk be, akkor azt kapjuk, hogy

$$\mathfrak{U}_1(F, x) = \mathfrak{Z}_1(F, x) = 0,$$

ahol

$$\mathfrak{U}_k(F, x) = \left(\frac{\partial^k}{\partial u^k} L_{\mu-\nu x, \nu} \{ \mathfrak{S}_1(F, x) \} \right)_{\mu=\nu=0},$$

$$\mathfrak{Z}_k(F, x) = \left(\frac{\partial^k}{\partial v^k} L_{\mu-\nu x, \nu} \{ \mathfrak{S}_1(F, x) \} \right)_{\mu=\nu=0}.$$

A második deriváltakra érdekes egyenleteket kapunk. (42) segítségével ($\alpha_3(x, t)$ -t írunk α_3 helyett):

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_2(F, x) = & \varphi(F, x) \alpha_3(x, t) \mathcal{A}(F(x), S_1) + \\ & + \int_{F'}^x d\xi \int \varphi(F, \xi) \{ [\alpha_3(\xi, t) W^{(1)}(F(\xi), F') + A^{(1)}(F(\xi), F')] \cdot \mathfrak{S}_1(F', x - \xi) + \\ & + W^{(1)}(F(\xi), F') \mathfrak{U}_2(F', x - \xi) \} dF', \end{aligned} \quad (67)$$

ahol

$$A^{(1)}(F, F') = \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} L_\mu \{ W^{(1)}(F, F') \} \right)_{\mu=0}$$

egy katasztrofális ütközésben elszenvedett szögszerinti szóródás négyzetes középértéke. A (67) egyenlet a szögszerinti szóródás négyzetes középértékét meghatározó általános diffúziós egyenlet. A továbbiakban (67) speciális megoldásait vesszük szemügyre a következő megszorítások alapján:

1. Az emissziós szögek elhanyagolhatóan kicsinyek, azaz

$$A^{(1)}(F, F') = 0 \quad *$$

2. Nincs folytonos energiavesztés, azaz $F(x) = F$.
3. A szóródási hatáskeresztmetszet olyan, hogy

$$\alpha_3(x, t) = \frac{\sigma_F^2}{E^2} x \quad (\text{lásd a (40) egyenletet}).$$

Az így specializált feltételek mellett írhatjuk:

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_2(F, x) = & \frac{\sigma_F^2 \exp(-\alpha(t)x)}{E^2} \mathfrak{S}_1(F, 0) + \\ & + \sigma_F^2 \int_0^x \int_{F'}^x \exp \{ -\alpha(t)(x - \xi) \} \frac{x - \xi}{E^2} W^{(1)}(F, F') \mathfrak{S}_1(F', \xi) dF' + \\ & + \int_0^x \int_{F'}^x \exp \{ -\alpha(t)(x - \xi) \} W^{(1)}(F, F') \mathfrak{U}_2(F', \xi) dF' d\xi. \end{aligned}$$

* Ezt a közelítést szokták használni az elektron-foton-kaszkádnál. Nemrég Messel és Green [10] tárgyalták a nukleonkaszkádnál szögszerinti szóródását az emissziós szögek alapján.

Ez az egyenlet szorozva $\exp(\alpha(t)x)$ -szel, differenciálva és azután $\exp(-\alpha(t)x)$ -szel szorozva a következőre vezet

$$\frac{\partial \mathfrak{U}_2(F, x)}{\partial x} = -\alpha(t) \mathfrak{U}_2(F, x) + \int_{F''} W^{(1)}(F, F') \mathfrak{U}_2(F', x) dF' + \\ + \frac{\sigma_F^2}{E^2} \exp(-\alpha(t)x) \{ \mathfrak{s}_1(F, 0) + \int_0^x \exp(\alpha, \xi) \int_{F'} W^{(1)}(F, F') \mathfrak{s}_1(F', \xi) dF' d\xi \}.$$

(61) segítségével összevonhatjuk a kapcsos zárójelben álló tagokat és akkor kapjuk:

$$\frac{\partial \mathfrak{U}_2(F, x)}{\partial x} = -\alpha(t) \mathfrak{U}_2(F, x) + \int_{F'} W^{(1)}(F, F') \mathfrak{U}_2(F', x) dF' + \frac{\sigma_F^2}{E^2} \mathfrak{s}_1(F, x). \quad (68)$$

A (68) egyenlet (61)-nek inhomogén megfelelője és így (68) megoldása kifejezhető (61) megoldásával. Vegyük ugyanis (68) Mellin-transzformáltját, az eredmény:

$$\frac{\partial}{\partial x} M_s \{ \mathfrak{U}_2(t, x) \} = \sum_{t'=1}^N (a(s, t, t') - \delta_{tt'} \sigma(t')) M_s \{ \mathfrak{U}_2(t', x) \} + \sigma_F^2 M_{s-2} \{ \mathfrak{s}_1(t, x) \}.$$

Az utóbbi inhomogén differenciálegyenlet-rendszer megoldása

$$M_s \{ \mathfrak{U}_2(x, t) \} = \sum_{t'=1}^N \int_0^x M_s \{ \mathfrak{s}_1^{(t')} (x - \xi) \} M_{s-2} \{ \mathfrak{s}_1(t', \xi) \} d\xi,$$

ahol $\mathfrak{s}_1^{(t')}(F, x)$ a (61) egyenlet olyan megoldása, amely eleget tesz az

$$\mathfrak{s}_1^{(t')}(F, 0) = \mathfrak{s}_1^{(t')}(E, t, 0) = \delta_{tt'} \sigma_F^2$$

kezdőfeltételnek. A Mellin-transzformált visszatranszformálható és így a következő explicit kifejezéseket kapjuk:

$$\mathfrak{U}_2(E, t, x) = \sum_{t'=1}^N \int_0^x \int_{E'} \mathfrak{s}^{(t')} \left(\frac{E}{E'}, t, x - \xi \right) \mathfrak{s}_1(E', t', \xi) \frac{dE'}{E'^3} d\xi. \quad (69)$$

Ezt a formulát először Nordheim adta meg. Érdekes a fenti egyenletet 0-tól végtelenig integrálni és ilymódon kiszámítani az összes mélységekre átlagolt szögyszerinti szóródást. Azt találjuk, hogy

$$\int_0^\infty \mathfrak{U}_2(E, t, x) dx = \\ = \sum_{t'=1}^N \int_{E'} \left\{ \int_0^\infty \mathfrak{s}_1^{(t')} \left(\frac{E}{E'}, t, x \right) dx \right\} \left\{ \int_0^\infty \mathfrak{s}_1^{(t')}(E', t', x) dx \right\} \frac{dE'}{E'^3}.$$

Térbeli szóródás

24. §. b. Hogy megkapjuk a záporrészecskék térbeli szóródásának négyzetes középértékét meghatározó egyenletet, (59) ν szerinti második deriváltját kell vennünk és azután $\mu = \nu = 0$ -t írunk. Kapjuk:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_2(F, x) = & \varphi(F, x) \alpha_1(x, t) A(F(x), S_l) + \\ & + \int_0^x \varphi(F, \xi) \int_{F'}^x W^{(1)}(F(\xi), F') \mathfrak{Z}_2(F', x - \xi) dF' d\xi + \\ & + \int_0^x \varphi(F, \xi) \int_{F'}^x \{(\alpha_3(\xi, t)(x - \xi)^2 + 2\alpha_2(\xi, t)(x - \xi) + \alpha_1(\xi, t)) W^{(1)}(F(\xi), F') + \\ & + (x - \xi)^2 A^{(1)}(F(\xi), F')\} \mathfrak{S}_1(F', x - \xi) dF' d\xi. \end{aligned}$$

A fenti egyenlet megoldása ugyanabban a közelítésben, mint amelyet fentebb használtunk:

$$\mathfrak{Z}_2(E, t, x) = \sum_{t=1}^N \int_0^x \int_{E'}^x \mathfrak{S}_1^{(t')} \left(\frac{E}{E'}, t, x - \xi \right) \mathfrak{S}_1(E', t', \xi) \frac{dE'}{E'^3} \xi^2 d\xi. \quad (70)$$

2. Második momentumok u szerint

G második deriváltja:

$$\left(\frac{\partial^2 G(F; \mathbf{S}^k; x; \mathbf{u})}{\partial^2 u_l} \right)_{\mathbf{u}=1} = \mathfrak{E}_2(F, S_l, x) - \mathfrak{E}_1(F, S_l, x),$$

ahol $\mathfrak{E}_2(F, S_l, x)$ az E energiájú és t típusú primér által keltett S_l intervallumbeli részecskék számának négyzetes középértéke. E momentumok tanulmányozásánál elhanyagoljuk a zápor transzverzális kiterjedését. Hasonlóképpen írhatjuk:

$$\left(\frac{\partial^2 G(F; \mathbf{S}^k; x; \mathbf{u})}{\partial u^l \partial u^m} \right)_{\mathbf{u}=1} = \mathfrak{E}_{11}(F, S_l, S_m, x),$$

ahol \mathfrak{E}_{11} az S_l és S_m intervallumbeli részecskeszámok szorzatának átlagértéke. E számok közötti korreláció kifejezése a következő:

$$K(F, S_l, S_m, x) = \mathfrak{E}_{11}(F, S_l, S_m, x) - \mathfrak{E}_1(F, S_l, x) \mathfrak{E}_1(F, S_m, x).$$

A továbbiakban egyszerűség kedvéért, — ahol nem lehet félreérteni — az S intervallumok jelzését elhagyjuk: $\mathfrak{E}_2(F; S_l, x)$ és $\mathfrak{E}_{11}(F, S_l, x)$ helyett egyszerűen csak $\mathfrak{E}_2(F, x)$ -et és $\mathfrak{E}_{11}(F, x)$ -et írunk. Kétszer differenciálva a (26) G -egyenletet u_l szerint és azután $\mathbf{u} = 1$ -et írva azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_2(F, x) = & \int_0^x \int_{F'}^x \int_{F''}^x \varphi(F, \xi) W^{(2)}(F(\xi), F', F'') \mathfrak{E}_1(F', x - \xi) \mathfrak{E}_1(F'', x - \xi) d\xi dF' dF'' + \\ & + \int_0^x \int_{F'}^x \varphi(F, \xi) W^{(1)}(F(\xi), F') \mathfrak{E}_2(F', x - \xi) d\xi dF', \quad (71) \\ W^{(2)}(F, F', F'') = & W_2(F, F', F'') + \sum_{r \geq 0} \binom{\nu + 2}{2} \int_{\mathfrak{F}^r} W_{r+2}(F, F', F''; \mathfrak{F}^r) d\mathfrak{F}^r. \end{aligned}$$

A fenti egyenlet numerikus integrálással megoldható, feltéve, hogy az első momentumokat már ismerjük. A folytonos energiaveszteséget elhanyagolva a homogén egyenletnek explicit megoldását is felírhatjuk. Valóban, tegyük fel, hogy

$$F(x) = F, \quad \varphi(F, x) = \exp(-\alpha(t)x), \quad (72)$$

$$W_2(F, F', F'') = \frac{1}{E^2} w\left(\frac{E'}{E}, \frac{E''}{E}, t, t', t''\right); \quad (73)$$

a (72)-ből következik, hogy a (26) egyenlet helyett használhatjuk a (27) egyenletet, írhatjuk tehát:

$$\frac{\partial}{\partial x} \Xi_2(F, x) + \alpha(t) \Xi_2(F, x) = \int_{F''} W^{(1)}(F, F') \Xi_2(F', x) dF' + Q(F, x), \quad (74)$$

ahol

$$Q(F, x) = \int_{F'} \int_{F''} W^{(2)}(F, F', F'') \Xi_1(F', x) \Xi_1(F'', x) dF' dF''. \quad (75)$$

Láthatjuk, hogy a fenti egyenlet a Ξ_1 változását meghatározó homogén egyenlet inhomogén megfelelője. Az inhomogenitást okozó tag az első momentumot tartalmazza, tehát ha egyszer az elsőrendű momentum ismeretes, akkor a második momentum is kiszámítható. Könnyen beláthatjuk, hogy a második momentumhoz hasonlóan az n -ik momentumok előállíthatók n -nél alacsonyabb rendű momentumokat tartalmazó tagok segítségével.

(74) Mellin-transzformáltja a következő:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \alpha(t)\right) M_s\{\Xi_2(t, x)\} = \sum_{t'=1}^N a(s, t, t') M_s\{\Xi_2(t', x)\} + M_s\{Q(t, x)\}.$$

A fenti egyenlet megoldását a szokott módon kapjuk meg, azt találjuk, hogy

$$M_s\{\Xi_2(t, x)\} = \sum_{t'=1}^N \int_0^x M_s\{\Xi_1(t, t', x-\xi)\} M_s\{Q(t', \xi)\} d\xi, \quad (76)$$

ahol $\Xi_1(t, t', x-\xi)$ a homogén (71) egyenletnek azt a megoldását jelenti, amelyik kielégíti az

$$M_s\{\Xi_1(t, t', x=0)\} = \begin{cases} 1, & \text{ha } t=t' \\ 0, & \text{ha } t \neq t' \end{cases}$$

kezdőfeltételt. A megoldás tehát $\Xi_1(E, t, t', x)$, ahol

$$\Xi_1(E, t, t', x=0) = \delta(E-1) \delta_{tt'}.$$

Most alkalmazhatjuk az inverz Mellin-transzformációt (76)-ra: azt kapjuk, hogy

$$\Xi_2(E, t, x) = \sum_{t'=1}^N \int_0^x d\xi \int_0^E \Xi_1\left(\frac{E'}{E}, t, t', x-\xi\right) Q(E', t', \xi) \frac{dE'}{E''} d\xi. \quad (77)$$

Végül Q értelmezése segítségével a második momentum értékére a következő érdekes explicit kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_2(E, t, x) = & \sum_{t', t'', t'''=1}^N \int_0^x d\xi \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \mathfrak{E}_1\left(\frac{E}{E'}, t, t', x-\xi\right) W^{(2)}(E', t'; E'', t''; E''', t''') \cdot \\ & \cdot \mathfrak{E}_1(E'', t'', \xi) \mathfrak{E}_1(E''', t''', \xi) \frac{dE' dE'' dE'''}{E'}. \end{aligned}$$

Ez a kifejezés érdekes alakú, azonban tényleges numerikus számításra nem alkalmas.

Számolásra alkalmas formulákat úgy kapunk, hogy a (76) egyenletbe az első momentumok kifejezéseit behelyettesítjük és nyeregpon-t-integrációval számítjuk ki az inverz Mellin-transzformáltjukat. A meglehetősen fáradságos számításokat több szerző végrehajtotta.

Függelék

A következőkben néhány korábban kapott és már leköszölt numerikus eredményt ismertetünk. Ezek az eredmények az elektron-fotonkaskádok elméletének „A-közelítés”-ére vonatkoznak.

Ez a közelítés csak az elektronok fékezési-sugárzását és a fotonok elektronpár-emisszióját veszi figyelembe.

A megfelelő hatáskeresztmetszetek a következők. Hatáskeresztmetszet arra vonatkozólag, hogy egy E energiájú primér elektron dx úton olyan fotont bocsásson ki, amelynek energiája az $E', E' + dE'$ intervallumban van, a következő:

$$2W_2(E, 1; E', 2, E-E', 1) = H(E, E') \frac{E' dE'}{E^2} \cdot \frac{dx}{C(Z)}, \quad (78)$$

hasonlóképen a hatáskeresztmetszet arra vonatkozólag, hogy E energiájú foton olyan elektronpárt keltsen dx úton, amelyben az egyik elektron energiája az $E', E' + dE'$ intervallumban van:

$$2W_2(E, 2; E', 1; E-E', 1) = 2H(E', E) \frac{dE'}{E} \frac{dx}{C(Z)}, \quad (79)$$

ahol

$$H(E, E') = 1 - \left(\frac{4}{3} + \alpha_0 \right) \left(\frac{E}{E'} - \frac{E^2}{E'^2} \right);$$

$\alpha_0 = (9 \log 183 Z^{-1/3})^{-1}$ (a számítás folyamán 0,0246 értékűnek vesszük),

$$\frac{1}{C(Z)} = \frac{4NZ^2}{137} r_0^2 \ln(183 Z^{-1/3}),$$

$$\begin{aligned} r_0 &= e^2/m_e c^2 \quad \text{a klasszikus elektronsugár,} \\ &= 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ cm,} \end{aligned}$$

N az abszorbens atomjainak száma köbcentiméterenkint és Z az abszorbens rendszáma. $C(Z)$ az ú. n. kaskádegység.

A (78) és (79) keresztmetszetek az ú. n. aszimptotikus keresztmetszetek; akkor érvényesek, ha

$$\frac{E(E-E')}{E'} \gg 137 m_e c^2 Z^{-1/3}.$$

A fenti hatáskeresztmetszetekből az átlagszámokra vonatkozó egyenletek Mellin-transzformáltjai kiszámíthatók. (Az általános esetre vonatkozólag lásd a (61) egyenletet. (64) és (65) hasonló kifejezéseket adnak $N=1$ esetén, és (67) $N=2$ esetén.) Az elektron-foton-kaszád tárgyalásában az a sajátos nehézség, hogy a fotonemisszióra vonatkozó hatáskeresztmetszet kis E' -kre divergál; ez a nehézség legyőzhető: meg lehet mutatni, hogy ha a hatáskeresztmetszetet kis energiáknál levágjuk, akkor olyan eredményeket kapunk, amelyek egy meghatározott értékhez konvergálnak, amikor a levágásnál szereplő küszöb-energia minden határon túl csökken.

Így azt kapjuk (a számítás részleteit illetően lásd pl. a [27], 213. oldalt), hogy

$$Q(\varepsilon, \zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s_0-i\infty}^{s_0+i\infty} \varepsilon^{s-1} \left(\frac{D-a_1}{a_2-a_1} \exp(-a_1 \zeta) + \frac{a_2-D}{a_2-a_1} \exp(-a_2 \zeta) \right) \frac{ds}{s-1}, \quad (80)$$

$$P(\varepsilon, \zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s_0-i\infty}^{s_0+i\infty} \varepsilon^{s-1} \frac{C}{a_2-a_1} (\exp(-a_1 \zeta) - \exp(-a_2 \zeta)) \frac{ds}{s-1}, \quad (81)$$

ahol $Q(\varepsilon, \zeta)$ az E energiájú primér elektron által keltett εE -nél nagyobb energiájú elektronok átlagos száma ζ kaszkádegységnyi mélységben. Hasonlóképpen $P(\varepsilon, \zeta)$ az ugyanígy keltett εE -nél nagyobb energiájú fotonok átlagos száma. A (80) és (81) képletekben szereplő a_1, a_2, D mennyiségek jelentése a következő:

$$A = \left(\frac{4}{3} + \alpha_0 \right) (\psi(s) - \psi(1)) + \frac{1}{2} - \frac{1}{s(s+1)},$$

$$B = 2 \left(\frac{1}{s} - \left(\frac{4}{3} + \alpha_0 \right) \frac{1}{(s+1)(s+2)} \right),$$

$$C = \frac{1}{s+1} + \left(\frac{4}{3} + \alpha_0 \right) \frac{1}{s(s-1)},$$

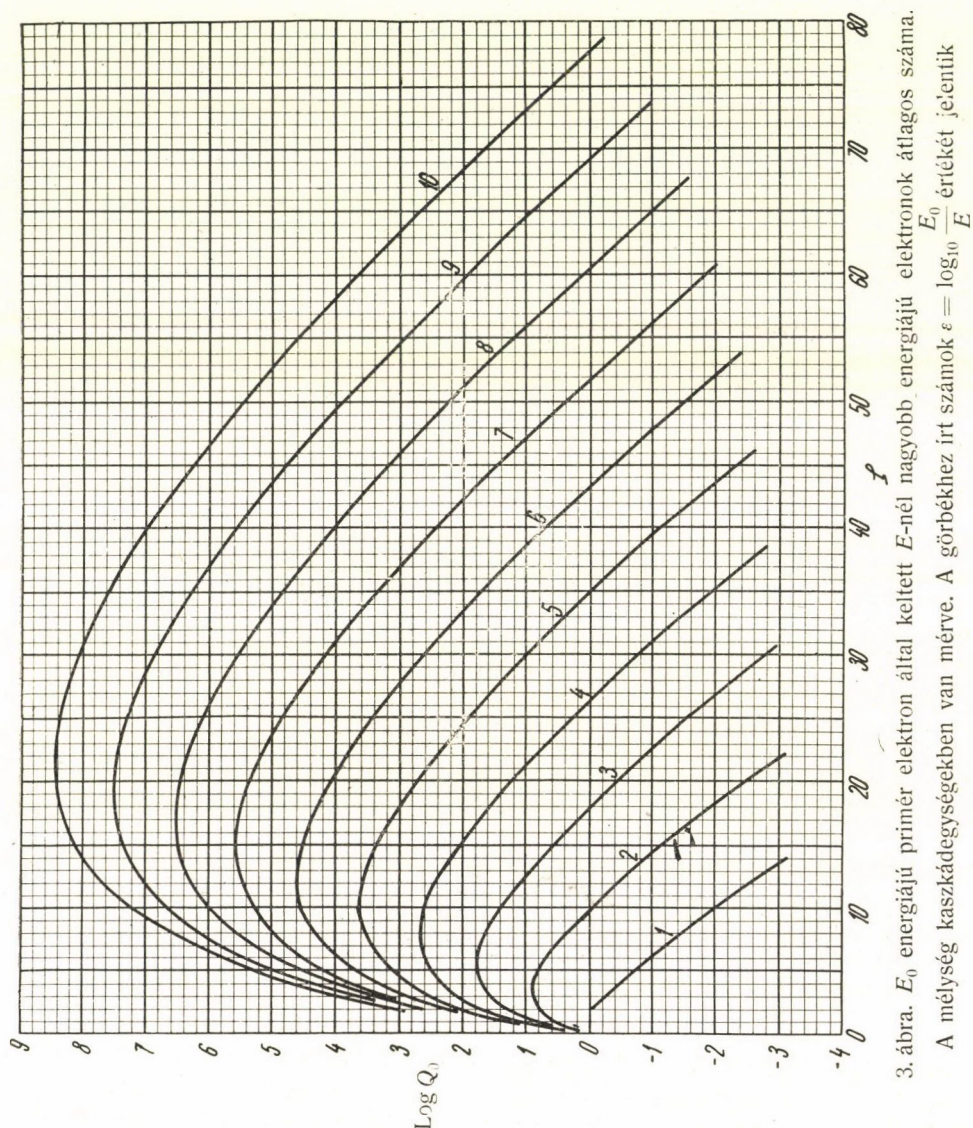
$$D = \frac{7}{9} - \frac{1}{6} \alpha_0;$$

$$\psi(s) = \frac{d}{ds} \ln(s!),$$

a_1, a_2 pedig az

$$\begin{vmatrix} A-a_1 & B \\ C & D-a_2 \end{vmatrix} = 0$$

egyenlet megoldásai, végül $\zeta = x/C(Z)$ az abszorbensmélység kaszkádegységeiben. $\log_{10} Q$ és $\log_{10} P$ a (80) és (81) egyenletekből nyeregpont-integráció módszerével számíthatók ki és a 3. és 4. ábrán láthatók. (Az ábrák a [2] 397. ill. 398. oldaláról valók.)



3. ábra. E_0 energiájú primer elektron által keltett E -nél nagyobb energiájú elektronok átlagos száma. A mélység kaszkádegységeiben van mérve. A görbékhez írt számok $\varepsilon = \log_{10} \frac{E_0}{E}$ értékét jelentik.

Ugyanabban a közelítésben mint az előbb, kiszámítható a részecskeszám ingadozása is rögzített mélységben. Az 5. ábrán (v. ö. [7]) ábrázoltuk

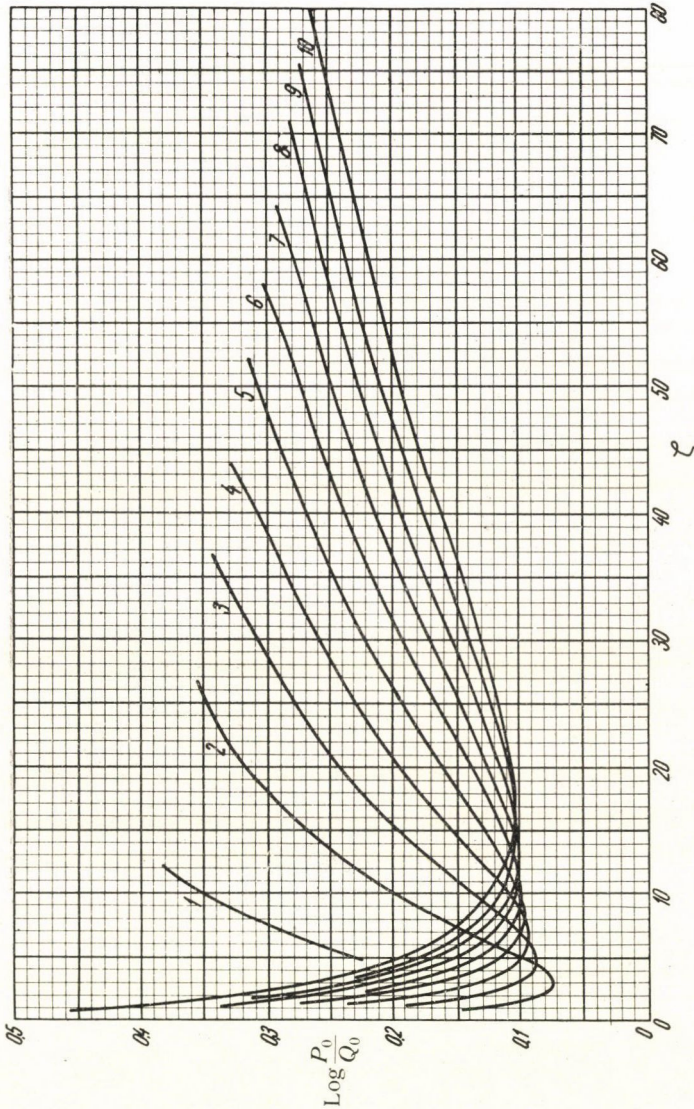
$$\frac{\sigma^{(1,1,1)}}{\bar{n}^2 + \bar{n}} \text{-et mint } \zeta \text{ függvényét}$$

különböző energiákra. \bar{n} az εE -nél nagyobb energiájú elektronok átlagos száma

ζ mélységben, amelyeket E energiájú primér elektron keltett. Továbbá

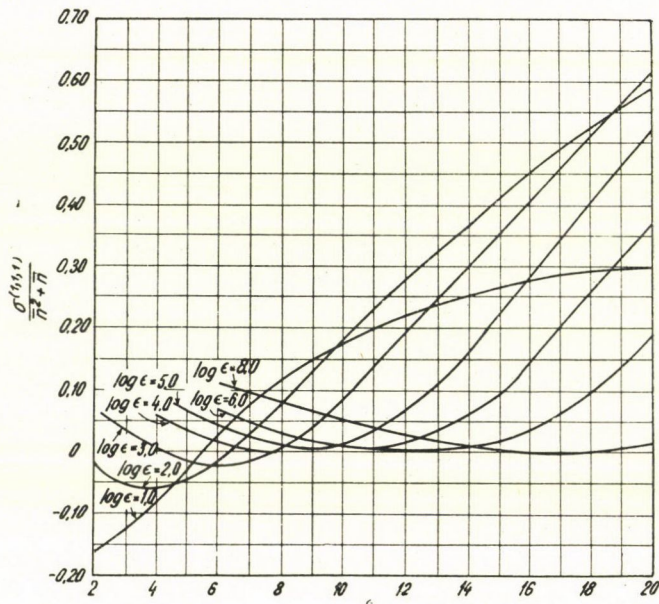
$$\sigma^{(1, 1, 1)} = \bar{n}^2 - \bar{n}^2 - \bar{n},$$

Poisson-eloszlás esetében $\sigma^{(1, 1, 1)} = 0$.

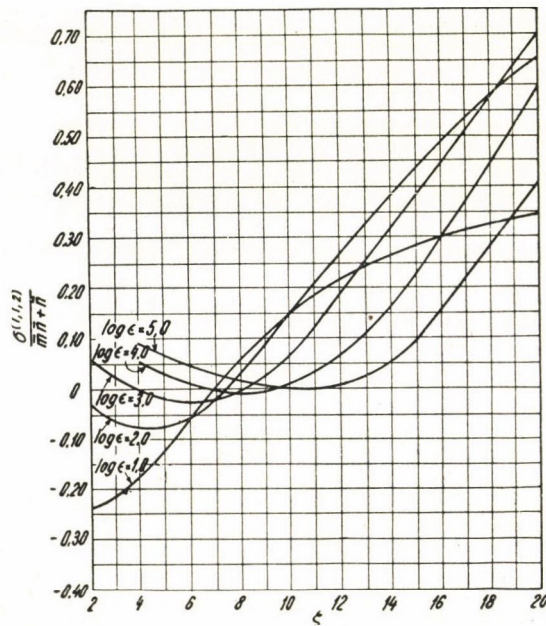


4. ábra. E_0 energiájú primér által keltett E -nél nagyobb energiájú fotonok és elektronok átlagszámának aránya, ζ -kaskádegységnyi mélységben. $\varepsilon = \log_{10} \frac{E_0}{E}$ értéke van feltüntetve minden görbe mellett

Az 5. ábra azt mutatja, hogy ha csak a tekintett energiák nem esnek túl közel a primér energiájához, akkor a fluktuációnak egy bizonyos ζ_0 mélységben minimuma van, ahol a fluktuáció ugyanolyan nagyságrendű, mint a Poisson-eloszlásé, viszont nagyobb vagy kisebb mélységekben a fluktuáció meghaladja a Poisson-fluktuációt.



5. ábra. Az eloszlás statisztikus szórása. A $\sigma^{(1,1,1)} / \bar{n}^2 + \bar{n}$ arány rögzített energiáknál; $-\log_{10} \epsilon = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ és 8 . ξ a mélység kaszkádegységeiben



6. ábra. Korrelációs együttható. A $\sigma^{(1,1,2)} / \bar{n}\bar{m} + \bar{n}$ arány rögzített energiáknál; $-\log_{10} \epsilon = 1, 2, 3, 4$ és 5 . ξ a mélység kaszkádegységeiben

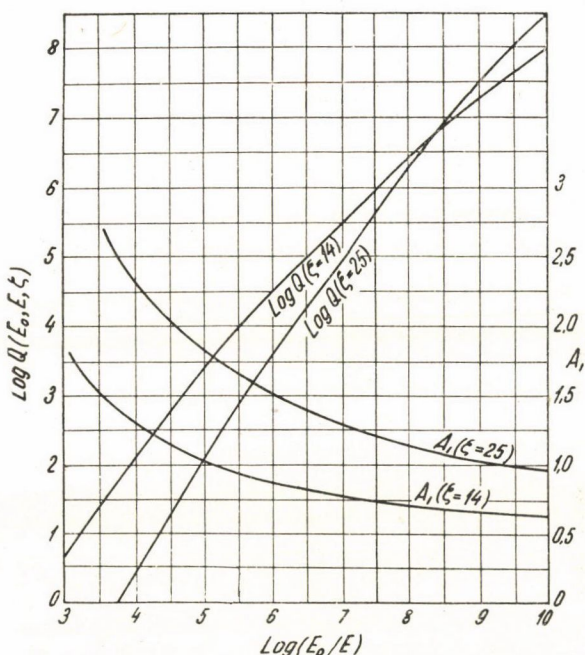
A 6. ábrán ábrázoltuk

$$\frac{\sigma^{(1, 1, 2)}}{\bar{n} \bar{m} + \bar{n}} \text{-et mint } \zeta \text{ függvényét,}$$

ahol m a fotonok átlagos száma és

$$\sigma^{(1, 1, 2)} = \bar{n} \bar{m} - \bar{n} \bar{m}$$

az elektronok és fotonok száma közötti korrelációs együttható a kaskádban. A korreláció ζ_0 mélységben nulla, kisebb vagy nagyobb mélységekben pozitív; kivéve a nagy energiákat és kis mélységeket, ahol negatív.

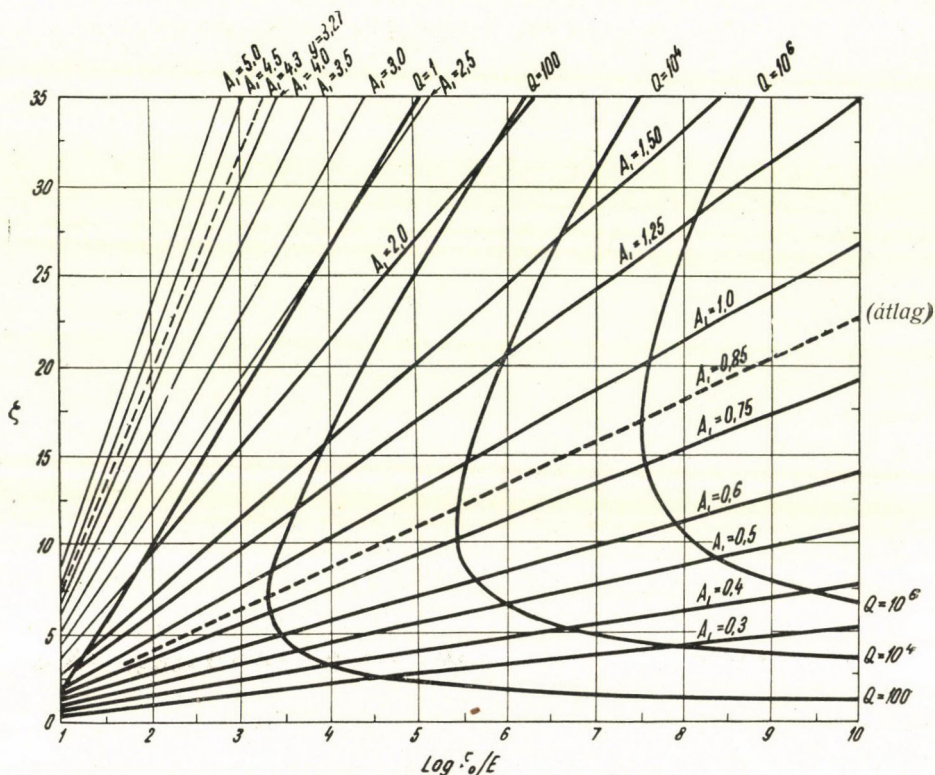


7. ábra. A záporok szélességi kiterjedése mint az energia függvénye $\zeta = 14,25$ kaskád-egységnyi mélységben. A megfelelő $\log Q$ értékek ugyancsak fel vannak tüntetve

A 3. és 4. ábrának az 5. és 6. ábrával való összehasonlítása azt mutatja, hogy az a ζ_0 mélység, ahol a második momentumoknak minimuma van, összeesik a megfelelő első momentumok maximumával.

A második momentumok interpretációja [7] cikkemben található meg.

A 7. ábrán a kaskádbeli elektronok szóródásának négyzetes középértékét ábrázoltuk, az ábrát [5]-ből vettük át. (V. ö. még [4]-gyel). A számítás az „A-közelítés”-en alapszik, el van hanyagolva továbbá az emissziók okozta szög szerinti szóródás is, így csak az elektronoknak az atmoszférában való rugalmas ütközéseitől származó effektusokat vettük figyelembe. A levegő sűrűségének a magassággal való változása sincs számításba véve. Az ilyen módon számított szóródást tehát egy a jelen cikk (70) formulájával ekvivalens formula határozza meg.



8. ábra. Légizapórok szélességi kiterjedése. Az egyenes vonalak a konstans szélességek elhelyezkedését mutatják a $\log \frac{E_0}{E} - \zeta$ síkon. Fel vannak tüntetve az egyenlő zápornagyság görbéi is ($Q = 1, 10^2, 10^4, 10^6$).

Ebben a közelítésben az E -nél nagyobb energiájú részecskék szóródásának négyzetes középértéke:

$\mathfrak{Z}_2(E_0, \zeta) = \langle Z^2 \rangle = A_1^2 \left(\frac{E_1}{E} \right)^2$ kaskádegység, $E_1 = 2 \times 10^7$ eV. A_1 mint az energia és a mélység függvénye a 7. ábrán látható $\zeta = 14$ és $\zeta = 25$ -re, továbbá a 8. ábrán különböző energiákra és mélységekre. Mind a 7., mind a 8. ábrán feltüntettük az A_1 -gyel meghatározott szóródású részecskék számát is.

IRODALOM

1. С. Э. Бельский, Лавинные Процессы в Космических Лучах (Kaskádfolyamatok a kozmikus sugárzásban) (Гостехиздат, Москва, 1948).
2. L. Jánossy, Cosmic Rays, Clarendon Press, Oxford, 1950.
3. B. Rossi and K. Greisen, Rev. Mod. Phys. 13, 240, 1941.
4. A Borsellino, Nuovo Cimento 6, No. 6, 1949.
5. L. Jánossy, Proc. Phys. Soc. 63, 1009, 1950.
6. L. Jánossy, Proc. Phys. Soc. 63, 241, 1950.
7. L. Jánossy and H. Messel, Proc. Phys. Soc. 63, 1101, 1950.
8. L. Jánossy, Proc. Irish Acad. 53, 181, 1950.
9. H. Messel, Proc. Roy. Irish Acad. 54, 125, 1951.
10. H. Messel and H. S. Green. Phys. Rev. 87, 738, 1952.

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

Első nap, 1953. augusztus 24., hétfő

A magyar fizikusok első nemzetközi kongresszusa 1953. augusztusának utolsó hetében került megrendezésre. Jelentőségével a napisajtó is foglalkozott, úgyhogy erre itt nem kell visszatérnünk. Folyóiratunk az 1954. évi kötetében számonként sorozatosan közli az egy-egy napon elhangzott előadásokat és hozzászólásokat időrendben, teljes terjedelmükben, így az a kongresszus teljes anyagát magyar nyelven olvasói rendelkezésére bocsátja.

A HAZAI FIZIKA HELYZETE A MULTBAN ÉS MA

NOVOBÁTZKY KÁROLY akadémikus,
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Fizikai Intézet

Igen tisztelt Kongresszus!

Az első magyar fizikus Kongresszuson jellegzetes képet adni a magyar fizika multjáról és jelenéről, szükséges és hálás feladat. Szükséges, mert messzemenő következtetéseket és tanulságokat vonhatunk le a társadalom szociális szerkezetének és a tudománynak kölcsönhatásából; hálás feladat, mert sikerekről számolhatunk be, melyek öntudatos szervezés eredményei, feltétlenül reálisak és tele vannak a jövő ígéretével. A magyar fizikának, épp úgy, mint a magyar matematikának, van multja elszigetelt szellemek kiváló alkotásaiban, de nincs multja a nemzeti organizmus fejlődéstörténetében. A múlt fizikája meghúzódik Jedlik Ányos, Eötvös Loránd és még egy-két szerényebb kutató laboratóriumában, távol attól a felismeréstől, hogy vezető szerepet kellene játszania a népgazdaság és a nemzeti kultúra szolgálatában. A közszellem nem volt bátorító. Hogy lehetne másképp megmagyarázni, hogy Jedlik és munkatársai megelégszenek a dinamoprobléma laboratóriumi megoldásával és kísérletet sem tesznek a nagyvonalú technikai megvalósítására. Hogy lehet másképp megérteni, hogy maga Eötvös is, ki teljes tudatában volt alkotása értékének, csak féllábbal és kellenül lép át laboratóriuma küszöbét, ingájának gyakorlati átdolgozását inkább munkatársaira bízva.

A természettudós idegennek érezte magát hazájában. A teljesen egyoldalú államjogi közszellem, a rövidtávú profitra beállított kapitalista réteg nem várt a természettudományoktól semmit. A tudomány palántáit gondosan és intézményesen ápolni, azért, hogy gyümölcsei esetleg csak a következő nemzedék számára érjenek meg, teljesen kívül állt a mohóság programján.

A közös vámterülettel gyarmati sorba süllyesztett Magyarország vállalkozója nem a magyar tudós, nem a mérnök rátermettségében bízott, hanem a kecsesgető állami szubvencióban. Valami nemzetséértő kishitűség nehezedett a magyar természettudományra, az ország készséggel importálta a nyugati kultúrát, tömegesen a műszaki készárut, „Jobban csinálja ezt a nyugat” szállóigés frázissá vált. A külföldre szorult magyar tudósok és mérnökök pedig, akik közül akárhányan ma is világhírnévnek örvendenek, más nemzetek tudományát és gazdaságát gyarapították tudásukkal. A magyar fizika múltjához hozzátartozik annak a megállapítása is, hogy a gyökeréig rothadt közállapotok ellenére voltak a tudománynak hősei is. Azokra a fizetéstelen gyakornokokra és magántanárookra gondolok, kik az egyetemek könyvtáraiban és laboratóriumaiiban önzetlen munkával ébren tartották a tudományt. Ritkán esett meg, hogy az áldatlan idők ellenére ne lett volna a kor színvonalán álló egy-egy tudósunk. Az utód mindig hazai kézből vette át a tudomány stafétabotját, hazai példából merített erőt a további haladáshoz.

A mult eredményeinek kiértékelése könnyű feladat. Jedlik prioritásának vitatása a külföld felé reménytelen próbálkozás volna, hiszen eredményét nem közölte. De a hazafias szovjet mintára számon tartjuk, hogy a dinamóelv, a mai elektrotechnika fundamentuma, magyar agy szülötte, magyar fizikus alkotóképességének bizonyítéka. Eötvös alakja tisztán áll. Nagyságának lényegét nemcsak a kísérleti fizikus virtuozításában látjuk, mellyel szinte végtelen érzékenységgű mérőeszközeit megalkotta, hanem még inkább abban a nagyvonalú tudományos programban, melynek szolgálatába állította ingáit. Meghatározni a nehézségi potenciál pontos mérésével a geoid alakját, a potenciál gradienseiből pedig megrajzolni a felszín alatti rétegek geológiai szerkezetét. Ezek a munkálatok minálunk még az ő életében meg is indultak és nem egy érdekes földtani probléma megoldására vezettek. Legnagyobb alkotása kétségkívül a súlyos és tehetetlen tömeg azonosságának hihetetlen pontosságú kísérleti bizonyítása volt. Ez a tétel az általános relativitás elméletének alapja és a világirodalomnak minden könyve, mely ezt az elméletet tárgyalja, a teljes elismerés hangján emlékezik meg a tétel megalapozójáról. Mulasztást követnék el, ha itt a kongresszus színe előtt nem idézném Einstein szavait Eötvös halálhíre alkalmából: „A fizikának egy fejedelme halt meg.”

A közelmúlt halottai közül még tisztelettel említjük meg Schmid Rezső és Gerő Loránd nevét, kik a molekulaszpektrumok kutatását indították meg hazánkban, továbbá Bródy Imrét, ki mélyreható elméleti és kísérleti munkával megalkotta a hírneves kriptonlámpát.

Elismerjük és értékeljük a magyar fizika múltját, büszkéek vagyunk minden alkotására. Hiába kutatjuk azonban ebben a multban a tudomány művelésének átfogó célkitűzéseit, hiába annak elismerését, hogy a tudománynak hozzá kell fornia a nemzet életéhez. A felszabadulás hozta meg számunkra azt az új szemléletet, melyet ma minden jószándékú ember magáénak

vall. Minden tevékenységünk, egész életünk csak annyiban bír erkölcsi értékkel, amennyiben a dolgozó közösség szolgálatába állítjuk. A mult tudósa meg volt győződve, hogy emelkedett álláspontot képvisel, ha kijelentheti magáról, hogy nem egyéni érdekből, hanem a tudomány kedvéért műveli a tudományt. Ma tisztán látjuk, hogy a tudomány öncélúságának hitvallása egy üres szentségtartó imádata. A mai magyar fizika a szocializmus építésében találja meg méltó hivatását. A szocializmus építése hihetetlenül sokrétű állami programot jelent és az egész magyar tudomány beleállítása ennek a programnak az irányvonalába az újjászületett Magyar Tudományos Akadémia érdeme. Bennünket ez alkalommal a hatalmas szervezési munkának csak a fizikát érintő része érdekel és erről is csak vázlatosan számolhatunk be. A mult széthulló fizikai kutatása ma egységes mederben folyik. A népgazdaság igényeinek alapos megvizsgálásából születtek meg az ú. n. akadémiai témák. Ma minden kutató fizikus tisztán látja azokat a súlyponti kérdéseket, melyek megkívánják a tudományos munkakonzentrációt. Tisztán látja, hol kell megtámasztania a fizika emelőit, hogy a népgazdaság haladását biztosítsa. Az Akadémia tetemes anyagi támogatással járul hozzá a szükséges kísérleti eszközök beszerzéséhez és pedig elsősorban hazai gyártás útján. Ha a kutató a munkájával akárcsak közbeesőleg is konkrét eredményt ér el, számottevő prémium a jutalma. Hatalmas befektetéssel megalakult az Akadémia legnagyobb intézete, a Központi Fizikai Kutató Intézet. Nagy évi költségvetéssel dolgozik és önálló programján kívül már eddig is nem egy speciális üzemi problémát oldott meg eredményesen. Számos osztályra tagozódó intézet, többszáz tudományos munkásának elsőrendű feladata az akadémiai témák által körvonalazott rendszeres kutatás. Az Akadémia harmadik osztályára hárul az irányítás és ellenőrzés felelősségteljes feladata. Rendkívül fontos szerepet tölt be ennek az osztálynak nemrég megalakult állandó bizottsága, mely már eddig is letérképezte fizikai intézeteinket, felmérte problémaköreiket, kapacitásukat. Komplex bizottság formájában állandó kapcsolatot tart fenn a műszaki osztállyal, hogy a fizika és technika közös határterületén mozgó kérdéseket átvegye és a fizikusok felé közvetítse. Maga az osztály gondosan megvitatott ötéves terv alapján dolgozik és elkészítésénél a Szovjet Akadémia hasonló tervének tudományos perspektíváit alaposan tanulmányozza. Egyik súlyponti feladata a magyar fizikai szakirodalom hézagainak felkutatása és kitöltése részint hazai szerzőnek adandó megbízatással, részint fordításra ajánlható külföldi szakkönyv kijelölésével. Természetes, hogy ebben a tekintetben elsősorban szovjet szakművek felé fordul a figyelme.

Magyar kutatók eredményeinek külföldi publikálására hivatott az *Acta Physica Hungarica*, melynek közleményei valamilyen világnyelven látnak napvilágot. Ugyanezek a cikkek azonban lerövidítve és esetleg könnyebb formában az *Osztályközleményekben* magyar nyelven is megjelennek. Az *Acta* széleskörű külföldi terjesztése nagy körültekintést és lankadatlan kitartást

igénylő feladat, melyet egyrészt a közlemények magas nivójával, másrészt alkalmas szervezéssel kell megoldanunk. Nagyon örülnénk, ha jelenlévő külföldi vendégeink előszó útján is tudomásul vennék a szíves meghívást, hogy az Acta hasábjait cikkeikkel felkeressék. Fel kell említenem, hogy a közeljövőben újabb magyar nyelvű fizikai szakfolyóirat is meg fog jelenni oly közlemények számára, melyek tisztán hazai érdeklődésre számítanak.

A magyar fizika jelen állapotának kialakításában jelentékeny szerepet tölt be az Eötvös Loránd Fizikai Társulat is. Működéséből határozott melegség árad, főcélja a magyar fizikusok baráti egyesítése és ezt a célját két jól sikerült fizikus vándorgyűlésen meg is valósította. Nagyon szerencsés elgondolás volt klubestünk intézménye. Hetenkénti előadásain nemcsak nagy nyilvánosságot biztosít az előadónak, hanem azon túlmenően a káderképzést is üdvösen befolyásolja. A jelenlévő ifjúság impulzust kap, becsúgya felébred és önálló munkára ösztönzi. A Társulat lapja, a Fizikai Szemle, ma már megtalálta azt a szerencsés formát, mellyel le tudja kötni a magyar fizikus közösség minden árnyalatának érdeklődését. Külön fel kell hívnom a figyelmet legutolsó számára, mely éppen a kongresszusra való tekintettel részletekben ismerteti a magyar fizikusok munkaterületeit és elért eredményeit. Ez a körülmény megengedi, hogy magam részéről inkább általános áttekintésre szorítkozzam, mikor most már ezt a kétségtelenül legfontosabb témakört érintem.

A magyar fizika jellegzetes vonása, hogy egészen a felszabadulás napjáig az elméleti kutatások domináló szerepet játszottak. Ez a fizika menete mindenütt, ahol az államvezetés vaksága és szűkmarkúsága folytán a laboratóriumi munka elsorvad. Ma már párhuzamosan, sőt inkább kölcsönös áthatásban halad Magyarországon a kísérleti és elméleti kutatás. Természetes, hogy az elkerülhetetlen specializálódás miatt az egyes problémakörök egy-egy tudományos központ köré csoportosulnak. Ezek a központok részint hagyományokra tekinthetnek vissza, részint most vannak kialakulóban. A kísérletekkel kezdve, hadd említsem elsősorban az Egyesült Izzó és Villamossági RT kutatólaboratóriumát. A múltban itt folytak Selényi Pál félvezető-kutatásai. Bár nevét a tágszögű interferencia kísérlet tette leginkább ismertté, a félvezetőkre vonatkozó tanulmányai külföldi viszonylatban is tekintélyesek.

A magyar fényelemgyártás az ő vizsgálatai alapján vált lehetségessé. A szelénegyenirányítás magyar szakembere. A laboratórium mai súlyponti kérdése a lumineszkálás tanulmányozása. Ez a tárgykör gyakorlati és elméleti szempontból egyaránt fontos. Lumineszcencián alapulnak az energiatakarékoságot biztosító nagyhatásfokú fénycsövek és kétségtelen, hogy ugyancsak a lumineszcencia egyik kulcsa a szilárd testek elméletének. A széles körben lefolytatott analitikai kísérletek, melyeket Szigeti, Nagy, Gergely és Bodó végeztek, ma már jól bevált tudományos hipotézisre vezettek, mely a további kutatások elméleti vezérfonala.

Másik kísérleti központ a műegyetemi kísérleti tanszék, Gyulai Zoltán vezetésével. Vizsgálatai kristályok belső fényelektromos jelenségeire, a kristályvezetésre és növekedésre vonatkoznak. Megállapítja a fotoelektromos hatás spektrális eloszlásának összefüggését az abszorpciós görbével, az alkali-halogenidek diszperzióját az ultraviola tartományban, a plasztikus alakváltozás hatását a vezetésre, igazolja a Kossel-féle kristálynövekedési elméletet és kiterjeszti kutatását foszforeszcenciára, továbbá a félvezetők közötti hőelektromos jelenségekre. Vizsgálatainak értékét erősen fokozza, hogy nem áll meg kísérletileg levezetett kvantitatív összefüggések regisztrálásánál, hanem elméleti értelmezéssel bepillantást nyújt a folyamatok mechanizmusába. Iskolájához tartozik Tomka, Boros és Tarján, kik ma részben önálló elgondolással folytatják a kristálykutatást. A szegedi kísérleti intézetben a szilárd testek félvezető és fotoelektromos sajátosságainak kutatása az egyik probléma, a másik szerves molekulák lumineszcenciájának vizsgálata. Az eddigi eredmények Fröhlich, Gombay és Szalay neveihez fűződnek.

A debreceni intézet a hazai kísérleti magfizika központja. Szalay Sándort nem riasztotta el a mult mostohasága, hanem szerény felszereléssel is megoldotta a kitűzött problémákat, γ -sugárzással előidézett magreakciók folyamán kilépő neutronok, protonok és kvantumok gerjesztési függvényét vizsgálja. Ezekből közbeeső atommagok több gerjesztett állapotát határozta meg. A maghoz sikerült finomstruktúrát rendelnie. Kiterjedt kutatómunkát végzett a hazai uránium-előfordulásokra vonatkozóan és az urániumnak szénhamuban való dúsítását tanulmányozta. A közeljövőben valószínűleg már sokkal előnyösebb körülmények között fogja folytatni érdemes munkáját.

A KFKI osztályai közül a spektroszkópiai szintén központi jellegű. Mivel azonban a hazai spektroszkópiáról külön előadásban értesül a kongresszus, ezúttal csak felemlítem.

Annál inkább ki kell emelnem a kozmikus sugárzási osztályt, melyben Jánossy Lajos hazatérésével új élet indult meg. Jánossy kutatási programjának középpontjába a kiterjedt záporokat állította. Ez a célkitűzés kétirányú munka megindítását tette szükségessé. Először is nagyszámú mérőműszer előállításáról és kiméréséről kellett gondoskodni. A rendelkezésre álló anyagi eszközök a gyártást lehetővé tették. Másfelől azonban szükségessé vált a nukleon-elektron-foton kaszkád elméletének részletes kidolgozása. A nagy ingadozásokkal járó jelenségkör felderítése csak átlagok és valószínűségi eloszlások meghatározásán át közelíthető meg. A matematikai apparátus Jánossy egyenletének tőle származó általánosítása alakjában rendelkezésre áll. A vizsgálatok kiterjednek a záporrészecskék természetének megállapítására is. Másik részük a μ -mezon bomlásával és befogási valószínűségével kapcsolatos. A program nagyszabású, keresztülvitele természetesen évek munkáját jelenti. Az intézet teljesen modern, egyes részeiben egyedülálló. A munkatársak közül Fenyves és Haiman régebbi eredményekre tekinthetnek vissza.

Világos, hogy a mai magyar kísérleti fizika már nem a mult mostoha-gyermeke. Vegyük még tekintetbe, hogy az említett központokon kívül még másutt, elsősorban üzemi laboratóriumokban is folynak fizika-technikai jellegű vegyes kutatások és vonjuk le a következtetést, hogy tudományunkban ma már helyreállt az egészséges egyensúly kísérlet és elmélet között. Az elmélet terén működő magyar fizikusok számban nem haladják meg a kísérletieket, de kutatásuk területe a dolog természeténél fogva jóval szélesebbkörű. Az újabbnak fizika majdnem minden ágának akad elméleti művelője. Az egyfelől igen örvendetes jelenség, másfelől azonban nagyfokú káderhiányunk miatt határozott veszélyt is rejt magában, mert a klasszikus fizika úgyszólván művelők nélkül marad. Nyilvánvaló, hogy a technikának akárhány problémája van, mely a klasszikus fizika területére esik. Az Akadémia könyvkiadói jegyzékéből látjuk legközvetlenebbül, hogy a Szovjetunióban mennyivel szerencsésebb a helyzet. Sűrűn jelennek meg szakművek, amelyek a klasszikus fizikát részint továbbfejlesztik és elmélyítik, részint egy-egy átfogóbb műszaki problémakörhöz hozzáidomítják. Oktatásügyi minisztériumunk tisztán látja a kérdés fontosságát és az orvoslás szükségességét. Feltétlenül szükségesnek látszik, hogy egyetemi előadásaink nyomtatékosan rámutassanak a klasszikus fizika térképén a fehér foltokra és még sokkal jobb volna, ha műszaki kutatók által összeállított konkrét kérdésprogramot ismertethetnénk hallgatóink előtt. Régi tapasztalat, hogy ilyen problémák éppen a hallgatóság ambiciózus részére különös vonzóerőt gyakorolnak. Hatásuk kétségtelenül hamar megnyilvánulna az aspiráns témák megfelelő választásában. Az a benyomásom, hogy itt a fizikus és műszaki vegyes bizottság igen értékes munkát végezhet.

A magyar elméleti fizikai kutatások ugyancsak nagyrészt tanszékek szerint specializálódnak. Az atomelmélet és a szilárd testek elmélete Gombás Pál műegyetem intézetében talált otthonra. A feszesen szervezett atomkutatás alapja Gombás két könyve az atom statisztikai elméletéről és a többtest-problémáról. A kutatás célja az atommodell és a hozzáfűződő közelítőszámítások folytonos fejlesztése. Így pl. a Pauli-elvnek repulzív potenciál alakjában történt beépítése az elméletbe lényeges számítási előnyökkel jár. Az elv finomítása megengedi az elektronok mellékkvantumszám szerinti csoportosítását és szingularitásmentes atommodell felépítését. Az alkalmazás kiterjed a Slater-féle módszer megalapozására és a Gáspár Rezsővel együtt általánosított variációs-módszer tágabb használatára. A belső és külső munkatársak Kónya, Hoffmann és a témaválasztásban Fényes és Pauncz. A többtestproblémában jelentékeny lépés Gáspár Rezső felismerése, hogy a redukált effektív magtöltés Thomas—Fermi-egységekben számítva a rendszámától függetlennek adódik. A statisztikus atommodell igen nagyfontosságú alkalmazásával Gombás fémelméletet dolgozhatott ki, mely az alkáli, földalkáli és a továbbiakban a nemes fémek állapotát szolgáltatta, bővítése pedig a fémek állapotegyenletére vezetett. Az elméletet egyes konkrét esetre Kónya, Hoffmann és Gáspár alkalmazta.

Más módszertani eljárásokkal nyúltak a szilárd test problémájához Kónya és Hoffmann, továbbá Neugebauer, ki a Plotnikov-szórás elméletét és a szilárd testek nullapont rezgését a problémához szabott módszerekkel tárgyalta.

Igen kiterjedt hazai irodalmunkban a molekula elméleti vizsgálata. A molekulafizika erősen szétágazó kérdéskomplexumának minden egyes fejezete talált hazai művelőre. A Debye-féle elmélet általánosítása Budó nevéhez fűződik, ki egyidejűleg veszi tekintetbe a környezet dipólhatását és a molekulaalak befolyását. A polarizáció kérdésében Neugebauer folytatott igen mélyreható vizsgálatokat. Kimutatja, hogy a hidrogénmolekula polarizációs anizotropiája két fizikailag különálló forrásból ered, melyet egyszerre kell tekintetbe venni. Sikerült azonkívül elméletileg megalapozni a kristályrácsokban fellépő polarizációs jelenségeket. A molekulák van der Waals kölcsönhatásával érdekes biológiai kérdéseket értelmez. Elmélete rávilágít arra, hogy fehérjemolekula jelenléte hogyan alakíthat ki hasonló molekulát. Újabb dolgozatban aromás szénhidrogénnek láncmolekulára gyakorolt van der Waals kölcsönhatását kutatja és rámutat a rákos aktivitás egyik okára. A metán molekulával és Gombással a sósavmolekulával példát ad a molekulakötés elméleti tárgyalására. Ebbe a széles körbe bekapcsolódott Horváth, Náray, Pauncz és Berenc is. Utóbbiak a molekulák optikai és mágneses tulajdonságaival is eredményesen foglalkoztak. A kétatomos molekulaszínképek vizsgálata ismét központoszerűleg Kovács és Budó személyéhez tapad. Ezekről a nagyrészt elvi jelentőségű kutatásokról részletesebbet Kovács István fog a kongresszus elé tárni.

Nagyon örömdetes, hogy az atomfizika legmodernebb ága, a magfizika is kísérleti kutatás tárgya hazánkban. A Debrecenben folyó munkákon kívül a KFKI Atomfizikai Osztályán Simonyi Károly, Erő János és Schmidt György munkatársaikkal nagyfeszültségű részecskegyorsítók különböző típusait építette meg és ezekkel értékes tapasztalatokat szerzett. Jellemzésül csak annyit kívánok megemlíteni, hogy hazánkban első ízben ez az Intézet hozott létre atommagreakciót mesterségesen gyorsított részecskéekkel. A radiológiai mérés technika időszerű kérdései terén Bozóky László és munkatársai eredményes munkáját kell megemlítenem. Atommagnyomatékoknak a rádiófrekvenciás spektroszkópia módszerével való meghatározásával Faragó Péter, Gécs Mária és munkatársaik foglalkoznak. A magfizika elméleti részével több kutatónk foglalkozott. Neugebauer a legegyszerűbb magok energianívóiból bizonyos következtetéseket von le az erőtvény távolságfüggésére. Gombás statisztikai magelmélet alapján levezeti a kötési energiák értékét és a stabil izobárok helyzetét. Célja, hogy tényleges elméletnek megfelelően empirikus állandók bevezetését elkerülje és a fellépő konstansokat egy állandó függésében megadja. A kiépített modell tiszta kicserélődési kölcsönhatást tételez fel centrális Yukawa-potenciállal. Az elmélet eredményei jól egyeznek a tapasztalattal.

α -sugaras magreakciók rezonanciajellegének magyarázatát adja Marx György a maganyag dilatációs rezgésének feltételezésével. A kapott rezonanciaenergiák jobbak, mint a korábbi elméletek eredményei. A magok héjszerkezetének aktuális kérdésével Szamosi Géza foglalkozik. Erős szpin-pálya kölcsönhatásból indul ki és centrális Yukawa potenciál felvételével a mag héjszerkezetét a tapasztalattal megegyezésben adja meg. A közeljövőben magfizikai tankönyv jelenik meg részéről, mely a magyar tankönyvirodalomban hégzpótló lesz.

A relativitás elmélete és a kvantumelmélet bizonyos elvi kérdései nagyrészt a Budapesti Egyetemi Fizikai Intézetben futnak össze. Az itt elintézt problémák a relativisztikus dinamika kanonikus kalkulusának kiépítése, az elektrodinamika variációs elvének kiterjesztése mozgó izotróp, majd Marx György által anizotróp dielektrikumokra. Ugyancsak Marx oldotta meg a vitás kérdést az elektromágneses térnek permanens mágnesekre gyakorolt erejére vonatkozólag és Györgyivel együtt a Minkowski-, ill. Abraham-féle tenzor többévtizedes problémáját. Külső munkatársakként Horváth és Mátrai kapcsolódtak be relativisztikus problémákkal. Az elmélet keretének tágításával Jánossy Lajos foglalkozott.

Kvantumelméleti vizsgálataiban Marx bevezette a fermiontöltésre vonatkozó megmaradási elvet, mely elgondolható magreakciók lehetőségét korlátozza. Megvalósult továbbá a célkitűzés, mely a szpintelen kvantumelmélet teljes statisztikus megalapozására irányult. Úgy ez, mint egy másik elgondolás előadások alakjában kerül a kongresszus elé.

Igen tisztelt Kongresszus! Sűrített formában egymás mellé igyekeztem helyezni a magyar fizika multját és jelenjét, a mellőzés és a tervszerű fejlesztés korát.

A magyar fizika él, mert élő törzs hajtása. A törzs a mi népi demokráciánk, melynek életereje áthatol a fizika érhálózatán is. A magyar fizikus szabad kutatásban, tudása legjavát adja, mert érzi a sikeres munkáért járó megbecsülést. 8 év óta új légkörben élünk, jeligénk, hogy amit ma elértünk, azt holnap túl kell szárnyalnunk. Az eddigi eredmények is már tiszteletre méltóak, nyugodtan léphetünk ki velük a kongresszus nyilvánossága elé.

EGY ÚJ STATISZTIKUS ATOMMODELLRŐL

GOMBÁS PÁL, akadémikus

Műszaki Egyetem, Elméleti Fizikai Intézet

Mint ismeretes, az atomfizikai többtestprobléma csak a hullámmechanika keretében nyert kielégítő megoldást. Ennek következtében a két és több elektronnal bíró atomok alapproblémája, mint többelektronprobléma csak a hullámmechanika alapjain volt eredményesen tárgyalható. A régi Bohr-féle elmélet számára már a legegyszerűbb többelektronprobléma a He-probléma leküzdhetetlen akadályokat jelentett. A hullámmechanika az atomi többtestproblémának nemcsak elvben, hanem de facto kielégítő megoldását tudta adni, amennyiben a hullámmechanika keretében olyan módszereket lehetett kidolgozni, melyek segítségével az atomok elektronjainak sajátfüggvényeit és energiasajátértékeit teljesen elegendő pontossággal lehetett meghatározni. Ezek a módszerek a variációs módszer, a self-consistent field módszere, továbbá egyes perturbációs módszerek. Ezeket az Akadémia ezévi nagyhatén részletesen ismertettem. Mindezek a módszerek, mint általában az egész kvantummechanika, eléggé elvontak, tehát nem szemléletesek; alkalmazásuk nagyfokú matematikai apparátust és ezenfelül még igen hosszadalmas, sok esetben csak gépi berendezésekkel véghezvihető számításokat igényel.

Ezért igen lényeges, különösen a kémikus és mérnök számára, aki az atomfizika egyes kérdéseivel meg szeretne ismerkedni, de az elméleti fizikus számára is, hogy rendelkezünk egy a modern atomelméletben gyökerező olyan modellel, mely a hullámmechanikai absztrakt modellt helyettesíteni képes. A Bohr-féle atommodell sajnos nem jöhet számításba, mert mint már említettem, már a legegyszerűbb többtestproblémánál, a He-problémánál, felmondta a szolgálatot.

Egy olyan modell, amely a fenti követelményeket kielégíti, a statisztikus atommodell. Ennek a modellnek az alapjait *Thomas* és *Fermi* 1926-ban, ill. 1927-ben vetették meg. *Thomas* és *Fermi* az atomok elektronjait egy elfajult elektrongáz gyanánt kezelik, melyet a mag vonzása és az elektronok közti taszítás tart egyensúlyban. A potenciál, ill. elektronsűrűség eloszlását egy differenciálegyenletből, az ú. n. Thomas-Fermi egyenletből lehet meghatározni. Az így nyert atommodell, melyben csak a klasszikus elektrosztatikus erők vannak figyelembevételre, az ú. n. Thomas-Fermi modell. Ez az első statisztikus atommodell még több hiányossággal rendelkezik, fő hibája, hogy az elektronsűrűség a magtól nagy távolságban túl lassan, t. i. mint $1/r^6$ csökken, ellen-

tétben a hullámmechanikai elektronsűrűséggel, mely mint ismeretes, nagy távolságban a magtól exponenciálisan tűnik el.

E modellnek egy lényeges továbbfejlesztéséhez jutunk, ha az elektronok között működő elektrosztatikus erők mellett még az ú. n. kvantummechanikai kicserélődési erőket is hozzávesszük, amint azt *Dirac* tette. Ebben a Thomas-Fermi-Dirac modellben az elektronsűrűség nem nyúlik ki a végtelenbe, hanem véges távolságban a magtól megszakad és egy véges értékről hirtelen esik le zérusra. Egy további továbbfejlesztését kapjuk a statisztikus atommodellnek, ha az elektronok közti kölcsönhatáshoz hozzávesszük az elektronok közti korrelációt is, amely az atom külső részein módosítja az elektronsűrűséget. Az itt említett továbbfejlesztések mind a potenciális energia pontosabb számításán alapszanak.

Ezek mellett a módosítások, ill. korrekciók mellett létezik egy kinetikus energiakorrekció is, melyet Weizsäcker-féle korrekciónak neveznek. Az eredeti Thomas-Fermi modell kinetikus energiáját úgy számították, hogy feltételezték, hogy az egyes dV térfogatelemekben jelenlévő elektronok egy teljesen elfajult elektrongázt alkotnak, melynek kinetikus energiája a Fermi-gáznak a nullaponti energiája. Ez pro térfogategység a következő

$$u_F = \kappa_F \varrho^{5/3}, \quad (1)$$

ahol ϱ az elektronsűrűség és

$$\kappa_F = \frac{3}{10} (3\pi^2)^{2/3} e^2 a_0, \quad (2)$$

ahol e a pozitív elemi töltés és a_0 az első Bohr-féle H-rádiusz. Ezt integrálva az egész térre nyerjük az atom kinetikus energiáját. Ez az energia abban az esetben érvényes, ha az egyes dV térfogatelemekben az elektronok teljesen szabadok, tehát a sűrűség konstans.

Abban az esetben, ha az elektronok nem szabadok, tehát a sűrűség a helynek függvénye, akkor ehhez az energiához még egy tag, az ú. n. Weizsäcker-féle inhomogenitási korrekció járul. Ehhez a következőképpen juthatunk el igen szemléletes módon. Tételezzük fel egy pillanatra, hogy az atom elektronjai nem Fermi, hanem Bose statisztikát követnek és mind a legalacsonyabb energianívóban helyezkednek el. Tegyük fel, hogy az elektronok száma a térfogategységben n és a legalacsonyabb energianívó sajátfüggvénye ψ , mely természetesen csak a magtól való távolságtól, r -től függ és mint egy részletesebb vizsgálat mutatja, mindig valósnak tételezhető fel. Ebben az esetben az elektronsűrűség a következő alakú

$$\varrho = n \psi^2. \quad (3)$$

Az elektronok Schrödinger-féle kinetikus energiája a térfogategységben pedig a következőképpen fejezhető ki

$$u_w = 4n\kappa_w (\text{grad } \psi)^2, \quad (4)$$

ahol

$$\alpha_w = \frac{1}{8} e^2 a_0. \quad (5)$$

Ha ψ -t (3)-ból ϱ -val fejezzük ki és (4)-be helyettesítjük, akkor u_w számára nyerjük

$$u_w = \alpha_w \frac{(\text{grad } \varrho)^2}{\varrho}. \quad (6)$$

Ezt az u_w -t szokás Weizsäcker-féle korrekciónak nevezni.

A Pauli-elvet utólag azzal szokás figyelembevenni, hogy u_w -hez hozzáadjuk az u_F energiát, amely lényegében a Pauli-elv következménye. Az elektronok teljes kinetikus energiáját a térfogategységben a következő kifejezéssel szokták előállítani

$$u = u_F + u_w. \quad (7)$$

Tehát fel szokták tételezni, hogy a két energiát egyszerűen összeadható.

Könnyű azonban belátni azt, hogy a két energiátagnak összeadásával az ember hibát követ el, amennyiben, mint látni fogjuk, az elektronok kinetikus energiájának egy részét így duplán számítjuk; tehát a (7) formulával előállított kinetikus energia túl nagy. Ezt mutatják *Sokolov* számításainak eredményei is, aki 1936-ban ennek a Weizsäcker-féle korrekciónak egyszerű additív figyelembevételével a statisztikus módszer alapján meghatározta a Rb^+ -ion energiáját és azt találta, hogy az 20%-kal magasabb mint a mért adat, ami az előbb említett okokra vezethető vissza.

Kvalitatíve könnyű belátni, hogy mi az a hiba, amelyet elkövetünk, ha a Fermi-féle és Weizsäcker-féle kinetikus energiát egyszerűen összeadjuk. A Fermi-féle kinetikus energia a szabad elektronok kinetikus energiája a Fermi-statisztika alapján számítva. Ez az energia két részből tevődik össze. Az egyik, mégpedig ennek az energiának túlnyomó része, onnan származik, hogy az elektronok nem eshetnek mind le a legmélyebb energiájú kvantumcellába, mert a Pauli-elv következtében egy kvantumcellában legfeljebb két elektron foglalhat helyet. Tehát a Pauli-elv miatt az elektronokat a legmélyebb energiájú kvantumcellától kezdve szukcesszive magasabb energiájú kvantumcellákba kell elhelyezni. Tehát az elektronoknak egy minimális kinetikus energiával kell rendelkezniök, mely gondoskodik arról, hogy ne essenek le a már betöltött mélyebb energiájú kvantumállapotokba. Ezen a Pauli-elvtől származó részen kívül tartalmaz azonban u_F még egy kinetikus energiarészt, mely onnan származik, hogy az egy kvantumállapotnak megfelelő fáziscella véges kiterjedésű, mégpedig h^3 nagyságú. Ez az utóbbi energiarész tehát a kvantáltságnak a következménye, ill. közvetlen folyománya a Heisenberg-féle relációnak. Ha a h zérus felé tendálna, akkor a kvantumállapot vagyis a fázistér elemi cellájának dimenziói zérusra zsugorodnának össze és a kinetikus energiának ez a második része nem lépne fel. Egyszerűbb terminológia

kedvéért a kinetikus energiának ezt a fáziscellák véges méreteitől származó részét az elektronok kinetikus sajátenergiájának fogjuk nevezni. A Fermi-féle kinetikus energia tehát egyrészt tartalmazza a Pauli-elv folytán fellépő kinetikus energiarészt, másrészt pedig tartalmazza a szabad elektronoknak ezt a kinetikus sajátenergiáját. A kinetikus energiának Weizsäcker-féle része semmi más, mint a ψ állapotban elhelyezett nem szabad elektronoknak a radiális kinetikus sajátenergiája, mert hiszen a Weizsäcker-féle energia úgy lett számítva, mintha az elektronok mind ugyanabban a ψ állapotnak megfelelő kvantum-állapotban helyezkednének el, vagyis a sajátfüggvények ortogonalitásától eltekintettünk. Ha tehát a Fermi-féle és a Weizsäcker-féle kinetikus energiát összeadjuk, akkor az elektronok radiális kinetikus sajátenergiáját duplán számítjuk. A helyes kifejezést akkor kapjuk, ha a Fermi-féle kinetikus energiából a szabad elektronok radiális kinetikus sajátenergiáját levonjuk. Megemlítjük még, hogy a szabad elektronok radiális kinetikus sajátenergiája természetesen mindig kisebb mint a Weizsäcker-féle radiális kinetikus sajátenergia, mely nem szabad, hanem a fentebb definiált ψ állapotban elhelyezett elektronokra vonatkozik.

Feladatunk mármost az, hogy a szabad elektronok radiális kinetikus sajátenergiáját kiszámítsuk és ezt az elektronok teljes kinetikus energiájából levonjuk. Evégből szorítkozunk ismét az egy dV térfogatelemben lévő teljesen szabadnak feltételezett elektronokra, melyek a fázistér legalacsonyabb energiájú kvantumcelláit mind teljesen betöltik. Minthogy az energia feltevésünk értelmében a helytől független, elegendő az elektronoknak csak az impulzustérben való eloszlásával foglalkoznunk. Minthogy egyik irány sincsen kitüntetve, az elektronok az impulzustérben a legkisebb energiájú cellától kiindulva az összes lehetséges impulzuscellákat teljesen be fogják tölteni egy bizonyos p_μ maximális impulzusig. A probléma abban áll, hogy ennek a p_μ sugarú impulzuszögmbnek olyan felosztását találjuk meg, mely lehetővé teszi számunkra az elektronok radiális kinetikus sajátenergiájának kiszámítását.

Egy ilyen felosztáshoz a következőképpen juthatunk el. Fermi a periodikus rendszernek a statisztikus atommodell alapján történt értelmezésénél [1] ezt az impulzuszögmböt az r rádiuszvektorral koaxiális hengerekkel hengerövekre bontotta, a hengerek keresztmetszetének sugarát $l \frac{h}{2\pi} \frac{1}{r}$ -nek választva, ahol l a mellékkvantumszám. Az $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ mellékkvantumszámmal bíró elektronok, vagyis az s -, p -, d -, f ... elektronok a legbelsőtől kiindulva rendre e hengerövekben fognak elhelyezkedni. Minthogy az impulzuszögmbnek e felosztása nemcsak az itt említett Fermi-féle elméletben, hanem egy más vonatkozásban is [2] igen termékenynek bizonyult, közelfekvő, hogy ezt a felosztást továbbvigyük. Az impulzuszögmböt az eredeti gömbbel koncentrikus gömbök segítségével — melyek sugara $n \frac{h}{2\pi} \frac{1}{r}$ — gömbövekre bontjuk fel, melyek mindegyike az elektronoknak egy bizonyos energiájú csoportját tartalmazza.

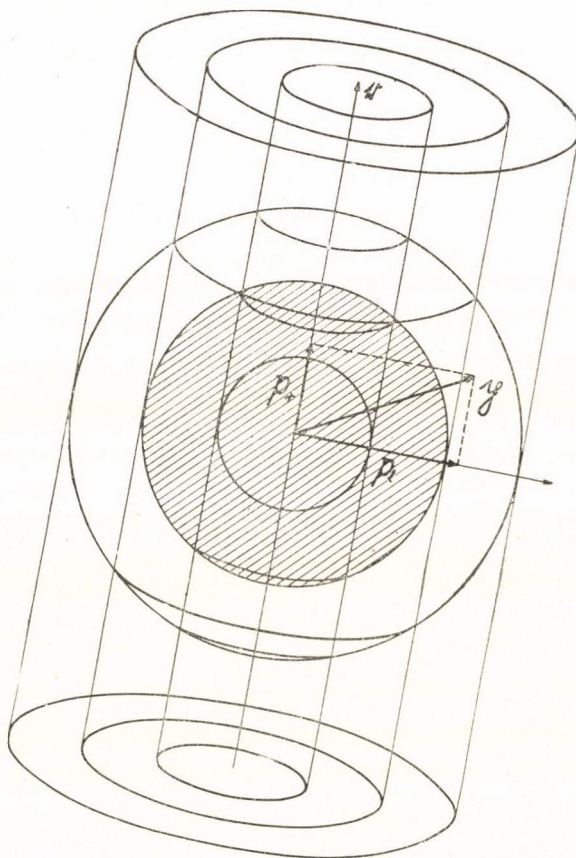
A következő jelöléssel

$$p_0 = \frac{h}{2\pi} \frac{1}{r} \quad (8)$$

az egymás után a következő gömbfelületek sugarai a

$$p_n = n p_0 \quad (9)$$

összefüggésből adódnak.



1. ábra. Az impulzusgömb felosztása.

Az $(n+1)$ -ik energiaállapotban lévő elektronok egy $p = n p_0$ minimális impulzussal rendelkeznek, amely szükséges ahhoz, hogy ezeket az elektronokat az $(n+1)$ -ik energiaállapotba emelje. Az $(n+1)$ -ik energiaállapotban lévő elektronok átlagimpulzusa

$$p = p_n + \frac{1}{2} p_0. \quad (10)$$

Tehát az a minimális impulzus, amellyel az elektronnak az $(n+1)$ -ik energiaállapotban a Pauli-elv miatt rendelkeznie kell, $\left(p - \frac{1}{2} p_0\right)$ -al egyenlő.

Az elektron kinetikus sajátenergiája u_s a teljes p impulzussal és ezen redukált impulzussal számított kinetikus energia különbsége. Tehát

$$u_s = \frac{p^2}{2m} - \frac{\left(p - \frac{1}{2}p_0\right)^2}{2m} = \frac{pp_0}{2m} - \frac{1}{4} \frac{p_0}{2m}. \quad (11)$$

Mivel egyik irány sincs kitüntetve, a kinetikus energia felerészben azimutális és felerészben radiális. Tehát a radiális kinetikus sajátenergia $\frac{1}{2} u_s$.

Ezzel a radiális kinetikus sajátenergiával kell az elektron kinetikus energiáját redukálni. Az elektron redukált kinetikus energiája tehát a következő

$$u'_F = \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{2} u_s = \frac{1}{2m} \left(p^2 - \frac{1}{2} p_0 p + \frac{1}{8} p_0^2 \right) = \frac{1}{2} \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} \frac{\left(p - \frac{1}{2} p_0\right)^2}{2m}. \quad (12)$$

E kifejezés utolsó alakjában az első tag az elektron kinetikus energiájának azimutális, a második pedig a radiális része. Ennek az utóbbi tagnak természetesen csak olyan p értékekre van értelme, melyek $\frac{1}{2} p_0$ -nál nagyobbak, aminek figyelembevétele a továbbiak szempontjából igen lényeges.

A térfogategységben lévő elektronok kinetikus energiáját úgy nyerjük, hogy u'_F -t megszorozzuk a p és $p + dp$ sugarú gömbök közti kvantumállapotok számával $dQ = \frac{8\pi}{h^3} p^2 dp$ -vel és integrálunk a legkisebb megengedett impulzustól a legnagyobbig, tehát p_μ -ig. A legkisebb megengedett impulzus az azimutális résznél 0, a radiális résznél $\frac{1}{2} p_0$. A térfogategységben lévő elektronok kinetikus energiájának azimutális és radiális részei, tehát a következő alakúak lesznek

$$u_F^a = \frac{1}{2} \frac{1}{2m} \int p^2 dQ = \frac{1}{2} \frac{1}{2m} \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_\mu} p^4 dp, \quad (13)$$

$$u_F^r = \frac{1}{2} \frac{1}{2m} \int \left(p - \frac{1}{2} p_0\right)^2 dQ = \frac{1}{2} \frac{1}{2m} \frac{8\pi}{h^3} \int_{\frac{1}{2} p_0}^{p_\mu} \left(p - \frac{1}{2} p_0\right)^2 p^2 dp. \quad (14)$$

Figyelembevéve a $p_\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} h Q^{1/3}$ relációt, nyerjük

$$u_F^a = z_0 Q^{5/3}, \quad (15)$$

$$u_F^r = z_0 Q^{5/3} - z_1 Q^{4/3} \frac{1}{r} + z_2 Q \frac{1}{r^2} - z_3 \frac{1}{r^3}, \quad (16)$$

ahol

$$\begin{aligned} z_0 &= z_F/2, & z_1 &= \frac{3}{16} (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} e^2 a_0, \\ z_2 &= \frac{1}{16} e^2 a_0, & z_3 &= \frac{1}{3840} e^2 a_0. \end{aligned}$$

Itt figyelembe kell venni, hogy u_F^r -nek, amint a definiáló egyenletből látható, csak olyan p_μ maximális impulzusokig van értelme, melyek nagyobbak mint $\frac{1}{2} p_0$. Tehát u_F^r -nek olyan r -ekig van értelme, melyek a

$$p_\mu = \frac{1}{2} p_0 \quad (17)$$

egyenlettel, tehát a

$$r^3 \varrho = \frac{1}{24\pi^2} \quad (18)$$

egyenlettel vannak definiálva. Mivel ϱ , mint látni fogjuk, $r=0$ -nál konstans és nagy r -eknél exponenciálisan tűnik el, ennek az egyenletnek két gyöke van r_i és r_a , ahol r_i -vel jelöljük a kisebbik, r_a -val pedig a nagyobbik gyököt. u_F^r tehát egy gömbövényben van értelmezve, melynek határfelületei az r_i és r_a sugarú gömbfelületek. E gömbövény kívül $u_F^r \equiv 0$.

A statisztikus atommodell energiakifejezése tehát a következőképpen alakul. Az atom kinetikus energiája az azimutális Fermi-energiából E_F^a -ból, a radiális Fermi-energiából E_F^r -ből és a Weizsäcker-féle energiából E_w -ből áll. A potenciális energia pedig a következő tagokból tevődik össze: a magnak az elektronokkal való elektrosztatikus kölcsönhatásából E_p^k -ből, az elektronoknak egymással való elektrosztatikus kölcsönhatásából E_p^e -ből és az elektronoknak kicserélődési kölcsönhatásából E_a -ból. Ezek az energiatagok sorra a következő alakúak

$$E_F^a = \int u_F^a dv, \quad (19)$$

$$E_F^r = \int u_F^r dv, \quad (20)$$

$$E_w = z_w \int \frac{(\text{grad } \varrho)^2}{\varrho} dv, \quad (21)$$

$$E_p^k = - \int \frac{Ze}{r} \varrho dv, \quad (22)$$

$$E_p^e = - \frac{1}{2} \int V_e e \varrho dv, \quad (23)$$

$$E_a = - z_a \int \varrho^{4/3} dv. \quad (24)$$

Itt $V_e(r)$ az elektronfelhő potenciálja az r helyen, tehát $V_e(r)$ a következő alakú

$$V_e(r) = - e \int \frac{\varrho(r')}{|r-r'|} dv'. \quad (25)$$

Az atom teljes energiája, E ezen energiatagok összege, tehát

$$E = E_F^a + E_F^r + E_w + E_p^k + E_p^e + E_a. \quad (26)$$

A feladat abban áll, hogy ϱ -t úgy határozzuk meg, hogy az atom összenergiája E minimum legyen, figyelembevétel, hogy ϱ -nak a következő mellékfeltételt kell kielégítenie

$$\int \varrho e \, dv = Ne. \quad (27)$$

Ha ezt az egyenletet egy Lagrange-féle multiplikátorral megszorozva hozzáadjuk E -hez, akkor a ϱ meghatározására szolgáló variációs elvet a következő alakban írhatjuk

$$\delta \int (E + V_0 Ne) = 0, \quad (28)$$

ahol V_0 a Lagrange-féle multiplikátor, melyet a fentebbi mellékfeltételből kell meghatározni. Ebből a variációs elvből ϱ , ill. $\varrho^{1/3} = \psi$ meghatározására a következő differenciálegyenlet adódik

$$4z_w \Delta \psi - \frac{5}{3} z_0 \psi^{7/3} - f(\psi, r) + \frac{4}{3} z_a \psi^{5/3} + (V - V_0) e \psi = 0. \quad (29)$$

Ebben az egyenletben az $f(\psi, r)$ tag a Fermi-féle kinetikus energia radiális részétől származik és a következőképen van definiálva

$$r_i \leq r \leq r_a \text{ esetén } f(\psi, r) = \psi \frac{\partial U_r}{\partial \varrho} = \frac{5}{3} z_0 \psi^{7/3} - \frac{4}{3} z_1 \psi^{5/3} \frac{1}{r} + z_2 \psi \frac{1}{r^2}, \quad (30)$$

$$0 \leq r \leq r_i \text{ esetén, valamint } r \geq r_a \text{ esetén } f(\psi, r) \equiv 0. \quad (31)$$

Hogy $f(\psi, r)$ az r_i -nél kisebb és r_a -nál nagyobb r értékekre identikusan eltűnik, az azzal függ össze, hogy a Fermi-féle radiális kinetikus energiasűrűség ezekre az r értékekre identikusan zérus. Könnyű meggyőződni arról, hogy az r_i és r_a rádiuszoknál az f függvény és r szerinti deriváltja, azaz $\frac{\partial f}{\partial r}$, eltűnik, tehát az f függvény deriváltjával együtt az egész térben folytonos.

V jelenti az atom teljes potenciálját, tehát

$$V = \frac{Ze}{r} + V_e. \quad (32)$$

ΔV -re fennáll a Poisson-féle egyenlet, melyet ψ -vel a következő alakban írhatunk

$$\Delta V = 4\pi e \psi^2. \quad (33)$$

Ha az alapegyenletből V -t kifejeznénk és ide behelyettesítenénk, akkor ψ számára egy negyedrendű differenciálegyenletet nyernénk, melynek megoldása igen komplikáltnak bizonyulna. Ezért sokkal célszerűbb a (29) egyenletet alapegyenletnek tekinteni és a V kifejezésében szereplő V_e -t a fenti integrálalakból behelyettesíteni, miáltal a ψ meghatározására szolgáló (29) egyenlet egy integrodifferenciálegyenletté alakul. Ennek megoldása ugyan még mindig

igen komplikált, de lényegesen egyszerűbb mint az előbb említett negyedrendű differenciálegyenleté.

Könnyű kimutatni, hogy az $r=0$ pont környezetében ψ a következő sorral állítható elő

$$\psi = A + Br + Cr^2 + \dots \quad (34)$$

ahol az A, B, C, \dots együttthatók konstansok, melyek könnyen meghatározhatók. A ψ függvény, tehát a sűrűség $\rho = \psi^2$ is, $r=0$ -nál, ellentétben az eddigi statisztikus modellekkel, nem válik végtelenné, hanem konstans marad, teljes megegyezésben a hullámmechanikával.

Azt is könnyű belátni, hogy a magtól végtelen nagy távolságban ψ exponenciálisan tűnik el, ami az eddigi statisztikus modellekhez viszonyítva szintén lényeges javítást jelent és szintén a legteljesebb megegyezésben van a hullámmechanikai eredményekkel.

Hogy a modellünket ne csak nehéz, hanem könnyebb atomokra is alkalmazhassuk, még röviden néhány korrekciót szeretnék megemlíteni, melyeknek elsősorban könnyű atomokra van jelentőségük.

Az első ilyen korrekció az elektronok elektrosztatikus energiáját érinti. Minthogy a statisztikus atommodellben az elektronokat az egész térben folytonosan elkenve képzeljük, az elektronok elektrosztatikus energiájának kifejezésében az egyes elektronoknak önmagukkal való elektrosztatikus kölcsönhatása is bennefoglaltatik. *Fermi* és *Amaldi* szerint ezt úgy lehet korrigálni, hogy az ember az elektronok elektrosztatikus potenciáljának N -ed részét, tehát $\frac{1}{N} V_e$ -t V_e -ből levonja, tehát V_e helyébe az $\left(1 - \frac{1}{N}\right) V_e$ kifejezést írja.

Csak röviden említjük meg, hogy a kicserélődési energián egy teljesen hasonló korrekciót lehet végrehajtani, azzal a különbséggel, hogy a korrekciós faktor $1 - \frac{\sigma}{N}$, ahol σ az atomok K -elektronhéjában lévő elektronjainak száma, amely H-ra 1, minden további atomra 2. Ennek a korrekciónak jelentősége, eltekintve az egészen könnyű atomoktól, rendkívül kicsi, minthogy az egész kicserélődési energia önmagában véve is kicsi.

E korrekciókon kívül kis elektronszámok esetében még a Fermi-féle kinetikus energiát is korrigálnunk kell. A fázistér, ill. impulzustér legalacsonyabb energiájú állapotában, tehát a $p = p_0$ sugarú impulzuszögömbön belül elhelyezkedő elektronoknak a Pauli-elvből származó kinetikus energiája el kellene hogy tűnjön, ugyanis ezeknél az elektronoknál a kinetikus energiát a Weizsäcker-féle rész szolgáltatja. Modellünkben ezen elektronoknak Fermi-féle kinetikus energiája nem tűnik el, ami nagy elektronszámok esetén nem játszik szerepet. Ha azonban számításainkat kis elektronszámú atomokra is ki akarjuk terjeszteni, akkor a $p_1 = p_0$ sugarú impulzuszögömbön belül elhelyezkedő elektronok Fermi-energiáját az atom teljes energiájából le kell vonnunk. Minthogy ez ugyis csak egy kis korrekciót jelent, ezt a kis energiát mint egy elsőrendű perturbációs energiát az atom energiakifejezéséből utólag vonjuk le.

Úgy is eljárhatunk, hogy a Fermi-féle kinetikus energiarészt egy a Fermi-Amaldi-féle korrekcióhoz hasonló korrekciós tényezővel látjuk fel, amely ezt az energiát a He és H esetében, tehát az $N=2$, ill. $N=1$ esetben zérussá teszi. Ez azt jelenti, hogy a Fermi-féle kinetikus energiarészt az $1 - \frac{\sigma}{N}$ korrekciós faktorról szorozzuk meg, ahol σ az előbbi módon van definiálva. Ez a korrekciós faktor ugyan garantálja azt, hogy a Fermi-féle kinetikus energiarész $N=1$ és 2 esetében eltűnik, de nagyobb N -ek esetében nincs olyan jól megalapozva, mint az előbb említett korrekciók. De valójában ez a korrekció nem annyira durva, mint az első pillanatban látszik, mert kis elektronszámok esetében a Fermi-féle kinetikus energiarész a Weizsäcker-féle kinetikus energiatag mellett nem jelentős, nagy elektronszámok esetében pedig a korrekció, mint azt alakjából látni, amúgy is jelentéktelen. Így tehát a korrekcióban elkövetett hiba csak igen kis mértékben mutatja hatását. Ennek a korrekciónak a megalapozását az a körülmény adja, hogy igen kis elektronszámú atomoktól eltekintve ezzel a korrekcióval praktice ugyanarra az eredményre jut az ember, mint a fentebb említett kinetikus energiakorrekcióval, azzal a különbséggel, hogy kis elektronszámok esetében feltétlenül az utóbb tárgyalt korrekció bizonyul helyesebbnek.

Azt itt tárgyalt modell első alkalmazása gyanánt meghatároztam az atomok energiáját. Mivel az energia igen gyorsan konvergál az energiaminimumhoz, az energiát nagy pontossággal lehet meghatározni a Ritz-féle eljárás segítségével. Az elektronsűrűséget első közelítésben a következő alakban tételeztem fel

$$\varrho = \frac{N}{A} e^{-x}, \quad (35)$$

ahol N az elektronok száma, A egy normálási faktor és x a magtól való távolsággal r -rel a következőképpen függ össze

$$r = \frac{1}{\lambda} x^n. \quad (36)$$

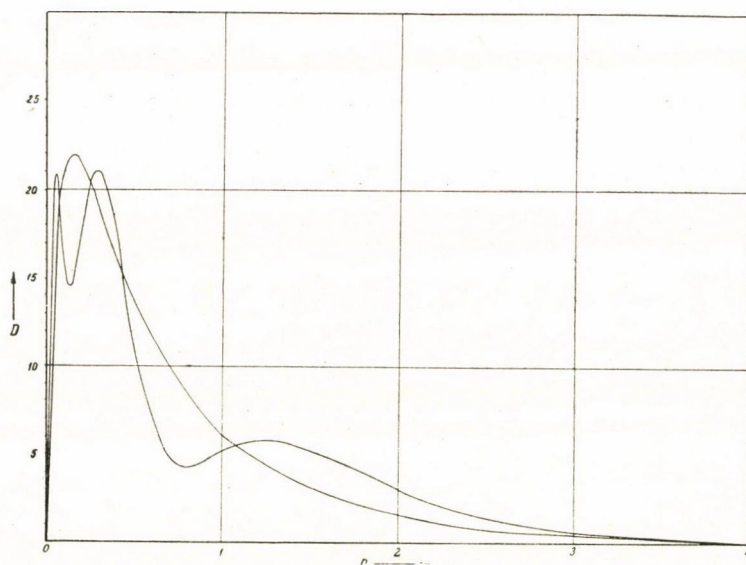
λ -t és n -et variációs paramétereknek tekintettem és az energia minimum-elvéből határoztam meg. Az így számított energia kb. 1%-on belül approximálja a valódi energiaminimumot. A számított energiák a mellékelt táblázatban vannak feltüntetve. Összehasonlításképpen megadtam az empirikus, ill. az exaktabb hullámmechanikai módon, vagy a Slater-féle félempirikus módszerrel nyert energiaértékeket is [3]. Amint látható, az eltérés a legkönnyebb atomoktól a legnehezebbekig mindvégig kisebb mint 3%. Ez lényeges eredmény, mert az eddigi statisztikus modelleknél az eltérés az 50%-ot is meghaladta. Hogy H esetében a megegyezés a tapasztalattal teljes, az természetesen a fentebb említett kis elektronszámra vonatkozó korrekciónak köszönhető, minek következtében a statisztikus atommodell $N=1$ - és 2-re átmegy a hullámmechanikai modellbe. E korrekciók nélkül igen kis elektronszámok esetében kb. $N=6$ -ig

az itt nyert jó egyezés kissé elromlana, de nehezebb atomok esetében az itt nyert értékektől csak egészen minimális eltérés mutatkozna.

Az atomok számított energiaértékei összehasonlítva az empirikus értékekkel.

Az energiák e^2/a_0 -egységekben vannak megadva

| | Z | $-E$ | $-E_{\text{emp}}$ |
|----|-----|--------|-------------------|
| H | 1 | 0,5 | 0,5 |
| He | 2 | 2,8588 | 2,904 |
| Be | 4 | 14,584 | 14,68 |
| C | 6 | 37,713 | 37,86 |
| O | 8 | 74,187 | 75,07 |
| Ne | 10 | 126,22 | 129,5 |
| Na | 11 | 158,41 | 162,0 |
| Ar | 18 | 514,73 | 525,36 |
| Fe | 26 | 1243,3 | 1248,7 |
| Kr | 36 | 2721,9 | 2703,6 |
| X | 54 | 7234,1 | 7079,4 |
| Hg | 80 | 18620 | 18684 |
| U | 92 | 26016 | 25522 |



2. ábra. Az új statisztikus radiális elektronsűrűség D összehasonlítva a Hartree-Fock-féle hullámmechanikai radiális elektronsűrűséggel az Ar atom esetében

Mint már említettem, az elektronsűrűség a Ritz-féle eljárásnak ezen első közelítésével nem nyerhető elegendő pontossággal, sőt még a Ritz-féle magasabb közelítések sem garantálnák azt, hogy az atomok külső részeiben a tényleges megoldást elegendő pontossággal közelítettük meg. Az elektronsűrűség meghatározására a fentebb megadott alapegyenletet kell megoldani. A megoldást több módon, pl. egy Hartree-féle iterációs eljárással lehet előállítani.

Az egyenletet Ar esetére oldottuk meg és a radiális elektronsűrűséget a 2. ábrán tüntettük fel. Összehasonlítás gyanánt a Hartree-Fock módszerrel nyert hullámmechanikai radiális sűrűséget is ábrázoltuk. Amint látható, az itt nyert elektronsűrűség a Hartree-Fock-féle sűrűséget igen jól átlagolja és a magtól nagyobb távolságban ($r > 3a_0$) ahhoz igen hasonló menetet mutat.

A számítások elvégzéséért ezen a helyen is köszönetet mondok Kuvári Olgának, Dr. Pozsonyi Józsefnek és Vaczó Juliannának.

IRODALOM

- [1] E. Fermi, *Nature (London)* 121, 502, 1928; *Rend. Lincei* (6) 7, 342, 1928; *ZS. f. Phys.* 48, 73, 1928.
- [2] P. Gombás, *Acta Phys. Hung.* 1, 285, 1952.
- [3] Az erre vonatkozó irodalom megtalálható: P. Gombás, *Acta Phys. Hung.* 3, 127, 1953.

A STATISZTIKUSAN MEGHATÁROZOTT ELEKTRON-SŰRŰSÉGEKNEK AZ ATOMMAGOK KÖZELÉBEN VALÓ VISELKEDÉSÉRŐL

GÁSPÁR REZSŐ

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest
Elméleti Fizikai Osztály

A statisztikus atomelmélet egyik legfontosabb feladata az atomokban lévő elektronok sűrűségeloszlásának a meghatározása. A statisztikus atomelmélet erre a célra igen egyszerű módszereket dolgozott ki, amelyek közül a leg-egyszerűbb az ú. n. Thomas—Fermi közelítés sűrűségeloszlása, mely végeredményben egy univerzális függvény meghatározására vezet vissza a sűrűségeloszlás meghatározását.¹ Ennek az igen könnyen meghatározható sűrűségeloszlásnak két tartományban jelentős hibái vannak. Az atommagtól távolosó tartományban a sűrűségeloszlás igen lassan, mint $1/r^0$ -on válik nullává, mert az elektronoknak a saját elektrosztatikus taszítása az elektronfelhőt túlságosan fellazítja. A hullámmechanikai sűrűségeloszlás azonban exponenciálisan tehát sokkal gyorsabban tűnik el. A statisztikus modellnek ezt a hibáját az elmélet további bővítései (Fermi—Amaldi korrekció, a kicserélődésnek, ill. a korrekciónak az elméletbe való beépítése) lényegében véve kiküszöbölik. Az atommag közvetlen környezetében fekvő részeken a sűrűségeloszlás, mint $1/r^{3/2}$ végtelenné válik, szemben a hullámmechanikai sűrűségeloszlással, mely az atommag helyén állandó. Ez a hibája lényegében véve a statisztikus modellek nagy többségének meg van, mert a legtöbb korrekció a sűrűségeloszlást csupán a külső részeken változtatja meg lényegesen. Kivételek ez alól a kinetikus energiakorrekcióval bővített modellek.² A közbeeső tartományban — ez a tartomány a legjelentősebb az atom számára — a sűrűségeloszlás a hullámmechanikainak jó átlagértékét adja. Meg szeretnénk mutatni, hogy a sűrűségeloszlásnak az atommag helyén való szinguláris viselkedése nem teljesen véletlen.

E célból vizsgáljuk meg részletesebben a hullámmechanikai sűrűségeloszlás viselkedését a mag helyén. A legbelső u. n. $1s$ elektron csaknem hidrogénszerű térben mozog, melyet az atommag és az öt kissé leárnyékoló másik $1s$ elektron hoznak létre. Ettől a leárnyékoló hatástól azonban az itt következő elmeftuttatás során, mely inkább kvalitatív jellegű, el akarunk tekinteni.

¹ Lásd pl. P. Gombás: Die Statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen. Wien. Springer Vlag. 1949.

² Lásd pl. P. Gombás, Acta Phys. Hung. 3, 105, 1953; Acta Phys. Hung. 3, 127, 1953.

Ezt annál is inkább megtehetjük, mert az árnyékoló effektív magtöltés értéke a rendszámtól független s mi éppen egy a rendszámmal változó tulajdonságot vizsgálunk. A mag töltése legyen Ze , ahol Z a rendszám és e a pozitív elemi töltés; ekkor az ennek a térben mozgó elektron sajátfüggvénye az $1s$ állapotban

$$\psi = 2 \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-Zr/a_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad (1)$$

ahol r a magtól az elektronhoz vont rádiusvektor abszolút értéke és a_0 a legkisebb H -pálya sugara a Bohr-elmélet szerint. Mivel a mag közvetlen környezetében az atom teljes sűrűségeloszlásához az $1s$ elektronok járulnak hozzá legnagyobb mértékben a sűrűség, $\varrho \cong 2|\psi|^2$ a mag közelében, a rendszám Z növekedésével, mint Z^3 növekszik.

A statisztikus elméletben a semleges atomok sűrűségeloszlását a

$$\varrho = \frac{Z}{4\pi\mu^3} \left[\frac{\varphi_0(x)}{x} \right]^{3/2} = c Z^{3/2} \left[\frac{\varphi_0(x)}{r} \right]^{3/2} \quad (2)$$

függvény írja le, ahol $\varphi_0(x)$ egy univerzális függvény, mely a mag helyén állandó értéket vesz fel $\varphi_0(0) = 1$ és $c = 1/[4\pi(0,8853a_0)^{3/2}]$ egy a rendszámtól független állandó. (2)-ben figyelembe vettük a következő összefüggéseket:

$$x = \frac{r}{\mu} \quad \text{és} \quad \mu = \frac{0,8853 a_0}{Z^{1/3}}. \quad (3)$$

Ha a sűrűségeloszlás az atommagnak elég nagy környezetében az összes atomokra, tehát minden rendszámra csak valamelyest is a hullámmechanikainak a közelítése akar lenni, akkor a (2) jobboldalán lévő zárójeles kifejezésnek a rendszám növelésével $Z^{3/2}$ szerint kellene növekednie. A zárójeles kifejezés ezt nem teszi meg, hiszen $\varphi_0(0) = 1$ és r a rendszámtól független, de ehelyett r -től való függésében hozza létre ugyanazt a szingularitást, mint amit a hullámmechanikus sajátfüggvény csupán Z -től való függésében mutat. Ez a sajátos viselkedés teszi lehetővé, hogy dacára $\varphi_0(x)$ univerzális voltának (2) a hullámmechanikai sűrűségeloszlásnak jó átlagértékét adja meg, a mag helyét és — más okoknál fogva — a magtól távoli tartományt kivéve.

MEGJEGYZÉSEK A SCHRÖDINGER-EGYENLET VARIÁCIÓS MÓDSZERREL VALÓ MEGOLDÁSÁHOZ

HORVÁTH JÁNOS

Elméleti Fizikai Intézet, Szeged

A kvantummechanikai közelítő módszerek közül a variációs-módszer bizonyult többelektronos atomfizikai problémák esetében a legalkalmasabbnak a *Schrödinger*-egyenlet megoldására [1]. Ismeretes, hogy a variációs-módszer spektroszkópiai pontossággal megadja atomfizikai rendszerek energiasajátértékeit, ugyanakkor azonban a sajátfüggvényeket már nem adja meg kielégítő pontossággal. Ha tehát a variációs módszer segítségével meghatározott sajátfüggvényeket akarjuk további közelítő számítások kiindulásául választani, fontos annak a megállapítása, hogy a szóban forgó sajátfüggvény mennyire tér el az exakt sajátfüggvénytől.

Tekintettel arra, hogy a magasabb rendszámú atomok esetében a legjobb sajátfüggvények a *Hartree*-, ill. a *Hartree—Fock*-féle sajátfüggvények [2], kézenfekvő a variációs módszerrel meghatározott sajátfüggvényt ezekkel összehasonlítani és így közvetlenül megállapítani, hogy milyen mértékű az egyezés.

Minthogy egy molekulafizikai probléma esetében szükségem volt a kálium atom valenciaelektronjának a sajátfüggvényére, behatóbban foglalkoztam a hibabecslés problémájával. Az 1. ábrán feltüntettem a valenciaelektron *Gombás* [3] által meghatározott sajátfüggvényét, valamint a megfelelő *Hartree—Fock*-féle [4] sajátfüggvényt. Az egyezés a valóságban jobb, mint azt ez az ábra mutatja, mert az alkalmazások során minden esetben a radiális elektronsűrűség játszik szerepet (l. 2. ábra). mikor is az eltérés egészen elhanyagolható.

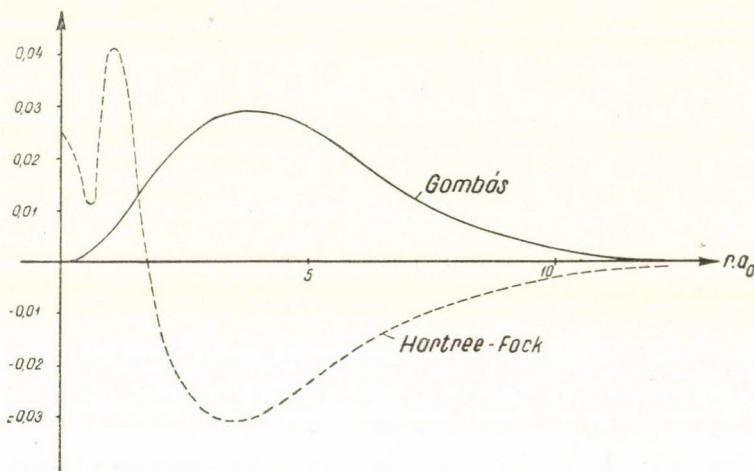
A sajátfüggvények hibájának ez a meghatározása azonban részint matematikailag nem kielégítő, részben pedig csak ritkán keresztülvihető, minthogy aránylag kevés atom esetében állnak rendelkezésünkre a megfelelő *Hartree—Fock*-féle [5] sajátfüggvények, részben pedig a *Hartree—Fock*-féle sajátfüggvények még mindig nem az exakt sajátfüggvények és így kívánatos, hogy a sajátfüggvény valóságos hibájának a megbecslésére más módszert adjunk meg.

Matematikailag is jobban elfogadható és talán fizikailag is mélyebb módszer a sajátfüggvény hibájának a megbecslésére a következő módszer: A variációs-módszer által megadott sajátfüggvény ismeretében meghatározzuk annak a *Schrödinger*-egyenletnek a potenciálfüggvényét, melynek a variációs-módszer segítségével meghatározott sajátfüggvény az exakt megoldása. Legyen

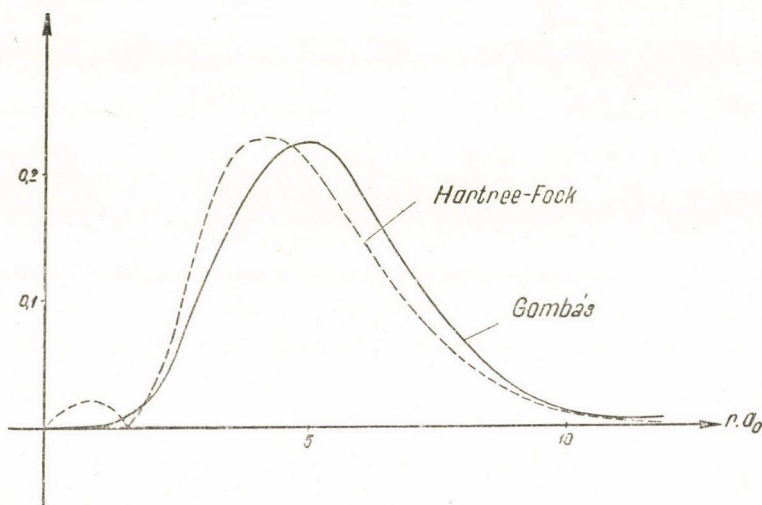
V az eredeti potenciálfüggvény és W az ily módon meghatározott potenciálfüggvény, akkor

$$\max |W - V|$$

adja a variációs módszerrel meghatározott sajátfüggvénynek az exakt sajátfüggvénytől való eltéréseinek a mértékét.*



1. ábra.



2. ábra.

* Ezen a helyen még meg szeretném említeni, hogy az eltérés mértéke másképpen is definiálható, pl.

$$\int (W - V)^2 dv$$

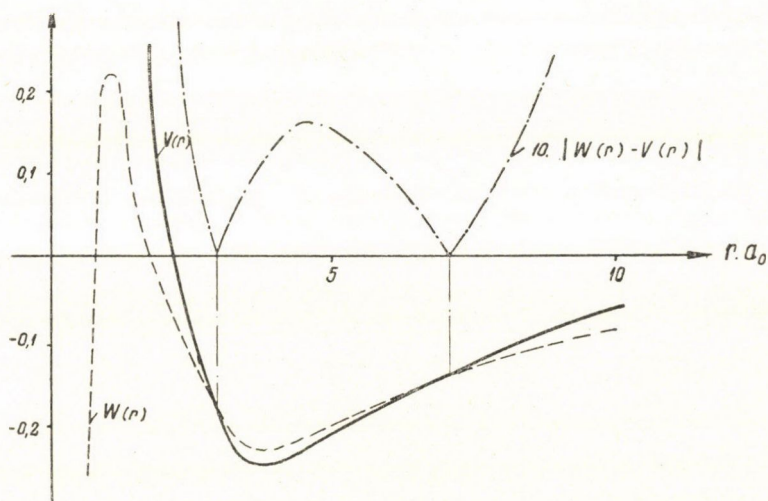
alakban, ami matematikai szempontból sokkal kíváncsabb és könnyebben kezelhető. A szövegben megadott definíció azonban inkább kidomborítja elgondolásom lényegét és adott esetben részben teljesen kielégítő, részben pedig sokkal áttekinthetőbb.

A 3. ábrán feltüntettem a kálium valenciaelektronja esetében mind a V , mind a W , mindpedig az $|W - V|$ függvényeket.

Az itt vázolt módszer azonban, túlmenően a hibabecslésen, egy további lehetőséget rejt magában. Nevezetesen az így meghatározott W potenciálfüggvény a variációs módszerrel meghatározott sajátfüggvény paramétereinek explicit függvénye. Ha tehát e paramétereket ismeretleneknek tekintjük és meghatározzuk őket abból a követelményből, hogy

$$\max |W - V| = \text{minimális}$$

legyen, akkor adott típusú sajátfüggvények esetében (éppen úgy, mint a variációs módszernél) meghatározhatjuk magát a keresett sajátfüggvényt is. Így tehát egy új módszerhez jutottunk magának a sajátfüggvénynek a meghatározására, mely módszer részletesebb diszkutálásával, ill. alkalmazhatóságával a közeljövőben külön kívánok majd foglalkozni.



3. ábra.

Végül a variációs módszerrel kapcsolatban, tisztán elvi síkon, még egy további megjegyzésem lenne. A variációs-módszer során, ahelyett, hogy a $Hamilton$ -operátorhoz tartozó differenciálegyenlet közvetlen megoldását keresnénk, egy megfelelő integrál minimumát határozzuk meg. Ennek analógiájaképpen gondolhatunk arra, hogy meghatározva a $Schrödinger$ -egyenletnek megfelelő integrálegyenletet, tehát azt az integrálegyenletet, mely ugyanahhoz a sajátértékproblémához tartozik, közvetlenül az integrálegyenletnek keressük a megoldását. Egy ilyen megoldás szükségképpen általánosabb függvénykategóriához tartozik, mint a magának a $Schrödinger$ -egyenletnek a megoldása és így számos divergencianeheztség (pl. a $Dirac$ -függvénnyel kapcsolatos problémák) automatikusan eliminálódnak. Remélem, hogy a közeljövőben erre a problémára is módomban fog állani visszatérni.

IRODALOM

1. *P. Gombás, Theorie und Lösungsmethoden des Mehrteilchenproblems der Wellenmechanik.* Birkhäuser, Basel, 1950. VII. Fejezet.
2. U. o. VIII. Fejezet.
3. *P. Gombás*, d. Phys. (5). 35. 69. 1939; 36. 680. 1939.
4. *D.R. Hartree and W. Hartree*, Proc. Cambr. phil. Soc. 34. 550. 1938.
5. *L. P. Gombás* idézett könyve 230—231 old.

EGY A HARTREE—FOCK POTENCIÁLT JÓL KÖZELÍTŐ UNIVERZÁLIS POTENCIÁLFÜGGVÉNYRŐL

GÁSPÁR REZSŐ

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest
Elméleti Fizikai Osztály

Bevezetés

Az atomfizikai többtestprobléma egyik legfontosabb feladata atomok és ionok elektroneloszlásának a meghatározása. Ennek nehezebb atomok esetében a legjobb módszere a „self-consistent field” módszer *Fock* által adott továbbfejlesztése [1]. Ez a kicserélődési energiát is tekintetbe veszi és az atom sajátfüggvényét az egyelektron sajátfüggvényekből determináns alakban építi fel és így biztosítja, hogy az elektronok felcserélésével szemben helyes szimmetria tulajdonságú, azaz antiszimmetrikus legyen. Ennek a dolgozatnak a célja annak megmutatása, hogy néhány kicserélődés nélküli, tehát Hartree-féle „self-consistent field” megoldást ismerve lehet olyan univerzális potenciáletteret megadni, mely a Fock-egyenletek megoldásaihoz közelfekvő, azokat jól megközelítő egyelektron sajátfüggvények meghatározását teszi lehetővé.

A módszert először a Cu-atomra alkalmaztuk és a megoldásokat a *Hartree* által a Cu^+ -ionra nyert eredményekkel hasonlítottuk össze. A Cu-atomot azért választottuk vizsgálódásunk tárgyául, mert ez a legnehezebb elem, melyre még a kicserélődési energiával bővített „self-consistent field” egyenleteket az ú. n. Fock-egyenleteket megoldották. Az összehasonlításnál azért használtuk fel a Cu^+ -ionra nyert eredményeket, mert csak ez állt rendelkezésünkre, módszerünk azonban speciálisan atomokra alkalmazható. Mint azonban az eredmények mutatják a semleges atom valenciaelektronjai (lazán kötött elektronok) az ion elektroneloszlására nem túl nagy befolyással vannak és így a kvantitatív összehasonlítás is pozitív eredménnyel ejthető meg. Erre a kérdésre később még részletesen kitérünk.

A kicserélődési energia és ennek potenciálja

Először röviden rá szeretnénk mutatni arra, hogy *Lenz*, *Jensen* és *Gombáshoz* hasonlóan a kicserélődési energia számára egy potenciál adható meg [2], melyet már régebben *Dirac* [3] a statisztikus atomelméletbe bevezetett. Újabban *Slater* [4] is vezetett be egy kicserélődési potenciált, amelynek szabad elektronokra alkalmazott alakja a *Dirac*-félével alakra nézve teljesen megegyezik és annak egyszerűen a másfélszerese. Fejtegetéseinkben ezek a

potenciálok lényeges szerepet fognak játszani s így egy rövid kis gondolatmenetet meg akarunk itt ismételni, amelyik a Dirac-potenciált megadja és ezen potenciál lényeges sajátosságaira rámutat.

Tegyük fel, hogy van egy atom, melyben az elektronsűrűség ϱ és a vizsgált elektronnak, mely az atom kötelékébe tartozik, a hullámmechanikai értelemben vett sűrűsége ν , akkor a ν sűrűségű elektronfelhő elvételekor a kicserélődési energia változása

$$\Delta E_a = -z_a \left\{ \int \varrho^{4/3} dv - \int (\varrho - \nu)^{4/3} dv - \int \nu^{4/3} dv \right\}, \quad (1)$$

ahol dv a térfogatelem és az integrál az egész térre terjesztendő ki és $z_a = (3/4)(3/\pi)^{1/3}e^2$. (1)-ben az egyes tagok igen szemléletesen értelmezhetők. Az első tag az atom kicserélődési energiája, a második az elektron elvétele után visszamaradó $\varrho - \nu$ sűrűségű pozitív ion kicserélődési energiája és végül a harmadik az elektron saját kicserélődési energiája. Tekintve, hogy $\varrho > \nu$ mindig fennáll (1) második tagja a binomiális sor segítségével átalakítható és (1)-ből a magasabbrendűen kicsiny tagok elhanyagolásával kapjuk, hogy

$$\Delta E_a = -z_a \left\{ \frac{4}{3} \int \varrho^{1/3} \nu dv - \int \nu^{4/3} dv \right\}. \quad (2)$$

Ha $\nu = |\psi|^2$, ahol ψ a vizsgált elektron 1-re normált sajátfüggvénye, akkor (2) első tagja a

$$\gamma_a = -\frac{4}{3} z_a \varrho^{1/3} \quad (3)$$

potenciális energia hullámmechanikai átlagértéke, a második tag pedig a ν sűrűségeloszlású elektron saját kicserélődési energiája. Ha tehát (2) második tagját elhagyjuk, a megmaradó tagban a ν sűrűségeloszlású elektron saját kicserélődési energiája is bele van számítva. Ha tehát a Schrödinger-egyenletet a (3) potenciál segítségével állítjuk fel, akkor gondoskodni kell arról, hogy az önkicserélődési energiát valami módon kompenzáljuk. A (3) potenciális energiának megfelelő potenciál a Dirac-potenciál és ennek másfélszerese a Slater-potenciál.

Az univerzális potenciál

Egy előző munkámban [5] már megmutattam, hogy a semleges atomok redukált effektív magtöltése jó közelítésben a

$$\frac{Z_p}{Z} = \frac{e^{-Z_0 x}}{1 + A_0 x} \quad (4)$$

alakba írható, melynek segítségével az összes atomokra azonnal képezhető a

$$V = \frac{Z_p e}{r} \quad (5)$$

effektív potenciál. (4)-ben

$$\lambda_0 = 0,1837 \quad \text{és} \quad A_0 = 1,05 \quad (6)$$

és

$$x = \frac{r}{\mu}, \quad (7a)$$

$$\mu = \frac{0,8853}{Z^{1/3}} a_0 \quad (7b)$$

pedig a statisztikus atomfizikából jól ismert atomról-atomra változó hosszúság egység. Hogy a (4) összefüggés milyen mértékben áll fenn, arra vonatkozóan az előző dolgozatomban [5] 1. ábrájára utalok.

A statisztikus elmélet kicserélődés nélküli közelítésében (Thomas—Fermi-közelítés) a semleges atomok sűrűségét is olyan koordináta-rendszerbe lehet transzformálni, melyben azok univerzális lefutást mutatnak. A célnak legjobban megfelel, ha abszcisszájának a (7a)-val definiált x mennyiséget és ordinátájak $(\rho/Z^2)^{1/3}$ kifejezést vesszük. Meg akarjuk vizsgálni, hogy a pontosabb hullámmechanikai számításoknál, milyen mértékben áll fenn még a sűrűség-görbéknek ez az univerzális viselkedése.

Az 1—3. ábrákban a kicserélődés nélküli „self-consistent field” módszerrel különböző atomokra nyert $(\rho/Z^2)^{1/3}$ mennyiségeket vittük fel $1/x$ ill. x függvényében. Az ábrákon feltüntettük szagatottan kihúzott görbével a Thomas—Fermi-elmélet sűrűség-eloszlását is, melynél

$$\left(\frac{\rho}{Z^2}\right)^{1/3} = \frac{1}{4\pi\mu^3 Z} \left(\frac{\varphi_0}{x}\right)^{1/2}. \quad (8)$$

(8)-ban φ_0 a Thomas—Fermi-egyenletnek semleges atomokra vonatkozó megoldása, tehát univerzális, a rendszámtól független függvény; $\mu^3 Z$ pedig univerzális állandó.

Az 1. ábrán jól látható, hogy az atommag közvetlen környezetétől eltekintve (nagy $1/x$ értékek) egy jelentős szakaszon a semleges atomok sűrűség-eloszlása ebben a koordináta-rendszerben a rendszámtól csak kevésé függ. Az ábrán látható kihúzott görbe a

$$\left(\frac{\rho'}{Z^2}\right)^{1/3} = \frac{C e^{-\alpha x}}{1 + Ax} \quad (9)$$

egyenlettel írható le és a benne szereplő állandók

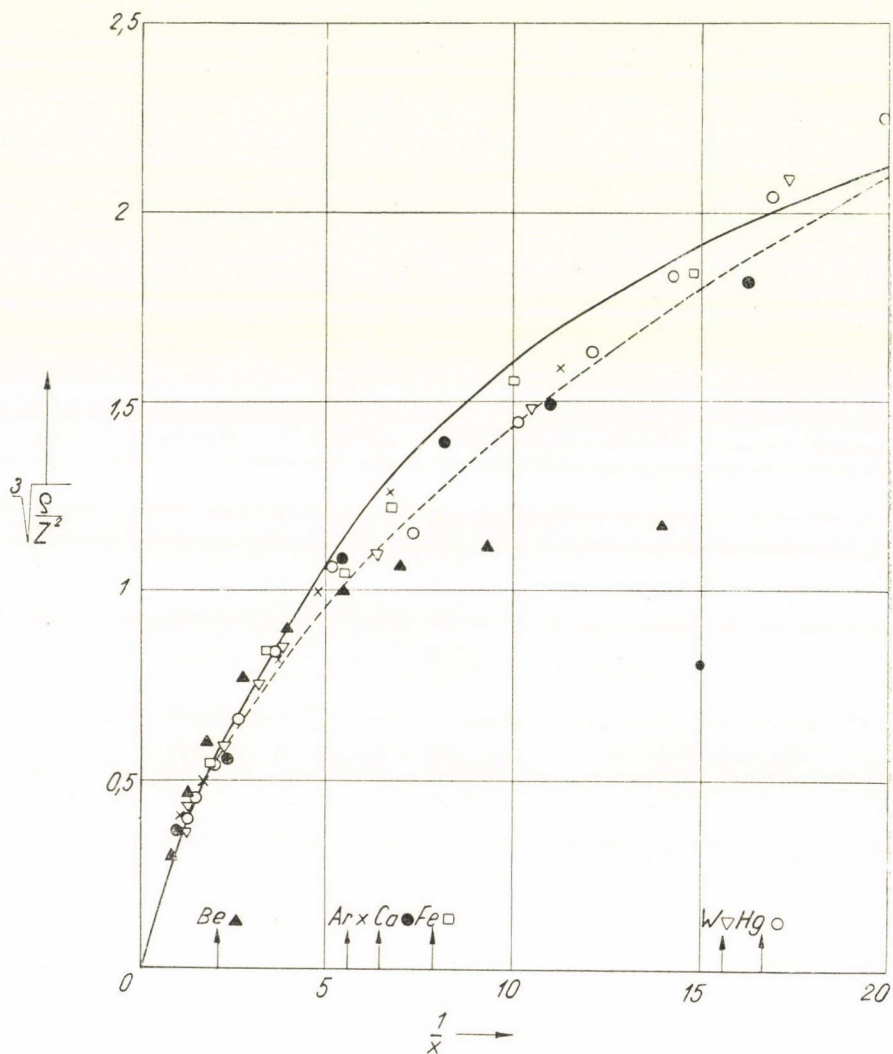
$$C = 3,1 a_0^{-1}, \quad \alpha = 0,04 \quad \text{és} \quad A = 9. \quad (10)$$

A C állandó pontosabb meghatározása a következő módon történhetik meg. A sűrűségnek normálnak kell lenni s mivel semleges atomról van szó ez azt jelenti, hogy

$$4\pi \int_0^\infty \rho' r^2 dr = Z \quad (a)$$

(9)-et behelyettesítve és (7) segítségével az x változóra áttérve és egyszerűsítve kapjuk

$$4\pi\mu^3 Z C^3 \int_0^\infty \frac{e^{-3\alpha x}}{(1+Ax)^3} x^2 dx = 1. \quad (b)$$

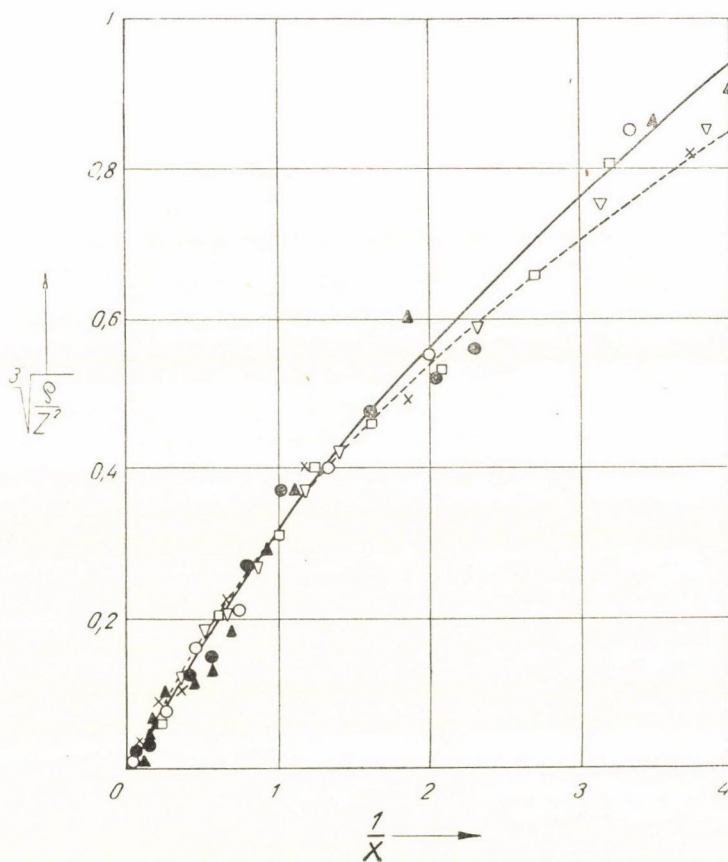


1. ábra. A semleges atomok redukált elektronsűrűségei univerzális koordináarendszerben. Hogy az atommaghoz közelfekvő részekben a viszonyokat jobban áttekinthessük, $1/x$ -et vezettük be abszcisszának. Az ábra alján elhelyezett nyilak az egyes atomokban lévő $1s$ elektronok radiális sajátfüggvényeinek a maximumainak a helyét jelölik. A különböző jelekkel megjelölt pontok a kicserélődés nélküli „self-consistent field” módszerrel számított sűrűségekkel vannak meghatározva. A szaggatottan kihúzott görbe a $(\rho'/Z^2)^{1/3} = Ce^{-\alpha x}/(1+Ax)$ analitikus görbe a (10) paraméterértékekkel.

Arra való tekintettel, hogy $\mu^3 Z = 0,88533 a_0^3$ a rendszámtól független (b) lehetővé teszi C -nek a rendszámtól független meghatározását. Tekintetbe véve, hogy

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-3ax}}{(1+Ax)^3} x^2 dx = -\frac{e^{3\alpha A}}{A^3} Ei\left(-\frac{3\alpha}{A}\right) \left(1 + \frac{6\alpha}{A} + \frac{9\alpha^2}{2A^2}\right) - \frac{3}{2A^3} \left(1 + \frac{\alpha}{A}\right)$$

kapjuk, hogy $C \approx 3,2 a_0^{-1}$, ami a felvett $C = 3,1 a_0^{-1}$ értékkel elég jól megegyezik. C -nek utóbbi értéke mellett azonban a ϱ' görbe nagyobb szakaszon ad jó helyi átlagértéket s mi ezért ezt tartottuk meg.

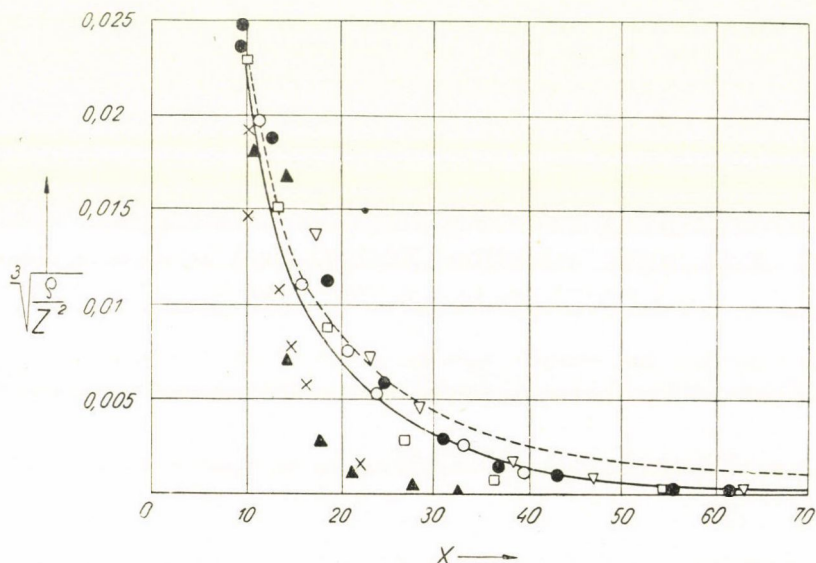


2. ábra. A semleges atomok redukált elektronsűrűségei univerzális koordináta-rendszerben.

Az 1. ábra egy része nagyobb léptékben. Az egyes jelek jelentésére vonatkozóan lásd az 1. ábra feliratát.

A 2. ábrán az 1. ábrának a kis $1/x$ értékekhez tartozó részét rajzoltuk fel nagyobb léptékben és több pontot is vettünk fel az ábrába. Ezen a szakaszon az eltérések az ugyanazon x koordináta-hoz tartozó ϱ értékek között még jelentősen kisebbek. A két ábrából jól látható, hogy a sűrűségértékek $1/x \rightarrow \infty$ esetén állandó értékhez tartanak. Különösen szembe-tűnő ez a Be-nál, mert ennél az elemnél ez az aszimptotikus viselkedés már kis $1/x$ értékeknél

előtűnik. Az állandónak az értéke azonban atomról atomra változik és a rendszámmal általában növekszik. A Thomas—Fermi-elmélet görbéje egy univerzális görbe s nyilvánvaló, hogy nehezebb atomokra csak úgy tudja ezt az állandóan növekvő értéket felvenni, ha maga $1/x \rightarrow \infty$ esetén végtelenhez tart. Egy egyszerű kis elmefuttatás mutatja, hogy ez csak $(1/x)^{3/2}$ nagyságrendben történhetik meg. A 3. ábrán az atommagtól távoli tartományban mutatjuk be a sűrűségeloszlás változását. Látható, hogy bár itt a sűrűségek szórása elég jelentős, mégis első közelítésben a rendszámtól való függéstől eltekinthetünk és azt — a később részletezendő célra — a kihúzott görbével közelíthetjük



3. ábra. A semleges atomok redukált elektronsűrűségei univerzális koordináta-rendszerben.

Az ábra az atommagtól távolfekvő részen szemlélteti a sűrűség lefutását.

Ennek megfelelően az abszcissa x . A jelölésekre vonatkozóan lásd az 1. ábrát.

meg. A Thomas—Fermi-sűrűség viszont a külső tartományban szemmel láthatóan a hullámmechanikai sűrűségek fölött haladva csak igen lassan válik nullává*.

A három ábra összevetése után azt mondhatjuk, hogy a kicserélődés nélküli „self-consistent field” módszerrel meghatározott sűrűségek a választott speciális koordináta-rendszerben a maghoz közel eső és szélső tartományok leszámításával átlagban a (9) függvénnyel jól leírhatók s a magtól távol eső tartományban a (9) függvény viselkedése megfelel a hullámmechanikai sűrű-

* Az 1. 2. és 3. ábrát a következő dolgozatokban közölt számítások segítségével állítottuk össze:

D. R. Hartree és W. Hartree, Proc. Roy. Soc. London (A) 149, 210, 1935; Proc. Roy. Soc. London (A) 166, 450, 1938; M. F. Manning és L. Goldberg, Phys. Rev. (2) 53, 622, 1938; M. F. Manning és J. Millmann, Phys. Rev. (2) 49, 848, 1936.

ségeloszlásoknál tapasztaltaknak, mert exponenciálisan eltűnik. Hogy a számításba jövő tartomány nagyságát jobban áttekinthessük, az 1. ábrán bejelöltük azokat a helyeket, ahol az egyes elemek legbelső, 1s elektronjainál a radiális sűrűségek maximumai fekszenek (nyíl és az elem kémiai jele az ábrában használt jelével együtt). Megjegyezzük továbbá azt, hogy a Cu elem esetében — részletesen erre az elemre végeztük el a számításokat — a legkülső nem valenciaelektron a 3d elektron radiális sűrűségének maximuma $x_m \cong 2,16$ helyen van, amelynek környezetében még a (9) közelítő függvény igen jól közelíti a „self-consistent field” módszerrel meghatározottakat.

Az (5), (3) és (9) egyenletek segítségével az univerzális potenciáltér

$$V = \frac{Z_p e}{r} + \frac{4}{3} \frac{z_a}{e} \varrho^{1/3} = \frac{Z e}{r} \frac{e^{-\lambda_0 x}}{1 + A_0 x} + \frac{C'}{e} \frac{e^{-\alpha x}}{1 + A x}, \quad (11)$$

ahol λ_0 , A_0 , α és A a (6) és (10) által meghatározott értékeket veszik fel és

$$C' = \frac{4}{3} z_a Z^{2/3} C. \quad (12)$$

A (11) potenciálnak egy igen kellemes sajátsága az, hogy bármely elemre különösebb nehézség nélkül pusztán a rendszám megváltoztatásával előállítható. Ilyen transzformációnál legyünk azonban figyelemmel arra, hogy (7) szerint μ -nek a rendszámtól való függésének következtében ilyenkor x is mindig változik. A (11) potenciál a kicserélődési energiát is számításba veszi. Mint már említettük a kicserélődési energiában belőle nehezen leválasztható módon szerepel a tárgyalt elektronnak saját magával való u. n. önkicserélődési energiája is. Mint az előző munkámban [5] arra már részletesen rámutattam az (5) potenciálban viszont a tárgyalt elektron sajátélektrosztatikus potenciálja van belefoglalva. A két sajátpotenciál ellentétes előjelű és (11)-ben éppen jó közelítésben kompenzálja egymást. Így a (11) potenciál a tárgyalt elektron valóságos potenciálterének igen jó közelítését adja.

Említsük meg még, hogy (11)-ben a második tag a kicserélődési tag az első taghoz képest az atommag környezetében csak kicsiny korrekciós tagként szerepel s így az az eltérés, ami a maghoz közeledő részekben a valódi sűrűség és a (9) függvény által definiált között adódik a (11) potenciál számára lényegtelen. A külső, az atommagtól távolodó részekben a valódi sűrűségeloszlások szórása aránylag nagy. Ezekre a részekre azonban a sajátfüggvénynek csak a maximumon túleső aránylag kis része esik még az igen lazán kötött 3d elektron esetében is. Úgy hogy a sűrűségeloszlás durva átlagértékével (9)-cel itt is megelégedhetünk.

A Schrödinger-egyenlet és megoldása

A (11) potenciál felhasználásával a semleges atomban lévő elektron Schrödinger-egyenlete

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m_0} \Delta \psi - \left(\frac{Z_p e^2}{r} + \frac{4}{3} z_0 \varrho^{1/3} \right) \psi = E \psi. \quad (13)$$

Itt szokás szerint m_0 az elektron tömegét, \hbar a Planck-állandót és E ill. ψ az elektron energiáját ill. sajátfüggvényét jelöli. Tekintve, hogy a (11) potenciál gömbszimmetrikus (13) megoldását a

$$\psi = \frac{f(r)}{r} Y_{lm}(\vartheta, \varphi) \quad (14)$$

alakban tételezhetjük fel, ahol Y_{lm} egy gömbfelületi függvény, mely az l mellék és m mágneses kvantumszámokhoz tartozik. $f(r)$ a radiális sajátfüggvény, mely a

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \left[\frac{8\pi^2 m_0}{\hbar^2} \left(E + \frac{Z_p e^2}{r} + \frac{4}{3} z_0 \varrho^{1/3} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] f = 0 \quad (15)$$

($l = 0, 1, 2, \dots$)

egyenletnek tesz eleget. (15)-t a következő határfeltételek mellett kell megoldani:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, \\ f'(0) &= \text{tetszőszerinti állandó}, \\ \lim_{r \rightarrow \infty} f(r) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

(15)-nek a (16) határfeltételeknek elegettevő megoldása csak az energiaparaméter bizonyos értéke mellett van, jelöljük ezeket az értékeket E_{nl} -vel. Az előzőekben mondottak szerint a (15) egyenletbe Z_p helyébe (4)-et és $\varrho^{1/3}$ helyébe (9)-et helyettesítve a (15) egyenletekben olyan differenciálegyenletekre tettünk szert, melynek megoldásai a Fock-egyenletek megoldásait jól közelítik. A (15) egyenleteket bármely rendszámú elemre azonnal felírhatjuk és így nemcsak a Fock-egyenletekkel kapcsolatban említett jó tulajdonságuk van meg, hanem az is, hogy minden atomra (bármely rendszámra) a bennük lévő potenciál egyszerű tényező változtatással előállítható, ha az integrációkor az x változóra térünk át. Ha ezt nem tesszük, akkor természetesen egy koordináta nyújtást kell végrehajtanunk még.

A radiális Schrödinger-egyenlet megoldását — mivel a megoldás analitikus úton nem volt előállítható — numerikusan végeztük el. A numerikus úton való integrálást még az is szükségessé tette, hogy a sajátfüggvényeket a Fock-egyenletek megoldásaival össze tudjuk hasonlítani. Az analitikus közelítő módszereknél a sajátfüggvényre nézve ugyanis kevésbé jó közelítéssel kell, hogy megelégedjünk. A numerikus integrálást a

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + \left[\varepsilon + \frac{\gamma}{x} \frac{e^{-\lambda_0 x}}{1 + A_0 x} + \zeta \frac{e^{-\alpha x}}{1 + A x} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right] f = 0 \quad (17)$$

egyenleten hajtottuk végre, mely (15)-től abban különbözik, hogy atomi egységekre térünk át*, a (7a) és (7b) egyenletekkel definiált x változót vezettük be r helyett és alkalmaztuk az

$$\varepsilon = 2E\mu^2 e^{-2} a_0^{-1}; \quad \gamma = 2Z\mu a_0^{-1} \text{ és } \zeta = \frac{8}{3} z_a C 0,8853^2 e^{-2} \quad (18)$$

jelöléseket. A (16) határfeltételek az x változó bevezetése után az $r \rightarrow x$ változtatással, tehát lényegében véve változatlan alakban érvényesek. Az első két határfeltétel és (17) segítségével az f függvényt az $x=0$ helyen Taylor-sorba lehet fejteni, mely szerint

$$f(x) = u(x)x^{l+1}, \quad (19)$$

ahol

$$u(x) = u(0) + \frac{u'(0)}{1!}x + \frac{u''(0)}{2!}x^2 + \frac{u'''(0)}{3!}x^3 + \frac{u^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \dots$$

Az $u(x)$ függvényt és differenciálhányadosainak értékét az $x=0$ helyen (16) és (17) segítségével könnyen meghatározhatjuk.

Így (19) segítségével az $x=0$ hely környezetében az f függvény értékei kiszámíthatók.

Most már rendelkezésünkre áll a megoldandó differenciál-egyenlet, beszéljünk néhány szót a megoldásnál használt módszerről. A sajátfüggvény, ha a numerikus integrálásnál (19) segítségével indulunk meg, az első két határfeltételt automatikusan teljesíti, a harmadikat azonban nem. Mivel a megoldást numerikusan végeztük el, tekintve, hogy sajátértékproblémáról van szó a (17) differenciálegyenletet különböző ε értékekkel addig kellett numerikusan integrálni, míg a (16) határfeltételek közül a harmadik is nem teljesül. Az integráció során kétféle megoldástípussal találkozunk. Az egyik típus az abszcisszatengelyt metszi, a másik egy minimum elérése után növekvő x értékkel $\pm\infty$ -hez tart. Nyilván a sajátérték, ε helyes értéke azon görbéhez tartozik, amelyik az x tengelyt $x \rightarrow \infty$ esetén aszimptotikusan megközelíti. Így tehát ε helyes értéke a fentemlített két görbének megfelelő ε értékek között fekszik. Mivel a gyakorlatban a pontos sajátértéket s így a sajátfüggvényt nem lehet megvalósítani, ezért általában a következő módon jártunk el. A megfelelő pontosság elérésére általában annyi integrációt hajtottunk végre, hogy az ε utolsó számjegyét az előbb említett két típusgörbe segítségével behatároljuk. Ismeretes tény, hogy általában a sajátérték paraméter mindig legalább egy nagyságrenddel pontosabb, mint a közelítő számítás sajátfüggvénye. Ez a tény sok kvantummechanikai közelítőszámítás kapcsán igen jól jön, mert a sajátérték paraméter meghatározására durvább sajátfüggvény is elegendő. Pl.

* Az atomi egységek a következők: a töltés egysége e az elemi töltés; a tömeg egysége m_0 az elektron tömege és a hosszúság egysége a_0 a legkisebb H-pálya sugara a Bohr-elmélet szerint; más mennyiségek egységei ebből levezethetők: pl. az energia egysége e^2/a_0 a H-atom ionizációs energiájának kétszerese.

a variációs módszernél így egyszerűbb analitikus sajátfüggvény alakokkal is jó energiaszámítást lehet elvégezni. A mi esetünkben, hol a sajátfüggvények meghatározása volt az elsődleges cél, ez a tény a kellemetlen oldaláról jelentkezett. Ha ugyanis azt akartuk, hogy a sajátfüggvény a kívánt pontosságig [ezt a „self-consistent” számítások szokásos pontosságával vettük egyenlőnek (lásd a táblázatokat)] legyen meghatározva, akkor az ε sajátérték paramétert jóval nagyobb pontossággal kellett meghatározzuk, ami a szükséges integrációk számát jelentősen megnövelte. Általában, hogy a kívánt pontosságot elérjük és a sajátfüggvény nagy x értékekre is helyes legyen, az ε -t több esetben öt ill. néhány esetben hat jegy pontosságig kellett meghatározni.

I. táblázat. A (17) differenciálegyenlet numerikus integrálásakor használt h intervallumhosszak alkalmazási tartományairól.

| kezdőpont | végpont | h |
|------------|---------|-------|
| 0,000 | 0,090 | 0,006 |
| 0,090 | 0,288 | 0,018 |
| 0,288 | 0,936 | 0,036 |
| 0,936 | 2,160 | 0,072 |
| 2,160 | 4,320 | 0,144 |
| 4,320 | 10,368 | 0,288 |
| 10,368-től | | 0,576 |

Arra való tekintettel, hogy közönséges szorzógépeken kívül más számolóberendezés nem állt rendelkezésünkre a differenciálegyenlet megoldására egy lehetőleg egyszerű módszert választottunk. Az általunk használt módszer az Adams—Störmer-módszernek egy változata volt, melyett már *Prokofjeff* is részletesen leírt és alkalmazott*. A módszer egy lényeges előnye az, hogy az extrapolációs formulája az

$$f_{n+1} = 2f_n - f_{n-1} + h^2 \left[\xi_n + \frac{1}{12} \left(\mathcal{A}_n^2 \xi + \mathcal{A}_n^3 \xi + \frac{19}{20} \mathcal{A}_n^4 \xi \right) \right] \quad (20)$$

igen egyszerű alakban adható meg, ahol a mi esetünkben

$$\xi = -f \left[\varepsilon + \frac{\gamma}{x} \frac{e^{-\lambda_0 x}}{1 + A_0 x} + \zeta \frac{e^{-\alpha x}}{1 + A x} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right] \quad (21)$$

és $\mathcal{A}^2 \xi$, $\mathcal{A}^3 \xi$ és $\mathcal{A}^4 \xi$ a ξ mennyiség második, harmadik és negyedik differenciáit jelöli. h az intervallumhossz. Az intervallumhosszat igyekeztünk oly kicsinyre választani, hogy a negyedik differencia már csak elhanyagolható kis korrekciót adjon. Így sikerült ellenőrizni a megtett lépéseket, anélkül, hogy lépésenként kellett volna korrigálni az eredményeket. Ebben a munkában, melynél a

* Lásd pl. E. Kamke, Differentialgleichungen, Lösungsmethoden und Lösungen, Band 1, 3. Auflage, Akademische Verlagsgesellschaft, Becher & Erler Kom.-Ges., Leipzig, 1944. 150. oldal.

II. táblázat. A Cu-atom ill. Cu^+ -ion 1s elektronjának radiális sajátfüggvénye az univerzális potenciáltérrel számítva, ill. a Fock-egyenletekkel meghatározva. A szereplő mennyiségek atomi egységekben vannak megadva.

| r | Hartree—Fock | Itt |
|-------|--------------|-------|
| 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 0,005 | 1,328 | 1,341 |
| 0,010 | 2,299 | 2,293 |
| 0,015 | 2,985 | 2,991 |
| 0,020 | 3,445 | 3,459 |
| 0,025 | 3,729 | 3,752 |
| 0,030 | 3,876 | 3,889 |
| 0,035 | 3,918 | 3,929 |
| 0,040 | 3,881 | 3,889 |
| 0,050 | 3,645 | 3,650 |
| 0,060 | 3,290 | 3,290 |
| 0,070 | 2,890 | 2,885 |
| 0,080 | 2,488 | 2,480 |
| 0,090 | 2,110 | 2,103 |
| 0,100 | 1,769 | 1,760 |
| 0,120 | 1,211 | 1,201 |
| 0,140 | 0,809 | 0,798 |
| 0,160 | 0,530 | 0,521 |
| 0,180 | 0,344 | 0,335 |
| 0,200 | 0,221 | 0,213 |
| 0,220 | 0,141 | 0,136 |
| 0,240 | 0,089 | 0,086 |
| 0,260 | 0,056 | 0,056 |
| 0,280 | 0,036 | 0,034 |
| 0,300 | 0,023 | 0,018 |
| 0,350 | 0,007 | 0,002 |
| 0,400 | 0,002 | |
| 0,450 | 0,001 | |

III. táblázat. A Cu-atom ill. Cu^+ -ion 2s elektronjának radiális sajátfüggvénye az univerzális potenciáltérrel számítva, ill. a Fock-egyenletekkel meghatározva. A szereplő mennyiségek atomi egységekben vannak megadva.

| r | Hartree—Fock | Itt |
|-------|--------------|--------|
| 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 0,005 | 0,407 | 0,396 |
| 0,010 | 0,700 | 0,690 |
| 0,015 | 0,896 | 0,895 |
| 0,020 | 1,011 | 1,010 |
| 0,025 | 1,061 | 1,058 |
| 0,030 | 1,057 | 1,052 |
| 0,035 | 1,009 | 1,007 |
| 0,040 | 0,926 | 0,917 |
| 0,050 | 0,686 | 0,672 |
| 0,060 | 0,384 | 0,366 |
| 0,070 | 0,054 | 0,034 |
| 0,080 | -0,280 | -0,300 |
| 0,090 | -0,602 | -0,636 |
| 0,100 | -0,900 | -0,923 |
| 0,120 | -1,403 | -1,420 |
| 0,140 | -1,770 | -1,778 |
| 0,160 | -2,007 | -2,014 |
| 0,180 | -2,132 | -2,133 |
| 0,200 | -2,168 | -2,164 |
| 0,220 | -2,134 | -2,132 |
| 0,240 | -2,050 | -2,043 |
| 0,260 | -1,932 | -1,932 |
| 0,280 | -1,795 | -1,790 |
| 0,300 | -1,646 | -1,642 |
| 0,350 | -1,270 | -1,267 |
| 0,400 | -0,940 | -0,938 |
| 0,450 | -0,674 | -0,672 |
| 0,500 | -0,472 | -0,469 |
| 0,550 | -0,328 | -0,317 |
| 0,600 | -0,225 | -0,205 |
| 0,700 | -0,104 | -0,120 |
| 0,800 | -0,048 | -0,096 |
| 0,900 | -0,022 | -0,066 |
| 1,000 | -0,011 | -0,038 |
| 1,100 | -0,004 | -0,002 |
| 1,200 | -0,002 | |
| 1,300 | -0,001 | |

numerikus számításokat a Cu-atomra végeztük el h -t az I. táblázatban felsorolt módon választottuk meg.

A legkülső hullámnál a 4s radiális sajátfüggvényének a maximuma közelítőleg $x \cong 6,62$ -nál, míg a 3d sajátfüggvényé $x \cong 2,16$ -nál van. Látható, hogy a maximumokat meghatározó tartományban még elég kicsinyek voltak a lépések s nagyobb lépésekre csak a maximumok elérése után tértünk át,

ahol a sajátfüggvény lefutása már eléggé lapos volt. Az ellenőrzésnek egy pontosabb módja, ha minden extrapolációs lépés után az

$$f_n = 2f_{n-1} - f_{n-2} + h^2 \left[\xi_n - \mathcal{A}_n^1 \xi + \frac{1}{12} \mathcal{A}_n^2 \xi \right] \quad (22)$$

formulával ellenőrizzük és szükség esetén korrigáljuk a már megtett lépéseket. Több esetben használtuk ezt a bonyolultabb módszert is és így több ízben meggyőződünk az általánosan követett módszerünkkel kapott eredmények helyességéről.

Az eredmények és azok megbeszélése

Számításainkat a Cu-atomra vonatkozóan végeztük el. Azért választottuk ezt az atomot, mert ez a legnehezebb olyan atom, melyre vonatkozóan „self-consistent field” számításokat végeztek a kicserélődési energia tekintetbevételével. Az összehasonlításra alkalmas „self-consistent field” Fock-egyenletek megoldásai azonban csupán a Cu^+ -ionra vonatkozóan vannak meg s így — más nem lévén — ezeket voltunk kénytelenek megadni. Ha a legkülső valenciaelektronnak a sajátfüggvényekre való hatását meg akarjuk becsülni, akkor durva becslésként azt mondhatjuk, hogy a valenciaelektron részben leárnyékolja az atommagot és ennek az árnyékoló hatásnak megfelelően az effektív magtöltés csökken az ion effektív magtöltéséhez képest. Ezzel a hatással ellenkező irányban dolgozik a kicserélődési energia általunk használt alakja. Ez az energiatag a sűrűség $1/3$ -ik hatványával arányos és különösen kis sűrűségeknel ezen függés miatt ez a tag túlkompenzálja az előbb említett hibát. Így érthető, hogy azok a sajátfüggvényeink, melyeknek lefutására az effektív potenciálnak a magtól távolfekvő részei bírnak jelentőséggel kissé a mag felé összehúzódnak. Ez az effektus az energiában úgy jelentkezik, hogy azok kissé nagyobbak (abszolút értékre nézve), mint a Cu^+ -ion megfelelő elektronjának az energiája.

A Cu-atom radiális egyenletének az integrálásával nyert radiális sajátfüggvények a II.—VIII. táblázatokban találhatók meg. A táblázatokban megadjuk a Cu^+ -ion Fock-egyenleteinek a megoldásait is.

Kétségtelen, hogy a számításainkban felhasznált univerzális potenciáltér csupán bizonyos határok között jó közelítése a valódi potenciálnak. Vizsgáljuk meg tehát, hogy milyen közelítésben használható és mely hibáktól kell óvakodnunk. Egyik legszembetűnőbb hibája az, hogy míg egy egyszeresen töltött pozitív ion potenciálja a magtól nagy távolságban e/r , tehát a távolsággal igen lassan csökken, addig az univerzális potenciáltér igen gyorsan exponenciálisan tűnik el. A 4. ábrán egy arányossági tényezőtől ($2\mu^2$) eltekintve egy elektron potenciális energiáját rajzoltuk fel a következő potenciálterekben.: 1. egy az atommag helyén elhelyezett egységnyi pontszerű töltés terében. 2. a (5) potenciáltérben, ha $Z=29$; 3. a (11) potenciáltérben, ha $Z=29$.

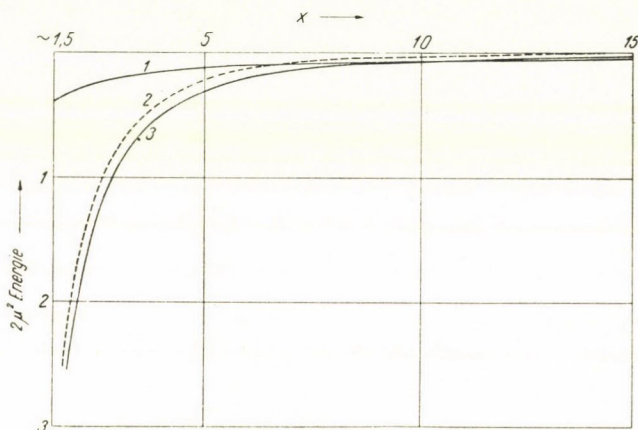
IV. táblázat. A Cu-atom ill. Cu⁺-ion 2p elektronjának radiális sajátfüggvénye az univerzális potenciáltérrel számítva, ill. a Fock-egyenletekkel meghatározva. A szereplő mennyiségek atomi egységekben vannak megadva.

| r | Hartree—Fock | lit |
|-------|--------------|-------|
| 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 0,005 | 0,016 | 0,021 |
| 0,010 | 0,061 | 0,060 |
| 0,015 | 0,128 | 0,129 |
| 0,020 | 0,213 | 0,221 |
| 0,025 | 0,310 | 0,321 |
| 0,030 | 0,416 | 0,437 |
| 0,035 | 0,528 | 0,549 |
| 0,040 | 0,644 | 0,665 |
| 0,050 | 0,877 | 0,901 |
| 0,060 | 1,103 | 1,119 |
| 0,070 | 1,312 | 1,323 |
| 0,080 | 1,500 | 1,508 |
| 0,090 | 1,663 | 1,669 |
| 0,100 | 1,801 | 1,829 |
| 0,120 | 2,002 | 2,003 |
| 0,140 | 2,111 | 2,125 |
| 0,160 | 2,142 | 2,145 |
| 0,180 | 2,113 | 2,104 |
| 0,200 | 2,040 | 2,027 |
| 0,220 | 1,934 | 1,919 |
| 0,240 | 1,808 | 1,791 |
| 0,260 | 1,670 | 1,657 |
| 0,280 | 1,528 | 1,510 |
| 0,300 | 1,386 | 1,364 |
| 0,350 | 1,055 | 1,050 |
| 0,400 | 0,778 | 0,775 |
| 0,450 | 0,561 | 0,563 |
| 0,500 | 0,398 | 0,398 |
| 0,550 | 0,279 | 0,280 |
| 0,600 | 0,195 | 0,193 |
| 0,700 | 0,093 | 0,091 |
| 0,800 | 0,045 | 0,042 |
| 0,900 | 0,022 | 0,018 |
| 1,000 | 0,011 | 0,005 |
| 1,100 | 0,005 | |
| 1,200 | 0,002 | |
| 1,300 | 0,001 | |
| 1,400 | 0,000 | |

V. táblázat. A Cu-atom ill. Cu⁺-ion 3s elektronjának radiális sajátfüggvénye az univerzális potenciáltérrel számítva, ill. a Fock-egyenletekkel meghatározva. A szereplő mennyiségek atomi egységekben vannak megadva.

| r | Hartree—Fock | lit |
|-------|--------------|--------|
| 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 0,005 | 0,152 | 0,154 |
| 0,010 | 0,261 | 0,264 |
| 0,015 | 0,334 | 0,337 |
| 0,020 | 0,376 | 0,380 |
| 0,025 | 0,393 | 0,397 |
| 0,030 | 0,389 | 0,392 |
| 0,035 | 0,368 | 0,371 |
| 0,040 | 0,334 | 0,336 |
| 0,050 | 0,238 | 0,237 |
| 0,060 | 0,119 | 0,115 |
| 0,070 | —0,010 | —0,016 |
| 0,080 | —0,139 | —0,147 |
| 0,090 | —0,260 | —0,269 |
| 0,100 | —0,370 | —0,380 |
| 0,120 | —0,544 | —0,554 |
| 0,140 | —0,651 | —0,659 |
| 0,160 | —0,692 | —0,698 |
| 0,180 | —0,677 | —0,680 |
| 0,200 | —0,614 | —0,616 |
| 0,220 | —0,515 | —0,515 |
| 0,240 | —0,390 | —0,388 |
| 0,260 | —0,247 | —0,245 |
| 0,280 | —0,094 | —0,093 |
| 0,300 | 0,062 | 0,063 |
| 0,350 | 0,438 | 0,436 |
| 0,400 | 0,757 | 0,754 |
| 0,450 | 1,001 | 0,998 |
| 0,500 | 1,170 | 1,164 |
| 0,550 | 1,268 | 1,269 |
| 0,600 | 1,311 | 1,314 |
| 0,700 | 1,275 | 1,305 |
| 0,800 | 1,147 | 1,155 |
| 0,900 | 0,983 | 0,988 |
| 1,000 | 0,817 | 0,817 |
| 1,100 | 0,663 | 0,659 |
| 1,200 | 0,531 | 0,518 |
| 1,300 | 0,420 | 0,407 |
| 1,400 | 0,329 | 0,315 |
| 1,600 | 0,198 | 0,184 |
| 1,800 | 0,117 | 0,105 |
| 2,000 | 0,069 | 0,059 |
| 2,200 | 0,040 | 0,034 |
| 2,400 | 0,023 | 0,020 |
| 2,600 | 0,014 | 0,014 |
| 2,800 | 0,008 | |
| 3,000 | 0,004 | |
| 3,200 | 0,002 | |
| 3,400 | 0,001 | |
| 3,600 | 0,000 | |

Az ábrából látható, hogy az 1. és 3. görbék igen nagy tartományban, mintegy $x_1 \approx 9$ -tól $x_2 \approx 14$ -ig egymás közelében futnak és egymást $x \approx 10,5$ -nél metszik. Tehát még az atom külső részében is elég jó közelítést ad a (11) univerzális potenciál. Ugyanez természetesen nem mondható el a 2. görbéről. Ez a görbe ugyanis már $x \approx 6,6$ -nál metszi az 1. görbét és azután abszolút értéke igen gyorsan csökken. Az atom belsejében természetesen a két potenciál között semmiféle egyezésnek nem kell lenni, hiszen az egyik egy pontszerű töltés potenciálja, míg a másiknál a maghoz való közelítéssel az effektív magtöltés növekszik. A Cu-atom esetében várható, hogy az univerzális potenciálnak a fentebb említett hibája a legnagyobb mértékben a legkülső tehát



4. ábra. Egy elektron potenciális energiája a Cu-atomban.

1. $-e^2 2\mu/x$ ($-c^2/\mu x$ az elektron energiája, ha a Cu^+ -iontörzset a magba nyomjuk össze).
 2. $-2\mu^2 eV(V$ a Cu-atom potenciálja (5) szerint).
 3. $-2\mu^2 eV'$ (V' a Cu-atom potenciálja (11) szerint, tehát a kicserélődés figyelembevételével).
- Az ábrában jobb áttekinthetőség kedvéért egy potenciális energiával arányos mennyiséget mértünk fel. Az arányossági tényező $2\mu^2$.

legnagyobb kiterjedésű elektronfelhővel rendelkező elektronokat, tehát a 4s és 3d elektronokat befolyásolja. Ha az egyes elektronok radiális sűrűségeloszlását megvizsgáljuk (az II—VIII. táblázatokban foglalt adatok négyzetének 4π -szeresét kell venni) azt találjuk, hogy a lazán kötött elektronok 90%-ban a $x \approx 8$ (3d elektron) és $x \approx 18$ (4s elektron) sugarú gömbön belül tartózkodnak. Ebből arra következtethetünk, hogy a 4s elektron kivételével az elektronoknak a viselkedését legnagyobb részben az a potenciáltér határozza meg, amelyik a $x \approx 14$ sugarú gömbön belül uralkodik. Ennek a gömbnek a belsejében azonban az univerzális potenciál a valóságosnak jó közelítése és a nagy r értékeknél jelentkező helytelen lefutás itt még nem érezteti hatását. Így — amint az várható is — a potenciálfüggvény helytelen asszimptotikus viselkedése a sajátfüggvényekre és energiasajátértékekre csak kis hatással van, s még a 4s elektron esetében is, ahol az elektronfelhő jelentősen kifut egy igen nagy tartományban a helyes potenciáltérben vizsgáltuk az elektron mozgását.

VI. táblázat. A Cu-atom, ill. Cu^+ -ion $3p$ elektronjának radiális sajátfüggvénye az univerzális potenciáltérrel számítva, ill. a Fock-egyenletekkel meghatározva. A szereplő mennyiségek atomi egységekben vannak megadva.

| r | Hartree—Fock | Itt | r | Hartree—Fock | Itt |
|-------|--------------|--------|-------|--------------|--------|
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,350 | —0,554 | —0,570 |
| 0,005 | 0,006 | 0,006 | 0,400 | —0,804 | —0,819 |
| 0,010 | 0,022 | 0,023 | 0,450 | —0,993 | —1,007 |
| 0,015 | 0,047 | 0,049 | 0,500 | —1,123 | —1,136 |
| 0,020 | 0,078 | 0,081 | 0,550 | —1,200 | —1,213 |
| 0,025 | 0,113 | 0,118 | 0,600 | —1,235 | —1,252 |
| 0,030 | 0,152 | 0,158 | 0,700 | —1,212 | —1,224 |
| 0,035 | 0,193 | 0,199 | 0,800 | —1,115 | —1,124 |
| 0,040 | 0,234 | 0,242 | 0,900 | —0,986 | —0,988 |
| 0,050 | 0,317 | 0,327 | 1,000 | —0,848 | —0,843 |
| 0,060 | 0,395 | 0,407 | 1,100 | —0,717 | —0,704 |
| 0,070 | 0,465 | 0,477 | 1,200 | —0,598 | —0,536 |
| 0,080 | 0,524 | 0,530 | 1,300 | —0,494 | —0,471 |
| 0,090 | 0,572 | 0,585 | 1,400 | —0,405 | —0,379 |
| 0,100 | 0,601 | 0,619 | 1,600 | —0,269 | —0,241 |
| 0,120 | 0,642 | 0,651 | 1,800 | —0,176 | —0,150 |
| 0,140 | 0,632 | 0,642 | 2,000 | —0,114 | —0,092 |
| 0,160 | 0,583 | 0,583 | 2,200 | —0,073 | —0,056 |
| 0,180 | 0,503 | 0,499 | 2,400 | —0,047 | —0,034 |
| 0,200 | 0,400 | 0,392 | 2,600 | —0,030 | —0,021 |
| 0,220 | 0,281 | 0,270 | 2,800 | —0,019 | —0,013 |
| 0,240 | 0,152 | 0,139 | 3,000 | —0,012 | —0,008 |
| 0,260 | 0,018 | 0,069 | 3,200 | —0,007 | —0,006 |
| 0,280 | —0,116 | —0,133 | 3,400 | —0,004 | |
| 0,300 | —0,249 | —0,266 | 3,600 | —0,002 | |
| | | | 3,800 | —0,001 | |

A „self-consistent field“ módszer Fock-féle közelítésével számított sajátfüggvényeknek az univerzális potenciálfüggvénnyel számítottakkal való összehasonlítása azt mutatja, hogy az $1s$, $2s$, $2p$, $3s$ és $3p$ sajátfüggvények csaknem teljesen megegyeznek. A $3d$ elektronnak az univerzális potenciáltérrel számított sajátfüggvénye pedig a Fock-féle sajátfüggvényhez képest kissé a mag felé össze van nyomva. A legkülső elektronra a $4s$ elektronra vonatkozóan összehasonlítási alapunk nincsen, mert a „self-consistent field“ számítások Fock-egyenletei csak lezárt elektronshéjjal bíró atomokra ill. ionokra adhatók meg könnyen és a számításokat is így csak a Cu^+ -ionra végezték el. A tapasztalattal való összehasonlítást ebben az esetben az energiaértékek összehasonlítása adhatja meg.

A IX. táblázatban a Cu^+ -ion teljes radiális sűrűségét három esetre, úgy mint a Hartree, ill. a Fock-módszerrel, valamint az univerzális potenciállal kiszámítva adtuk meg. A táblázatokból jól látható, hogy az univerzális potenciállal számított sűrűség jobban a mag környezetébe van koncentrálna, mint a megfelelő Fock-féle sűrűség, ehhez azonban meglehetősen közel fut; a Hartree-módszerrel számított sűrűség ezzel szemben jobban kifut, azaz nagyobb r értékeknél is még számottevő értékkel bír. Az univerzális potenciállal szá-

VII. táblázat. A Cu-atom, ill. Cu⁺-ion 3d elektronjának radiális sajátfüggvénye az univerzális potenciáltérrel számítva, ill. a Fock-egyenletekkel meghatározva. A szereplő mennyiségek atomi egységekben vannak megadva.

| r | Hartree—Fock | Itt | r | Hartree—Fock | Itt |
|-------|--------------|-------|-------|--------------|-------|
| 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,700 | 0,978 | 1,034 |
| 0,005 | 0,000 | 0,000 | 0,800 | 0,937 | 0,989 |
| 0,010 | 0,000 | 0,000 | 0,900 | 0,882 | 0,924 |
| 0,015 | 0,001 | 0,001 | 1,000 | 0,821 | 0,850 |
| 0,020 | 0,002 | 0,002 | 1,100 | 0,759 | 0,773 |
| 0,025 | 0,003 | 0,003 | 1,200 | 0,698 | 0,696 |
| 0,030 | 0,005 | 0,005 | 1,300 | 0,639 | 0,623 |
| 0,035 | 0,008 | 0,008 | 1,400 | 0,585 | 0,554 |
| 0,040 | 0,011 | 0,011 | | | |
| | | | 1,600 | 0,488 | 0,434 |
| 0,050 | 0,019 | 0,020 | 1,800 | 0,406 | 0,337 |
| 0,060 | 0,030 | 0,032 | 2,000 | 0,337 | 0,259 |
| 0,070 | 0,044 | 0,047 | 2,200 | 0,279 | 0,199 |
| 0,080 | 0,061 | 0,064 | 2,400 | 0,231 | 0,153 |
| 0,090 | 0,080 | 0,085 | 2,600 | 0,191 | 0,117 |
| 0,100 | 0,101 | 0,107 | 2,800 | 0,158 | 0,090 |
| | | | 3,000 | 0,130 | 0,069 |
| 0,120 | 0,149 | 0,157 | | | |
| 0,140 | 0,203 | 0,213 | 3,200 | 0,107 | 0,053 |
| 0,160 | 0,261 | 0,273 | 3,400 | 0,088 | 0,041 |
| 0,180 | 0,321 | 0,335 | 3,600 | 0,072 | 0,032 |
| 0,200 | 0,382 | 0,398 | 3,800 | 0,059 | 0,025 |
| 0,220 | 0,442 | 0,460 | 4,000 | 0,049 | 0,021 |
| 0,240 | 0,501 | 0,521 | | | |
| 0,260 | 0,557 | 0,580 | 4,500 | 0,029 | 0,014 |
| 0,280 | 0,610 | 0,634 | 5,000 | 0,018 | 0,008 |
| 0,300 | 0,660 | 0,687 | 5,500 | 0,010 | 0,003 |
| | | | 6,000 | 0,006 | 0,001 |
| 0,350 | 0,770 | 0,800 | | | |
| 0,400 | 0,855 | 0,892 | 7,000 | 0,002 | |
| 0,450 | 0,917 | 0,959 | 8,000 | 0,001 | |
| 0,500 | 0,958 | 1,005 | | | |
| 0,550 | 0,981 | 1,033 | | | |
| 0,600 | 0,991 | 1,045 | | | |

mitott radiális sűrűség így a Hartree—Fock-módszerrel számított sűrűségnek elég jó közelítését adja.

A dolgozat elején megemlékeztünk arról, hogy a kicserélődési potenciál számára két alakot indítványoztak, melyek csupán egy 3/2 faktorban különböznek egymástól. Ha a (3) formula segítségével definiált Dirac-potenciál γ_a , akkor a Slater-potenciál $\gamma_s = \frac{3}{2} \gamma_a$. Számításainkat nemcsak a Dirac-potenciállal, hanem a Slater-potenciállal is elvégeztük és az energiasajátértékre vonatkozó eredményeket a X. táblázatban foglaltuk össze. Jól látható, hogy a Slater-potenciállal számított energiasajátértékek általában a Hartree—Fock módszerrel meghatározottak alá esnek — s különösen a lazábban kötött elektronoknál igen nagy eltérések is találhatók. A Dirac-potenciállal számított energia-

VIII. táblázat. A Cu-atom, ill. Cu⁺-ion 4s elektronjának radiális sajátfüggvénye az univerzális potenciáltérrel számítva. A szereplő mennyiségek atomi egységekben vannak megadva.

| r | Itt | r | Itt |
|-------|--------|-------|--------|
| 0,000 | 0,000 | 0,700 | 0,247 |
| 0,005 | 0,049 | 0,800 | 0,113 |
| 0,010 | 0,084 | 0,900 | -0,036 |
| 0,015 | 0,108 | 1,000 | -0,182 |
| 0,020 | 0,121 | 1,100 | -0,315 |
| 0,025 | 0,126 | 1,200 | -0,433 |
| 0,030 | 0,124 | 1,300 | -0,524 |
| 0,035 | 0,118 | 1,400 | -0,600 |
| 0,040 | 0,106 | | |
| | | 1,600 | -0,696 |
| 0,050 | 0,075 | 1,800 | -0,740 |
| 0,060 | 0,036 | 2,000 | -0,734 |
| 0,070 | -0,006 | 2,200 | -0,705 |
| 0,080 | -0,048 | 2,400 | -0,659 |
| 0,090 | -0,087 | 2,600 | -0,606 |
| 0,100 | -0,122 | 2,800 | -0,549 |
| | | 3,000 | -0,491 |
| 0,120 | -0,177 | | |
| 0,140 | -0,209 | 3,200 | -0,437 |
| 0,160 | -0,219 | 3,400 | -0,385 |
| 0,180 | -0,212 | 3,600 | -0,338 |
| 0,200 | -0,187 | 3,800 | -0,294 |
| 0,220 | -0,152 | 4,000 | -0,256 |
| 0,240 | -0,109 | | |
| 0,260 | -0,060 | 4,500 | -0,178 |
| 0,280 | -0,012 | 5,000 | -0,122 |
| 0,300 | +0,042 | 5,500 | -0,083 |
| | | 6,000 | -0,956 |
| 0,350 | 0,160 | | |
| 0,400 | 0,258 | 7,000 | -0,024 |
| 0,450 | 0,322 | 8,000 | -0,008 |
| 0,500 | 0,356 | | |
| 0,550 | 0,359 | | |
| 0,600 | 0,340 | | |

sajátértékek a 2s és 2p elektronok energiájának kivételével a Hartree—Fock-sajátértékek közelébe esnek s még a lazán kötött elektronoknál is tűrhető eredményeket kapunk. A 2s és 2p elektronok esetével külön akarunk foglalkozni. Ha a (4) közelítő effektív potenciált részletesebben megvizsgáljuk (lásd az [5] dolgozatban közölt I. táblázatot) látni fogjuk, hogy a $r \cong 0,4$ -tól $r \cong 1,3$ -ig terjedő tartományban a 2s és 2p sajátfüggvényeknek még jelentős szakasza esik s ebben a tartományban a (4) analitikus, de közelítő effektív magtöltés kisebb a Hartree-módszerrel meghatározottnál. Ennek az lesz a következménye, hogy a potenciális energia átlagértéke csökken s az energiasajátérték is kisebb a vártnál. Így valószínű, hogy ha a (4) analitikus alak helyett egy Hartree-módszerrel meghatározott transzformált effektív magtöltést vettünk volna számításaink alapjául az energiasajátértékeknek s vele együtt természetesen a sajátfüggvényeknek a Hartree—Fock-módszer megfelelő ered-

IX. táblázat. A Cu^+ -ion teljes radiális sűrűsége a „self-consistent field” módszer Hartree és a Fock közelítésében és az univerzális potenciállal meghatározva. A táblázatban található mennyiségek atomi egységekben vannak adva.

| r | Hartree | Hartree— Fock | Itt | r | Hartree | Hartree— Fock | Itt |
|-------|---------|------------------|-------|-------|---------|------------------|-------|
| 0,000 | 0,00 | 0,00 | | 0,700 | 20,45 | 21,70 | 23,17 |
| 0,005 | 3,9 | 3,9 | 3,96 | 0,800 | 18,02 | 18,89 | 20,06 |
| 0,010 | 11,7 | 11,7 | 11,63 | 0,900 | 15,02 | 15,54 | 16,36 |
| 0,015 | 19,7 | 19,7 | 19,84 | 1,000 | 12,17 | 12,39 | 12,83 |
| 0,020 | 26,3 | 26,3 | 26,59 | 1,100 | 9,72 | 9,72 | 9,82 |
| 0,025 | 31,0 | 31,0 | 31,41 | 1,200 | 7,75 | 7,57 | 7,10 |
| 0,030 | 33,7 | 33,7 | 34,06 | 1,300 | 6,12 | 5,91 | 5,54 |
| 0,035 | 34,9 | 34,9 | 35,22 | 1,400 | 5,01 | 4,62 | 4,13 |
| 0,040 | 34,8 | 34,8 | 35,17 | | | | |
| | | | | 1,600 | 3,37 | 2,89 | 2,30 |
| 0,050 | 32,7 | 32,8 | 33,18 | 1,800 | 2,35 | 1,86 | 1,29 |
| 0,060 | 30,0 | 30,2 | 30,46 | 2,000 | 1,69 | 1,21 | 0,73 |
| 0,070 | 28,1 | 28,3 | 28,54 | 2,200 | 1,24 | 0,81 | 0,42 |
| 0,080 | 27,4 | 27,7 | 27,89 | 2,400 | 0,91 | 0,55 | 0,24 |
| 0,090 | 27,9 | 28,3 | 29,64 | 2,600 | 0,67 | 0,37 | 0,14 |
| 0,100 | 29,4 | 29,9 | 30,67 | 2,800 | 0,50 | 0,25 | 0,08 |
| | | | | | | | |
| 0,120 | 33,61 | 34,20 | 34,39 | 3,000 | 0,37 | 0,17 | 0,04 |
| 0,140 | 37,35 | 37,96 | 38,47 | 3,200 | 0,28 | 0,11 | 0,03 |
| 0,160 | 39,32 | 39,83 | 40,01 | 3,400 | 0,20 | 0,08 | 0,02 |
| 0,180 | 39,23 | 39,59 | 39,42 | 3,600 | 0,15 | 0,05 | 0,01 |
| 0,200 | 37,36 | 37,62 | 37,38 | 3,800 | 0,11 | 0,03 | 0,01 |
| 0,220 | 34,35 | 34,53 | 34,30 | 4,000 | 0,08 | 0,02 | 0,00 |
| 0,240 | 30,81 | 30,97 | 30,74 | | | | |
| 0,260 | 27,24 | 27,43 | 27,46 | 4,500 | 0,03 | 0,00 | |
| 0,280 | 23,98 | 24,26 | 24,23 | 5,000 | 0,01 | 0,00 | |
| 0,300 | 21,26 | 21,67 | 20,71 | 5,500 | 0,00 | 0,00 | |
| | | | | 6,000 | 0,00 | 0,00 | |
| 0,350 | 17,19 | 18,04 | 18,55 | 6,500 | 0,00 | 0,00 | |
| 0,400 | 16,48 | 17,72 | 18,48 | | | | |
| 0,450 | 17,61 | 19,13 | 20,08 | | | | |
| 0,500 | 19,22 | 20,89 | 21,94 | | | | |
| 0,550 | 20,53 | 22,17 | 23,39 | | | | |
| 0,600 | 21,16 | 22,74 | 24,09 | | | | |

ményeivel való egyezése a $2s$ és $2p$ elektronok esetében is jobb volna. Jól látható, a X. táblázatból az is, hogy a $2s$ és $2p$ sajátértékek eltérő viselkedése nem a kicserélődési potenciál alakjában lévő különbségtől származik, mert ezen elektronok sajátértékei mindkét sorozatban úgy a Dirac, mint a Slater jelzésűben a Hartree—Fock sajátértékekkel összehasonlítva a sorozat többi tagjaitól eltérően viselkednek s az eltérés iránya mindkét sorozatban ugyanaz.

Az ebben a dolgozatban kifejtett módszerre vonatkozóan általánosságban megállapíthatjuk, hogy dacára annak, hogy a számítások nem „self-consistent” jellegűek, az eredmények a Hartree—Fock-módszerrel meghatározott sajátfüggvényeket és energiaértékeket jól közelítik. Az effektív potenciál felállítása során lényegesnek mutatkozott a kicserélődési energia tekintetbevétele, amelybe beleszámított önkicserélődési energia a (4) potenciálban lévő önelektrosztatikus

energiát kompenzálja és így lehetővé teszi, hogy az így megállapított effektív potenciál a lazán kötött elektronokra is a valóságos potenciált jól közelítse. A kicserélődési potenciálok közül mi a Dirac-félét választottuk. Az eredmények is a Dirac-potenciál választását támogatják.

X. táblázat. A Cu-atom elektronjainak energianívói a dolgozatban részletesen leírt két módszer szerint meghatározva (Slater, Dirac). Összehasonlításként közöljük a „self-consistent field” módszer megfelelő eredményeit a Hartree és a Hartree—Fock közelítésben. A 4s elektron esetében, melyre a „self consistent field” módszerrel nincsenek eredmények a kísérletileg meghatározott első ionizációs energiát adjuk meg, ami 7,68 eV, atomi egységben $0,2824 e^2/a_0$. A táblázatban foglalt energiaértékek atomi egységben, azaz $e^2/a_0 = 27,20$ eV-ban vannak megadva.

| nl | Hartree | Hartree—Fock | Slater | Dirac |
|------|----------|--------------|----------|----------|
| 1s | — 329 | — 329,2 | — 334,0 | — 328,2 |
| 2s | — 39,225 | — 41,15 | — 40,66 | — 38,77 |
| 2p | — 34,93 | — 35,915 | — 36,49 | — 34,24 |
| 3s | — 4,493 | — 5,3255 | — 5,675 | — 4,946 |
| 3p | — 3,039 | — 3,6395 | — 4,205 | — 3,483 |
| 3d | — 0,5975 | — 0,8065 | — 1,513 | — 0,8978 |
| 4s | | | — 0,5921 | — 0,3784 |

A számítások jelentősen könnyebbek, mint a „self-consistent field” módszerrel. A potenciálok egyszerű analitikus alakjánál fogva a módszer igen alkalmas nagyobb számológépeken való táblázatos előállításra, mert a különböző rendszámú elemekre a potenciálban csak egyszerű tényezőváltoztatást kell végrehajtani. Végül említsük meg, hogy a potenciál alkalmazásából a molekula és kristályelméleti számításoknál is jelentős számítás megtakarítás remélhető.

Összefoglalás

Az atomfizikai többtestproblémának a numerikus számítások szempontjából egyik legnehezebben kezelhető kérdése a kicserélődési energia tekintetbevétele. A statisztikus atomfizikai számításokban ennek az energiának a tekintetbevétele egy olyan tag segítségével történik, mely lényegesen egyszerűbb a neki megfelelő hullámmechanikai kifejezésnél és az atomban lévő elektronok ρ összsűrűségével van összefüggésben. A kicserélődési energia sűrűség $\gamma_a = (4/3)\alpha_a \rho^{1/3}$. Egy előző dolgozatban kimutattuk, hogy a „self-consistent field” módszerrel a kicserélődési energia tekintetbevétele nélkül meghatározott redukált effektív magtöltések, Z_μ/Z , ha független változónak a magtól való r távolsággal arányos $x = r/\mu$ mennyiséget vezetjük be, univerzális, a rendszámtól független függvénnyel írhatók le. Ebben a dolgozatban megmutatjuk, hogy az előbbivel azonos közelítésben és független változóval a $\rho^{1/3}/Z^{2/3}$ mennyiség is univerzális függvénnyel írható le. Az így nyerhető sűrűségkifejezést felhasználjuk arra, hogy vele a statisztikus kicserélődési potenciált univerzális alakban adjuk meg és ezt az univerzális kicserélődési poten-

ciált használjuk fel hullámmechanikai számítások céljaira. Így várható, hogy a kicserélődési potenciál és az előző dolgozatban megállapított elektrosztatikus potenciál összege a Hartree—Fock potenciált jól megközelíti. Ezzel a potenciállal számításokat végeztünk abból a célból, hogy a Cu-atom elektronjainak sajátfüggvényeit és energiáját a szabad atomban meghatározzuk. Az egyelektron Schrödinger egyenlet integrálását numerikusan végeztük el. Az eredmények a II—X. táblázatokban találhatók, ahol összehasonlítás céljából a Cu^+ -ionra a Fock-egyenletek megoldásait is feltüntettük. Ezekből világosan kitűnik, hogy az általunk számított sajátfüggvények és sajátértékek a Hartree—Fock-módszerrel meghatározott sajátfüggvényeket és energia értékeket jól közelítik.

IRODALOM

- [1] V. Fock, Z. Phys. 61, 126, 1930; 62, 795, 1930; lásd még J. C. Slater, Phys. Rev. 35, 210, 1930; részletes irodalom található P. Gombás, Theorie und Lösungsmethoden der Mehrteilchenproblems der Wellenmechanik, Vlag Birkhäuser, Basel, 1950.
- [2] W. Lenz, Z. f. Phys. 77, 713, 1932; H. Jensen, Zs. f. Phys. 77, 722, 1932; P. Gombás, Zs. f. Phys. 121, 523, 1943.
- [3] P. A. M. Dirac, Proc. Cambridge phil. Soc., 26, 376, 1930.
- [4] J. C. Slater, Phys. Rev. 81, 385, 1951.
- [5] R. Gáspár, Acta Phys. Hung., 11., 151, 1952.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

$p-n$ RÉTEGES TRANZISZTOROK*

W. SHOCKLEY, M. SPARKS ÉS G. K. TEAL

Az elektronok diffúzióját tanulmányoztuk olyan germániumban, amely olyan két, n -típusú rétegből áll, ahol a két réteget vékony p -típusú közbülső réteg választja el egymástól. Azt tapasztaltuk, hogy az egyik n -típusú rétegre alkalmazott feszültség az elektronok diffúziója segítségével keresztülhat a p -típusú rétegen, annak ellenére, hogy a p -típusú réteget földeltük. Ha az egyik $p-n$ határfelületre akkora feszültséget alkalmaztunk, hogy azon záróirányú telítési áram alakult ki, berendezésünkkel teljesítményerősítést lehetett elérni. Ezeket az úgynevezett $n-p-n$ tranzisztorokat már 10 mikroamper árammal és 0,1 V feszültséggel lehetett működtetni, 50 db. teljesítményerősítést értünk el, míg a zajnívó kb. 10 db. volt 1000 frekvencián. A kapott áramfeszültség karakterisztikái a diffúziós elmélettel jó egyezést mutattak.

I. Bevezetés

Ebben a cikkben azzal a jelenséggel fogunk foglalkozni, ami akkor tapasztalható, ha feszültséget alkalmazunk olyan félvezetőn, amely több különböző típusú vezetőképességű rétegből áll. Ilyen berendezések, melyek főképpen két azonos típusú vezetőképességű rétegből állnak, és ezeket egy ellenkező típusú vezetőképességű réteg választja el egymástól, a tranzisztortechnikában fontos szerepet kaptak. Ezen berendezésekben „a belső kontaktpotenciálnak” nevezett jelenség tanulmányozható.

Azokat a tranzisztorokat, amelyben a nem lineáris effektusok a germánium belsejében p -típusú és n -típusú rétegek határfelületén jönnek létre, $p-n$ réteges tranzisztoroknak nevezzük el, megkülönböztetésképpen a pontkontaktusú típusoktól, (A típus) amelyeknél a fémkontaktusok és a félvezető anyagának érintkezési pontjai játszanak lényeges szerepet. Különböző $p-n$ réteges tranzisztor berendezések lehetségesek: A $p-n-p$ tranzisztort elméleti szempontból mostanában vizsgálták. [1], [2], [3]. E cikkünkben főképpen az $n-p-n$ réteges tranzisztorral [3], a $p-n$ betürelméses kollektorral ellátott n -típusú fototranzisztorral és a $p-n-p-n$ tranzisztorral (p -típusú emitter és $p-n$ betürelméses kollektor) fogunk foglalkozni. A következő részben az az alapjelenségek egyszerű leírására szorítkozunk. Az aztán következő részekben néhány ilyen tranzisztor fizikai struktúráját és elektromos karakterizti-

* Megjelent Physical Review 83, 151, 1951.

káját ismertetjük. Az elméleti meggondolásokat kvantitatív formába öntjük és az egyes példányoknál tapasztalható áramfeszültség-karakterisztikát elméletileg levezetjük. Végül az elméletet és kísérletet közvetlenül összehasonlítjuk.

II. Az $n-p-n$ réteges félvezető, mint tranzisztor és a betüremléses áramsokszorozó

Az 1. ábrán bemutatunk egy $n-p-n$ réteges félvezetőt és tranzisztor-kénti működését. Miként az A -típusú tranziszternál, az emitterbevezetés és a bázisbevezetés között, továbbá a kollektorbevezetés és a bázisbevezetés között egyenirányító effektusok lépnek fel. Azonban ez az egyenirányítás a germánium kristály belsejében jön létre és nem a fém és félvezető érintkezési felületén, miként az A -típusú tranziszternál, most itt ezek a bevezető kontaktusok lényegében ohmikusak. Még egy lényeges különbség van az $n-p-n$ és az A -típus között. Az $n-p-n$ réteges tranzisztorban az injiciált töltéshordozók áramlása legnagyobb részt diffúzió következtében jön létre és nem az elektromos tér következtében. Ezért a kollektor áramsokszorozó hatása a réteges tranziszternál hiányzik és így nem következik be az A -típusú tranziszternál tapasztalható pozitív visszacsatolás miatti instabilitás.

Ebben a részben a tranzisztor működési elvének rövid összefoglalását közöljük. További részleteket a hivatkozásokban megadott irodalomban találunk. Az V. és a további részekben néhány elméleti meggondolást analitikus formába öntünk. Tárgyalásunknál a következő egyszerűsítő feltevésüket tesszük fel. [4].

1. A donorok és az akceptorok teljesen ionizálva vannak (ez a germániumnál szobahőmérsékleten teljesülő feltevés.)

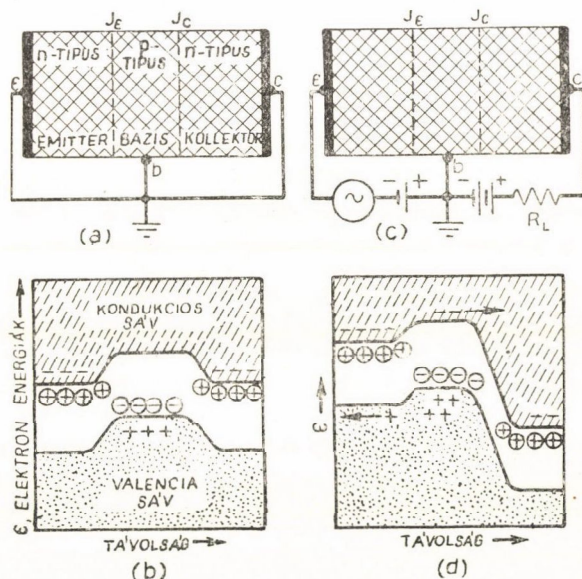
2. A kisebbségben lévő töltéshordozók sűrűsége a többségben levő töltéshordozókénál minden helyen sokkal kisebb.

3. A rekombináció mindenütt egyenesen arányos a kisebbségben lévő töltéshordozók sűrűségének a termikus egyensúlyi értéktől való eltéréseivel. (A 2. és 3. feltevés lehetővé teszi ez injiciált töltéshordozók által létrehozott áramnak lineáris egyenlettel való tárgyalását.)

4. A tértöltés — kivéve közvetlenül a $p-n$ rétegek érintkezésének tértöltéstartományát — elhanyagolható.

Az 1. ábrán a félvezető energiasáv diagrammját láthatjuk, mégpedig először zérus előfeszültségeknél, másodsor pedig azon előfeszültségek alkalmazásánál, amelyeket akkor kell a kristályra helyezni, ha azt erősítő tranziszornak akarjuk használni. Ez utóbbi esetben a J_c határfelület az ábra jobb oldalán, a záróirányban kap előfeszültséget. Ez az irány olyan, hogy az elektronoknak az n -típusú kollektortartományban alacsony potenciális energiájuk van és nem tudnak feljutni a bázis potenciálhegyére. A másik oldalon viszont

az emitter tartományból az elektronok még fel tudnak jutni, az arról az oldalról nézve sokkal alacsonyabb potenciálhegyre és egyben átdiffundálnak úgy, hogy néhány közülük megérkezik a jobboldali kontaktusra. Ezen átdiffundáló elektronoknak a száma igen erősen függ a potenciálhegy magasságától és ezt a magasságot változtatni lehet az emitter és a bázis között alkalmazott feszültséggel. Ha a bázistartomány nagyon vékony, benne csak kevés elektron tud lyukkal egyesülni és ennek eredményeképpen a rétegen keresztül az elektronáram jó hatásfokkal tud átáramlani. Azonkívül, ha az emittertartomány sokkal jobban vezet, mint a bázisréteg, sokkal több elektron jut fel a hegyre,



1. ábra.

mint ahány lyuk juthat le a megfelelő völgybe az ellenkező irányban. Ennek eredményeképpen a baloldali $n-p$ határfelületen keresztülhaladó áram legnagyobb része elektronokból áll. Ilyen feltételek mellett ennek a készüléknek a viselkedése szoros analógiát mutat a vakuumcső viselkedésével: az emitter megfelel a katódnak, a bázis a rácsszálak körül levő tartománynak és a kollektortartomány megfelel az anódnak. A kedvezően megtervezett egységekben a vezérelt elektronáram, mely a bázistartományon keresztüláramlik, sokkal nagyobb lehet, mint az az áram, mely a bázistartományt vezérlésre képessé teszi, úgyhogy e tranzisztornak az áramerősítése igen nagy. Ezért lehetséges, hogy földelt katódú triódához hasonló módon működtessük, olyképpen, hogy az emittert földeljük és a vezérlő jelet a bázisra alkalmazzuk. A IV. részben bemutatunk néhány áramfeszültségkarakterisztikát és látni fogjuk, hogy az áramtranszmisszió majdnem tökéletes.

Érdemes megemlítenünk, hogy mind a vákuumsőben, mind a tranzisztorban a vezérlés az elektromos áram kétfajta formájának kölcsönhatása által jön létre. Vákuumsőben a rácsba áramló áram fémenbelüli elektronáram és ez vezérli a katódáramot, amely termikus emisszióval létrejött vákuumban folyó áram. A tranzisztorokban a lyukáramlás által a bázisba szállított áram változtatja meg a bázisemitter-feszültséget és vezérli az elektronáramot a bázison keresztül. Az 1. ábrán bemutatott berendezés megfelelő előfeszültségekkel nagy sokszorozású tranzisztorként használható. [5]. Használható fototranzisztorként is. [6]. Az előbbi alkalmazásra később részletesen rá fogunk térni, most nézzük meg, hogy a fotoáram sokszorozása hogyan történik. Ebből a célból nem szükséges elektródát kötni a bázishoz. Ha az $n-p-n$ határfelületek közelében fény esik a germániumra, akkor az előidézett lyuk-elektron párokat az elektromos tér szétválasztja és ennek következtében lyukak áramlanak a bázisrétegbe. Ezek a lyukak felhalmozódnak e rétegben, pozitívrá töltik fel és így csökkentik a potenciálhegy magasságát, aminek eredményeképpen több elektron lesz képes feljutni a hegyre és a kollektorhoz áramlani. A fény megszűnése után a lyukak e hatása megszűnik, részben a bázistartományba diffundáló elektronokkal való rekombináció következtében, részben a lyukaknak a baloldalon levő tartományba levő diffúziója és ottani rekombinációja miatt. Ha a réteg nagyon vékony és az elektronok sűrűsége a baloldali tartományban nagyon nagy, akkor a bázisba bejövő egyetlen lyuk hatására igen nagy számú elektron lesz képes a hegyen áthaladni. A VII. részben kimutatjuk, hogy az így kapható áramerősítés egyenesen arányos a két réteg vezetőképességének hányadosával és fordítva arányos a bázisréteg vastagságával.

Az elektronoknak a bázisrétegen való átdiffundálása az úgynevezett „belső kontaktpotenciál” létrejöttét okozza [7]. Hogy ezen mit értünk, azt most részletesen kifejtjük. Tételezzük fel, hogy a bázis földelt és az emitterre potenciált alkalmazunk. Ha még egy ohmikus kontaktust alkalmazunk a bázison, az természetesen földpotenciált mutatna. Ha azonban ez a kontaktus egyenirányít, mint a jobboldali J_c határfelület, különösen, ha az áram legnagyobb részét elektronok szállítják, a bázisbeli elektronok sűrűsége határozza meg inkább a potenciált, mint a földelő kontaktus által beállított potenciál. Elméletileg és gyakorlatilag is kimutatható, hogy földelt bázis esetén azok a potenciálok, amelyeket a baloldalon alkalmazunk, áthatnak a bázisrétegen — bár annak elektrosztatikus potenciálja gyakorlatilag változatlan — a jobboldali tartományba is, amely, amikor áramot nem veszünk ki belőle, „lebegni” igyekszik egy, a baloldali tartományéval kb. egyenlő potenciálon, legalább is bizonyos feszültségek esetén. Az ezzel a jelenséggel kapcsolatos elméletek és kísérletek a VII. és VIII. részben kerülnek tárgyalásra.

III. A kísérleti példányok leírása

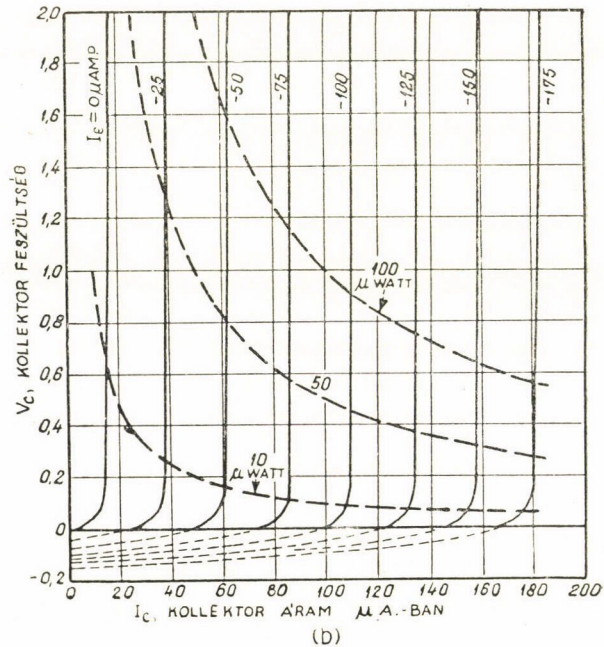
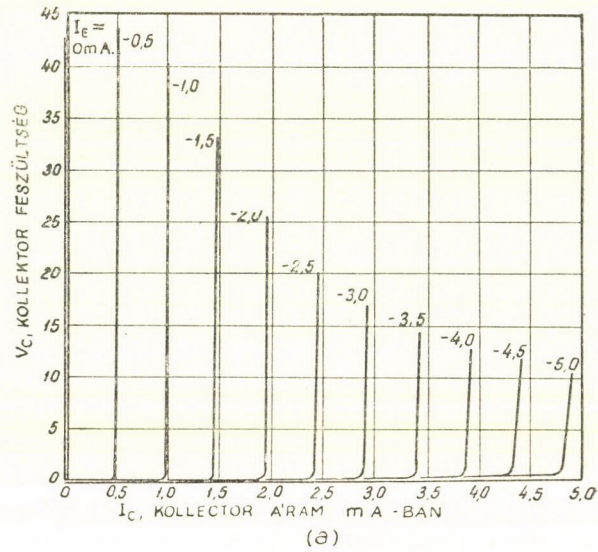
A kísérleti egységek olyan germánium egykristályból készültek, melyben vékony *p*-típusú réteg volt két *n*-típusú réteg között. Ilyen egységeket különböző vezetőképességű értékekkel készítettünk. *n*—*p*—*n* tranzisztorra tipikus értékek: emitter: $100(\text{ohm-cm})^{-1}$, bázis $1(\text{ohm-cm})^{-1}$ és kollektor: $0,1(\text{ohm-cm})^{-1}$. A kollektor részben a kisebbségben levő töltéshordozók élettartama 300—400 mikroszekundum. A tapasztalat azt mutatja, hogy a többi részben az élettartam, ahol is a direkt mérés nehezebb, ettől nem sokkal különbözik. Az ilyen tranzisztornál a bevezető kontaktusok mechanikusan erősek és ohmikus karakterisztikájúak. A berendezés a germánium egykristály belsejében lejátszódó elektronikus folyamatok segítségével működik, és nem a germániumra helyezett fémkontaktusoknál fellépő jelenségek következtében.

IV. Működési karakterisztikák

Röviden tárgyaljuk az *n*—*p*—*n* tranzisztor karakterisztikáját [8]. Mivel ez a berendezés a *p*—*n* határfelület egész területén egyenletesen működik, e felület területének nagyságával nagyon változtatható, a pontkontaktusos berendezéssel ellentétben. Így lehetséges a kimenőteljesítményt növelni az áramsűrűségben való megfelelő növekedés nélkül. A nagyobb *p*—*n*—*p* tranzisztorok közül az egyik egységnek [9], melyet mint erősítőt tanulmányoztunk, $0,3\text{ cm}^2$ *p*—*n* határfelülete volt, a bázisréteg vastagsága kb. $0,07\text{ cm}$ körül volt. Ez a berendezés *A*-osztályú működésben $2,0\text{ W}$ torzításmentes kimenőteljesítményt szolgáltatott. A frekvenciahatár $10\,000$ ciklus volt. Ezt a határt a *p* rétegen keresztüli diffúzió ideje okozta, mint ahogy a IX. részben ismertetni fogjuk.

Ezen új típusú tranzisztoroknak a kisteljesítményű példányait igen alaposan megvizsgáltuk. Ezeknek tipikus méretei $0,01\text{ cm}^2$ körüli határfelület és $1,5 \times 10^{-3}\text{ cm}$ körüli bázisrétegvastagság. 50 db -es erősítéssel működtek és a zajnívó 10 — 15 db körül volt 1000 ciklusnál. Ezeknek a mennyiségeknek mindegyike néhány nagyságrend javulást jelent a pontkontaktusú tranzisztorral szemben. Alacsony jelszinten már $0,1\text{ V}$ -nál magasabb kollektorfeszültséggel is lényegileg teljes erősítést adnak, és ezért kivételesen jók nagyon kis teljesítmények erősítésére. Ha egy kis erősítést feláldozunk, 48 — 49% -os hatásokkal működhet az *A*-osztálynál elméletileg számbajövő 50% -hoz képest. *R. L. Wallace* és *D. E. Thomas*, laboratóriumunk tagjai, $0,6$ mikrowatt bemenőtelsítménnyel dolgozó oszcillátort építettek. Az ennél alkalmazott kis tranzisztor, mint erősítő is működik, néhány száz milliwatt maximális kimenőtelsítménnyel. A 2. ábrán munkakarakterisztikákat láthatunk. Ezeknek a nagy-erősítésű példányoknak a frekvenciahatárát főképpen a kollektorbázis határfelületnek kapacitása korlátozza és e határ alacsonyabb, mint a bázisrétegen

keresztüli diffúziós idő miatti határ. A kapacitáshatás részletes tárgyalását *Wallace* és *Pietenpol* cikkeiben találhatjuk meg.



2. ábra.

V. Elméleti meggondolások és határfeltételek

Ebben és a következő részekben a II. részben ismertetett meggondolásokat analitikai formába öntjük. Az alkalmazott betűk jelentését a kísérőtáblán láthatjuk. Ebben és a következő részben az $n-p-n$ réteges struktúrával általánosságban fogunk foglalkozni és ezért a baloldal n -típusú tartományát l , a jobboldalét r betűvel fogjuk jelezni. Így egységesen tárgyalható az az eset, amikor a jobboldalt használjuk kollektornak, a baloldalt emitternek és a fordított kapcsolást is. Először vizsgáljuk a határfelületeken a határfeltételeket, a berendezésre helyezett potenciálok esetén [10]. A félvezető belsejében az ψ elektrosztatikus potenciál 0 nivóját tetszés szerint vehetjük fel. A mi célunknak megfelelően a zérót úgy válasszuk meg, hogy $-q\psi$ a tilos zóna körülbelüli felében az elektron potenciális energiája legyen. ψ pontos értékét úgy vesszük fel, hogy egyensúlyi esetben

$$n = n_i \exp q(\psi - \varphi)/kT \quad (5.1)$$

$$p = n_i \exp q(\varphi - \psi)/kT \quad (5.2)$$

legyen. Nem egyensúlyi feltételek között hasonló egyenletek határozzák meg a kvázi-Fermi [11] nivókat: φ_n -t és φ_p -t ψ , n és p függvényében:

$$n = n_i \exp q(\psi - \varphi_n)/kT \quad (5.3)$$

$$p = n_i \exp q(\varphi_p - \psi)/kT. \quad (5.4)$$

Jelölések:

A = a germániumkristály keresztmetszetének területe,

$b = \mu_n/\mu_p = 2,1$,

$B_l = (kT/q)[1 - \exp(-q\varphi_e/kT)]$,

$B_r = (kT/q)[1 - \exp(-q\varphi_r/kT)]$,

e = természetes logaritmus alapja,

D_n, D_p = az elektronok, ill. lyukak diffúziós állandója,

G_n, G_r , stb. = vezetőképességek zérus feszültségnél,

n = az elektronok sűrűsége,

n_b = a bázisbeli elektronsűrűség,

n_i = az intrinsic félvezetőbeli elektronsűrűség,

n_1 = az elektronsűrűség eltérése az egyensúly értéktől,

N_d, N_a = donorkok, ill. akceptorok sűrűsége,

p = a lyukak sűrűsége,

q = a lyuk töltése = - az elektrontöltése,

V, v = a feszültség egyen-, ill. váltóáramú komponense,

W = a bázisréteg vastagsága,

μ_n, μ_p = az elektron, ill. lyuk mozgékonyága = 3600 , ill. $1700 \text{ cm}^2/\text{Volt sec}$,

σ_i = intrinsic vezetőképesség,

$\tau_{pl}, \tau_{pr}, \tau_{nb}$ = a kisebbségben levő töltéshordozók élettartama,

φ = Fermi-nívó/(- q),

φ_n = az elektronok kvázi-Fermi-nívója,

φ_p = a lyukak kvázi-Fermi-nívója,
 $\varphi_l, \varphi_b, \varphi_r$ = a három tartomány feszültsége,
 φ = az elektrosztatikus potenciál.

A kvázi-Fermi-nívónak nevezett fogalmakat azért vezetjük be, mert a határfelületeken fellépő határfeltételek tárgyalása így könnyebbé válik. Ezek bevezetésével az áramsűrűség kifejezése különlegesen egyszerű formát vesz fel:

$$I_n = q D_n \nabla n + q \mu_n n E = -q \mu_n n \nabla \varphi_n \quad (5.5)$$

$$I_p = -q D_p \nabla p + q \mu_p p E = -q \mu_p p \nabla \varphi_p. \quad (5.6)$$

Ezek az egyenletek azt mutatják, hogy az áramsűrűségek, amelyek a kétféle töltéshordozót tartalmazó félvezetőben a potenciál és a diffúzió együttes hatására jönnek létre, a kvázi-Fermi-nívókból ugyanúgy számíthatók, miként egyszerű vezetésnél a potenciálból az áramsűrűség. Ebből az összefüggésből nyilvánvaló, hogy egy megadott elektronáram a kvázi-Fermi-nívó sokkal nagyobb változását idézi elő, a p -típusú tartományban, ahol az elektronsűrűség kicsi, mint ha az n -típusú tartományba áramlana. Tény, hogy a vezetőképesség aránya az elektronoknál a két tartomány között olyan, hogy az elektronok kvázi-Fermi-nívója az n -típusú tartományban lényegileg állandónak vehető. Abból a feltevésből, hogy a kisebbségben levő töltéshordozók sűrűsége a többségben levőkéhez képest kicsi, és abból a feltevésből, hogy a tértöltés elhanyagolható, következik, hogy a potenciál lényegileg egyforma minden tartomány belsejében. Ha az r és l tartományok bevezető kontaktusai az egyenirányító határfelületektől olyan messze vannak, hogy azokat a kontaktusokon injiciált töltéshordozó nem érheti el, akkor a bevezető kontaktusok lényegileg ohmikusnak tekinthetők és ebből következik, hogy az elektronok kvázi-Fermi-nívója ezekben a tartományokban lényegében a két kontaktusra alkalmazott feszültséggel kell, hogy megegyezzen. Abból a feltevésből, hogy az áramot a bázis-kontaktushoz lyukak szállítják, következik, hogy a lyukak kvázi-Fermi-nívója ebben a tartományban egyenlő φ_b -vel.

Alkalmazzuk ezeket a megfontolásokat a J_l határfelületen a határfeltételek megvizsgálására. Egyszerűség kedvéért legyen a bázis földelt, vagyis általánosságban:

$$\varphi_l \neq 0, \quad \varphi_b = 0, \quad \varphi_r \neq 0. \quad (5.7)$$

Az előbbi paragrafus alapján az elektronok kvázi-Fermi-nívója folytonosan megy át a J_l határfelületen és a valóságban legnagyobb gradiensét csak a bázistartomány belsejében veszi fel. Ennek következtében φ_n a bázistartomány J_l -hez közeli részén lényegileg egyenlő φ_l -lel. Így az elektronsűrűséget a bázis tartományban J_l -hez közeli pontban a következő kifejezésből kaphatjuk meg:

$$n(b\text{-ben } J_l\text{-hez közel}) = n_b \exp(-q \varphi_l / k T), \quad (5.8)$$

ahol n_b a termikus egyensúlyi elektronok koncentrációja a megfelelő ponton. (Ez az egyenlet közvetlenül következik (5.3) egyenletből és abból az előbb

levont következtetésből, hogy ψ és φ_n a bázisrétegben változatlan az (5.7) egyenlet szerint alkalmazott potenciál esetén is.) Főleg a sűrűségnek az egyensúlyértéktől való eltérése érdekel bennünket és az ilyen sűrűségeltérések megjelölésére az 1-es indexet alkalmazzuk. Az (5.8) egyenlet szerint így:

$$n_1 = n_b [\exp(-q\varphi_1/kT) - 1] \equiv -n_b q B_1/kT. \quad (5.9)$$

Az ebben a kifejezésben bevezetett B_1 mennyiséget így definiálhatjuk:

$$B_1 \equiv (kT/q)[1 - \exp(-q\varphi_1/kT)]. \quad (5.10)$$

Ezt a betűt azért vezetjük be, mert minden figyelembe veendő áram (5.10) egyenlet alakjában fog függeni a feszültségektől. A kT/q együtthatót azért vezetjük be, hogy B_1 -nek feszültségdimenziója legyen és φ_1 kis értékeinél B_1 értéke lényegében φ_1 -lel egyenlő legyen.

Teljesen azonos megfontolás vezet az I tartományban levő lyuksűrűség-értékekre:

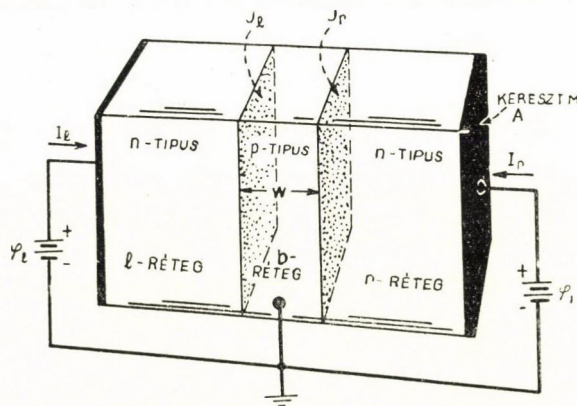
$$p(l\text{-ben } J_l\text{-hez közel}) = p_l \exp(-q\varphi_1/kT) \quad (5.11)$$

$$p_1 = p_l [\exp(-q\varphi_1/kT) - 1] \equiv -p_l q B_1/kT. \quad (5.12)$$

VI. Az áramfeszültség összefüggés

Az előbbi rész fejtegetései mutatják, hogy J_l -hez közel mind a lyuk-, mind az elektronsűrűségnek az egyensúlyi értékektől való eltérése B_l -lel arányos. Ez vezet a diffúziós áramhoz, mely termikus egyensúly esetén $B_l = 0$ következtében eltűnik. A második részben tárgyalt lineáris közelítésnek eredményeképpen ezek az áramok arányosak lesznek B_l -lel. A 3. ábrán az áramok irányának konvenciózus megválasztását láthatjuk. Ennek megfelelően a bázisstartományba a J_l -en keresztüli lyukáramlás által szállított áramot a következőképpen kaphatjuk meg:

$$I_{lp} = G_{lp} B_l. \quad (6.1)$$



3. ábra.

Egyenletes A keresztmetszetű, egyenletes vezetőképességű anyag és azonos τ_{ip} élettartam esetén az együtttható értéke könnyen levezethető [12]:

$$G_{ip} = q\mu_p p_{nl} A / L_{pi} = \sigma_i^2 b A / (1+b)^2 \sigma_i L_{pi} \quad (6.2)$$

ebben a diffúzióhosszat a következő egyenlet adja meg:

$$L_{pi} = (D_p \tau_{pi})^{1/2}. \quad (6.3)$$

A (6.2) egyenlet jobboldala a G_{ip} vezetőképességet az intrinsic példány vezetőképességének és a n -típusú vezetőképesség függvényében fejezi ki. Az egyenletben előforduló b mennyiség a megfelelő mozgékonyaságok arányát jelenti:

$$b = \mu_n / \mu_p. \quad (6.4)$$

$B_r = 0$ esetén a J_l -en keresztülráamló elektronáram is könnyen kiszámítható. Még ha nem is alkalmazunk feszültséget a jobboldali kontaktusra, az injicált elektronok egy része eléri ezt a kontaktust. Ez annak a ténynek a következménye, hogy a sűrűségeltérés n_l szükségszerűen zérus kell, hogy legyen J_r -nél akkor, ha q_r zérus. A két határfelületen keresztül folyó elektronáram [13]:

$$I_{ln} = [(q\mu_n n_b A / L_n) \operatorname{cth}(W/L_n)] B_l = G_{ln} B_l, \quad (6.5)$$

$$I_{rn} = -[(q\mu_n n_b A / L_n) \operatorname{cosech}(W/L_n)] B_l = G_{rln} B_l. \quad (6.6)$$

A G_{ln} vezetőképességet a bázisréteg tulajdonságaiból a következőképpen kaphatjuk meg:

$$G_{ln} = [\sigma_r^2 b A / (1+b^2) \sigma_b L_n] \operatorname{cth}(W/L_n). \quad (6.7)$$

A J_r határfelületre alkalmazott hasonló megfontolások megfelelő egyenletrendszerre vezetnek. A G és B mennyiségek függvényében az áramfeszültség összefüggést a következőképpen írhatjuk fel:

$$I_l = G_{ll} B_l + G_{lr} B_r, \quad (6.8)$$

$$I_r = G_{rl} B_l + G_{rr} B_r, \quad (6.9)$$

$$G_{ll} = G_{ln} + G_{lp}; \quad G_{lr} = G_{lrn}, \quad (6.10)$$

$$G_{rl} = G_{rln}; \quad G_{rr} = G_{rrn} + G_{rrp}. \quad (6.11)$$

Kis feszültségek esetén a következő közelítő összefüggések állnak fenn.

$$B_l \doteq \varphi_l, \quad B_r \doteq \varphi_r, \quad \text{ha } |\varphi_{l,r}| \ll kT/q. \quad (6.12)$$

Ilyenkor tehát a (6.8) és (6.9) egyenletekben szereplő együttthatók egyszerűen a kis feszültségeknél érvényes vezetőképességi komponensek. Ha a potenciál egyenáramú feszültségből és arra szuperponált kis váltóáramú komponensből áll, akkor írhatjuk, hogy:

$$\varphi_l = V_l + v_l, \quad \varphi_r = V_r + v_r. \quad (6.13)$$

Most a kis váltóáramú komponensekre az egyenletek:

$$i_l = g_{ll} v_l + g_{lr} v_r, \quad (6.14)$$

$$i_r = g_{rl} v_l + g_{rr} v_r, \quad (6.15)$$

ahol a kis g -k és a nagy G -k között a következő összefüggések állnak fenn:

$$g_n/G_n = g_p/G_p = \exp(-qV_i/kT) \quad (6.16)$$

és hasonlóak a másik két együtthatóra is.

Ezekből az összefüggésekből megállapíthatjuk, hogy mindegyik g egyenesen arányos a $B = kT/q$ értéknek megfelelő telítési GB értéktől való eltéréssel. Ezt szimbolikusan a következőképpen fejezhetjük ki:

$$g = (G \cdot B \text{ eltérése a telítési értéktől}) \cdot (q/kT) \quad (6.17)$$

A (6.5) és (6.6) egyenletekkel kapcsolatban tárgyalt modell esetén nyilvánvaló, hogy a szimmetria a következő egyenletre vezet:

$$G_{lr} = G_{rl}. \quad (6.18)$$

Ha azonban a közbülső rétegben a vezetőképességek nem szimmetrikus módon változnak, vagy ha az élettartam a réteg egyik oldalán nagyobb, mint a másikon, akkor nem vonhatjuk le azt a következtetést, hogy a két G szimmetrika okokból egyenlő kell, hogy legyen. Azonban átlátható, hogy a II. részben leírt lineáris feltevés következményeképpen a szimmetrikus összefüggés fennáll a közbülső réteg geometriájától függetlenül. Ennek az állításnak bizonyítását a függelékben [14] találjuk meg. Ebből arra a következtetésre juthatunk, hogy abban az idealizált modellben, amelynél minden áramot az injiciált töltéshordozók sűrűségével lineárisnak tekintünk, a tranzisztor működését három paraméterrel írhatjuk le, legalábbis kisfrekvenciák esetén. Ezek a paraméterek a (6.8) és (6.9) egyenletekben szereplő négy együttható, amelyek között a (6.18) összefüggés áll fenn.

Ezeknek az együtthatóknak a függvényében bármely kontaktust használjuk emitternek, definiálhatjuk berendezésünk α -ját (áramerősítési tényezőjét). A két α nem szükségszerűen egyenlő és a baloldali határfelületre az α -t a következő összefüggés adja meg:

$$\begin{aligned} \alpha_l &\equiv -(\partial I_r / \partial I_l)_{q_r = \text{konst}} = -G_{rl}/G_n = -G_{rln}/(G_{ln} + G_{lp}) = \\ &= (-G_{rln}/G_{ln})[G_{ln}/(G_{ln} + G_{lp})] = \gamma_l \beta_l. \end{aligned} \quad (6.19)$$

A tranzisztor-terminológiában γ -án az emitter áramának azt a hányadát értik, amennyit kisebbségben levő töltéshordozók szállítanak a bázisba. Nyilvánvalóan:

$$\gamma_l = G_{ln}/(G_{ln} + G_{lp}). \quad (6.20)$$

Az injiciált töltéshordozóknak azt a hányadát, amely eléri a kollektort, β -val jelöljük:

$$\beta_l = -G_{rln}/G_{ln} = \text{sech}(W/L_n). \quad (6.21)$$

A kollektorbevezetés intrinszc α -ján, vagy α^* -on értjük a kollektor áramának változását, arányítva a kisebbségben levő töltéshordozók által szállított egységnyi áramhoz, amely áram a kollektort eléri. Egyszerű $p-n$ réteges kollektora α^* egységnyi. Egy „betüremléses” kollektor esetén, — ami-

vel a következő részben fogunk foglalkozni — a kollektorra érkező injiciált áram igen nagy áramnövekedést okoz a kollektoráramban és $\alpha^* 100$, vagy még nagyobb lehet.

Ha a közbülső réteg olyan vékony, hogy a (6.5) és (6.6) hiperbolikus függvényeket a sorbafejtésünk első tagjával közelíthetjük meg, írhatjuk:

$$\beta_l \doteq 1 - \frac{1}{2} (W/L_n)^2 \doteq 1, \quad (6.22)$$

$$\gamma_l \doteq 1/[1 + (\sigma_b W/\sigma_l L_{pl})], \quad (6.23)$$

$$\alpha_l \doteq 1/[1 + (\sigma_b W/\sigma_l L_{pl})], \quad (6.24)$$

$$G_{ll} \doteq \sigma_r^2 b A/(1+b)^2 \sigma_b W. \quad (6.25)$$

Teljesen hasonló egyenleteket kapunk I_r -re egyszerűen az r és l betű felcserélésével.

VII. Különleges működési feltételek

A következőkben a levezetett egyenletek következményeivel fogunk foglalkozni, különböző feszültség- és áramértékek esetén.

A) Alkalmazás, mint erősítő

Ahhoz, hogy a lineáris közelítés alkalmazható legyen, szükséges, hogy a kollektorra akkora nagy záróirányú feszültséget adjunk, hogy az árama telítésbe menjen. Ez a feltétel megfelel a 2. ábrán látott karakterisztikák egyes részének. A szükséges feszültség körülbelül $4 kT/q$ -nál nagyobb kell, hogy legyen. Ha ez a feltétel teljesül, akkor az emitteráramot és a kollektoráramot a következő módon közelíthetjük meg:

$$I_l = G_{ll} B_l - \alpha_l G_{ll} kT/q \quad (7.1/a)$$

$$I_r = -\alpha_l G_{ll} B_l + G_{rr} kT/q = -\alpha_l I_l + (G_{rr} + \alpha_l^2 G_{ll})(kT/q) \quad (7.1/b)$$

A (7.1/b) egyenlet leírja a 2. ábrán látható párhuzamos egyeneseket, nagy kollektorfeszültségnél I_l -vel lineárisan növekvő áramokat mutat.

A kapcsolástechnikai alkalmazásoknál fontos ismerni a g_{ll} emitteradmittanciát. A már előzetesen kihangsúlyozott azon egyszerűsítő feltevésnél, mikor a sorbakötött ohmikus ellenállást elhanyagoljuk, ez az admittancia $\frac{1}{r_e}$ -e az ekvivalens áramkörnek. A számunkra érdekes tartomány általában olyan, hogy $q_l > 4kT/q$, így a (6.17) alkalmazásával:

$$1/r_e = g_{ll} = \partial I_l / \partial \varphi_l = G_{ll} \exp(-q\varphi_l/kT) \doteq I_l q/kT \doteq 40 I_l \text{ mho} \quad (7.2)$$

Ha a tranzisztorunknál az emitter földelt és a kollektoráram telített, akkor a bemenő admittancia:

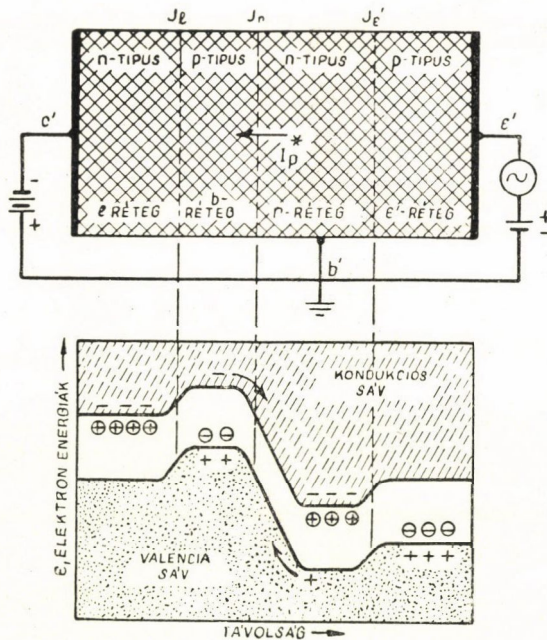
$$dI_b/d\varphi_b = d(-I_l - I_r)/d(-\varphi_b) = (1 - \alpha_l) G_{ll} \exp(-q\varphi_l/kT) \quad (7.3)$$

míg a transzkonduktancia $1/(1-\alpha_i)$ -szer nagyobb. Így, ha $\alpha_i = 0,99$ százszoros áramerősítésünk lesz telített kollektoráramnál. Az elméleti teljesítményerősítés végtelen lenne, ha a kollektorimpedancia a (7.1/b) ideális telítésnek megfelelően végtelenné válna. A valóságban 10^7 – 10^8 ohm kollektorellenállásokat lehetett elérni. A telítési áramhoz képest nagy áramok esetén a (7.3) a következő admittanciához vezet: $(1-\alpha_i)I_r q/kT = 10^{-2} \times 10^{-4} \times 40 = 4 \cdot 10^{-5}$ mho. $I_r = 10^{-4}$ amper esetén, ami nagyerősítésű kapcsolásoknál kb. jellegzetes érték. A teljesítményerősítés durván a kimenő és bemenő impedanciának aránya, szorozva az áramerősítés négyzetével és így kb. $10^7 \times 4 \times 10^5 \times 10^4 = 66$ db illesztett terhelés esetén. Miként a IV. részben tárgyaltuk, a gyakorlatban kb. 50 db erősítést lehetett elérni.

B) Betüremléses kollektor p–n–p–n tranzisztorban

Pontkontaktusú tranzisztornál gyakran lehet tapasztalni áramsokszorozást olyan értelemben, hogy állandó kollektorfeszültség esetén az emitteráram változása a kollektoráramban többszörös változást okoz. E jelenségnek egyik magyarázata a kollektor kontaktuson úgynevezett p–n betüremlés kialakulása lenne. Ez okozza, hogy a kollektor intrinsic α -ja, vagy α^* -ja nagy. Ezt az elméletet egy olyan n-típusú tranzisztornál mutatjuk be, ahol a lyukak emissziója egy p–n réteges emitter által történik, és a kollektor n és p rétegekből áll.

Ezt a tranzisztort a 4. ábrán láthatjuk. A rákapcsolt feszültségek az 1. ábrán tárgyaltakhoz hasonlóak, azzal a különbséggel, hogy még egy



4. ábra.

réteg van és hiányzik a kontaktus a b réteghez. Az emittert, bázist és kollektort ε' -vel, b' -vel és c' -vel jelöltük. A működés közben rákapcsolt feszültség az I_r határfelületen záróirányú, az I_l határfelületen nyitó irányú feszültséget jelent. A b bázisréteg olyan potenciálon fog lebegni, hogy az áram zérus legyen:

$$I_r + I_l = G_n(1 - \alpha_l)B_l + G_{rr}(1 - \alpha_r)B_r = 0. \quad (7.4)$$

A nagy záróirányú feszültségeknél B_r pozitív és B_l negatív és

$$\varphi_l - \varphi_r = V_c, \quad (7.5)$$

ahol V_c a kollektorra alkalmazott feszültség. Nagy V_c esetén B_r telítődik és φ_l -t B_l határozza meg:

$$B_l = -G_{rr}(1 - \alpha_r)(kT/q)/G_n(1 - \alpha_l). \quad (7.6)$$

Így a telítési áram:

$$I_{r \text{ telítési}} = (1 - \alpha_r \alpha_l) G_{rr} k T q (1 - \alpha_l). \quad (7.7)$$

Ha ε' lyukakat injiciál úgy, hogy I_p^* lyukáram érkezik a J_r felületre, akkor a következő összefüggésből:

$$I_r + I_l + I_p^* = 0, \quad (7.8)$$

a változásra kapjuk:

$$\Delta B_l = -I_p^*/G_n(1 - \alpha_l) \quad (7.9)$$

és ez egy megnövekedett elektronáramot hoz létre a J_r határfelületen keresztül, amelynek következtében:

$$\Delta I_{nr} = G_n \Delta B_l = \alpha_l I_p^*/(1 - \alpha_l). \quad (7.10)$$

Az intrinsic α vagy α^* így:

$$\alpha^* = (\Delta I_{nr} + I_p^*)/I_p^* = 1/(1 - \alpha_l). \quad (7.11)$$

Ha a réteg vékony, közelítőleg kapjuk:

$$\alpha^* \approx 1 + (\sigma_l L_{pl}/\sigma_b W). \quad (7.12)$$

Ezért vékony réteg és nagy vezetőképességű l esetén α^* igen nagy lehet.

Hogy ezt az elrendezést miért nevezhetjük p -n betüremlésnek, azt a 4/b. ábrán láthatjuk. A b rétegnek elektronok számára nagy potenciálja a lyukak számára kis potenciált jelent. Az ε' által injiciált lyukak ebben a betüremlésben fogva maradnak és a J_l határfelületet nyitó irányú feszültséggel látják el, ami létre hozza az elektronáram megnövekedését.

C) Fototranzisztor

A 4. ábrán látható berendezés fototranzisztorként is működik, ahol az emitter által injiciált lyukakat egyszerűen helyettesítjük fény által létrehozott lyuk-elektronpárral. Ilyen alkalmazásnál csak két bevezetés szükséges b' és c' , az ε' elmarad. Ha lyuk és elektronpár keletkezik az elnyelt fény hatására a J_r határfelület közelében, akkor ezeket az elektromos tér szétválasztja, és ez a hatás olyan árammal ekvivalens, amely a J_r határfelületen egy lyuknak keresztülhaladásával ekvivalens minden szétválasztott párnál. Az áthaladó

lyukáram ilyen körülmények között éppen úgy megsokszorozódik, mint a $p-n-p-n$ tranzisztor esetében, úgy hogy a létrehozott lyuk-elektron pár látszólagos kvantumhatásfoka:

$$= \alpha^* = 1 + (\sigma_l L_{pl} / \sigma_b W), \quad (7.13)$$

ugyanolyan megfontolások alapján, mint amelyek a (7.12) egyenletre vezettek. A következő részben a fotoáram segítségével meghatározott különböző α^* értékeket fogjuk taglalni.

D) Belső kontaktpotenciálok

Hogy a belső kontaktpotenciálokat tárgyalhassuk, térjünk vissza a 3. ábrán látható háromréteges berendezéshez. Ha a b réteget földeljük, és megengedjük, hogy az r réteg beálljon a megfelelő saját potenciálra, akkor az l rétegre alkalmazott potenciál feszültséget fog létrehozni az r rétegben, annak ellenére, hogy egy ohmikus kontaktussal mért potenciál az egész b rétegben zérus. Az r réteg lebegő potenciálját meghatározhatjuk, ha az egész áramot zérussá tesszük úgy, hogy:

$$0 = I_r = G_{rl} B_l + G_{rr} B_r \quad (7.14)$$

$$B_r = (-G_{rl} / G_{rr}) B_l = (-G_{lr} / G_{rr}) B_l = \alpha_r B_l \quad (7.15)$$

$$\exp(-q\varphi_r / kT) = 1 - \alpha_r + \alpha_r \exp(-q\varphi_l / kT). \quad (7.16)$$

A (7.16) egyenlet φ_r -t φ_l és α_r függvényében fejezi ki. Egyszerű értékeket vesz fel különleges feszültségi viszonyoknál:

Nyitóirányú feszültségnél:

$$-q\varphi_l / kT \gg 1 : \varphi_r = \varphi_l - (kT/q) \ln \alpha_r \quad (7.17/a)$$

$$\alpha_r = \exp q(\varphi_l - \varphi_r) / kT. \quad (7.17/b)$$

0 feszültségnél:

$$|q\varphi_l / kT| \ll 1 : \varphi_r = \alpha_r \varphi_l. \quad (7.18)$$

Záróirányú feszültségnél:

$$q\varphi_l / kT \gg 1 : \varphi_r = -(kT/q) \ln (1 - \alpha_r) \quad (7.19/a)$$

$$\alpha_r = 1 - \exp(-q\varphi_r / kT). \quad (7.19/b)$$

A következő részben látni fogjuk, hogy ezek az összefüggések közelítőleg teljesülnek.

VIII. Összehasonlítás kísérletekkel

Ebben a részben egy $n-p-n$ tranzisztoron tapasztalt kísérleti eredményeket fogjuk ismertetni és látni fogjuk, hogy azokat az előbb ismertetett elmélet alapján értelmezni lehet. A kísérleti adatokat két feltétel esetén vettük fel: Az első esetben az alkalmazott feszültségek kicsik voltak kT/q -hoz képest, és ezekből meghatároztuk a G -ket a (6.12) összefüggés segítségével. A második esetben a feszültségeknek széles tartományát alkalmaztuk, minden esetben

azonban az egyik B -t választottuk független változónak és a másik B -t vagy állandónak, vagy a független B -vel arányosnak választottuk. Ennek következtében minden áramnak az alakja

$$I = c + mB = I_S + m[B - (kT)/q] = I_S - I_V \exp(-qV/kT) \quad (8.1)$$

volt, ahol V a feszültség, amittől B függ és:

$$I_S = c + (mkT/q) \quad (8.2)$$

az áram telítési értéke nagy pozitív V értékeknél és:

$$I_V = mkT/q \quad (8.3)$$

I_S és I_V számítható a G értékekből. Összehasonlítás történt a mért I_S és I_V értékek és a G -kből számított értékek között. I -nek V -től való függését is vizsgáltuk:

Ki kell hangsúlyoznunk, hogy a G értékek erősen hőmérsékletfüggők. Pl.:

$$G_{rl} = b\sigma_i^2 A / (1+b)^2 \sigma_p W. \quad (8.4)$$

8. 1. táblázat.

$n-p-n$ tranzisztor vezetőképességei zérus feszültség esetén.

(A vezetőképességek $T = 22^\circ\text{C}$ -on μohm -ban).

| | Mért | Számított |
|--|-----------------|-----------|
| G_{11} | $8,8 \pm 0,5$ | 8,8 |
| G_{22} | $33,3 \pm 0,5$ | 33,3 |
| $G_{11}(1 - \alpha_1 \alpha_2)$ | $6,9 \pm 0,5$ | 6,9 |
| $G_{22}(1 - \alpha_1 \alpha_2)$ | $26,5 \pm 0,5$ | 26,4 |
| $\alpha_2 = (V_c/V_\varepsilon)_{I_c=0}$ | $0,86 \pm 0,02$ | 0,89 |
| $\alpha_1 = (V_\varepsilon/V_c)_{I_\varepsilon=0}$ | $0,22 \pm 0,02$ | 0,23 |
| $G_{11} + G_{22} - 2G_{21}$ | $26,2 \pm 0,5$ | 26,5 |

Ebben a kifejezésben [15]:

$$\sigma_i^2 \propto \exp(-\varepsilon_G/kT), \quad (8.5)$$

ahol ε_G a tilos zóna szélessége és:

$$\sigma_p \propto T^{-3/2}. \quad (8.6)$$

Ennek következményeképpen G_{rl} , $T_0 + \Delta T = 300^\circ\text{K} + \Delta T$ hőmérsékleten közelítőleg:

$$\begin{aligned} G_{rl}(T_0 + \Delta T) &= G_{rl}(T_0) \exp[(\varepsilon_G/kT_0^2) + (3/2T_0)]\Delta T = \\ &= G_{rl}(T_0) \exp(0,095 + 0,005)\Delta T. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Így G_{rl} $^\circ\text{C}$ -onként kb. 10% -kal nő. Ez a növekedés főképpen σ_i^2 -től következik be és kb. egyforma mindegyik G -re. Az a körülmény, hogy G -nek nagy a hőmérsékleti együtthatója, azt okozza, hogy állandó feszültség esetén az áram nagyon fog függeni a hőmérséklettől. Ez azonban nem jelenti azt, hogy

alkalmasan megtervezett egységnél a berendezés nagyon hőmérsékletfüggő lenne. Pl. α_1 értéke, miként a (6.24) egyenletből látszik, csak $\sigma_b W / \sigma_e L_{pe}$ -től függ és ennek kicsi a hőmérsékleti együtthatója. Állandó emitteráramnál az emitter ellenállása arányos az abszolút hőmérséklettel. Így az áramköri szempontból fontos mennyiségek hőmérsékleti együtthatói kicsinyek.

Mivel ebben a részben már az egyik bevezetés mindig emitter, a másik mindig kollektor, az eddigi jobb- és baloldali terminológia helyett az emitter-nél az 1-es, a kollektornál a 2-es indexet fogjuk használni, miként ez már a tranzisztor irodalmában szokásos. Így az áram jelek esetén az egyenletek:

$$I_\varepsilon = G_{11}B_1 + G_{12}B_2 \quad (8.8)$$

$$I_c = G_{21}B_1 + G_{22}B_2 \quad (8.9)$$

és kis jelek esetén

$$i_\varepsilon = g_{11}v_\varepsilon + g_{12}v_c \quad (8.10)$$

$$i_c = g_{21}v_\varepsilon + g_{22}v_c, \quad (8.11)$$

ahol mindegyik g a neki megfelelő feszültségtől

$$g_{ij} = G_{ij} \exp(-qV_j/kT) \quad (8.12)$$

alakban függ.

A kisfeszültségű vezetőképességeket $2mV$ feszültségnél mértük. Ilyen kis feszültségeknél

$$B(+2mV) = 1,95 mV \quad (8.13a)$$

$$B(-2mV) = -2,05 mV, \quad (8.13b)$$

úgyhogy az áramok itt közel lineárisak és a nem linearitást gyakorlatilag ki lehet küszöbölni a két polaritás közepelésével. Földelt kollektornál I_ε -t mértünk és G_{11} -et számítottuk $I_\varepsilon/V_\varepsilon$ -ből. Nyitott kollektornál I_ε és V_c -t mértünk, ebben az esetben

$$I_\varepsilon/V_\varepsilon = G_{11}(1 - \alpha_1, \alpha_2) \quad \text{és} \quad V_c/V_\varepsilon = -G_{21}/G_{22} = \alpha_2.$$

Hasonló adatokat kaptunk a kollektorra alkalmazott feszültség esetén. Végül összekötöttük a kollektort az emitterrel és mértük az együttes áramot, ebből:

$$(I_\varepsilon + I_c)/V_\varepsilon = G_{11} + G_{22} - G_{12} - G_{21}. \quad (8.14)$$

A G -re kapott vezetőképességi értékek $22^\circ C$ -on mikroohmban:

$$G_{11} = 8,8 \quad G_{22} = 33,3 \quad G_{12} = G_{21} = -7,8. \quad (8.15)$$

Ez a három érték a 7 mérés adataival a mérési pontosságon belül egyezett; ezt láthatjuk a (8.1) táblázatban. Az a körülmény, hogy három állandóval ilyen egyezést lehetett elérni, azonban nem jelenti a VI. részben kifejtett elmélet valódi igazolását, mivel minden passzív három kontaktus mágneses tér nélkül kielégíti a reciprocitási feltételt és három állandóval írható le. A táblában csak a mérések következetességét láthatjuk.

A bázisréteg állandóinak pontos értéke nem volt megállapítható a vizsgált egységre. Azonban a G nagyságrendje észszerű egyezésben van a gyár-

tási eljárás következtében várható értékekkel. Nem próbáltunk meg tökéletes egyezést elérni [16], hanem felvettük pl. a következő értékeket: $A = 0,003 \text{ cm}^2$, $W = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$, $\sigma_e = 20$, $\sigma_b = 10$, $\sigma_c = 0,1$, $\sigma_i = (1/60) \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ és az élettartamukat: $\tau_{pe} = 40$, $\tau_{ps} = 10 \text{ } \mu\text{sec}$.

A (6. 22) és (6. 25) egyenletekből kapható G értékek:

$$G_{11n} = 7,3 \text{ } \mu\Omega \quad (8. 16/a)$$

$$G_{11p} = 0,5 \text{ } \mu\Omega \quad (8. 16/b)$$

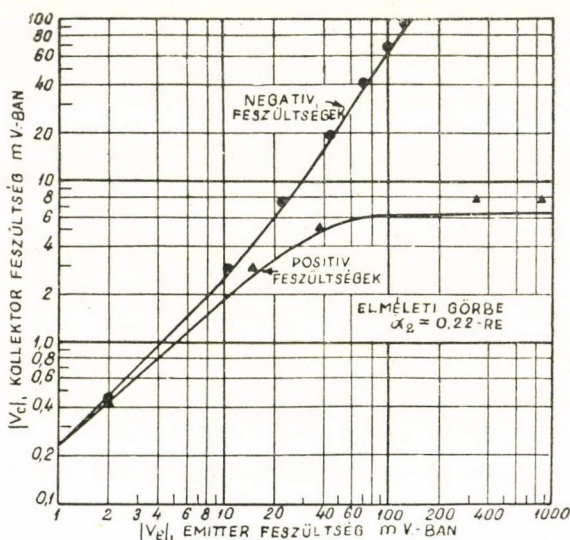
$$G_{22p} = 45 \text{ } \mu\Omega \quad (8. 16/c)$$

β nagyobb, mint 0,99, $\tau_n = 40$ mikroszekundum esetén és a G -k számításánál 1-nek vehető. Így:

$$G_{11} = G_{11n} + G_{11p} = 7,8 \quad (8. 17/a)$$

$$-G_{12} = -G_{12n} = \beta_1 G_{11n} = \beta_2 G_{22n} = 7,3 \quad (8. 17/b)$$

$$G_{22} = G_{22n} + G_{22p} = 7,3 + 45 = 52. \quad (8. 17/c)$$



5. ábra.

Ebben a közelítésben α_1 azért nem egységnyi, mert lyukak haladnak keresztül a J_e határfelületen és hasonló körülmények állnak fenn α_2 -re. A bázisáram majdnem teljesen ebből a lyukáramból áll, amelyeknek rekombinációja a bázisban közel elhanyagolható.

Az 5. és 6. ábrán a belső kontaktpotenciál hatását láthatjuk. Az 5. ábrán V_e feszültséget alkalmazunk és mérjük V_c potenciált zérus kollektoráramnál. A mérési adatok egyezést mutatnak az elmélettel és a kollektorkontaktnak α_2 értékével, amelyet a (8. 1) táblázatból kis feszültségeknél kaptunk. A 6. ábra hasonló eredményeket mutat kollektorra alkalmazott feszültségek esetén. Záróirányú feszültségeknél az eredmények kicsit különböznek az elméleti értékektől.

A (7. 19 b) egyenletből α -ra kapható értékek ezen eredmények szerint:

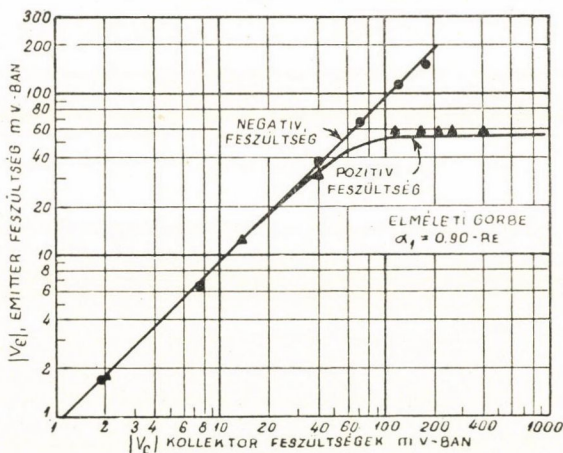
$$\alpha_1 = 0,226 \text{ és } \alpha_2 = 0,894, \quad (8. 18)$$

ami azt mutatja, hogy nagyon érzékeny a görbe alakja az α értékek kis változására. A (7. 17/b) egyenlet kísérleti ellenőrzése, amely nyitóirányú feszültségekre vonatkozik, nem végezhető el kielégítő módon, mert ebben az esetben az áramok relatíve nagyok és a soros ellenállásokon jelentkező feszültségesés nem elhanyagolható a vizsgált effektushoz képest. A kapott értékek azonban közel megegyeznek a (8. 1) táblázati értékekkel.

A 7. ábrán a kollektor telítési árama esetén I_c és I_e értékét ábrázoltuk V_e függvényében. Erre az esetre:

$$\begin{aligned} I_e &= G_{11}B_1 + G_{12}(kT/q) = \\ &= G_{11}(1 - \alpha_1)kT/q - (G_{11}kT/q) \exp(-qV_e/kT) \end{aligned} \quad (8. 19/a)$$

$$\begin{aligned} I_c &= G_{12}B_1 + G_{22}(kT/q) = \\ &= G_{22}(1 - \alpha_2)kT/q - (\alpha_1 G_{11}kT/q) \exp(-qV_e/kT). \end{aligned} \quad (8. 19/b)$$



6. ábra.

Látható, hogy a pontok exponenciális egyenesre esnek, az iránytangens jó egyezésben van az elmélettel, mely szerint az áram egy tízes faktorial való változása a feszültségben a következő változást kellene, hogy létrehozza:

$$\Delta V = 2,30 \cdot kT/q = 2,30/39,4 = 59,0 \text{ mV} \quad (8. 20)$$

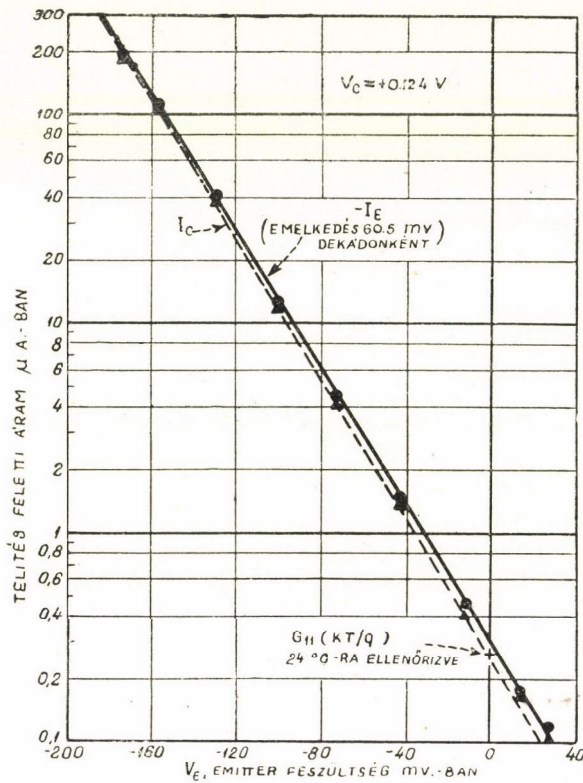
$T = 297 \text{ K}^\circ$ -nál, amilyen hőfokon a méréseket végeztük. I_s és I_V -nek a (8. 1) táblázatból kapható értékei (kerekítve $2 \text{ C}^\circ = \Delta T$ -re) és a 7-es ábrán a kísérleti adatokból kapható értékei:

| | 7. ábra. | 8.1 táblázat. |
|----------------------------|------------------|------------------|
| $G_{11}(1 - \alpha)kT/q$ | $0,021 \mu A$ | $0,025 \mu A$ |
| $G_{11}(kT/q)$ | $0,30 \text{ „}$ | $0,27 \text{ „}$ |
| $G_{22}(1 - \alpha_2)kT/q$ | $0,88 \text{ „}$ | $0,78 \text{ „}$ |
| $\alpha_1 G_{11}kT/q$ | $0,27 \text{ „}$ | $0,24 \text{ „}$ |

A telítési értékeket a mérési adatokból közvetlen határoztuk meg. A használt feszültségértékeknél a kollektor telítése nem volt tökéletes és a kollektor telítési értékei kb. 1 megohm értékkel, az úgynevezett „szivárgási” értékkel korrigálva voltak. (Ennek a szivárgási effektusnak az eredete nem egészen világos, de nagy záróirányú feszültségeknél telítést mutat).

A 8. ábrán ismét az emitteráramnak az emitterfeszültségtől való függését láthatjuk. Az egység valamivel magasabb hőmérsékleten volt és a mérést az egyik esetben nagyobb kollektorfeszültségnél végeztük el, a másik esetben lebegő kollektorral. A két adat hányadosa:

$$G_{II}/G_{II}(1 - \alpha_1 \alpha_2) = 1,25. \quad (8.21)$$

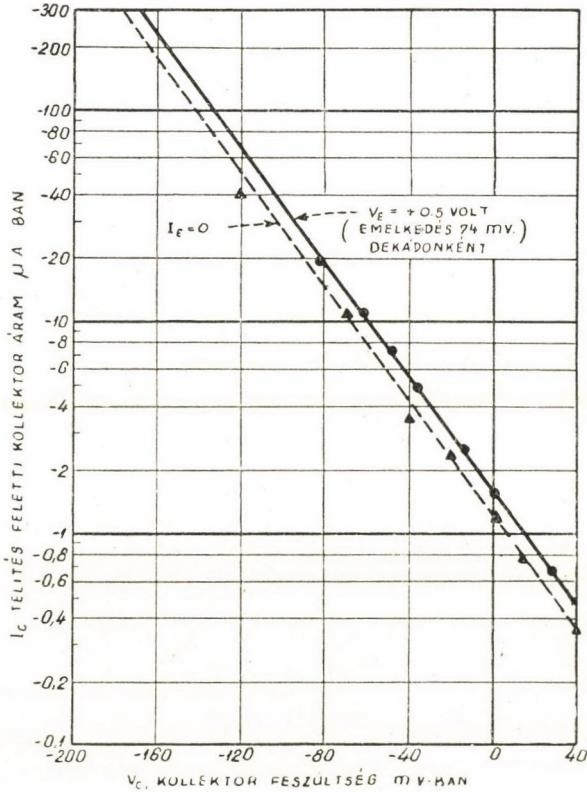


7. ábra.

A tapasztalt érték $V_E = 0$ -nál 1,30, ami kielégítő egyezést jelent.

A 9. ábrán a 8. ábrához hasonlóan a kollektoráramnak a kollektorfeszültségtől való függését láthatjuk. A két érték aránya ismét 1,30, a várt értékkel jó egyezésben. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy az iránytangens 74 millivolt tízes faktoronként, amely érték 103°C érthetetlenül magas hőmérsékletnek felelne meg. Ezt az értéket olyan kis áramoknál kaptuk, hogy nehéz ezt az anomális jelenséget a soros ellenállás hatásával magyarázni.

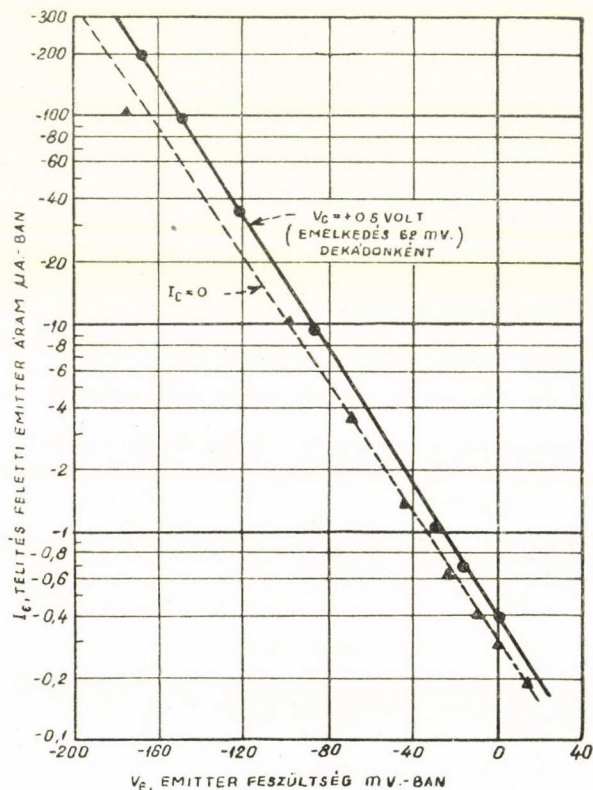
Fontos különbség mutatkozik a 7. ábrán tapasztalható áram természete és a 9. ábrán bemutatott áram között. A 7. ábrán egyezést látunk az elméleti iránytangenssel, a 9. ábrán nem. A 7. ábrán az áram főképpen olyan elektronokból áll, amelyek átdiffundálnak a bázisrétegen és elérik a kollektort, ennek a feltevésnek létjogosultságát igazolja $\alpha_1 = 0,89$ értéke, ami azt mutatja, hogy az áramnak csak 11%-át szállítják olyan elektronok, amelyek a bázis-



8. ábra.

rétegben rekombinálnának, vagy amelyet az emitterbe diffundáló és ott rekombináló lyukak hoznak létre, (illetve a fordított folyamat a polaritástól függően). Másrészt a kollektoráramnak legnagyobb részét valószínűleg olyan lyukak szállítják, amelyek a kollektorrétegben rekombinálnak. (Ez a megfontolás egyezésben van azzal a próbálkozással, hogy G értékeket a 8.17/a, b, c egyenletek segítségével a szerkezeti adatokból határozzuk meg). Elméletileg várható, hogy ha a rekombinációs folyamatok csapdába (trap-be) eséssel kapcsolatosak [17], akkor a rekombinációnak a növekedése az injiciált töltéshordozók sűrűségével lineárisnál lassabban következik be, mert nagy sűrűségeknél a csapdák telítési tendenciát fognak mutatni. Ezek a megfontolások újabban elméleti alátámasztást nyertek F. S. Goucher és J—R. Haynes munkája

által, akik azt tapasztalták, hogy az élettartam látszólag megnőtt nagy töltéshordozósűrűségek esetén. Lehet, hogy ez a mechanizmus magyarázza, hogy a 9. ábrán ábrázolt esetben az áram nem nő olyan gyorsan a feszültség emelésével, mint ahogy elméletileg várható lenne. További bizonyossága annak, hogy a lyukaknak az emitterbeli rekombinációja nem lineárisan következik be α_1 -nek az emitteráramtól való függése. Ezt láthatjuk a 7. ábrán. Amint az emitteráram növe-



9. ábra.

kedik, a kollektor és emitteráram viszonya növekszik 0,9-ről 0,95-re. Ezt azzal lehet magyarázni, hogy a lyukáram nem növekszik olyan mértékben a feszültséggel, mint az emitteráram.

$n-p-n$ tranzisztoroknál általában tapasztalható, hogy α az emitterárammal növekedik. Wallace és Pietenpol [3] beszámol 0,995 nagyságú α értékekről is.

Az $n-p-n$ rétegekkel elkészített fototranzisztoroknál igen nagy fényérzékenységet tapasztaltak és legalább néhány száz nagyságú látszólagos kvantumhatásfokot. A VII. C. rész fejtegetéseivel megegyezésben, ez α_1 olyan értékeit adja, amely kb. olyan nagyságú, mint az $n-p-n$ tranzisztorokban.

IX. Néhány tervezési szempont

Az előző résznek a feladata volt a diffúziós elméletnek összehasonlítása a kísérletekkel. Ezért a kísérleti feltételek a lehető legegyszerűbbek voltak: kis áramok és zérus frekvencia. Gyakorlati alkalmazás szempontjából a nagy frekvenciák és a nagy áramok érdekesek. Ebben a részben néhány olyan körülményt fogunk tárgyalni, amelyek a tervezésnél lényegesek.

Igen fontos a tranzisztor frekvenciahatára. Ezt a külső áramköri adatokon kívül a tranzisztor néhány belső tulajdonsága szabja meg. Az utóbbiak közül a legfontosabb a bázisrétegen való átdiffundálásnak az ideje. Ez az idő:

$$\tau_D = W^2/D_n \quad (9.1)$$

ω körfrekvencia esetén a bázisrétegben az n_1 részére a megoldás a következő alakot veszi fel:

$$\exp [i\omega t \pm x(1+i\omega\tau_n)^{1/2}/L_n]. \quad (9.2)$$

Ez β -ra a következő értéket adja:

$$\beta = \operatorname{sech} (1+i\omega\tau_n)^{1/2} W/L_n \quad (9.3)$$

$\omega\tau_n \gg 1$ esetén:

$$B = 2/[\exp(1+i)(\omega\tau_D/2)^{1/2} + \exp(-1-i)(\omega\tau_D/2)^{1/2}]. \quad (9.4)$$

Ebből következik, hogy ha $\omega\tau_D \gg 2$, $\left(\frac{\omega\tau_D}{2}\right)^{1/2}$ nagyságú fáziseltolódás jelentkezik és egy megfelelő csökkenés az erősítésben. A teljesítményerősítés, ami sok esetben β^2 -tal arányos, kb. 3 db-re csökken, ha $\omega\tau_D = 2$ vagy $f = \frac{D_n}{\pi W^2} = \frac{30}{W^2}$.

Ha $W = 2,5 \times 10^{-3}$ cm, ez kb. $5 \cdot 10^6$ ciklusnál következik be.

Ezen a lényeges frekvenciakorlátozáson kívül a kapacitások és ohmikus ellenállások következtében egyéb korlátozások is fellépnek. Ezt legegyszerűbben akkor érthetjük meg, ha a földelt emitter esetén vizsgáljuk az áramköröket, amely eset analóg a földelt katódú vakuumcső esetével. Ebben az esetben a váltóáramú jelet a bázisra adjuk rá és az erősített váltóáramú feszültséget a kollektorról vesszük le. Ezek a feszültségek terhelik a bázis és kollektor határfelület kapacitását és ezt a terhelő áramot a bázisrétegbe folyó lyukak szolgáltatják. Ha egy rétegnél $\sigma_b = 10 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ és $W = 2,5 \times 10^{-3}$ cm egységnyi keresztmetszetnek ellenállása az egyik szélétől a másik széléig 40 ohm. Ha a kapacitás $2000 \mu\text{F/cm}^2$ és a feszültségerősítés 10, akkor a bemenő jel csak azon esetben fogja a bázisréteg feszültségét befolyásolni, ha az egység szélessége kisebb, mint

$$(10 \times \omega \times 2 \times 10^{-9} \times 40)^{-1/2} = (\omega 8 \times 10^{-7})^{-1/2}$$

5×10^6 ciklus frekvenciánál ez 2 mm szélességet ad. A bázisrétegen keresztül áramnak táplálnia kell az emitterkapacitást is, amely sokkal nagyobb lehet a diffúzió miatt, mint a kollektorkapacitás.

Ha az egység túl széles, a bázisrétegre adott feszültséggel gyengítődik, úgy hogy csak a bázisréteg egy része fog a kívánt módon dolgozni. A bázisréteg többi részét a kapacitív feszültség vezérli és ez olyan áramokat jelent, ami az emitter és kollektor között nagy aktív kapacitások megjelenésének felel meg.

Nyilvánvaló, hogy ezek az effektusok az egyes esetekben tekintetbe veendők, de az $n-p-n$ tranzisztorok tervezéséhez szükséges fizikai elvek lényegében egyszerű kiterjesztései az $n-p$ rétegek és $n-p-n$ tranzisztorokra kis feszültségeknél és kis frekvenciánál levezetett összefüggéseknek.

Ezeknek a tranzisztoroknak kis zaját megalapozott zajelmélet hiánya miatt még nem lehet indokolni. Azonban jó egyezésben van a rekombinációs mechanizmusnak [17] zajmodulációs elméletével. Az erre vonatkozó elmélet feltételezi, hogy a térfogatnak minden eleme olyan zajforrás [2], melynél a zajáram arányos a kisebbségben levő töltéshordozók sűrűségének az egyensúlyi értéktől való eltéréseinek négyzetével. Alkalmazva ezt a kritériumot az $n-p-n$ rétegekre, és összehasonlítva az A-típusú tranzisztorral, a tapasztalt 40 db különbséget az áramsűrűségek és a geometriai elrendezések különbözőségével magyarázni lehet.

Köszönetnyilvánítás

Több kollégánknak lekötölezettjei vagyunk a segítségért és bátorításért. Különösen megköszönjük a tranzisztor-csoport részéről *J. A. Mortonnak*, akinek munkássága lényegesen hozzájárult a jó $p-n$ tranzisztorok gyártástechnikájának kidolgozásához. Köszönjük *E. Buehlernek* és *Mikulyaknak* a germániumnak az elkészítését, *W. J. Pietenpolnak* a tranzisztor mintadaraboknak gyártását, *R. L. Wallacenak* a méréseknél és a kézirat elkészítésnél nyújtott segítségét és *W. van Roosbroeknek* a kézirat lektorálását.

FÜGGELÉK

A $G_{lr} = G_{rl}$ egyenlőség igazolása

Ezt az egyenlőséget olyan körülmények között igazoljuk, amikor az elektronok sűrűsége a bázisrétegben kicsi a lyukak termikus egyensúlyi sűrűségéhez képest. Ilyen feltételek között az injiciált elektronoknak a hatása a potenciáeloszlásra elhanyagolható, úgy hogy az elektronsűrűségeknek az egyensúlyi értéktől való eltérései lineáris egyenletekkel tárgyalhatók. A viszonyokat a 10. ábra tünteti fel. Jelöljük $I_{nl}(B_l, B_r)$ -vel az áramnak a J_l felületen az elektronok által szállított részét. A bizonyítandó egyenlőség fennállását azzal igazoljuk, hogy kimutatjuk, hogy

$$I_{nl}(0, B) = I_{nr}(B, 0). \quad (\text{A. 1})$$

Legyen a bázisrétegben az elektrosztatikus potenciál ψ és a τ élettartam a helynek tetszőleges függvénye. A határfeltételek a külső felületeken és a fémkontaktuson:

$$I_n dS = -qn_1 s |dS|, \quad (\text{A. 2})$$

ahol dS a kifelé mutató normális irányba esik és s a felületi rekombinációs sebesség, továbbá

$$n_1 = n - n_p \quad (\text{A. 3})$$

n -nek eltérése a termikus egyensúlyi értéktől.

Jelöljük a két határfelületre alkalmazott potenciálnak megfelelő megoldásokat a következőképpen:

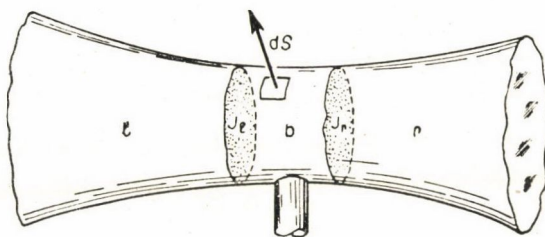
$$B_l = B, \quad B_r = 0 \quad n_1, \quad I_n \quad (\text{A. 4})$$

$$B_l = 0 \quad B_r = B \quad n'_1, \quad I'_n, \quad (\text{A. 5})$$

akkor a kérdéses áramok:

$$I_{nl}(0, B) = -S \int_{J_l} I'_n \cdot dS \quad (\text{A. 6})$$

$$I_{nr}(B, 0) = -S \int_{J_r} I_n \cdot dS. \quad (\text{A. 7})$$



10. ábra.

Vizsgáljuk a következő vektort:

$$A = (n_1/n_b)I'_n - (n'_1/n_b)I_n. \quad (\text{A. 8})$$

Mivel $I_n \cdot dS$ egyenesen arányos n_1 -vel a külső felületen, ott $A \cdot dS = 0$. Ezért $A \cdot dS$ integrált értéke a bázisrétegen:

$$\int A \cdot dS = (qB/kT)[-I_{nl}(0, B) + I_{nr}(B, 0)]. \quad (\text{A. 9})$$

Mivel J_l és J_r határfelületeken:

$$\begin{aligned} n_1/n_b &= (qB/kT) & J_l\text{-en,} \\ &= 0 & J_r\text{-en.} \end{aligned} \quad (\text{A. 10})$$

$$\begin{aligned} n'_1/n_b &= 0 & J_l\text{-en,} \\ &= (qB/kT) & J_r\text{-en.} \end{aligned} \quad (\text{A. 11})$$

Továbbá bebizonyítjuk, hogy $\nabla \cdot A = 0$ a bázis rétegben és így a Gauss tétel következtében (A. 9) zérus, úgyhogy az (A. 1) összefüggést igazoltuk. $\nabla \cdot A = 0$ igazolására kimutatjuk, hogy $\nabla \cdot (n_1/n_b)I'_n$ szimmetrikus n_1 és n'_1 -ben, úgy hogy (A. 8)-ban a két tag egymással ellentétes előjelű divergenciákat ad:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (n_1/n_b)I'_n &= \frac{1}{n_b} (\nabla n_1 - n_1 \nabla \ln n_b) \cdot I'_n + \frac{n_1}{n_b} \nabla I'_n = \\ &= \frac{1}{n_b} [(\nabla n_1 + n_1 qE/kT) \cdot (q\mu_n n'_1 E + qD_n \nabla n'_1) - q(n_1 n'_1/r)], \end{aligned} \quad (\text{A. 12})$$

ami láthatóan szimmetrikus.

Fordította: Bodó Zsolt

IRODALOM

1. E. Shockley, Bell System Techn. Journ. 28. 435—489. (1949).
2. W. Shockley, Electrons and Holes in Semiconductors (D. van Nostrand Co. Inc. New-York), 1950.
3. R. L. Wallace és W. J. Pietenpol, Bell System Techn. Journal, July, 1951. (Ez a cikk, amelyre többször hivatkozunk, olyan gyakorlati szempontokkal foglalkozik, amelyekre mi itt nem térünk ki.) Közlését tervezzük a Proc. Instr. Radio Engrs, 1951. júliusi számában is.
4. Ezeknek a feltevéseknek az 1-es és a 2-es hivatkozások alatt részletesebb tárgyalását találhatjuk.
5. W. Shockley, Phys. Rev. 78. 294. 1950.
6. J. N. Shive, a fototranzisztor kidolgozója (Phys. Rev. 76. 575. 1949.) javasolta a p - n betüiremlés alkalmazását.
7. Ezt először az 1-es hivatkozásban tárgyalták. Belső kontakt potenciált pontkontaktusok esetén G. R. Pearson mért és J. Bardeen vizsgált elméletileg (Bell System Techn. Journal, 29. 469. 495. 1950.).
8. Az áramköri tulajdonságokat a 3. hivatkozás tárgyalja részletesen.
9. Ezt a tranzisztort az 1950. júniusban az Inst. Radio Eng. elektronikus készülékekről tartott konferenciáján a Michigan-i egyetemen és 1950. júliusban a Readingben tartott félvezetőkonferencián mutatták be először.
10. Az itt alkalmazott jelölések megegyeznek az 1. és 2. hivatkozásokban alkalmazottakkal és az elméleti levezetés lényegében az 1-es hivatkozásban tárgyaltnak lerövidített formája.
11. A cikk az eddig használatos kvázi-Fermi-nívó kifejezés helyett új nevet vezet be: az „imref“ nívó elnevezést. A fordításban megtartottuk az eddig használatos kvázi-Fermi-nívó elnevezést. (Ford.)
12. 1-es hivatkozás (4. 20)-as és (4. 21)-es egyenletei, vagy 2-es hivatkozás, 316. oldal. Egy véges keresztmetszetű próbadarabon a rekombinációs jelenséget egy végtelen sorral írhatjuk le. Kisméretű tranzisztornál e sor első tagját tartjuk meg és az élettartamot ebből számítjuk. Lásd az 1-es hivatkozás 5. függelékét.
13. 1-es hivatkozás (5. 6) egyenlete elektrondiffúzióra módosítva.
14. A szimmetria-feltétel teljesülését általánosabb módon is le lehet vezetni az elektromos vezetőképesség (mágneses tér jelenléte nélküli) reciprocitási elvéből. A tételt H. B. G. Casimir (Rev. Modern. Phys. 17—343. 1945) bizonyítja be. Ez a bizonyítás kimutatja, hogy a lineáris tartományban G_{lr} egyenlő kell legyen G_{rl} -l. Mivel kimutattuk, független megfontolásokkal, hogy az áramok a B -nek lineáris függvényei, így a szimmetria-feltételt általánosan érvényesnek tekinthetjük. A Casimir által használt módszer a mikroszkopikus reverzibilitás Onsager-féle elvén alapszik és szükségtelenül absztrakt. Egyszerűbb analitikai módszerekkel is boldogulunk, ahogy azt a függelékben láthatjuk.
15. n_i^2 úgy változik, mint $T^3 \exp(-\epsilon_G/kT)$ lásd a 2-es hivatkozás 475. oldalát és $\mu_n \mu_p$ úgy változik, mint T^{-3} , l. 287. oldalt.
16. A p - n határfelület egyszerűbb esetére az elektromos tulajdonságokat kb. 20% pontossággal meg lehet jósolni a határfelület leírt állandóinak független méréséből.
17. L. a 2-es hivatkozás 342. oldalát.

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

ANYAGON ÁTHALADÓ, GYORS, TÖLTÖTT RÉSZECSKÉK SEBESSÉGCSÖKKENÉSE*

N. BOHR, Kopenhága

A Manchester-i Egyetem Fizikai Intézete, 1915 július

A dolgozat célja az, hogy folytassa az α - és β -sugarak sebességcsökkenésére vonatkozó számításokat, amelyeket a szerző e folyóiratban egy előbbi dolgozatában közölt [1]. Ez a dolgozat csak a gyorsan mozgó részecskék sebességcsökkenése mértékének középértékével foglalkozott. A mérésekkel való pontosabb összehasonlítás végett szükségesnek látszik megvizsgálni az egyes részecskék sebességvesztésének valószínűségi eloszlását, főleg β -sugarak esetén. Ezt a problémát már röviden tárgyalta *K. Herzfeld* [2] is, azonban olyan feltevéseket használt a sebességcsökkenés mechanizmusára vonatkozólag, amelyek lényegesen különböznek a következőkben használt feltevésektől¹ [3]. Egy másik kérdést is alaposan megvizsgálunk e dolgozatban, éspedig a β -sugarak fénysebességgel összemérhető sebességének a következményét. Ezeket a számításokat az első három rész tartalmazza. A két következő részben az elmélet eredményeit a mérési eredményekkel hasonlítjuk össze. Kimutatjuk, hogy az előző dolgozatban kapott közelítő egyezést a pontosabb elméleti tárgyalás javítja, éppúgy, mint az új, pontosabb mérések adatainak felhasználása. A hatodik rész néhány megfontolást tartalmaz az α - és β -sugarak által keltett ionizációra vonatkozólag. Ennek a jelenségnek egy elmélete *J. J. Thomsontól* származik [4].

1. A sebességcsökkenés mértékének átlagos értéke

Az érthetőség kedvéért röviden össze kell foglalni az előző dolgozat számításait. Utalások a tárgyra vonatkozó irodalomra az említett dolgozatban találhatók.

E. Rutherfordot követve feltesszük, hogy az atom pozitív töltésű centrális magból és a magot körülvevő elektronok halmazából áll, amelyeket a mag

* Megjelent: *Phil. Mag.* S. 6. Vol. 30. No. 178. Oct. 1915.

¹ *Megjegyzés a korrektúránál*: Csak most volt alkalmam *L. Flamm* [3] igen érdekes dolgozatát látni, aki az α sugarak hatótávolságának valószínűségi változását a jelen dolgozatban használt feltevések szerint tárgyalta és a második részben levezetett eredmények közül néhányat megkapott.

vonzóereje tart össze. A magban van gyakorlatilag az atom egész tömege. A mag dimenziói elhanyagolhatóan kicsik a magot körülvevő elektronhalmaz dimenzióihoz képest. Amikor egy α -, vagy β -részecske egy anyagrétegen keresztülhalad, akkor áthalad az atomokon is. Az elektronokkal és az atommagokkal összeütközve eltérül eredeti pályájától és kezdeti kinetikus energiájának egy részét elveszti. Az eltérések eredménye a sugarak szóródása, a második effektus okozza sebességük csökkenését. A magoknak és elektronoknak a két jelenségben játszott viszonylagos szerepe nagyon különböző. Főleg a magok intenzív erőtere okozza az ütköző α - vagy β -részecskék szóródását. Az ilyen ütközésekben a magnak átadott teljes kinetikus energia elhanyagolhatóan kicsi az elektronokkal történő ütközésekkor az elektronoknak átadott energiához képest. A sebességcsökkenés számításában ezért csak az utóbbi ütközéseket vizsgáljuk.

Tekintsünk egy ütközést egy V sebességgel mozgó elektromosan töltött részecske és egy kezdetben nyugvó elektron között. Legyen M , E , m és e a részecske, illetve elektron tömege és elektromos töltése. Legyen az elektrontól a részecske ütközés előtti pályájára húzott merőleges hossza p . Ha az elektron szabad, akkor az ütközés alatt az elektronnak átadott Q energia kifejezése, amint az egyszerűen belátható:

$$Q = \frac{2E^2e^2}{mV^2} \frac{1}{p^2 + a^2}, \quad (1)$$

ahol

$$a = \frac{eE(M+m)}{MmV^2}. \quad (2)$$

Tekintsünk most egy α - vagy β -részecskét, amely valamilyen anyagban Δx vastagságú rétegen halad át. Legyen az atomok száma térfogategységenként N , minden atom tartalmazzon n elektront. Az olyan ütközések számának középértéke, amelyeknél p értéke p és $p+dp$ között van,

$$dA = 2\pi Nn\Delta x p dp. \quad (3)$$

Ha most az elektronokra ható atomon belüli erők hatását elhanyagolhatjuk, akkor a gyorsan mozgó részek kinetikus energiavesztésének átlagos értéke, miközben az anyag valamely rétegen áthaladnak:

$$\Delta T = \frac{4\pi e^2 E^2 N n \Delta x}{mV^2} \int \frac{p dp}{p^2 + a^2}. \quad (4)$$

Az integrációt p minden értékére el kell végezni $p=0$ -tól $p=\infty$ -ig. Ennek az integrálnak az értéke azonban végtelen. Ez azt mutatja, hogy ha a kísérletekkel egyező eredményeket akarunk kapni, akkor az atomon belüli erők hatását is figyelembe kell venni. Tegyük fel, a diszperzió elektronelméletével megegyezően, hogy az elektronok rendszeren stabil egyensúlyi állapotban vannak. Ha helyzetükből kicsit kimozdulnak, akkor e helyzet körül rezgőmozgást

végeznek olyan ν frekvenciával, amely jellemző a különböző elektronokra. Az atomon belüli erők hatásának megbecsülése végett jó bevezetni az „ütközési idő” fogalmát, egy olyan időintervallumot, amely nagyságrendben megegyezik azzal az idővel, amely alatt az α - vagy β -részecske p távolságot megtesz. Ha ez az időintervallum nagyon rövid az elektron rezgésidejéhez képest, akkor az atomon belüli erőknek nincsen idejük hatni, míg az α - vagy β -részecske ismét kilép az atomból. Ezért az elektronnak átadott energia nagyon jól egyezik azzal az értékkel, amely szabad elektron esetében volna. Ha pedig az ütközési idő hosszú a rezgésidőhöz képest, az elektron csaknem úgy viselkedik, mintha mereven volna kötve. Ekkor az átadott energia elenyészően kicsi. Az atomon belüli erők hatása tehát ekvivalens azzal, hogy a (4) integrálban egy felső határt vezetünk be p -re, amely V/ν nagyságrendű. Az általános eset szigorú tárgyalása bonyolult matematikai számításokkal jár és alig lehetne megfelelő, mert nagyon keveset tudunk azokról az erőkről, amelyek az elektronokat az atomokban helyükhöz kötik. A kísérleti alkalmazások tekintélyes részénél azonban nagy egyszerűsítéseket lehet bevezetni és olyan eredményeket kaphatunk, amelyek egész jó közelítésben függetlenek az atomon belüli erők hatására tett speciális feltevésektől.

α - vagy β -részecske teljes energiavesztésének számítása nagyon egyszerűsödik, ha feltételezzük, hogy minden olyan ütközésnél, amelynél az atomon belüli erőknek lényeges befolyása van az energiaátvitelre, az elektronnak az ütközés alatt történő elmozdulása p -hez képest és a maximális elmozduláshoz képest (amelyből még visszatér eredeti helyzetébe) kicsi. Egyszerűen ki lehet mutatni, hogy ha az elektron szabad lenne, az elektron ütközés alatt történő elmozdulása a fenti a mennyiség nagyságrendjébe esne. Ezért az első feltevés ekvivalens azzal a feltétellel, hogy V/ν nagy a -hoz képest. A második feltevés ekvivalens azzal a feltétellel, hogy $ap = V/\nu$ (1)-be való helyettesítése után kapott Q érték kicsi ahhoz a W energiához képest, amely az elektronnak az atomból történő eltávolításához szükséges. E feltételek mellett egyszerű számítással (amelynek részletei az előző dolgozatban találhatók) kapjuk, hogy p effektív felső határa a (4) integrálban:

$$p_r = \frac{k}{2\pi} \frac{V}{\nu},$$

ahol $k = 1,123$. Ezt behelyettesítve, és az integrálást $p = 0$ -tól $p = p_r$ -ig elvégezve, a^2 -et p_r^2 -hez képest elhanyagolva kapjuk:

$$\log \left(\frac{p_r}{a} \right) = \log \left(\frac{kV^3 Mm}{2\pi \nu Ee(M+m)} \right).$$

(4)-ből, figyelembe véve, hogy ν különböző $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$ értékeket vehet fel az atom különböző elektronjai esetén, kapjuk a következőt:

$$\Delta T = \frac{4\pi e^2 E^2 N \Delta x}{m V^2} \sum_1^n \log \left(\frac{kV^3 Mm}{2\pi \nu Ee(M+m)} \right). \quad (5)$$

Fent feltételeztük, hogy az elektronok az atomokban rendszeren nyugalomban vannak. Ezt a diszperzióelméletben is feltételezzük. Úgy látszik azonban, hogy az atom magszerkezetének elmélete szerint fel kell tételezni, hogy az elektronok zárt pályákon keringenek a központi mag körül. Ebben az esetben egy újabb feltétel a fenti számítások érvényességéhez az, hogy az elektron sebessége a körpályán kicsi legyen az α - vagy β -sugarak sebességéhez képest, továbbá a pályák dimenziója kicsi legyen V/ν -höz képest. Egy előbbi dolgozatban [6] a szerző megpróbálta a sugárzás kvantumelméletét alkalmazni az atom szerkezetének elméletében. Kimutattuk, hogy nagyon evidens az a feltevés, hogy az atom minden elektronjának W energiája $h\nu$ nagyságrendű, ahol h a Planck-állandó. Ebből a feltevésből kiindulva levezettük, hogy egy n elektront tartalmazó atomban az elektronok legnagyobb karakterisztikus frekvenciája a következő nagyságrendű:

$$\nu = \frac{2\pi^2 e^2 m}{h^3} n^2.$$

A keringési sebességnek, a pálya átmérőjének, és W -nek értékei nagyságrendben:

$$V = \frac{2\pi e^2}{h} n, \quad d = \frac{h^2}{2\pi^2 e^2 m} \frac{1}{n}, \quad \text{és} \quad W = \frac{2\pi^2 e^4 m}{h^2} n^2.$$

Ezekből a kifejezésekből látható, hogy a fenti számításokban használt feltételek annál jobban kielégülnek, minél kisebb az atom elektronjainak n száma. e, m és h numerikus értékeit beírva látjuk, hogy α -részek esetében ($V = 2.10^9$, $E = 2e$, $M = 10^4 m$) a feltételek akkor teljesülnek, ha $n < 10$, β részek esetében pedig ($V = 2.10^{10}$, $E = e$, $M = m$) ha $n < 100$. Rutherford elmélete szerint az atomban lévő elektronok száma közelítőleg egyenlő az atomsúly felével, ha az atomsúly egysége a hidrogén atomsúlya. Ha helyesnek bizonyulnak azok a feltevések, amelyek az α -, illetve β -sugarak és elektronok közti energiaátadás mechanizmusára vonatkoznak, akkor azt várhatjuk, hogy az (5) képlet az α -sugaraknak a legkönnyebb elemekben való abszorpciójára érvényes, a β -sugaraknak pedig a még nehezebb elemekben való abszorpciójára is. β -sugarak esetében azonban figyelembe kell vennünk, hogy (1)-et olyan feltevés mellett vezettük le, hogy V kicsi a fénysebességhez képest. A harmadik részben visszatérünk erre a kérdésre, miután az egyes részecskék energia-vesztéségének valószínűségi eloszlásával már foglalkoztunk.

2. Egyes α -, illetve β -részecskék energiavesztéségének valószínűségi eloszlása

Az ebben a részben tárgyalt kérdések szoros összefüggésben állnak a következő problémával: ha valamilyen térben n ágyszámú részecske van statisztikus eloszlásban, akkor mi a valószínűsége annak, hogy a tér egy kis részében adott pillanatban adott számú részecske található. Ezt a problémát

M. v. Smoluchovski vizsgálta meg [7], aki megmutatta, hogy n számú részecske jelenlétének valószínűsége a következő:

$$W(n) = \frac{\omega^n}{n!} \varepsilon^{-\omega}, \quad (6)$$

ahol ε a természetes logaritmus alapszáma és ω a részecskeszám középértéke, amelyet a vizsgált térrészben várunk. Ha ω nagyon nagy, akkor ez a valószínűségi eloszlás jó közelítéssel a következő formulába megy át:

$$W(s) ds = \left| \sqrt{\frac{\omega}{2\pi}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}\omega s^2} ds, \quad (7)$$

ahol s definíciója: $n = \omega(1+s)$ és $W(s) ds$ annak a valószínűsége, hogy s az s és $s+ds$ közé esik.

K. Herzfeld idézett dolgozatában a (7) formulát használja fel az R távolság valószínűségi eloszlásának kiszámítására. Számításában R az a távolság, amelyet egy adott kezdősebességű részecske valamely gázban megtesz. *Herzfeld* azt az egyszerű feltevést használja, hogy a részecske mielőtt megáll, szükségképpen bizonyos számú ütközést szenved a gázmolekulákkal. Ezt az A számot egyenlővé teszi a részecske által a gázban keltett összes ionok számával. Tehát a gázban adott távolságon áthaladó α -részecske ütközéseinek száma egyenlő azon molekulák számával, amelyek a részecske pályája menti csöszterű térben vannak. Az ütközések számának valószínűségi eloszlása ezért a fenti formulából nyerhető, ha ω -ra bevezetjük az ütközések számának középértékét. Mivel A feltehetőleg igen nagy, azért az egyes részecskék R hatótávolságai kicsit különböznek egymástól. Annak a valószínűsége, hogy R értéke $R_0(1+s)$ és $R_0(1+s+ds)$ közé esik, ahol R_0 a hatótávolság középértéke, *Herzfeld* feltételezése szerint adódik (7)-ből egyszerűen, ha $\omega = A$. A jelen elméletben a számítások nem vihetők véghez ilyen egyszerűen. Nem tesszük fel, hogy élesen meghatározható az ütközések száma. Feltesszük ellenben azt, hogy α - és β -részek elektronokkal való ütközésekor az energia-vesztés értéke attól a távolságtól függ, amely a részecske pályája és az elektron között van, és folytonosan csökken, ha ez a távolság növekszik. Hogy *Herzfeld*éhez hasonló megfontolásokat kövessünk, az ütközéseket csoportokra kell osztani oly módon, hogy a részecskék energiavesztésének értéke közel egyenlő legyen mindegyik ütközésre az egyes csoportokon belül.

Tekintsünk egy Δx vastagságú anyagrétegen keresztülhaladó α - vagy β -részecskét és osszuk fel csoportokra a részecske elektronokkal való ütközéseinek számát oly módon, hogy az r -ik csoportban levő ütközésnél a p távolság a p_r és p_{r+1} közé essék.

Tegyük még fel, hogy ilyen módon fel lehet osztani az ütközéseket olyan csoportokra, hogy számuk minden csoportban nagy és ugyanakkor az ütközésekben elvesztett Q energia különbsége egy csoport bármely két ütközését tekintve kicsi. Legyen Q értéke az r -ik csoportban Q_r , az ütközések

számának középértéke ebben a csoportban A_r , továbbá az α -, illetve β -részek tényleges ütközéseinek száma $A_r(1+s_r)$. A részecske teljes energiavesztesége a kérdéses rétegen való áthaladása közben a következő:

$$\Delta T = \Sigma Q_r A_r (1 + s_r).$$

Ebből ΔT középértékét ΔT_0 -al jelölve:

$$\Delta T - \Delta_0 T = \Sigma Q_r A_r s_r.$$

Mivel az A számok nagyok, (7)-ből kapjuk annak valószínűségét, hogy s_r az s_r és $s_r + ds_r$ közé essék:

$$W(s_r) ds_r = \sqrt{\frac{A_r}{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} A_r s_r^2} ds_r.$$

Jelöljük ehhez hasonlóan annak valószínűségét, hogy ΔT értéke ΔT és $\Delta T + dT$ közé esik $W(T) dT$ -vel. A valószínűségi számítás egy alaptételének felhasználásával kapjuk, hogy

$$W(\Delta T) dT = (2\pi P \Delta x)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{(\Delta T - \Delta_0 T)^2}{2 P \Delta x}} dT, \quad (8)$$

ahol

$$P \Delta x = \Sigma \frac{1}{A_r} (Q_r A_r)^2 = \Sigma A_r Q_r^2.$$

A fenti feltételek alapján ez egyszerűen így írható:

$$P \Delta x = \int Q^2 dA.$$

Behelyettesítve ebbe a kifejezésbe Q és dA értékét (1) és (3)-ból, és integrálva mindenfajta elektronra $p=0$ -tól $p=p_r$ -ig, kapjuk:

$$P = \frac{4\pi e^4 E^4 N}{m^2 V^4} \sum_1^n \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{p_r^2 + a^2} \right).$$

Tegyük fel — mint az előző fejezetben is, — hogy p nagy a -hoz képest, ekkor elhanyagolva a Σ -ban az utolsó tagot, az elsőbe a értékét (2)-ből behelyettesítve kapjuk:

$$P = \frac{4\pi e^2 E^2 M^2}{(M+m)^2} N n. \quad (9)$$

Meg kell jegyezni, hogy ez a kifejezés egészen egyszerű. Csak az egysejnyi térfogatban lévő összes elektronok számától függ és nem függ sem az α -, illetve β -részek sebességétől, sem pedig az atomon belüli erőktől.

(8) és (9)-ből egyszerűen levezethetjük azon anyagrétegek vastagságának valószínűségi eloszlását, melyen egy adott kezdősebességű részecske áthalad, míg elveszti teljes energiáját. Helyettesítsük $\Delta T = \Delta_0 T(1+s)$ -et, akkor annak a valószínűsége, hogy s az s és $s + ds$ közé essék

$$W(s) ds = \sqrt{\frac{u}{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} us^2} ds, \quad (10)$$

ahol

$$u = \frac{(\Delta_0 T)^2}{P \Delta x} = \frac{\Phi}{P} \Delta_0 T. \quad (11)$$

Itt Φ a $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ középértéke.

Ha feltesszük, hogy az „ingadozás” kicsi, — ez a feltevés már közvetve benne van a (8) levezetésénél használt feltételekben — a (10) képlet kifejezi annak valószínűségét is, hogy a részecske $\Delta_0 T$ energiavesztéssel halad át egy olyan rétegen, melynek vastagsága $\Delta x = \Delta_0 x(1+s)$ és $\Delta x + dx = \Delta_0 x(1+s+ds)$ közé esik, ahol $\Delta_0 x = \Delta_0 T/\Phi$. Nézzük meg, mi a $W(R) dR$ valószínűsége annak, hogy egy részecske R és $R+dR$ közötti vastagságú rétegen áthaladva minden energiáját elveszítse. E célból osszuk fel a $0-T$ intervallumot nagyszámú kis $\Delta T_1, \Delta T_2, \dots$ részre és jelöljük az r -ik résznél a $\Delta x, u, \Phi$ és s mennyiségeket $\Delta_r x, u_r, \Phi_r$ és s_r -el. Az a távolság, amelyen egy adott részecske áthalad

$$R = \sum \Delta_r x = \sum \frac{\Delta_r T}{\Phi_r} (1 + s_r).$$

Ebből a részecske hatótávolságának középértékét R_0 -val jelölve kapjuk

$$R - R_0 = \sum \frac{\Delta_r T}{\Phi_r} s_r.$$

A (8) kiszámításánál használt módszerrel pontosan egyező úton kapjuk:

$$W(R) dR = (2\pi u)^{-\frac{1}{2}} \frac{(R - R_0)^2}{\varepsilon^{2u}} dR, \quad (12)$$

ahol

$$U = \sum \left(\frac{\Delta_r T}{\Phi_r} \right)^2 \frac{1}{u_r} = P \sum \frac{\Delta_r T}{\Phi_r^3},$$

vagy egyszerűen:

$$U = P \int_0^T \left(\frac{dT}{dx} \right)^{-3} dT, \quad (13)$$

ahol a differenciális tényező $\frac{\Delta x}{\Delta T}$ középértékét jelenti.

A (8) és (9) és a (12) és (13) kifejezés is levezethető olyan feltevés mellett, hogy egy vékony rétegen gyorsan áthaladó részecske ütközései olyan csoportokra oszthatók, amelyekben Q változása kicsi, ugyanakkor az ütközések száma nagy. A feltétel az, hogy $\lambda = dA \left| \frac{dQ}{Q} \right|$ nagy legyen az egységhez képest.

(1) és (3)-ból helyettesítve kapjuk:

$$\lambda = \pi N n \Delta x (p^2 + a^2). \quad (14)$$

Látjuk, hogy λ egyenlő a $\sqrt{p^2 + a^2}$ sugarú henger belsejében levő elektronok átlagos számával. Mivel λ csökken p csökkenésével, csak a $p=0$ helyen kell

értékét figyelembe venni. a -t behelyettesítve:

$$\lambda_0 = \frac{\pi e^2 E^2 (M+m)^2 N n \Delta x}{M^2 m^2 V^4}.$$

Ha normális hőmérsékletű és nyomású gázt vizsgálunk, és bevezetjük e, m, E, M , és N numerikus értékeit, akkor mind α -, mind β -sugarakra közelítőleg ezt kapjuk:

$$\lambda_0 = 2,3 \cdot 10^{37} \cdot \frac{n \Delta x}{V^4}.$$

Ez a kifejezés nagyon gyorsan változik V -vel és egészen különböző eredményt ad α - és β -részecskékre.

RaC α -sugaraire $V = 1,9 \cdot 10^9$, tehát $\lambda_0 = 1,7 \cdot n \cdot \Delta x$. A RaC α -sugarainak hatótávolsága hidrogén és héliumban kb. 30 cm, és a Rutherford-elméletnek megfelelően a gáz egy molekulájában lévő elektronok száma $n = 2$. Látjuk tehát, hogy λ_0 nagy az egységhez képest, feltéve, hogy az anyagréteg nem túlságosan vékony a hatótávolsághoz viszonyítva. Más gázokra λ_0 még nagyobb, mert a molekulában lévő elektronok számának és a hatótávolságnak szorzata nagyobb, mint hidrogén és hélium esetén. Ezért α -sugarak esetében azt várhatjuk, hogy a fent levezetett formulák jó közelítést adnak. Hogy egy α -részecske energiavesztésében várható eltérés nagyságrendjét megbecsüljük, tekintsünk például egy 5 cm vastag hidrogén rétegen keresztül haladó α -sugárnyalábot. A konstansok kísérleti értékeit felhasználva (11)-ből közelítőleg kapjuk: $u = 3 \cdot 10^3$. Ezt (10)-be helyettesítve látjuk, hogy az eltérés valószínűsége igen kicsi. Így a részecskék felének energiavesztése 1%-nál kisebb hibával tér el a középértéktől és a részecskék számának 1%-nál kisebb része veszít olyan nagy energiát, amely 5%-nál nagyobb értékkel tér el a középértéktől. A negyedik részben visszatérünk erre a kérdésre, össze fogjuk hasonlítani a (12) formulát a mérési eredményekkel.

Kb. $2 \cdot 10^{10}$ cm/sec sebességű β -sugarakra, 0,01 gr/cm² alumínium rétegre $\lambda_0 = 1,6 \cdot 10^{-2}$. Ez a vastagság megfelel az ötödik részben tárgyalt kísérletben szereplő vastagságnak. Mivel ez a λ_0 igen kicsi az egységhez képest, nyilvánvaló, hogy (8) és (12) levezetésében használt feltételek nem teljesülnek. Mégis lehetségesnek látszik a számításokból néhány olyan következtetést levonni, amely az elméletnek a kísérletekkel való összehasonlítása szempontjából fontos. Tekintsünk egy anyagrétegen keresztülhaladó β -részecskét, és tegyük fel egy pillanatra, hogy nincs olyan ütközés, amelyre λ kisebb, mint egy bizonyos τ érték. Legyen a (14)-ből $\lambda = \tau$ helyettesítéssel kapott p érték p_t kicsi az egységhez képest; ekkor az energiavesztés valószínűségi eloszlását jó közelítéssel (8) adja, ha a p kifejezésében az integrálást $p = 0$ helyett $p = p_t$ -től végezzük el. A fentiek szerint p_t nagy lesz a -hoz képest és a (9) kifejezés helyett P -re kapjuk:

$$P_t = \frac{1}{\tau} \frac{4\pi^2 e^4 E^4 N^2 n^2 \Delta x}{m^2 V^4}. \quad (15)$$

Ezt (11)-be helyettesítve, $0,01 \text{ gr/cm}^2$ alumíniumréteg esetén u közelítőleg $u_t = 250 \tau$. Ha τ nem nagyon kicsi az egységhez képest, akkor az energia-vesztésre ugyanolyan jellegű valószínűségi eloszlást kapunk, mint α -sugarak esetén. A kérdéses ütközések energiavesztésének középértéke egyszerűen az (5) formulából nyerhető a helyébe p_t -t helyettesítve. Ez tehát

$$\Delta_i T = \frac{4\pi e^2 E^2 N \Delta x}{m V^2} \sum_1^n \log \left(\frac{p_r}{p_t} \right). \quad (16)$$

Az alkalmazásokban a logaritmus tényező igen nagy és $\Delta_i T$ igen kicsit függ τ pontos értékétől. Így $\Delta_i T$ alumínium esetén csak 4%-kal változik, míg közben τ 1-től 2-ig változik.

Vizsgáljuk meg most az energiavesztés valószínűségi eloszlását olyan ütközések esetén, melyeknél $p < p_t$. Mivel p_t nagy a -hoz képest, (14)-ből következik, hogy az ilyen ütközések átlagos száma közelítően τ . Ha τ egy kicsi szám, pl. $\tau = 1$, akkor nyilvánvaló, hogy az energiavesztés valószínűségi eloszlása az ütközések alatt a fentitől egészen eltérő típusú. Először is van egy bizonyos valószínűsége annak, hogy egyáltalán nem következik be energiavesztés. Ennek valószínűsége (6)-ból: $\varepsilon^{-\tau}$. Ha pedig Q_t az (1)-ben adott érték $p = p_t$ esetén, zérusnál nagyobb és Q_t -nál kisebb energiavesztés nem lehetséges. Q_t -nál a valószínűségi görbe hirtelen felemelkedik és azután leesik, Q növekedő értékével közelítőleg Q^{-2} szerint változik. A fent vizsgált alumíniumrétegre közelítőleg $\Delta_i T / Q_t = 16 \tau$.

Ezekből a megfontolásokból látható, hogy egy vékony anyagrétegen áthaladó, adott kezdősebességű β -részecske energiavesztésének valószínűségi eloszlása éles maximumot mutat $\Delta_i T$ -hoz egészen közeli értéknél, ha $\tau = 1$, és mindkét oldalon hirtelen leesik. Az energiacsökkenés kísérletileg mért értéke nyilvánvalóan ez a maximum és nem az (5) által megadott ΔT középérték, mint ezt az előző dolgozatomban feltételeztem. A két érték közötti lényeges különbség oka igen kevés nagyon heves ütközés, amelyeket nem vettünk figyelembe a (16) formula levezetésénél, ellenben (5) levezetésénél igen. $\tau = 1$ esetén p_r és p_t -t behelyettesítve, (16)-ból kapjuk:

$$\Delta_i T = \frac{2\pi e^2 E^2 N \Delta x}{m V^2} \sum_1^n \log \left(\frac{k^2 V^2 N n \Delta x}{4\pi v^2} \right). \quad (17)$$

Az ötödik részben nagyobb vastagságú anyagrétegen áthaladó sugárnyaláb energiavesztésének kérdését fogjuk megvizsgálni.

3. Közel fénysebességgel haladó β -részecskék sebességének hatása

Az előző rész számításai az (1) formulán alapultak, amely egy elektronnak α - vagy β -részecskével való ütközéskor átadott energiát adja meg. Ennek a formulának a levezetésében feltettük, hogy a V sebesség kicsi a c fénysebességhez képest. Ez a feltétel nagysebességű β -részeknél nem teljesül.

Há V a c nagyságrendjébe esik, akkor egy ütközésnél átadott energia számítása általános esetben bonyolult megfontolásokat igényel. A kérdéses probléma nagyon leegyszerűsödik egy, az előbbi fejezetben vizsgált körülmény miatt: a β -részek energiavesztésének kísérletileg mért értéke csak olyan ütközésektől függ, melyekben az átadott energia nagyon kicsi a β -rész teljes energiájához képest, vagyis olyan ütközésektől, melyekben a kicsi p -hez képest. Ilyen ütközéseket tekintve a β -részecske és az elektron között ható erő számításában elhanyagolhatjuk az elektron ütközés alatti elmozdulását, valamint a β -részecskére való visszahatását. Azt szükséges csupán megvizsgálni, hogy hogyan befolyásolja ezt az erőt magának a β -részecskének a sebessége.

Az elektronelméletből ismeretes, hogy egy nyugalomban lévő elektronra egy E töltésű és $V=c$ sebességű részecske által gyakorolt erő a részecskétől az elektronhoz húzott rádiuszvektor mentén hat és nagysága [8]:

$$F = \frac{eE}{r^2} \frac{1-\beta^2}{(1-\beta^2 \sin^2 \omega)^{3/2}},$$

ahol r a távolság és ω a szög a rádiuszvektor és a részecske pályája között. Legyen p a legkisebb távolság a pálya és az elektron között és legyen $\omega = \pi/2$ a $t=0$ időben. Akkor $\sin \omega = p/r$ és $r^2 = (Vt)^2 + p^2$. A gyorsan mozgó részecske pályájára merőleges és párhuzamos erőkomponensek:

$$F_1 = \frac{p}{r} F \quad \text{és} \quad F_2 = \frac{Vt}{r} F.$$

r értékét beírva és $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ jelölést használva:

$$F_1 = \frac{pe\gamma E}{((\gamma Vt)^2 + p^2)^{3/2}} \quad \text{és} \quad F_2 = \frac{\gamma VteE}{((\gamma Vt)^2 + p^2)^{3/2}}.$$

Láthatjuk ezekből a kifejezésekből, hogy az erő minden időpillanatban az egyszerű elektrosztatika alapján számított kifejezéssel egyenlő, ha a gyorsan mozgó részecske V sebességét mindig γV -vel helyettesítjük, továbbá a pályára merőleges komponens számításában a részecske E töltése helyett γE töltéssel számolunk. A töltés a pályával párhuzamos komponens számításában változatlan marad. A β -sugarak nagy sebessége miatt szükséges korrekció számításában tehát külön kell vizsgálni a két komponens hatását.

Könnyen belátható, hogy szabad elektron esetén olyan ütközés után, melynél $a \ll p$ az elektron sebessége közelítőleg merőleges a β -részecske pályájára. Az energiaátadás számításában ebben az esetben csak a pályára merőleges erőkomponenst kell figyelembe venni. Ha V kicsi c -hez képest, akkor a -t p mellett elhanyagolva (1)-ből kapjuk:

$$Q = \frac{2e^2 E^2}{m V^2 p^2}.$$

Ha ebben a kifejezésben V helyett γV és E helyett γE -t helyettesítünk, akkor a kifejezés nem változik. Ha az elektron szabad volna, nem volna

szükség korrekcióra a számításban akkor sem, ha a β -rész sebessége c -vel azonos nagyságrendű. Ha viszont számításba vesszük az atomon belüli erőket, a probléma valamivel komplikáltabb. Ebben az esetben p_r kifejezésében korrekciót kell alkalmazni. Ezenkívül az atomon belüli erők számításba vétele a β -részecske pályájával párhuzamos erőkomponens okozta energiaátadást is magában foglal. Ez valamilyen rezonanciaeffektus következménye, amely abban az esetben játszik szerepet, amikor az „ütközés ideje“ nagyságrendben megegyezik az elektron rezgésének idejével.

Az előző dolgozatomban megmutattam, hogy a pályával párhuzamos komponens okozta kiegészítés ΔT -ben a következőképpen adható meg:²

$$Z = \frac{2\pi e^2 E^2 N n \Delta x}{m V^2}.$$

(17)-ből ezért az következik, hogy a β -részecske pályájára merőleges komponens okozta kiegészítés $\Delta_1 T$ -hez a következő:

$$Y = \Delta_1 T - Z = \frac{2\pi e^2 E^2 N n \Delta x}{m V^2} \sum_1^n \left(\log \left(\frac{k^2 V^2 N n x}{4\pi v^2} \right) - 1 \right).$$

Ha most Y kifejezésében V és E helyett γV és γE -t helyettesítünk, és Z kifejezésében V helyett γV -t, de E -t változatlanul hagyjuk, akkor a két kifejezést összeadva és γ értékét behelyettesítve $\Delta_1 T$ -re a következő formulát kapjuk:

$$\Delta_1 T = \frac{2\pi e^2 E^2 N \Delta x}{m V^2} \sum_1^n \left[\log \left(\frac{k^2 V^2 N n \Delta x}{4\pi v^2} \right) - \log \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) - \frac{V^2}{c^2} \right].$$

Látjuk, hogy a korrekció akkor lényeges, amikor V értéke közel van a fénysebesség értékéhez. Más esetekben a két utolsó tag összege közelítőleg zérus

² A dolgozatban levezetett kifejezés

$$Z = \frac{4\pi e^2 E^2 N n \Delta x}{m V^2} L$$

ahol

$$L = \int_0^\infty \frac{1}{x} (f'(x))^2 dx \quad \text{és} \quad f(x) = \int_0^\infty \frac{\cos xz}{(1+z^2)^{3/2}} dz.$$

L egy komplikált kifejezés része, amely p_r -t határozza meg, és numerikus számítással értékelhető ki. L értékét azonban egyszerűen megkaphatjuk, ha figyelembe vesszük, hogy

$$f'(x) - \frac{1}{x} f'(x) - f(x) = 0.$$

Eszerint

$$L = \int_0^\infty f'(x) (f''(x) - f(x)) dx = \frac{1}{2} [(f'(x))^2 - (f(x))^2]_0^\infty.$$

Most $f(0) = 1$ és $f'(0) = f'(\infty) = f''(\infty) = 0$; következésképpen $L = 1/2$.

4. Összehasonlítás α -sugarakkal végzett mérésekkel

Az előző dolgozatban kimutattuk, hogy az első rész (5) egyenlete által adott értékek jól megegyeznek az α -sugarak abszorpciójára végzett mérésekkel könnyű elemek, hidrogén és hélium esetén, ha feltesszük, hogy ezen elemek atomjai 1, illetve 2 elektront tartalmaznak, és ha karakterisztikus frekvenciaként a diszperziós kísérletekből kapott frekvenciákat vesszük. Kimutattuk azt is, hogy nehezebb elemek esetében az abszorpciómérésekkel közelítő egyezést azzal a feltétellel kaphatunk, hogy ezekben az elemekben néhány optikai frekvenciájú elektronon kívül bizonyos számú erősebben kötött elektron is van, melyeknek frekvenciája a karakterisztikus Röntgen-sugárzás kísérletileg megállapított frekvenciatartományának nagyságrendjébe esik. Az elektronok számára levezethető értékek közelítőleg egyeznek Rutherfordnak az α -sugarak szórására vonatkozó elméletéből számított értékekkel. Ezért ebben a részben a későbbi pontosabb mérések alapján kapható újabb bizonyítékokkal foglalkozunk.

Mivel az α -részecskék sebessége kicsi a fénysebességhez képest, $T = 1/2 MV^2$. Ezért (5)-ből:

$$\frac{dV}{dx} = K_1 \frac{n}{V^3} \left(\log V^3 - \frac{1}{n} \sum \log r + K_2 \right), \quad (19)$$

ahol

$$K_1 = \frac{4\pi e^2 E^2 N}{mM} \quad \text{és} \quad K_2 = \log \left(\frac{kMm}{2\pi e(M+m)} \right).$$

A kifejezés két különböző, anyagokra jellemző mennyiségtől függ: a molekulában lévő elektronok számától, n -től és az elektron karakterisztikus frekvenciái logaritmusának középértékétől, $(1/n \sum \log r)$ -től. Az utóbbi mennyiség határozza meg a jellemző különbségeket a „sebesség görbén”, vagyis azon a görbén, amely egy (x, V) diagramban a megfelelő pontokat összeköti. Az előző dolgozatban (19)-et összehasonlítottuk a mérésekből kapott dV/dx értékekkel. Mivel a közvetlenül megfigyelhető mennyiség különböző x értékeknek megfelelő V mennyiség, egyszerűbb először (14)-et integrálni. Ebből

$$x = \frac{V_0^4 - V^4}{3nK_1} \frac{1}{z_0 - z} \int_z^{z_0} \frac{dz}{\log z}, \quad (20)$$

ahol

$$\log z = \frac{4}{3} \left(\log V^3 - \frac{1}{n} \sum \log Y + K_2 \right).$$

A (20)-ban lévő logaritmikus integrál a Glaisher-féle táblázatból számítható [9].

Tekintsünk egy 15°C hőmérsékleten és 760 Hgmm nyomáson lévő gázt, ebben az esetben $N \cdot e = 1,224 \cdot 10^{10}$. Behelyettesítve: $e = 4,78 \cdot 10^{-10}$, $E = 2e$, $e/m = 5,31 \cdot 10^{17}$ és $E/M = 1,448 \cdot 10^{14}$ értékeket, azt kapjuk, hogy $K_1 = 1,131 \cdot 10^{34}$ és $K_2 = -21,80$. A legtöbb mérésnél RaC α -sugarait használták. Ez $V_0 = 1,922 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}$ -nek felel meg [10].

Ha feltesszük, hogy a hidrogénatom egy elektront tartalmaz, akkor a hidrogénmolekulára $n=2$ -t kapunk. Ha feltesszük azt is, hogy a hidrogén elektronjainak karakterisztikus frekvenciája a hidrogénben végzett diszperziós kísérletekből kapott frekvenciával megegyezik [11], akkor: $\nu_1 = \nu_2 = 3,52 \cdot 10^{15}$ és $1/n \sum \log \gamma = 35,78$. Ezeket és a fenti V_0 , K_1 és K_2 értékeket használva $\log z_0 = 8,75$. Helyettesítsük ezt (20)-ba, akkor azt kapjuk, hogy a RaC α -sugarai eredeti sebességük felére csökkenéséig hidrogéngázban $x_1 = 24,0$ cm távolságot tesznek meg. Az I. táblázat első oszlopa különböző V/V_0 értékekhez tartozó x/x_1 értékeket mutat. A sebességgörbére vonatkozóan hidrogénben nem végeztek még pontos méréseket. Ilyen mérések igen kívánatosak volnának az elmélet igazolása szempontjából, mivel a számításokban használt feltételek ebben a gázban jól teljesülnek. Újabban *T. G. Taylor* [12] határozta meg a RaC α -sugarainak hatótávolságát hidrogénben. 15°C és 760 Hgmm nyomáson $30,9$ cm-nek találta. Az elméletből adódó $x_1 = 24,0$ cm-t használva a táblázatból 27 cm-t kapunk a hatótávolságra. Ez nincs messze a mért hatótávolságtól. Jelenleg nehéz eldönteni, hogy a csekély eltérés a használt konstansok hibáinak rovására írható-e.

Rutherford elmélete szerint a héliumatomnak két elektrona van. Mivel a hélium egyatomos gáz, $n=2$ éppen úgy, mint hidrogén esetében. Diszperziós kísérletek szerint héliumban $\nu = 5,92 \cdot 10^{15}$. Ezeket az n és ν értékeket (20)-ba behelyettesítve x -re valamivel nagyobb értékeket kapunk, mint hidrogén esetén. Az elméleti arány a sugarak héliumban és hidrogénben mért hatótávolságára $1,09$. *E. P. Adams* [13] mérései, melyekkel az előző dolgozatban foglalkoztunk, a számítással nem egyeztek meg, mivel a hatótávolság héliumban kisebb volt, mint hidrogénben, az arány csak $0,87$. *Taylor* újabb mérései szerint azonban ez az arány $1,05$, amely az elméleti értékkel igen jól egyezik.

Marsden és *Taylor* határozták meg újabban levegő esetében igen pontosan a sebességgörbét [14]. Azt találták, hogy a RaC α -sugarai 15°C -os, 760 Hgmm nyomású levegőben $5,95$ cm hosszú utat tesznek meg addig, míg sebességük $V_0/2$ -re csökken. Ha feltesszük, hogy a nitrogén atomnak 7 elektrona van, az oxigénnek pedig 8, akkor levegőmolekulára átlagosan $n = 14,4$. Ezt (20)-ba helyettesítve és $x_1 = 5,95$ -öt véve $V = 1/2 V_0$ -nak megfelelően kapjuk, hogy $\log z_0 = 5,37$ és $1/n \sum \log \nu = 38,32$. $\log z_0$ ezen értékéhez tartozó x/x_1 értékek az I. táblázat II. oszlopában találhatók. Itt kevesebb érték van, mint hidrogén esetén, mivel az első részben említett feltételek teljesüléséhez a nagyobb frekvenciák miatt V -re nagyobb értékek szükségesek levegő esetén, mint hidrogén esetén. A IV. oszlop *Marsden* és *Taylor* által észlelt x/x_1 értékeket tartalmazza. A mért és számolt értékek igen jól megegyeznek. Ugyanakkor látható, hogy a IV. oszlop értékei az I. és III. oszlop értékeitől lényegesen különböznek. Ezen oszlopok értékeit a $\log z_0 = 8,75$ és a $\log z_0 = 4,44$ (lásd később) értékekkel számítottuk.

I. táblázat

| V/V_0 | I. | II. | III. | IV. | V. |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,9 | 0,338 | 0,315 | 0,300 | 0,318 | 0,289 |
| 0,8 | 0,592 | 0,561 | 0,539 | 0,560 | 0,520 |
| 0,7 | 0,780 | 0,751 | 0,730 | 0,750 | 0,729 |
| 0,6 | 0,911 | 0,894 | 0,879 | 0,889 | 0,882 |
| 0,5 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 0,4 | 1,055 | 1,080 | | | |
| 0,3 | 1,087 | | | | |
| 0,2 | 1,104 | | | | |

Ha $\log z_0 = 5,37$ helyett ez utóbbi értékek egyikét használtuk volna, akkor 14,4 helyett $n = 8,1$, illetve $n = 22,5$ -öt kellett volna helyettesítenünk, hogy x_1 -re a megfigyelt értéket kapjuk. Látható tehát, hogy I., II. és III. oszlopok közt fellépő lényeges különbség módszert szolgáltat n meghatározására még akkor is, ha $1/n \sum \log \nu$ előre nem ismeretes.

*Marsden*nak és *Taylor*nak nem sikerült megfigyelni olyan részecskét, melynek sebessége kisebb, mint $0,42 V_0$. Ha a sebesség lecsökkent erre az értékre, akkor a részecskék látszólag eltűntek. Ez a sajátos effektus éles ellentétben van az elmélettel. Úgy látszik azonban, hogy megmagyarázható egy statisztikus effektussal, melyet az α -sugárnyaláb homogenitásának kis hibája okozott. A sebességgörbe első részében az emelkedés fokozatos és a homogenitásban lehetséges kis hiba csak nagyon kis változást okoz a sebesség középértékében. De a hatótávolság vége felé a görbe menete már igen meredek, és ha a nyaláb bármi miatt is nem egészen homogén, akkor a forrástól távolodva egyre több és több részecske fog hirtelen elveszni a nyalábból. Ezért a sebesség nem kezd esni hirtelen addig, amíg majdnem minden részecske meg nem állt; azonban a nyaláb ekkor már oly kevés részecskét tartalmaz, hogy a végső lecsökkenést bizonyosan igen nehéz megfigyelni.

Az V. oszlopban *Marsden* és *Taylor* eredményei vannak, amelyek a RaC sugarainak alumíniumban felvett sebességgörbéjére vonatkoznak. Az $x_1 V = 1/2 V_0$ -nak megfelelő értéke $9,64 \cdot 10^{-3}$ gr/cm². K_1 értéke alumíniumban $9,81 \cdot 10^{36}$, ha x -et gr/cm²-ben mérjük. Ha feltesszük, hogy alumíniumra $n = 13$ és (20)-ba $V = 1/2 V_0$ esetére behelyettesítjük az $x_1 = 9,64 \cdot 10^{-3}$ értéket, azt kapjuk, hogy $\log z_0 = 4,44$ és $1/n \sum \log \nu = 39,02$. Mint fentebb említettük, ez a III. oszlop értékeinek felel meg. Látni fogjuk, hogy az V. oszlopban levő értékek sokkal közelebb vannak a III. oszlop értékeihez, mint az I.—II. oszlop értékeihez, de az egyezés közel sem olyan jó, mint levegőre. Ennek oka lehet részben az, hogy nehéz homogén alumíniumréteget készíteni, de lehet az a tény is, hogy a számítások alapjául szolgáló feltételek nem teljesülnek szigorúan az alumíniumatom minden elektronjára (lásd 132. oldal). Nagyobb atomsúlyú elemekre sokkal kisebb mértékben teljesülnek a számításokban használt feltételek, mint alumíniumra és nem kaphatunk pontos

egyezést a mérésekkel, bár az elmélet nyújt egy közelítő magyarázatot arra vonatkozólag, hogy hogyan változik növekvő atomsúllyal a sebességgörbe alakja és egy elem fékező képessége.

A második részben megvizsgáltuk egy kezdetben homogén α sugárnyaláb egyes részecskéinek hatótávolságában a valószínűségi változást. A hatótávolság középértékét R_0 -val jelölve (12) és (13)-ból kapjuk, hogy a valószínűség arra, hogy az R hatótávolság egy $R_0(1+s)$ és $R_0(1+s+ds)$ érték közé essék

$$W(s) ds = \frac{1}{q\sqrt{\pi}} \varepsilon^{-\left(\frac{s}{q}\right)^2} ds, \quad (21)$$

ahol

$$q^2 = \frac{2U}{R_0^2} = \frac{2P}{R_0^2} \int_0^T \left(\frac{dT}{dx}\right)^{-3} dT. \quad (22)$$

Ez a kifejezés sokkal egyszerűbb, ha $\frac{dT}{dx}$ -re egy közelítő formulát használunk. Legyen $x = C \cdot T^r$, s akkor

$$\int_0^T \left(\frac{dT}{dx}\right)^{-3} dT = \frac{r^3}{3r-2} (C^3 T^{3r-2} = \frac{r^2}{3r-2} \frac{x^2}{T} \left(\frac{dT}{dx}\right)^{-1}.$$

Bevezetve ezt (22)-be, kapjuk:³

$$\frac{1}{q^2} = \frac{3r-2}{r^2} \frac{T}{2P} \frac{dT}{dx}. \quad (23)$$

Geiger megmutatta, hogy levegőben jó egyezést kapunk a sebességgörbével, ha $r=3/2$ -et vesszük. Hidrogénre hasonló közelítést kapunk $r=5/3$ -at véve.

r pontos értékének azonban csak kis jelentősége van, mivel $\frac{3r-2}{r^2}$ közel ál-

³ Megjegyzés a korrektúránál. $r=3/2$ esetén a kifejezés ekvivalens L. Flamm kifejezésével [3] (idézett dolgozat (25) egyenlet), amely az elektronokkal ütköző α -részek hatótávolságának változását adja meg. E szerző tekintetbe vette a centrális maggal való ütközéseket is és azt kapta, hogy ezek hatása a hatótávolságok változásában nem elhanyagolható, hanem egy (21) típusú kifejezés adja meg egy olyan q érték esetén, amely nagyságrendben egyezik a (23) formulában adott értékkel, jöllehet a magon való ütközések miatt az α részecskék sebességsökkenésének mértéke közepelve nagyon kicsi az elektronon való ütközésekből származó értékekhez képest. A 2. részben a β -sugarak esetén alkalmazotthoz hasonló megfontolásokból azonban az látszik, hogy az α -részek és magok közti ütközés a hatótávolságra a (21)-től eltérő típusú függést ad. Ezekben az ütközésekben csak nagyon kevés részecskének a hatótávolsága csökken lényegesen, míg a részecskék nagy többségének hatótávolsága csupán olyan kis mértékben csökken, hogy az teljesen elhanyagolható az elektronokkal való ütközések miatt fellépő átlagos hatótávolság különbségekhez képest. Úgy látszik, tehát, hogy a magokkal való ütközések hatását el lehet hanyagolni a mérésekkel való összehasonlítás alkalmával.

landó, ha r 1 és 2 között változik. Behelyettesítve $T = (1/2)MV^2$ -et és bevezetve (5) és (9) elméleti kifejezéseit $\frac{dT}{dx}$ és P -re, kapjuk

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{r^2}{3r-2} = \frac{M}{4m} \frac{1}{n} \sum_1^n \log \left(\frac{kV^3 Mm}{2\pi v e E(M+m)} \right) = \frac{3}{16} \frac{M}{m} \log z_0.$$

RaC α sugaraira ugyanazt a $\log z_0$ -t használva, mint előbb, hidrogénre és levegőre $\rho = 0,91 \cdot 10^{-2}$, illetve $\rho = 1,16 \cdot 10^{-2}$ adódik. Polonium α sugaraira, — feltéve, hogy e sugarak kezdeti sebessége 0,82-szerese a RaC α sugarai kezdősebességének, — azt kapjuk, hogy hidrogén és levegőre $\rho = 0,91 \cdot 10^{-2}$, illetve $\rho = 1,2 \cdot 10^{-2}$.

Geiger [15] és később *Taylor* [16] kísérleteket végzett arra vonatkozólag, hogy megmérjék Po és RaC α sugarai hatótávolságának eloszlását hidrogénben és levegőben. A radioaktív forrástól meghatározott távolságban levő cinkszulfid ernyőn számlálták a szcintillációk számát és változtatták a gáz nyomását a forrás és az ernyő között. Az eredmények nem egyeztek az elméletből várható értékkel. A megfigyelt ingadozás sokszorosán nagyobb volt, mint a várt, és nem mutatta a (21) formula által követelt szimmetriát. Ezek az eredmények — ha helyesek — komoly nehézséget jelentenének az elmélet számára, bár úgy látszik, hogy *F. Friedmann* néhány új kísérleti eredményével összeegyeztethetetlenek [17]. Ez utóbbi kísérletet *Herzfeld* elméletének igazolására végezte, amely szintén sokkal kisebb ingadozást ad, mint *Geiger* és *Taylor* kísérleti eredményei. *Friedmann* olyan hatótávolságeloszlást talált Po α -sugarai esetén, levegőben, mely közelítőleg egyezik a (21)-ben adott értékkel, ha $\rho = 1,0 \cdot 10^{-2}$. Amint látjuk ez az eredmény egy kicsivel kisebb, mint az elméletből számolt. Nagyon kíváncsú volna ebben az irányban további kísérleteket végezni.

5. Összehasonlítás β -sugarakkal végzett mérésekkel

Anyagon áthaladó β -részek energiaveszteségének kísérleti igazolását egészen az újabb időkig nagyon korlátozták a mérések nagy nehézségei. Világosabb lett azonban a kérdés bizonyos radioaktív anyagok által emittált β -sugarak homogén csoportjainak vizsgálatával. *O. v. Baeyer* [18] megfigyelte, hogy a β -spektrum vonalai, amelyeket mágneses eltérítéssel állított elő, a kisebb sebességek felé tolódtak el abban az esetben, ha a radioaktív forrást vékony fémfólia fedte be. A kérdést újabban *Danysz* vizsgálta meg pontosabban [19], aki kiterjesztette vizsgálatait Ra(B+C) által emittált β -sugaraik nagyszámú homogén csoportjára. A II. táblázat első két oszlopában lévő $H\rho$ és $\Delta(H\rho)$ értékek, a H térerősség és ρ görbületi sugár szorzata, néhány homogén β -sugár csoport esetén, illetve a szorzat megfigyelt változásai abban az esetben, ha a sugarak $0,01 \text{ gr/cm}^2$ vastag alumíniumrétegen haladnak keresztül. ($H\rho$) értékeiben a hibahatár 15% . A $H\rho$ értékek és a β -részek sebes-

sége között a következő összefüggés érvényes:

$$\frac{eV}{c} H = \frac{V^2}{c^2} m \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Ez levezethető egy elektron impulzusának a relativitáselméletből ismeretes kifejezése segítségével. V/c -t β -val jelölve:

$$H\varrho = \frac{c^2 m}{e} \beta (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}. \quad (24)$$

Eszerint

$$\Delta(H\varrho) = \frac{c^2 m}{e} (1 - \beta^2)^{-\frac{3}{2}} \Delta\beta.$$

A relativitáselmélet szerint kapjuk továbbá

$$T = c^2 m \left((1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right);$$

Ebből

$$\Delta T = c^2 m \beta (1 - \beta^2)^{-\frac{3}{2}} \Delta\beta \quad (25)$$

Ebből következik

$$\Delta T = e\beta \Delta(H\varrho). \quad (26)$$

Így (13)-ból $E = e$ és $V/c = \beta$ helyettesítésével

$$\Delta(H\varrho) = \frac{2\pi e^3 N \Delta x}{mc^2 \beta^3} \sum_1^n \left[\log \left(\frac{k^2 c^2 N n \Delta x}{4\pi r^2} \right) - \log \left(\frac{1 - \beta^2}{\beta^2} \right) - \beta^2 \right].$$

Nagy sebességek kivételével az utolsó tényező változása igen kicsi. Tehát azt várhatjuk az elmélet szerint, hogy $\Delta(H\varrho)$ közelítőleg β^3 -mal arányos. A II. táblázat III. oszlopa β és a IV. $\beta^3 \Delta(H\varrho)$ értékeit tartalmazza. Látható, hogy ebben az oszlopban levő értékek állandók a kísérleti hibahatáron belül.

II. táblázat

| $H\varrho$ | $\Delta(H\varrho)$ | β | $\beta^3 \Delta(H\varrho)$ |
|------------|--------------------|---------|----------------------------|
| 1391 | 124 | 0,635 | 31 |
| 1681 | 95 | 0,704 | 33 |
| 1748 | 90 | 0,718 | 33 |
| 1918 | 66 | 0,750 | 28 |
| 1983 | 61 | 0,760 | 27 |
| 2047 | 56 | 0,770 | 26 |
| 2224 | 57 | 0,795 | 28 |
| 2275 | 48 | 0,802 | 25 |
| 2939 | 37 | 0,867 | 24 |
| 3227 | 48 | 0,885 | 33 |
| 4789 | 39 | 0,942 | 32 |
| 5830 | 32 | 0,960 | 28 |

$n = 13$ -at véve és az $1/n \sum \log r = 39,0$ értéket használva, melyet az α sugarakkal végzett kísérletekből számoltunk, $0,01 \text{ gr/cm}^2$ alumíniumrétegre

kapjuk (27)-ből:

$$\begin{array}{ccccc} \beta = 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,9 & 0,95 \\ \beta^3 A(1+\rho) = & 40 & 41 & 42 & 44 & 46. \end{array}$$

Ha tekintetbe vesszük a kísérletek nagy nehézségeit, továbbá az α és β sugarak közti nagy különbséget tömeg és sebesség szempontjából, akkor ezt a közelítő egyezést kielégítőnek vehetjük. $A(H\rho)$ -nak az első rész (5) formulájából számított középértéke kb. 1,3-szor nagyobb a legkisebb sebesség esetén és a β sugarak sebességével igen gyorsan nő.

β sugarak sebességcsökkenésének mérése magasabb atomsúlyú fémrétegekben sokkal nehezebb, mint alumíniumban, tekintettel arra, hogy a sugarak szóródása nagyobb. Danyisz azt találta, hogy a sebességcsökkenés nagysága közelítőleg arányos az abszorbeáló réteg cm^2 -kénti súlyával. Mivel az elektronok száma egy anyagban arányos a súllyal és mivel a karakterisztikus frekvenciákban lévő különbségek sokkal kisebb hatást gyakorolnak gyors β sugarak esetén, mint α sugaraknál, ilyenfajta eredmények az elméletből is várhatók.

Ha feltesszük, hogy a (18) kifejezés vastagabb anyagrétegen áthaladó β sugarak energiavesztésére is érvényes, akkor a β sugarak „hatótávolsága” a következő:

$$R = \int_0^R dx = \int_0^T \frac{mc^2 \beta^2 dT}{2\pi e^4 N \Sigma},$$

ahol Σ -val a (18) és (27) kifejezések utolsó faktorát jelöljük. Σ -t állandónak tekintve és dT fenti kifejezését használva, kapjuk:

$$R = \frac{m^2 c^4}{2\pi e^4 N \Sigma} \int_0^\beta \frac{\beta^3 d\beta}{(1-\beta^2)^{3/2}} = \frac{m^2 c^4}{2\pi e^4 N \Sigma} \left[(1-\beta^2)^{1/2} + (1-\beta^2)^{-1/2} - 2 \right]. \quad (28)$$

Újabbán *R. W. Varder* végzett néhány érdekes kísérletet homogén β sugarak abszorpciójára vonatkozólag [20]. A sugarak által keltett ionizáció változását mérte egy ionizációs kamrában, különböző vastagságú anyagrégeket helyezve a sugárnyaláb elé. Alumíniumréteget használva azt találta, hogy az ionizáció közel lineárisan változik a rétegvastagsággal és görbéi jól mutatták a β sugarak „hatótávolságának” létezését. *Varder* összehasonlította a mért hatótávolságot a (28) formula utolsó S tényezőjével, és azt találta, hogy a hatótávolság és az S viszonya, bár független a sugarak kezdeti sebességétől, lassan nő a sebességgel. Ez a fenti számításokból várható is, minthogy Σ lassan nő a sebességgel. R -et gr/cm^2 -ben mérve *Varder* azt kapta, hogy $R/S = 0,35$, ha $\beta = 0,8$ és $R/S = 0,3$, ha $\beta = 0,95$. Az elméleti formulában az első faktor 0,42, ha $\beta = 0,8$, és 0,38, ha $\beta = 0,95$. Látjuk, hogy az egyezés elég kielégítőnek tekinthető.

Nagyobb vastagságú anyagrétegen áthaladó, kezdetben homogén β sugárnyaláb egyes részecskéi energiavesztésének eloszlását az előző rész (12) kifejezése nem írja le, mivel — lásd második részben — már a vékony rétegen áthaladó részek energiavesztésének eloszlása is lényegesen különbözik a (8) formula által adott értéktől. Számításba kell venni ugyanis a sugarak oldalirányú szóródását is, amelyek az elektronokkal és pozitív magokkal való ütközésekből erednek. Ez a szóródás okozza azt, hogy a részecske által befutott valószínű távolságok középértéke az anyagban nagyobb, mint maga a rétegvastagság. Ha egy pillanatra elhanyagolunk minden olyan ütközést, melyben a részecskének rendellenesen nagy az energiavesztése, vagy szóródása, akkor várhatjuk, hogy — mint a második részben — a megmaradó sugárzás az α sugarakéhoz hasonló módon fog viselkedni, hasonló élességű hatótávolság fog mutatkozni. Ezért, ha kezdetben homogén β sugárnyaláb halad keresztül vastag anyagrétegen, akkor az áthaladó nyaláb energiaeoszlását — akár csak vékony réteg esetén — olyannak várjuk, hogy az eloszlási görbének jól definiált maximuma legyen, amelynek a nagyobb sebességek felé éles határa van, a kisebb sebességek felé pedig jóval lassabban esik. Minél messzebb kerülnek a sugarak az anyagban, annál nagyobb az eshetőség arra, hogy a részecske erős ütközést szenvedjen, és annál kisebb lesz az eloszlási görbe csúcsában lévő részecskék száma. Egyszerű számítás megmutatja, hogy ezt az effektust nagy részben a pozitív magokkal való ütközésekből eredő szóródások adják. Ezeknek az ütközéseknek a hatását a következő módon lehet megbecsülni.

Pozitív maggal ütköző nagysebességű β -részecske pályáját *C. G. Darwin* [21] tárgyalta. Számításaiból az adódik, hogy a $V - \beta \cdot c$ sebességű β -részecske Φ eltérítési szögét a következő összefüggés adja:

$$\cot \left(\frac{\pi - \Phi}{2} (1 - \beta^2 \psi^2)^{\frac{1}{2}} \right) = \psi (1 - \beta^2 \psi^2)^{-\frac{1}{2}},$$

ahol

$$\psi = \frac{n e^2 (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}}{p \beta^2 c^2 m}.$$

$n \cdot e$ a mag töltése és p a magból a részecske ütközés előtti pályájára húzott merőleges távolság. Legyen p_t a p értéke $\psi = \tau$ esetén. Annak a valószínűsége, hogy egy β -részecske egy Δx vastagságú anyagrétegen áthaladva ne szenvedjen olyan ütközést, melyre $\psi > \tau$, $1 - \omega \Delta x$, ahol

$$\omega = \pi p_t^2 N = \frac{\pi n^2 e^4 (1 - \beta^2) N}{\tau^2 \beta^4 c^4 m^2}.$$

Mivel $\omega \Delta x$ kicsi, ez a valószínűség $e^{-\omega \Delta x}$ alakban is írható, és annak a valószínűsége, hogy a részecske vastagabb anyagrétegen áthaladva nem szenved olyan ütközést, melyre $\psi > \tau$, következésképpen $W = e^{-\lambda}$, ahol $\lambda = \int \omega \Delta x$.

Δx -et a (18) formulából helyettesítve, és a fenti jelölést használva kapjuk:

$$\lambda = \int \frac{n^2(1-\beta^2)\Delta T}{2\tau^2\beta^2 c^2 m \Sigma}.$$

Σ -t konstansnak véve és ΔT értékét a (25) formulából felhasználva kapjuk:

$$-\lambda = \frac{n^2}{2\tau^2 \Sigma} \int \frac{d\beta}{\beta(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{n^2}{4\tau^2 \Sigma} \log \left(\frac{1-(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}}{1+(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}} \right) = \frac{n^2}{8\tau^2 \Sigma} \log \left(\frac{S}{S+4} \right),$$

ahol S , mint korábban az R hatótávolságra kapott (28) alatti kifejezés utolsó tényezője. Következésképpen

$$W = K \left(\frac{S}{S+4} \right)^{\frac{n^2}{8\tau^2 \Sigma}}, \quad (29)$$

ahol S közelítőleg arányos az abszorbensből kijövő sugárzás hatótávolságával és K egy konstans. A (29) kifejezés az abszorbensből kijövő sugarak sebességeloszlásának maximumában lévő részecskék számára ad becslést, ezért összehasonlítható Varder ionizációs méréseivel. Látható, hogy W nagy mértékben függ n -től, tehát az abszorbeáló anyag atomsúlyától. Mint korábban említettük, Σ ezekre a gyors sugarakra közelítőleg n -nel arányos, ezért a (29) kifejezés kitevője is arányos n -nel. Alumínium abszorbens esetén Varder azt találta, hogy az ionizáció közelítőleg arányos az anyagból kilépő sugárzás hatótávolságával, míg papír esetén sokkal lassabban, ezüst és platina esetén pedig sokkal gyorsabban csökkent. Alumíniumra $n=13$ és $1/n \Sigma=18$, ha $\beta=0,9$. W kitevőjét 1-nek véve, ebben az esetben azt kapjuk, hogy $\tau=0,30$ és Φ közelítőleg 30° -kal egyenlő; ez a szög helyes nagyságrendű. Papír esetén a (29) kifejezés kitevője 1 2-szer, platina esetén pedig ötször akkora, mint alumíniumra, ugyanakkora τ és Φ értékek mellett.

Ezen rész számításaiival kapcsolatban érdekes megjegyezni, hogy ez a közelítő egyezés az elmélet és a kísérletek között erősen alátámasztja a nagysebességű elektronok energiájára és impulzusára használt kifejezések helyességét. Tegyük fel egy pillanatra, hogy a lassan mozgó elektronok energiájára és impulzusára használt szokásos kifejezés változtatás nélkül használható. Ez nem változtathatná meg a (26) és (27) egyenleteket, de a $H\rho$ -ból levezetett V érték $(1-\beta^2)^{-1/2}$ -szer nagyobb lenne. Behelyettesítve ezt a (27) formulába, $(H\rho)$ -ra gyors sugarak esetén 30-szor kisebb értéket kapnánk a Danyasz által megfigyelt értéknél és a II. táblázat utolsó oszlopában lévő értékek nem lennének közelítően állandók, hanem 20-szor kisebbek lennének lassú sugarak esetén, mint gyorsak esetén. Ha pedig azt tételezzük fel, hogy az impulzus kifejezés helyes, de az elektron longitudinális tömege egyenlő a transzverzális tömegével, akkor a táblázatban szereplő V értéket kapnánk meg, de a (26) és (27) egyenlet az $(1-\beta^2)^{-1}$ faktoriall bővülne. Ebben az esetben $(H\rho)$ számított értéke gyorsabb sugarakra 15-ször lenne nagyobb, a megfigyeltéknél. A

II. táblázat utolsó oszlopában szereplő értékek pedig nem lennének állandók, mint a megfigyelésben is, hanem 10-szer nagyobbak gyors sugarak esetén, mint lassabbak esetén. Ebből az tűnik ki, hogy az anyagon áthaladó β -sugarak sebességsökkenésének mérése nagyon hatásos eszközt szolgáltat a nagysebességű elektronok energia- és impulzus-kifejezésének igazolására.

6. α - és β -sugarak által keltett ionizáció

α - és β -sugarak által gázokban keltett ionizációra *J. J. Thomson* dolgozott ki egy elméletet [22]. Ez az elmélet felteszi, hogy a gyorsan mozgó részecskék áthaladva a gázatomokon a bennük lévő elektronokkal ütköznek. A keletkezett ionpárok száma feltehetőleg egyenlő azoknak az ütközéseknek a számával, amelyben a részecske nagyobb energiát ad át az elektronnak egy bizonyos W energiánál, mely ahhoz szükséges, hogy az elektron az atomból leszakadjon. Ha az atomon belüli erőket elhanyagoljuk, akkor ezt a számot egyszerűen megkaphatjuk: (1)-et differenciálva p szerint és pdp értékét (3)-ba helyettesítve kapjuk:

$$dA = \frac{2\pi e^2 E^2 N n \Delta x dQ}{m V^2 Q^2}. \quad (30)$$

Jelöljük Q_0 -val Q értékét, ha (1)-ben $p = 0$, ekkor (30)-at integrálva $Q = W$ -től $Q = Q_0$ -ig:

$$A_W = \frac{2\pi e^2 E^2 N n \Delta x}{m V^2} \left(\frac{1}{W} - \frac{1}{Q_0} \right), \quad (31)$$

ahol

$$Q_0 = \frac{2m M^2 V^2}{(m + M)^2}. \quad (32)$$

Ha olyan anyagot vizsgálunk, amelyben különböző W értékeknek különböző elektronok felelnek meg, (31) helyett egyszerűen a következőt kapjuk:

$$A_W = \frac{2\pi e^2 E^2 N n \Delta x}{m V^2} \sum_1^n \left(\frac{1}{W} - \frac{1}{Q_0} \right). \quad (33)$$

J. J. Thomson kimutatta, hogy a (31) formula jó közelítéssel megadja az α - és β -sugarak által keltett ionok relatív számát. Ha (31)-ben a megmért ionizációs potenciálokból számított W értéket írjuk be és az atomban lévő elektronok számára azt az értéket, mely a negyedik részben tárgyalt számításokkal megegyezik, akkor olyan értéket kapunk A_W -re, mely sokszor kisebb, mint a megfigyelt ionizáció. Úgy látszik azonban, hogy ez az eltérés értelmezhető, ha tekintetbe vesszük az α - és β -részek és atomok direkt ütközésekor kilökött elektronok okozta szekundér ionizációt. *J. J. Thomson* dolgozatában ellenérvnek azt hozza fel, hogy ez a szekundér ionizáció igen kicsi a direkt ionizációhoz képest, mert *C. T. R. Wilson* felvételeiben az α - és β -részek

nyomainak kevés ága van. A számítások azonban azt mutatják, hogy az ionizáló szekundér sugarak nagy részének hatótávolsága olyan kicsi, hogy valószínűleg nem lehet őket megfigyelni. A kérdéses sugarak azok az elektronok, amelyek W -nél nagyobb energiával léptek ki olyan ütközéseknél, amikor az α -, illetve β -részek $2W$ -nél nagyobb energiát veszítenek. Az ilyen ütközések számát megadja (31), ha W helyébe $2W$ -t helyettesítünk. Legyen ez a szám A_{2W} , a részecske teljes energiavesztesége a kérdéses ütközésben közelítőleg:

$$\int_{2W}^{Q_0} Q dA = \frac{2\pi e^2 E^2 N n dx}{m V^2} \log \frac{Q_0}{2W} = 2W \log \frac{Q_0}{2W} A_{2W}.$$

A kilökött elektron energiájának középértéke ezért $P = W[2 \log (Q_0/2W) - 1]$. Hidrogén és RaC α -sugarai esetén közelítőleg $P = 2W$; ez $6 \cdot 10^8$ cm/sec sebességnek és 10^{-4} cm hatótávolságnak felel meg, normális nyomású hidrogén esetén.

A szekundér sugarak által keltett ionok számát nem olyan egyszerű kiszámítani, mint az α -, illetve β részek ütközéséből eredő ionokét, mert a szekundér sugarak esetén nem lehet elhanyagolni az atomon belüli erők hatását. Az első részben tárgyalt vizsgálatok szerint az atomon belüli erők akkor hanyagolhatók el, ha a $Q = W$ értéknek megfelelő p érték igen kicsi V/v -hez képest. A Q -ra vonatkozó (1) kifejezés segítségével, továbbá W és v -re (132. old.) vonatkozó kifejezésekkel egészen egyszerűen meg lehet mutatni, hogy e feltétel ekvivalens azzal, hogy a sugarak $(1/2)mV^2$ energiája igen nagy legyen W -hez képest. Ez a feltétel teljesül a könnyű gázokban α -, illetve β -sugarakra, azonban nem teljesül olyan lassú sugarakra, mint a szekundér sugarak.

Újabban *J. Franck* és *G. Hertz* [23] végzett néhány igen érdekes kísérletet, melyek fényt derítettek a lassan mozgó elektronok ionizációjának kérdésére. Higanygőzzel és héliumgázzal kísérletezve azt találták, hogy az elektron energiavesztés nélkül visszapattan az atomról, ha sebessége egy bizonyos értéknél kisebb. Amint azonban a sebesség nagyobb ennél az értéknél, akkor az elektron ionizálni tudja az atomot, továbbá igen nagy annak a valószínűsége, hogy az ionizáció az első ütközésnél fellép. Más gázokra az eredmények kis mértékben különböznek, de az ionizáló elektronok sebességére minden esetben egy élesen definiált határt figyeltek meg. Ezek a kísérletek azt mutatják, hogy a lassan mozgó elektronok igen hatásosan ionizálnak. Ezért a szekundér sugarak által keltett ionpárok számára közelítő becslést úgy nyerhetünk, ha egyszerűen feltesszük, hogy mindegyik sugár s iont hoz létre, ha energiája sW és $(s+1)W$ közé esik. Ez a teljes ionszámra a következőt adja:

$$A_W + A_{2W} + \dots = \frac{2\pi e^2 E^2 N n dx}{m V^2} \left[\left(\frac{1}{W} - \frac{1}{Q_0} \right) + \left(\frac{1}{2W} - \frac{1}{Q_0} \right) + \dots \right].$$

Ha Q_0 igen nagy W -hez képest, akkor ebből közelítőleg:

$$I = \frac{2\pi e^2 E^2 N n \Delta x}{m V^2} \frac{1}{W} \log \frac{Q_0}{W} = A_W \log \frac{Q_0}{W}. \quad (34)$$

Ez a formula csak olyan anyagokra érvényes, amelyekben W értéke az atom minden elektronjára azonos. Más anyagok esetén számításba kell vennünk, hogy a kilökött elektron nemcsak azonos W értéknek megfelelő elektronokkal ütközve kelthet ionokat, hanem az atomban lévő más elektronokkal ütközve is. Tekintve, hogy az ionizáció lehetősége gyorsan csökken W növekedésével, egyszerűen kaphatunk közelítő becslést, ha feltesszük, hogy a szekundér sugarak által keltett teljes ionizáció a legkisebb W energiának megfelelő elektronnal való ütközésből származik. Ez az érték kísérletileg meghatározott ionizációs potenciálok egyike, jelöljük W_i -rel. A fentiekhez hasonló módon kapjuk:

$$I = \sum_1^n \left(A_W + A_{W+W_1} + A_{W+2W_1} + \dots \right) = \\ = \frac{2\pi e^2 E^2 N \Delta x}{m V^2} \sum_1^n \left[\left(\frac{1}{W} - \frac{1}{Q_0} \right) + \left(\frac{1}{W+W_1} - \frac{1}{Q_0} \right) + \dots \right].$$

Ha Q_0 nagy az összes W értékhez képest, akkor közelítőleg:

$$I = \frac{2\pi e^2 E^2 N \Delta x}{m V^2} \frac{1}{W_1} \sum_1^n \log \left(\frac{Q_0}{W} \right). \quad (35)$$

Számításba véve a használt egyszerűsítő feltevéseket, (34) és (35) csupán az ionizáció felső határának tekinthető.

Franck és Hertz [24] megmérte azt a minimális potenciálkülönbséget, mely hidrogénben, héliumban, nitrogénben és oxigénben az ionizációhoz szükséges. Az értékek: 11; 20,5; 7,5 és 9 volt. A $W = \frac{P \cdot e}{100}$ összefüggés alapján ennek megfelelően a W értékek $1,75 \cdot 10^{-11}$, $3,25 \cdot 10^{-11}$, $1,2 \cdot 10^{-11}$, és $1,45 \cdot 10^{-11}$.

Levegőben az α sugarak által keltett ionok számát *H. Geiger* határozta meg [25]. Azt találta, hogy ha a RaC α -sugarai levegőben 1 cm utat tesznek meg, normális nyomás és hőmérséklet mellett, akkor $2,25 \cdot 10^4$ ionpárt keltenek. Felhasználva *T. S. Taylor* [26] méréseit levegőben hidrogénben és héliumban keltett relatív ionizációra vonatkozólag, azt kapjuk, hogy a RaC egy α -részecskéje által keltett ionpárok száma a két utóbbi gázban azonos, 1 cm út megtétele alatt: $4,6 \cdot 10^3$.

Ha most (31)-be beírtuk W hidrogénre vonatkozó fenti értékét, és ugyanazt az n, N, e, E, m és V értékeket használva, mint a 4. részben, akkor RaC α -sugaraira hidrogén esetén $A_W = 1,15 \cdot 10^3$ -t kapunk. (34)-ből számítható érték $5,9 A_W$. Az első érték négyszer kisebb, mint a megfigyelt ionizáció. Az utóbbi nagyságrendileg helyes, csak kicsit nagyobb, mint a kísérleti érték.

Héliumra W kétszer olyan nagy, mint hidrogénre. (31) és (34)-ben ezért a hidrogénben keletkező ionizáció értékének a felét várhatjuk. Taylor azonban

azt találta, hogy ugyanakkora az ionizáció hidrogénben, mint héliumban. Mivel ebben az esetben a megfigyelt érték nagyobb, mint a (34) alapján számított, az eltérést nehéz megmagyarázni, hacsak fel nem tételezzük, hogy a Taylor által észlelt nagy értéket a használt héliumban levő kismennyiségű szennyezések okozták. Úgy látszik, hogy ezt Kossel katódsugarak ionizációjára vonatkozó kísérletei alátámasztják [27]. E szerző az elmélettel egyezően héliumban csak feleakkora ionizációt kapott, mint hidrogénben. A használt katódsugarak sebessége $1,88 \cdot 10^9$ cm sec⁻¹ volt, ami 1000 V potenciálkülönbségnek felel meg. 1 Hgmm nyomású hidrogénben 1 cm utat téve a keletkező ionok száma 0,882. Ez atmoszféra nyomáson 670 ionpárnak felel meg. $V = 1,88 \cdot 10^9$ és $E = e$ értéket véve, továbbá W, e, m, N és n -re a korábbi értékeket használva (31)-ből $A_W = 300$. (34)-ből $T = 4.5 A_W$.

Ha olyan anyagot vizsgálunk, pl. levegőt, amelynek atomjai nagyobb számú elektront tartalmaznak, akkor nem ismerjük W értéket a különböző elektronokra. Elég jó közelítést kapunk azonban, ha (35) logaritmus tényezőjébe $W = h\nu$ -t teszünk, ahol h a Planck állandó. Eszerint — ha ugyanakkor Q_0 (32)-ben található értékét használjuk — kapjuk:

$$I = \frac{2\pi e^2 E^2 N \Delta x}{m V^2 W_1} \sum_1^n \log \left(\frac{2V^2 m M^2}{h\nu(M+m)^2} \right). \quad (36)$$

Ha ebben a formulában n és $(1/n) \sum \log \nu$ helyébe azokat az értékeket helyettesítjük, melyeket az α -sugarak levegőben való abszorpciójának számításakor használtunk 4. részben és $W_1 = 1,25 \cdot 10^{-11}$ -t veszünk, akkor $I = 3,6 \cdot 10^4$. Ez ugyanolyan nagyságrendű, mint a Geiger által kapott $2,25 \cdot 10^4$ érték, de valamivel nagyobb; ez a számítás természetéből várható is. A (33) formulából várt értéket nem lehet pontosan megállapítani, a W értékek bizonytalan volta miatt, egy becslés azonban azt mutatja, hogy bizonyosan kisebb, mint a megfigyelt érték ötöde. Míg a (31) és (33) formula értékei a sebesség négyzetével fordítva arányosak, addig (30)-ban I értéke V -vel változik. Ez ΔT (5)-ben megadott változásához hasonló. $(1/n) \sum \log \nu$ -re a fenti értéket használva α -sugarakra levegőben azt kapjuk, hogy a (36) által adott I értékek viszonya $V = 1,8 \cdot 10^9$ és $1,2 \cdot 10^9$ értékek esetén 1,65. A megfelelő viszony ΔT -re (5) szerint 1,54. Ez megegyezik Geiger méréseivel [28], melyek szerint az α -rész által — a pálya bármely pontján — levegőben létrehozott ionizáció közelítőleg arányos a részecske energiavesztésével; mindkét mennyiség pedig közelítőleg fordítva arányos a sebességgel.

W . Kossel és J. L. Glasson megmérte a katódsugarak által levegőben keltett ionok számát [29], [30]. Kossel szerint $1,88 \cdot 10^9$ cm/sec sebességű elektronok 1 Hgmm nyomáson 3,28 ionpárt keltenek centiméterenként. Ugyanilyen feltételek mellett Glasson 2,01 és 0,99 ionpárt mért $4,08 \cdot 10^9$, illetve $6,12 \cdot 10^9$ cm/sec sebességek esetén. Atmoszféra nyomáson ugyanerre a három sebességértékre $2,49 \cdot 10^3$, $1,53 \cdot 10^3$ és $0,75 \cdot 10^3$ ionpárt kapott; vagyis 9,0; 14,7 és

30,0-szor kisebb értékeket, mint *Geiger* RaC α -sugarai esetén. A (30)-ból számolt értékek a katódsugarak e 3 sebességértékére pedig 7,1; 17,4 és 31,2-szer kisebbek, mint RaC α -sugarai esetén számolt értékek.

Ebben a részben végzett számításokat nem lehet közvetlenül összehasonlítani a nagysebességű β -sugarakkal keltett ionizáció mért értékeivel, mert az (1) formulát használtuk, mely csak akkor érvényes, ha V a fénysebességhez képest kicsi. A harmadik rész vizsgálataival analóg módon azonban egyszerűen meg lehet mutatni, hogy a (36) formula korrekciói nagyon kicsik és csak a logaritmus tényezőt befolyásolják. Ennek a tényezőnek a változása a nagysebességű β -sugarak esetén — mint az 5. rész számításaiban — igen kicsi az első tényező változásához képest. (36) szerint ezért azt várjuk, hogy a sugarak ionizációja közelítőleg fordítva arányos a sebesség négyzetével. Ez az eredmény *W. Wilson* méréseivel egyezik [31].

Összefoglalás

A dolgozatban tárgyalt elmélet szerint az anyagon áthaladó α - és β -sugarak sebességsökkenése lényegében az atom elektronjainak karakterisztikus frekvenciáitól függ, a refrakció és diszperzió jelenségéhez hasonló módon.

Egy előbbi dolgozatban megmutattuk, hogy az elmélet α -sugarak hidrogénben és héliumban való abszorpciójának mérésével jól egyező eredményt ad, ha feltesszük, hogy ezek az elemek 1, illetve 2 elektront tartalmaznak és ha ezeknek az elektronoknak frekvenciája a diszperziós kísérletekből számolt frekvenciákkal megegyezik. Megmutattuk azt is, hogy α -sugaraknak nehezebb anyagokban való abszorpciójára vonatkozólag közelítő magyarázatot kapunk, ha feltesszük, hogy az ilyen elemek atomjai néhány optikai frekvenciájú elektronon kívül szorosabban kötött elektronokat is tartalmaznak, melyeknek frekvenciája a karakterisztikus Röntgen-sugárzás frekvenciáinak nagyságrendjébe esik. Az így levezetett elektronszám közelítőleg megegyezik az α -sugarak Rutherford-féle szóráselméletéből számított értékével. Ezeket a következtetéseket későbbi sokkal pontosabb mérések igazolták.

Előbbi dolgozatomban nagyon kevés adat állt rendelkezésemre az anyagon áthaladó β -sugarak sebességsökkenésére vonatkozólag és az elmélet és kísérlet közti egyezés nem volt nagyon jó. Az elmélet és kísérlet közti egyezés két okból javult meg; egyrészt új mérési adatokat használhatunk, másrészt számításba vehetjük az egyes β -részecskék ütközésekor elvesztett energiának valószínűségi eloszlását. Ezzel kapcsolatban kimutattuk, hogy úgy látszik a β -sugarak sebességsökkenésének mérése igazolást adhat a nagysebességű elektronok energiájának és impulzusának relativisztikus kifejezéseire.

α - és β -sugarak abszorpciójának számításával kapcsolatban megvizsgáltuk a sugarak által keltett ionizációt. Kimutattuk, hogy *J. J. Thomson* elmélete a mérési eredményekkel közelítőleg egyező eredményeket ad, ha figyelembe

vesszük ama szekundér elektronok által keltett ionizációt, melyeket az α - és β -sugarak direkt löknek ki az atomokból.

Hálás köszönetemet kívánom kifejezni Sir Ernest Rutherfordnak a munka során tanúsított szíves érdeklődéséért.

Manchesteri Egyetem. 1915. július.

IRODALOM

1. Phil. Mag. 25, 10, 1913. (A dolgozat a továbbiakban ezt I.-gyel jelöli.)
2. Phys. Zeitschr. 547. 1912.
3. L. Flamm Sitzungber. d. K. Akad. d. Wiss. Wien, Mat.-nat Kl. 123, 2a. 1914.
4. Phil. Mag. 23, 449, 1912.
5. lásd I. 19 old.
6. Phil. Mag. 26, 476, 1913.
7. Boltzmann—Festschrift 1904, 626 old., vagy Phil. Mag. 21, 746, 1911.
8. O. W. Richardson, The electron Theory of Matter, 249 old. Cambridge 1914.
9. Phil. Trans. Roy. Soc. 160, 367, 1870.
10. E. Rutherford, H. Robinson, Phil. Mag. 28, 552, 1914.
11. C. & M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. A. 88, 166, 1909.
12. Phil. Mag. 26, 402, 1913.
13. Phys. Rev. 24, 113, 1907.
14. Proc. Roy. Soc. A. 88, 443, 1913.
15. Proc. Roy. Soc. A. 83, 505, 1910.
16. Phil. Mag. 26, 402, 1913.
17. Sitzb. d. K. Akad. d. Wiss. Wien, Mat.-nat Kl. 122, 2a, 1269, 1913.
18. Phys. Zeitschr. 13, 485, 1912.
19. Journ. de Physique 3, 949, 1913.
20. Phil. Mag. 29, 725, 1915.
21. Phil. Mag. 25, 201, 1913.
22. Phil. Mag. 23, 449, 1912.
23. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 16, 457, 1914.
24. Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 15, 34, 1913.
25. Proc. Roy. Soc. A. 82, 486, 1909.
26. Phil. Mag. 26, 402, 1913.
27. Ann. d. Physik 37, 393, 1912.
28. Proc. Roy. Soc. A. 83, 505, 1910.
29. Idézett dolgozat. 27.
30. Phil. Mag. 22. 647, 1911.
31. Proc. Roy. Soc. A. 85, 240, 1911.

Ára: 20— Ft.

Előfizetés kötetenként 42— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

| | Oldal |
|---|-------|
| <i>Tarján Imre, Turchányi György és Voszka Rudolf:</i> Nagyméretű alkali-halogenid egykristályok előállítása | 1 |
| <i>Faragó Péter és Marx György:</i> Kvantumos jelenségek a centiméteres hullámhosszú elektromágneses rezgések tartományában | 11 |
| <i>Jánossy Lajos:</i> Tanulmányok a kaszkád-elméletről. II. rész | 33 |

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

1. nap. 1953. augusztus 24., hétfő

| | |
|---|----|
| <i>Novobátzky Károly:</i> A hazai fizika helyzete a múltban és ma | 55 |
| <i>Gombás Pál:</i> Egy új statisztikus atommodellről | 63 |
| Hozzászólások és korreferátumok <i>Gombás Pál</i> előadásához: | |
| <i>Gáspár Rezső:</i> A statisztikusan meghatározott elektronsűrűségeknek az atommagok közelében való viselkedéséről | 75 |
| <i>Horváth János:</i> Megjegyzések a Schrödinger-egyenlet variációs módszerrel való megoldásához | 77 |
| <i>Gáspár Rezső:</i> Egy a Hartree—Fock potenciált jól közelítő univerzális potenciál-függvényről | 81 |

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

| | |
|---|-----|
| <i>Shokley—Sparks—Teal:</i> $p-n$ réteges tranzisztor | 101 |
|---|-----|

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

| | |
|--|-----|
| <i>N. Bohr:</i> Anyagon áthaladó, gyors, töltött részecskék sebességcsökkenése | 127 |
|--|-----|

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felelős: Mestyán János.

Műszaki felelős: Tóth Ferenc

A kézirat beérkezett: 1953. XII. 28. — Példányszám: 1000 — Terjedelem: 13 (A/5) ív 38 ábra

Csongrádmegyei Nyomdaipari Vállalat, Szeged, 53-6106

Felelős vezető: Vincze György

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadóüléseinek bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra“ Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettő sorközzel készítsék el

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

II. KÖTET

3. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1954

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGNETOSZTRIKCIÓS REZGÉSEK KIMUTATÁSA ÉS MÉRÉSE KAPACITÍV ÚTON*

TARNÓCZY TAMÁS és TARI LÁSZLÓ

Központi Fizikai Kutató Intézet — Posta Kísérleti Intézet



Az ultrahangtechnika egyik központi problémája a rezgések üzembiztos kimutatása és a rezgésintenzitás pontos mérése. A rezgések kimutatására az ultrahangok keltési módjától és a rezgő közeg milyenségétől függően több-fajta eljárás ismeretes, ezek azonban nem mind alkalmasak mérésre [1]. A mérés célja nem feltétlenül az intenzitás meghatározása, hanem lehet más, az intenzitással egyszerű összefüggésben álló mennyiségé is. Leggyakoribb a sugárnyomás és a rezgésamplitudó mérése. A szerzők az alábbi dolgozatban leírt módszerükkel magnetosztrikciós rezgő elem (rúd, cső vagy lemez) rezgésamplitudóját mérik.

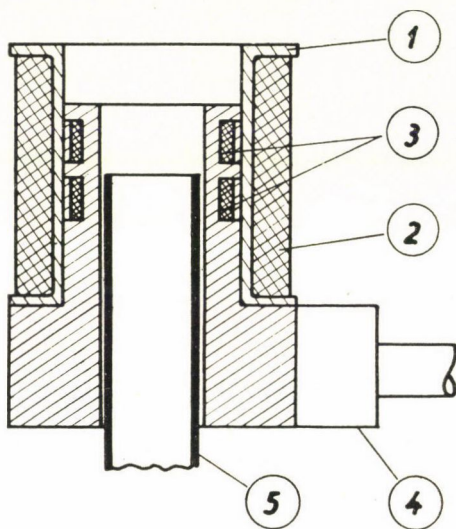
A magnetosztrikciós rezgés amplitudójának mérésére legtermészetesebben kínálkozó mód a Villari-effektus. A Villari-effektus a magnetosztrikció reciprok jelensége és abban áll, hogy a ferromágneses rezgő rúdban fellépő nagy rugalmas feszültségváltozások a rúd mágneses tulajdonságait a rezgés ütemében megváltoztatják. Ha tehát a rúd köré indukciós tekercset csévélünk, magnetosztrikciós rezgéskor a tekercsben váltakozó áram keletkezik, amelyet egyenirányítás után galvanométerrel mérhetünk. Ezt az eljárást követte *Giebe* és *Bleichschmidt* [2], akik a rezgőkör közvetlen hatását azáltal küszöbölték ki, hogy az indikátorkörrel egy másik, hasonló tekercset kötöttek sorba, amely a rezgőkörrel szimmetrikusan, de a rezgő rúdon kívül volt elhelyezve. A módszer legnagyobb hibája, hogy az örvényáramok hatására akárcsak a rövidrezárt transzformátoroknál, a tekercsben indukált áram és feszültség között fáziseltolódás jön létre, ami által a kompenzáció elromlik.

Az eljárást később *Simon* [3] finomította, aki az előbbi aperiódikus indikátorkör helyett lehangolt rezonanciakört használt. Ezzel a rezgésindikációt érzékenyebbé tette és a rezgés saját frekvenciáját az addigiaknál nagyobb pontossággal tudta megállapítani. Ugyanakkor a kettős hangolás miatt módszere nem alkalmas a rezgésamplitudók mérésére, mert hiszen a magnetosztrikciós rezonancia okozta amplitudóváltozás értéke attól függ, hogy az indikátorkör rezonanciagörbéjének mely részére esik.

Schmid és *Jetter* [4] más úton igyekezett a kérdést megoldani. Nem a Villari-effektust használták fel a rezgések kimutatására, hanem a ferromágneses

* Érkezett 1954. febr. 1.

rúd végein a rúd rezgésével létesített mágneses térváltozást. A rendkívül kis hatás miatt erősítő berendezést használtak és a rúdvéget egyenáramú mágnesező tekercssel is körülvették (1. ábra). A gerjesztő mágneses tér hatását két ellenkező menetirányú mérőtekercs sorbakötésével igyekeztek kiküszöbölni. A mérés csak akkor szolgáltat helyes eredményt, ha a mérőtekercsek vastagsága, valamint egymástól való távolsága elhanyagolhatóan kicsi a gerjesztőtekercsnek a mérőtekercstől való távolságához képest. Ez a feltétel általában nehezen, nagyobb teljesítményű és frekvenciájú, tehát vastag és rövid rezgőfej esetén pedig egyáltalán nem teljesíthető.



1. ábra

Schmid és Jetter berendezése magnetosztrikciós rezgések mérésére:

1. tekercstest, 2. gerjesztő tekercs, 3. mérőtekercsek, 4. befogó szerkezet, 5. rezgő nikkelcső

A magnetosztrikciós rezgésamplitúdó mérése pontosabban és egyszerűbben vihető keresztül oly módszerrel, amely a mágneses térváltozástól teljesen függetlenül regisztrálja a rezgéseket. Az alábbiakban leírt új módszer szerint a rezgő rendszer rezgésamplitúdóját kapacitásváltozás alapján mérjük.

Ha egy rezgő rúd valamelyik véglapjával szemben síklemezt rögzítünk és a rendszert kondenzátornak képezzük ki, a kondenzátor kapacitása a rezgés ütemében változik. A kapacitásváltozás a körbe iktatott ellenálláson keletkező feszültségváltozással mutatható ki. A feszültségváltozás értéke a kondenzátorlemezre kapcsolt feszültség, a körbe iktatott ellenállás és a kondenzátor adataival fejezhető ki és a kapacitásváltozás függvényében adható meg.

A rendszer azonos a kondenzátormikrofon kapcsolással (2. ábra), de a rezgő lap dugattyúmembránként működik és így a megoldásban egyáltalán nem szerepelnek harmonikus tagok, amelyeket a kondenzátormikrofon megoldásában egyébként el szoktak hanyagolni.

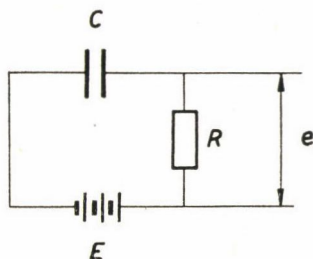
A kör kiindulási egyenlete a szokásos

$$E_0 - iR = \frac{\int i dt}{C},$$

ahol a változó kapacitás

$$C = C_0 + C_1 \sin \omega t.$$

Az egyes betűk magyarázatát a 2. ábrán adjuk.



2. ábra

A kondenzátormikrofon elvi kapcsolása. Jelölések: E_0 egyenfeszültségű áramforrás, C változó kapacitás, R feszültségejtő ellenállás, e levehető váltófeszültség

Az egyenlet ismert megoldása, azaz az R ellenálláson eső váltófeszültség kifejezése

$$e = E_0 \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_0^2}}} \frac{C_1}{C_0} \sin(\omega t + \varphi).$$

Ezt az egyenletet kell taglalnunk feladatunk szempontjából. Az impedancia-tényező frekvenciafüggő ugyan, de a rezgések amplitudójától nem függ. Ennek ellenére figyelembe veendő, mert az E_0 elektromotoros erő értékét korrigálja. Az értékek megválasztása ($R = 1 M\Omega$, $C = 100$ pF) után megadható a frekvenciafüggés menete. A tört értéke 10 kHz fölött ($\omega = 2\pi 10^4$) mindenestre nyugodtan elhanyagolható. Így számunkra az

$$e = E_0 \frac{C_1}{C_0} \sin(\omega t + \varphi)$$

összefüggés vizsgálata elegendő. Mivel C_1 a kapacitás szélső értéke, a lemeztávolsággal (d) való reciprok összefüggés szerint

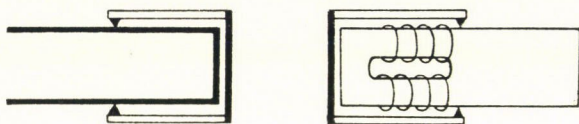
$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{\Delta d}{d + \Delta d},$$

ahol d az eredeti lemeztávolság, Δd pedig a lemeztávolság legnagyobb megváltozása, tehát a rezgésamplitudó. A fentiek alapján a rezgésamplitudó a keletkező feszültség méréssel meghatározható. Ha szélső értéket mérő műszert használunk, egyszerűen

$$\Delta d = d \frac{e}{E_0 + e}.$$

A rezgésamplitudó ismeretéből a váltakozó sebesség vagy bármilyen közegben keletkező hangnyomás egyszerűen meghatározható.

A megoldást először akusztikus rendszeren próbáltuk ki. Egy vascső egyik végét lappal zártuk el és ezzel a lappal szemben képeztük ki a kondenzátort (3a. ábra). A lemeztávolság beállítása közbehelyezett megfelelő vastagságú csillámlemezrel történt, amit a beállítás után eltávolítottunk. A csövet megütve a kapacitásingadozás létesítette feszültségingadozást katódsugároszcillográfon vizsgáltuk. Így nem csak a kirezgési amplitúdókat, hanem a rezgés frekvenciáját és csillapodását is pontosan meg tudtuk állapítani. A következő lépés volt rendszerünk alkalmazása lemezel magnetosztrikciós rezgőfejre. A rezgés frekvenciája 15 és 45 kHz volt. A kondenzátort a sugárzó felülettel ellentétes oldalon képeztük ki (3b. ábra). A kondenzátorlemez szige-



3. ábra

Az érzékelő kondenzátor kiképzése

a) mechanikusan rezgő lezárt végű cső, b) lemezel magnetosztrikciós rezgőfej esetén

telt rögzítése, mint az első esetben is, rezgési csomósíkokban történt. A nagyfrekvenciás szórt mező árnyékolásáról a csomósíkokban rögzített és a tekercselt részre előzetesen ráhúzott alumíniumdobozzal gondoskodtunk. (A rajzon nincs jelölve.) A földelt rezgő rúd és az ugyancsak földelt alumínium doboz között köröskörül 1 mm-es hézag maradt, ami már csak igen kis zavaró hatást engedett meg. A meleg fegyverzet a szigetelt nyélen rögzített kondenzátorlemez volt. A feszültség mérését hangfrekvenciás csővoltmérővel végeztük.

Az akusztikus példában a kis rezgési intenzitás miatt $\Delta d = 10^{-8}$ cm nagyságrendű volt, az eredeti lemeztávolság pedig $d = 10^{-2}$ cm. Így $E_0 = 100$ V mellett 0,1 mV nagyságrendű váltófeszültség keletkezett. A magnetosztrikciós rezgőfej lényegesen nagyobb energiát képvisel: durva számítás szerint levegőben a rezgésamplitúdónak $d \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$ cm nagyságrendűnek kell lennie. Figyelembe kell azonban vennünk, hogy a rendszer egyik oldalán a koksztaréteg a rúd rezgését leterheli. Ezáltal a rezgésamplitudó lecsökken.

Egyébként a jobban illesztett impedanciacsatlakozás felé az energiakisugárzás kis rezgésamplitudó esetén is kedvező nagyságot érhet el. Kísérleti körülményeink között a mérési helyen $\Delta d \sim 10^{-5}$ cm volt. Ehhez kellett megfelelő kondenzátort és erősítőt méreteznünk. A lemezelés miatt kis távolságú kondenzátorkészítés lehetetlen, legjobb esetben $d \sim 10^{-1}$ cm nagyságrendű. A keletkező váltakozó feszültség az előző adatok figyelembevételével 10–100 mV körül adódott. A lemezek kiállása miatt mutatkozó távolságbeli eltérések a mérést nem teszik pontatlanná, mert a rendszer kapacitása sztatikusan

A két erősítő fokozat összes erősítését kb. 500-szorosra (54 dB-re) fokozták tehát 27 dB-re állítottuk be. Ez a viszonylag kis erősítés rossz minőségű rezgőkörrel is biztosítható és így nem nagyon meredek az egyes anódkörök rezonanciagörbéje. Előnyt jelent ez abból a szempontból, hogy a rezgőfej melegedésével előálló kismérvű frekvenciaváltozás nem okoz számottevő erősítésváltozást.

Az egész indikáló berendezést gondosan kellett árnyékolni, hogy a besugárzó fejet működtető erősítő rezgése elektromágneses úton ne befolyásolhassa a mérést.

A mérő kondenzátortól az erősítő bemenetéig kapacitásszegény árnyékolt kábelt alkalmaztunk. Ennek a kapacitását azonban figyelembe vettük a C_0 érték meghatározásánál. A kábelkapacitás a relatív kapacitásváltozást csökkenti. A kábelkapacitás hatását kiküszöbölhetjük, ha a besugárzó fej kondenzátorához közvetlenül egy katódcsatolású fokot építünk és innen csatlakozunk ugyancsak árnyékolt kábelen keresztül az erősítőhöz.

Pontosabb rezgésamplitudómérést kaptunk, ha az erősítő nagyfrekvenciás jeleit akár egyenirányítás nélkül is egy úgynevezett Schmitt-féle [5] amplitúdódíszkriminátorra vittük, amely kör átbillenése 0,1 V-on belüli pontossággal megállapítható, mérési tartománya pedig kb. 1 V legérzékenyebb állapottól 100 V-ig kényelmesen szabályozható. Nagy rezgésamplitudók esetén tehát közel ezrelék pontossággal mérhetünk.

Összefoglalás

Akusztikus rezgések amplitudójának mérésére a kondenzátormikrofon hatást használtuk fel. A rezgő elem (rúd, cső, lemezelt magnetosztrikciós fej) egyik véglapja a kondenzátor egyik fegyverzete, a másik fegyverzet ehhez képest rögzített. A keletkező feszültségingadozást kellőképpen felerősítve a rezgésamplitudó mérhető, ill. automatikusan ellenőrizhető.

IRODALOM

- [1] L. Bergmann, Der Ultraschall. Stuttgart, 1949. 123—158.
- [2] E. Giebe—E. Blechschmidt, Ann. Phys. 11, 905, 1931.
- [3] I. Simon, Hochfr. techn. u. Elektroak. 50, 54, 1937.
- [4] G. Schmid—U. Jetter, Zs. Elektrochemie, 48, 227, 1942.
- [5] Elmore—Sands, Electronics. New-York, 1949. 99. és 202. o.

ULTRAHANG INTENZITÁSMÉRÉS MÉRLEGGEEL*

TARNÓCZY TAMÁS

Központi Fizikai Kutató Intézet — Posta Kísérleti Intézet

Ultrahang intenzitásának mérésére két abszolút módszert ismerünk. Az egyik a mérleggel történő mérés, ahol a hangnyomás erőkiegyensúlyozásával mérünk, a másik a kalorimetriás mérés, ahol az ultrahang energiatartalmát mérjük. A sugárnyomás torziós mérleggel és gravitációs mérleggel egyaránt mérhető. A torziós mérleg könnyebben kezelhető és általánosabban használható, de sokkal kevésbé pontos. A gravitációs mérleg hátránya, hogy csak függőlegesen felfelé irányuló ultrahangnyaláb sugárnyomását méri. Ebben a dolgozatban egy ilyen mérleg megszerkesztését és a vele való méréseket ismertetjük.

Az első hasonló mérleget *Sørensen* [1] készítette. Az ultrahang-tányérja köralakú fémlemez volt, amely az energiát részben visszaverte, részben elnyelte, részben átengedte. *Bergmann* [2] előnyének tartja, hogy kiegyensúlyozás után a tányér a hangtérben ugyanazon a helyen marad, szemben a torziós mérleggel, ahol a tányér a sugárnyomás hatására eltolódik. A mérés azonban mégis pontatlan.

Sørensen módszerét gondosan megvizsgálva könnyű megállapítani a mérés pontatlanságának okait. Ha a kiegyensúlyozott mérleget lengeni hagyjuk, azt látjuk, hogy a lengés nem egyenletes, hanem rángásszerű. Állóhullámok keletkeznek, ha a sugárzó felület és a tányér alsó lapja közti távolság a félhullámhossz többszöröse. Ilyenkor a nyomás kétszeresére ugrik, tehát más az egyensúly feltétele, mint amikor lengés közben a tányér a kritikus helyet elhagyja. Azonkívül az állóhullámrendszer a tányért valamelyik csomósíkba igyekszik nyomni, tehát nem is biztos, hogy az egyensúlyt helyre tudjuk állítani. Végül az állóhullám visszahat az ultrahangot sugárzó felületre is és ezáltal a szabad sugárzáshoz képest az energiaviszonyokat megváltoztatja.

A másik ok, ami miatt ez a mérési eljárás nem vezet megbízható eredményhez, az, hogy a folyadék és a fémlemez között nem elég nagy az impedanciakülönbség, ezért az energia egy része a lemezen áthalad és a mérés számára hozzáférhetetlen marad. Igaz, hogy ezen megfelelő vastagságú lemezzel segíteni lehetne, de akkor minden frekvenciára más-más vastagságú tányért kellene készíteni.

* Érkezett 1954. febr. 1.

A fenti hibalehetőségek indokolják, hogy a sugárnyomás mérésére ne egyszerű lemeztányért használjunk. Az ipari megoldások között (*Atlas, Siemens—Reiniger*) abszorbeáló anyaggal való energiaelnyelés és durva felülettel a beeső energia minden irányba való szórása került alkalmazásra. Mindkét fajta megoldást torziós mérlegen használják, amelynek pontatlanságáról már megemlékeztünk. Az irodalomban a Sörensen-féle gravitációs mérleg javítására egyetlen próbálkozás történt: 1937-ben *Baumgardt* [3] szerkesztett egy kúpos tányérú mérleget, amelyről két rövid cikkében tesz említést, de részletes leírását nem adja. A cikkekből annyit tudunk meg, hogy vékony sárgaréz lemezből készült, belül levegőtartalmú kúpot használt. Kétségtelen, hogy a Sörensen-féle mérleg hibáit ez a fajta mérleg elvileg kiküszöböli, mert egyrészt a kúp a hangsugarakat oldalirányba veri és ezáltal állóhullámok keletkezését megakadályozza, másrészt az energiát teljesen visszaveri, mert a vékony lemezen belül levegő van. Az oldalirányból történő másodlagos visszaverődések ellen *Baumgardt* oldalt alkalmazott abszorbeáló anyagokkal védekezett.

Mindamellet *Baumgardt* készüléke gyakorlatilag nem használható jól, mert az ultrahangos mérlegtányér túl könnyű és nincs vezetése. Ha az ultrahang sugárnyaláb nem pontosan centrálisan éri a kúpot, vagy bármilyen szimmetriaingadozás mutatkozik, a tányér oldalra kibillen. A kiegyensúlyozás is nehézkes, mert a könnyű kúp miatt a mérleg túl érzékeny és a hangnyomás legkisebb ingadozása is megmozgatja.

Ezeknek a hibáknak a kiküszöbölésére újabb hangnyomásmérleget szerkesztettünk, amely rendelkezik a kúpos rendszer előnyeivel, de nem tartalmazza hátrányait.

A mérleg egykarú emelő; a hangnyomás a hosszabb távolságon elhelyezett tányérra hat, a kiegyensúlyozás ugyanazon az oldalon 1:5 arányban rövidebb távolságban történik (1. ábra). A nyugalmi egyensúly beállítására a másik oldalon elhelyezett csavaron mozgatható ellensúly szolgál. Erre a különböző mérési közegek miatt van szükség. A mérleg legfontosabb része a nyomásoldali tányér és annak felfüggesztése. Maga a tányér 45°-os lefelé fordított kúp. Kiképzése a 2. ábrán látható. A 0,1 mm falvastagságú külső kúppalástot 1 mm vastag légtér választja el a belső kúptól, amely tömör anyagból készült. A belső kúp a tömeg növelésére és a vékony külső palást merevítésére szolgál. A légrés biztosítja a hangsugarak teljes visszaverését. Az aszimmetrikus sugárnyaláb kitérítő hatásának megakadályozására a tányértartó rudat parallelogrammavezetővel láttuk el, ami az 1. ábrán jól látható. A mérleg érzékenysége 4 cg/mm a kúpos tányérra vonatkoztatva.

A fent leírt rendszerre a Langevin-féle sugárnyomás értéke

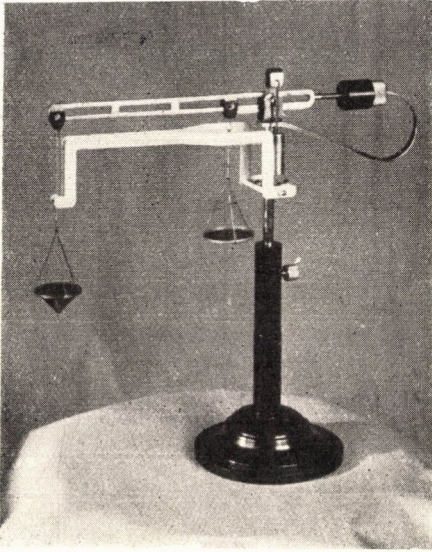
$$S = \frac{2I}{c} \cos^2 \alpha = \frac{I}{c} \text{ dyn cm}^2$$

ahol I a hangintenzitás, c a környező közegben a hang terjedési sebessége és α a beeső hangsugaraknak a kúppalásthöz viszonyuló hajlásszöge. Ez utóbbi

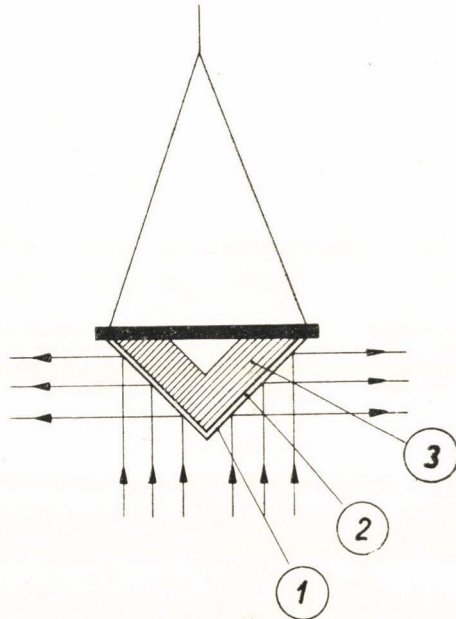
esetünkben közel 45° , amit a hangsugarak enyhe széttartása miatt nem adhatunk meg egész pontosan. Ez a tény hibát eredményez a mérleges mérésben. Esetünkben a sugárnyaláb elméleti széttartása $1,5^\circ$, ami 10^{-3} – 10^{-4} nagyságrendű hibát okozhat.

A sugárnyomás mérleges mérésekor

$$S = \frac{m \cdot 981}{F} \text{ dyn cm}^2,$$



1. ábra. A kész mérleg fényképe



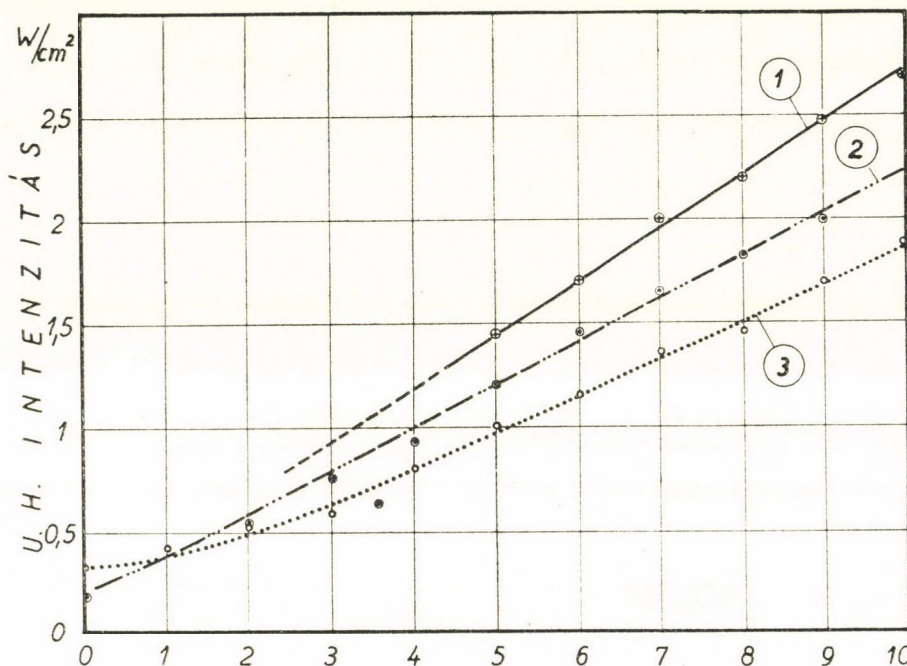
2. ábra. A mérleg nyomásérzékelő tányérjának kiképzése. 1. Külső vékony kúppalást. 2. Légrés. 3. Részben tömör belső kúp

ahol m az ultrahangos mérlegkaron a kiegyensúlyozó tömeg és F a kúptányér vetületi felülete. A fenti két egyenletből az ultrahang intenzitása meghatározható. Ezzel a módszerrel megállapítottuk kvarckristályos generátorunk akusztikus intenzitását a kimenő teljesítményt szabályozó potencióméter állásának függvényében (3. ábra). Az ú. n. kvarcszél-hatás kiküszöbölésére a méréseket a rezgő kvarctól legalább 5–8 cm távolságban végeztük.

A mérés ellenőrzése kétféle úton történt. A kvarclemezre kapcsolt váltófeszültség és a keletkezett kvarcrezgés amplitudója között ismert négyzetes összefüggés áll fenn, amit a feszültség elektrométeres mérése útján a hangintenzitás kiszámítására használhatunk fel. Egyoldali kvarcsugárfőzőre a hangintenzitás értéke [4]

$$I = \frac{1,44 \cdot 10^{-13} \nu^2 U_{\text{eff}}}{qc} W \text{ cm}^2,$$

ahol ν a használt frekvenciát, ρ a közeg sűrűségét U_{eff} pedig a váltakozó nagyfeszültség effektív értékét jelenti voltokban. Méréseinket parafinolajban végeztük, amelyre $\rho c = 1,86 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2} \text{ g sec}^{-1}$. A feszültséget Hartmann és Braun 3,5 kV-os sztatikus elektrométerrel mértük. A számított és mérleggel mért intenzitások az I. táblázat szerint adódtak.



3. ábra. Ultrahang-intenzitás a generátor kimenő teljesítményét szabályozó potencióméter állásának függvényében. 1. Feszültségmérésből számított értékek. 2. A mérleggel mért értékek. 3. Kalorimetriás módszerrel mért értékek

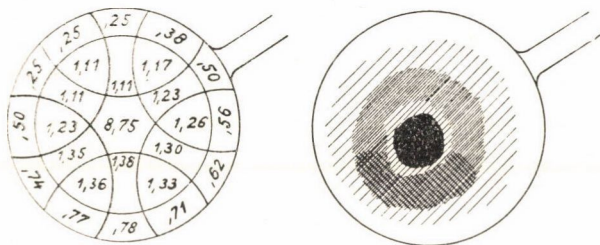
I. táblázat

| Kapcsoló állás | Feszültség V | Számított intenzitás W/cm^2 | Kiegyensúlyozó tömeg g | Meghatározott intenzitás W/cm^2 |
|----------------|--------------|-------------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| 5 | 1750 | 1,45 | 5,180 | 1,20 |
| 6 | 1900 | 1,70 | 6,250 | 1,45 |
| 7 | 2050 | 2,00 | 7,080 | 1,65 |
| 8 | 2150 | 2,20 | 7,840 | 1,82 |
| 9 | 2300 | 2,48 | 8,200 | 1,99 |
| 10 | 2400 | 2,70 | 9,490 | 2,20 |
| 10 | 2400 | 2,70 | 9,570 | 2,22 |
| 10 | 2400 | 2,70 | 9,400 | 2,18 |
| 10 | 2400 | 2,70 | 9,450 | 2,19 |
| 10 | 2400 | 2,70 | 9,490 | 2,20 |

Az eltérések az irodalomból ismertek [5] és valószínűleg a kvarc piezoelektromos állandójának pontatlan értékével indokolhatók. A piezoelektromos állandó ugyanis a meghatározó egyenlet konstansai között szerepel.

A másíkfajta ellenőrző méréssorozatot a Szilárd [6] által kidolgozott kalorimetriás méréssel végeztük. A mérések eredményeit a 3. ábrán közöljük, ahol egyúttal a számítással kapott ellenőrző adatokat is feltüntettük. A mérleges és kalorimetriás mérés közti kb. 15%-os eltérést a kalorimetriás mérés-kor a csatoló folyadék és a cellofánhártya energiaabszorpciója okozza.

Az ultrahang sugárnyaláb intenzitása a hálózati feszültség gondos stabilizálása ellenére is spontán ingadozásokat végez, amelyek a mérleggel jól követhetők. A mérés pontosságát az oldalvisszaverődések abszorpciójával vagy elterelésével fokozni tudtuk. Az így elérhető legnagyobb mérési pontosság $\pm 2\%$ -nak adódott.



4. ábra. Kör alakú ultrahangsugárzó mérleggel mért intenzitás adatai (baloldali kép) és szonogramja (jobb oldali kép). A mért értékek mezőnként W/cm^2 -ben vannak megadva, az értékek az egyes mezőkre vonatkoztatott középértékeket jelentik

A mérleg parallelogrammavezetője eszközünket aszimmetrikus sugárnyalábok sugárnyomásának mérésére is alkalmassá teszi. Ezáltal kidolgozhattunk egy olyan módszert, amellyel a hangtér intenzitáseloszlását határozhatjuk meg. Az inhomogén térben több mérést végzünk, miközben a mérlegkúp helyét változtatjuk. Az egyes mérések eredményeit, mint a mért területre vonatkozó intenzitásközépértékeket fogjuk fel és így a fedésbe került területek hangintenzitását közelítőleg kiszámíthatjuk. A 4. ábrán egy ismeretlen karakterisztikájú, $1,5 W/cm^2$ közepes intenzitású ultrahangsugárzó ilyen módon meghatározott helyi intenzitásértékeit tüntettük fel. Az ábra másik képén ugyanannak a sugárzónak szonogramját [7] mutatjuk be. A szonogramon az erősebb feketedés nagyobb intenzitást jelöl.

* * *

A parallelogrammavezető megszerkesztéséért Szilárd Jánosnak, a szonogram készítéséért ifj. Greguss Pálnak, a mérleg elkészítéséért Rácz Józsefnek mondok ezúton is köszönetet.

Összefoglalás

Kúpostányérú gravitációs mérleget szerkesztettünk, amellyel ultrahang sugárnyomását mértük. Az új mérleg az eddigieknél pontosabb és lehetővé teszi aszimmetrikus intenzitáseloszlású terek kimérését is. A mérleggel mért adatok a feszültségből számítható adatoknál 20^0_0 -kal kisebbek, a kalorimetriás mérések adatainál 15^0_0 -kal nagyobbak.

IRODALOM

- [1] Ch. Sørensen, Ann. Phys. (5) 26, 121, 1936.
- [2] L. Bergmann, Der Ultraschall, 1949, 134. o.
- [3] E. Baumgardt, C. R. Acad. Sci. Paris, 204, 417, 1937, — 204, 751, 1937.
- [4] Bergmann, Der Ultraschall, 1949, 103. o.
- [5] Th. Hüter, Z. angew. Phys. 1, 274, 1949.
- [6] Szilárd J., Magy. Fiz. Folyóirat 2, 165, 1954.
- [7] G. S. Benett, J. Acous. Soc. Am. 24, 470, 1952.

ULTRAHANG INTENZITÁSMÉRÉS KOMPENZÁCIÓS KALORIMETRIÁVAL*

SZILÁRD JÁNOS

Központi Fizikai Kutató Intézet — Posta Kísérleti Intézet

Ultrahangokkal foglalkozó minden kísérletben és ultrahangokat használó mindenféle eljárásban, — legyen az akár technológiai, akár terápiai — a hangintenzitás ismerete elsőrendű fontosságú. Mégis az ultrahangkísérletek leírásaiban inkább csak a használt frekvenciát szokták megadni, a hang intenzitásáról ritkán olvashatunk exakt adatot. Ennek egyik oka a jó intenzitásmérés nehézségeiben rejlik.

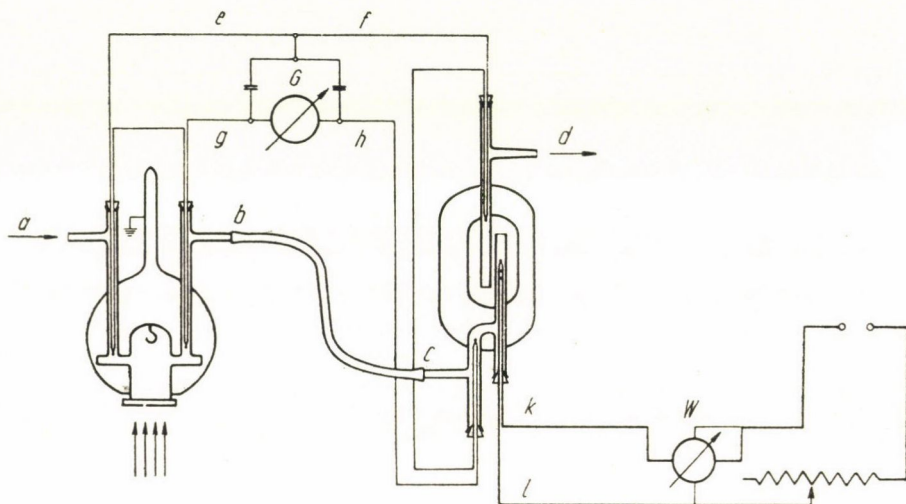
Ultrahang intenzitás mérése történhet relatív módon mikrofonnal, hőelemekkel, stb. előzetes kalibrálás (összehasonlítás) után, vagy abszolút módon, a hangnyomás vagy közvetlenül a hangenergia mérése alapján. A hangenergia abszolút mérésének egyik módja az ultrahang intenzitásának az abszorpció okozta felmelegedés alapján való mérése, amivel már régóta próbálkoztak. Ezen a téren az első munkák között volt *Richardsé* 1931-ben [1] és *Szalayé* 1934-ben [2]. Ezek a kalorimetriás kísérletek azonban — valószínűleg a számos legyőzendő nehézség miatt, szórványosak maradtak [3].

Jelen kísérletek előtt *Tarnóczy* és munkatársai a környezet hatását azáltal küszöbölték ki, hogy ugyanolyan körülmények között az ultrahangos besugárzás helyett elektromos fűtést alkalmaztak. Mivel az egyéb körülmények változatlanok maradtak, a két melegedési görbe fedésbe hozásával a kétféle eljárással azonos energiaabszorpciót lehetett elérni a kérdéses folyadékban. A mérés pontossága azonban mégsem volt megfelelő, mert nem csak a környezettel való hőcserélődés jelent hibaforrást, hanem a hőcserélődés az ultrahangsugárzó és a kaloriméter közti csatoló folyadékkal (ez is melegszik üzem közben), az abszorbeáló anyag dielektromos melegedése a kristályt gerjesztő elektródok szórt elektromos tere következtében, az abszorbeáló közeg esetleg tökéletlen abszorpciója, végül a közeg térbeli középhőmérsékletének mérése is.

Többirányú próbálkozás után a nehézségeket és hibaforrásokat kompenzáció elve alapján véltük legjobban elkerülni. Az energiát elnyelő folyadék két kaloriméteren keresztül áramlik. Mindkettőben a be és kilépő folyadék között a benne elnyelt energiával arányos hőmérsékletkülönbség jön létre. A folyadékot az egyik kaloriméterben az ultrahang, a másikban szabályozható

* Érkezett 1954. febr. 1.

ismert fűtőteltjesítmény melegíti. Ha a két hőmérsékletkülönbség egyenlő, ez azt jelenti — mivel ugyanaz a folyadékmennyiség áramlik át mindkettőn —, hogy az ismert fűtőteltjesítmény az ultrahang teljesítményével egyenlő. A kaloriméterben egymással szembe kapcsolt hőelemek vannak elhelyezve, így a galvanométer a hőmérsékletlépcsők különbségét, illetve azonosságát jelzi. A hőelemek esetleges nagyfrekvenciás zavarása ellen $2-2\mu F$ kapacitással át vannak blokkolva. Méréskor a fűtést az ellenállás változtatásával addig szabályozzuk, míg a galvanométer a hőfoklépcsők egyenlőségét nem mutatja, ekkor a fűtőáramkörbe kapcsolt wattmérőről egyttal az ultrahang teljesítményét olvashatjuk le. A mérés elrendezése az 1. ábrán látható.

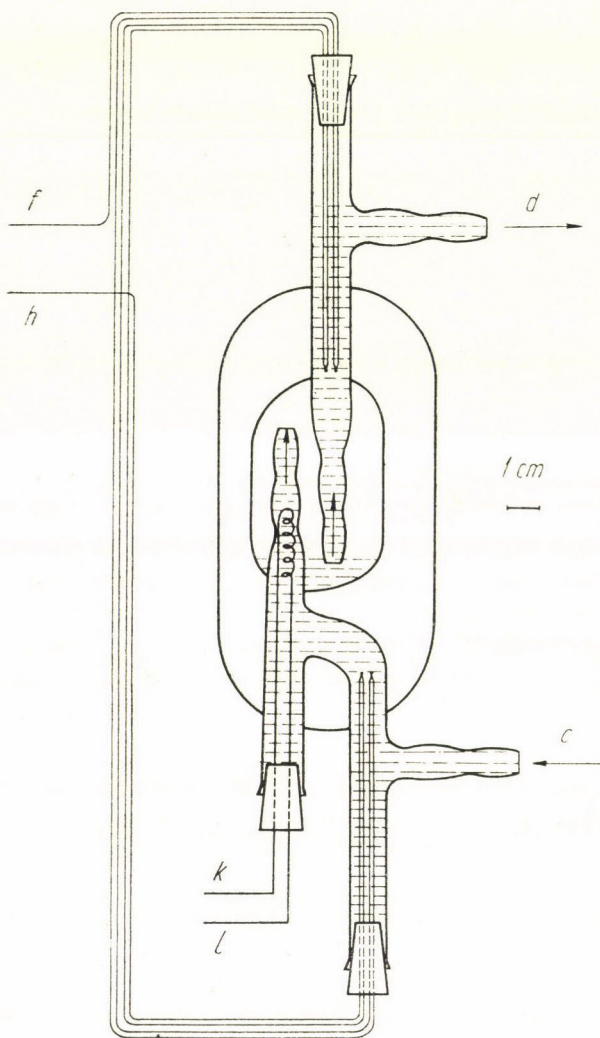


1. ábra. A mérés elrendezése. Balra az ultrahang kaloriméter, középen a kompenzáló kaloriméter és jobbra a fűtés. A víz útja $a-b-c-d$. G : galvanométer, W : wattmérő a fűtőáramkörben; e, f, g, h, k, l magyarázata a 2. és 3. ábrán.

Az ultrahang kaloriméter cellofán fenekű Dewar-edény, a 2. ábra szerint úgy módosítva, hogy a folyadék mérés közben rajta keresztül áramoljék. A be- és kilépő folyadék hőmérsékletének különbségét kettős vas-konstantán hőelem érzékeli. A hőelemeket ultrahang mentes térben kellett elhelyezni, hogy a hőelem és a folyadék közti surlódás helyi melegítését elkerüljük. Ezért választja el a hőelemeket a hangtértől a folyadék kétszeres iránytörése úgy kiképezve, hogy ultrahang oda már ne verődhesse vissza. A vakuumköpeny meghosszabbítása fölfelé a kaloriméternek állványba való befogására szolgál, a beforrasztott elektród segítségével pedig a vakuumköpeny ezüstözése árnyékolásra használható fel. A cellofán egy gyűrűre van rákötve, amelyet két gumiszalag szorít a kaloriméter aljának kúpos csiszolatára.

A kompenzáló kaloriméter (3. ábra) tulajdonképpen egy keverő tér, amelynek hőszigetelésén belül foglalnak helyet a fűtő spirális előtt és után

Az abszorbeáló közeg esetleg tökéletlen abszorpciójára való tekintettel nemcsak vízzel végeztük méréseinket, hanem abszorbeáló rostos anyagokat, viszkóza-szivacsot, vagy préselt tözeget helyeztünk bele.



3. ábra. A kompenzáló kaloriméter. A víz útja $c-d$; f és h a termoelemek, k és l a fűtőtekercs csatlakozása.

Az abszorbeáló közeg térbeli középhőmérsékletének mérése ennél a módszerrel nem jelent hibaforrást, mivel a folyadék áramlása a jó keveredést biztosítja.

Méréseinket 835 kc/s frekvencián dolgozó kvarckristályos ultrahang-generátorunkkal végeztük. A nagyfrekvenciás generátor teljesítménye egy 10 beosztású skálával ellátott és a teljesítménykör előfeszültségét szabályozó

potenciométerrel változtatható. A kvarckristály impedanciátranszformátorával együtt paraffinolajjal töltött üvegcsőbe merült. A generátorból kijövő nagyfrekvenciás áram erősségét hőkeresztes műszerrel, feszültségét csővoltmérővel mértük. A hőkeresztes műszer esetleges nagyfrekvenciás zavarás ellen $2\mu F$ kapacitással át volt blokkolva.

Az ultrahang kalorimétert a kristály fölé olajba helyeztük. A víz kerítéséről és megfelelő hőfokon tartásáról egy Höppler-féle ultrathermosztát gondoskodott, a víz áramlásának egyenletességét pedig a rendszer előtt alkalmazott túlfolyós nivóedény, a rendszer végén pedig szabad felszínű kifolyás biztosította. A mérés helyessége a másodpercenként átfolyó vízmennyiségtől nem függ, de az áramlás sebességének mérés közben való változása — rövid időre — megzavarja a mérést. A másodpercenkénti vízmennyiség csökkentése a mérés érzékenységét fokozza, növelése pedig tehetetlenségét csökkenti. Berendezésünkben a másodpercenként átáramlott víz mennyisége $13\text{--}35\text{ cm}^3$ között volt. A vízmennyiség változtatásának fenti kétféle hatását tekintetbe véve, legmegfelelőbbnek találtuk a közepes, kb. $25\text{ cm}^3/\text{sec}$ vízmennyiséget. Mérésünk érzékenysége így $\pm 0,1$ watt, és a termikus egyensúly beállításának ideje kb. $35\text{--}40$ másodperc.

Méréseinket úgy végeztük, hogy a nagyfrekvenciás generátort a kristály saját frekvenciájára hangoltuk (az olaj-szökőkút alapján) és különböző nagyfrekvenciás teljesítményeket állítottunk be a szabályozó potenciométeren. Mivel rezonanciában $\cos \varphi \cong 1$, a VA közelítőleg megfelel a nagyfrekvenciás teljesítménynek, a mért akusztikus teljesítményt vele osztva pedig a kristály hatásfokát megközelítő η' értéket kapjuk. A generátort a legnagyobb teljesítmény beállításakor hangoltuk csak be, kisebb teljesítmények alkalmával a rezonancia kissé eltolódik, de ezt utánahangolással nem korrigáltuk, mert a hangolás változtatásával nem reprodukálható bizonytalanságot vittünk volna be. Így a rezonanciától való eltávolodás és a $\cos \varphi$ csökkenése miatt kisebb teljesítményekre kisebb η' értéket kapunk.

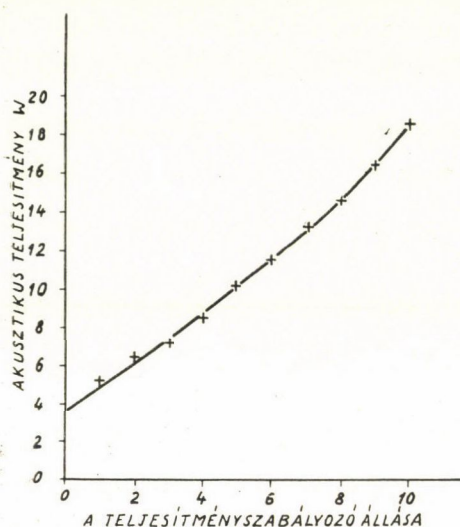
I. táblázat

Ultrahanggenerátorunk teljesítménye a potenciométer állásának függvényében

| Teljesítmény fokozat | Akusztikus teljesítmény W | Nagyfrekvenciás VA | η % |
|----------------------|-----------------------------|----------------------|----------|
| 0 | 3.4 | 7.8 | 43.6 |
| 1 | 5.1 | 12.2 | 41.8 |
| 2 | 6.4 | 14.5 | 44.1 |
| 3 | 7.2 | 17.2 | 41.8 |
| 4 | 8.5 | 21.6 | 39.4 |
| 5 | 10.1 | 23 | 44 |
| 6 | 11.5 | 25.2 | 45.6 |
| 7 | 13.2 | 27.2 | 48.5 |
| 8 | 14.5 | 29.4 | 49.3 |
| 9 | 16.4 | 31.4 | 52.2 |
| 10 | 18.5 | 35.2 | 52.2 |

Az I. táblázat adataiból és ezeket diagrammban bemutató 4. ábrából látjuk, hogyan függ generátorunk akusztikus teljesítménye a szabályozó potenciométer állásától.

Ezután a mérés után ultrahang-generátorunk kisebb javításon (csőcsere, stb.) esett át.



4. ábra. Ultrahanggenerátorunk akusztikus teljesítménye a szabályozó potenciométer állásának függvényében.

A II. táblázatban és az 5. ábrában tiszta vízzel és tőzeg abszorbenssel végzett méréseinket hasonlítjuk össze. Látjuk, hogy ugyanolyan generátor beállítás mellett a tőzeg abszorbenssel egy darabig valamivel nagyobb akusztikus teljesítményt és jobb η' -t kapunk. A kétféle mérés különbsége kb. 2 W/cm^2 intenzitás táján tűnik el. Ebből az derül ki, hogy kis teljesítmények mellett a víz nem nyelte el az összes energiát, mert felszíne elég síma és a víz-levegő határfelületen az ultrahang visszaverődve, egy része alul a kaloriméter cellofán fenekén át eltávozott. Nagyobb ultrahang intenzitás a víz tetejét jobban felemeli, nagyobb szökőkutat hoz létre úgy, hogy az ultrahang a víz felszínén visszaverődve nem halad egyenesen lefelé, hanem néhányszor

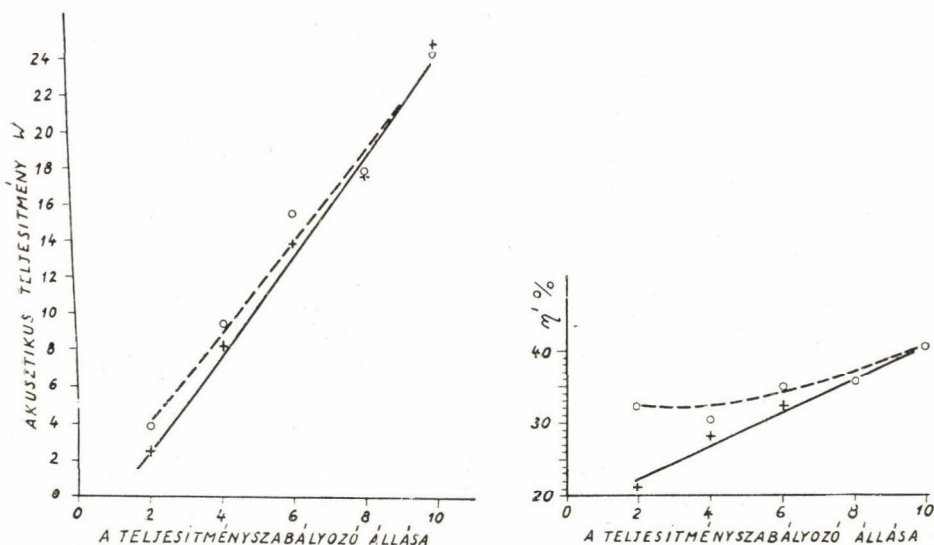
ide-oda verődik, miközben egészen elnyelődik. Ekkor már nem látunk különbséget a tiszta vízzel és tőzeg abszorbenssel végzett mérések eredménye közt. A vizskóza szivacs nem vált be, mert róla a felmelegedett víz nem folyt egyenletesen el. Kb. 2 W/cm^2 ultrahang intenzitásig érdemes abszorbenst használni, a fölött a tiszta víz is gyakorlatilag az összes energiát elnyeli.

Mérési módszerünk kidolgozásával egyidejűleg más intenzitásmérési módszerek kidolgozására is sor került, amelyeknek eredményeit az itt leírt eredményekkel összehasonlítva jó egyezés adódott [4].

II. táblázat

Mérés vízzel és sajtolt tőzeg abszorbenssel

| Telj. fok. | A.) vízzel | | | B.) tőzeggel | | |
|------------|-------------|---------------|------------|--------------|---------------|------------|
| | Ak. telj. W | Nagyfrekv. VA | $\eta' \%$ | Ak. telj. W | Nagyfrekv. VA | $\eta' \%$ |
| 2 | 2.5 | 12 | 20.8 | 3.9 | 12.1 | 32.1 |
| 4 | 8.3 | 29.9 | 27.8 | 9.5 | 31.5 | 30.4 |
| 6 | 13.8 | 43.3 | 31.9 | 15.5 | 44.5 | 34.8 |
| 8 | 17.7 | 50.5 | 35 | 17.7 | 50 | 35.4 |
| 10 | 24.5 | 60.5 | 40.5 | 24 | 59 | 40.5 |



5. ábra. Tiszta vízzel (keresztek és folytonos vonal) és tőzeg abszorbenssel (körök és szaggatott vonal) végzett mérések összehasonlítása. A vízzel végzett méréseket folytonos vonal, a tőzeggel kapott eredményeket szaggatott vonal tünteti fel.

Témám kidolgozásában nagy segítségemre volt *Tarnóczy Tamás* kandidátus, aki állandó érdeklődésével és tanácsaival támogatta és vitte előre munkámat, amiért ezúton mondok hálás köszönetet. Ugyancsak köszönöm az ittjárt *Pierre Biquard* professzor érdeklődését és tanácsait. A kettős kalorimétert *Kovács József* üvegtechnikus készítette.

Összefoglalás

Egy ultrahangos és egy vele sorbakötött elektromos fűtésű kompenzáló kaloriméteren át folyadék áramlik. A folyadék mindegyik kaloriméterben az ott elnyelt energiával arányosan felmelegszik. Ezt a két hőmérsékletlépcsőt differenciálkapcsolású termoelem rendszer jelzi. A kompenzáló kaloriméter fűtését addig szabályozzuk, míg a két hőfoklépcső egyenlő nem lesz, ekkor a fűtőáram wattmérővel mérhető teljesítménye egyenlő az ultrahang teljesítménnyel.

Az abszorbeáló folyadék általában víz, de a tapasztalatok szerint kisebb ultrahang intenzitás mellett (2 W/cm^2 -ig) pontosabb eredményt kapunk más abszorbens használatával.

IRODALOM

- [1] W. T. Richards, Proc. of the Nat. Ac. of Sci. of the USA 17, 611, 1931.
- [2] A. Szalay, Phys. Zs. 35, 293, 1934.
- [3] Wanne—Eickel, Frequenz 6, 256, 1952.
- [4] Tarnóczy T., Magy. Fiz. Folyóirat 2, 159, 1954.

SZÍNEZETT ÉS NEM SZÍNEZETT ALKÁLIHALOGENID KRISTÁLYOK ELEKTROMOS Vezetése*

TOMKA PÁL

Budapesti Építőipari Műszaki Egyetem Kísérleti Fizikai Intézete

Az úgynevezett ionvezető kristályok elektromos vezetésének a vizsgálatánál mindjobban szükségessé válik az, hogy világos képet kapjunk arról: milyen elektromos töltéshordozók vezetik az áramot és ezek milyen feltételek mellett vesznek részt az elektromos áramban? Ugyanis az az eddigi felfogás, hogy itt minden körülmények között csak ionok vesznek részt az elektromos áramban, nem tartható fenn tovább. Elég itt csupán arra gondolnunk, hogy az ionkristályok elektromos átütésének a jelensége nem ion, — hanem lényegében elektronfolyamat [1]. Ebben az esetben pedig önként adódik az a gondolat, hogy az ionkristályok, közelebbről pedig az alkálihalogenid kristályok elektromos vezetését vizsgáljuk meg az elektromos átütés alatti kisebb térerőségeknél különböző hőmérsékleteken, mégpedig szennyezett voltuktól függően, s nézzük meg, hogy az észlelt jelenségek adnak-e módot arra, hogy bizonyos körülmények között elektron-áramokat is feltételezzünk? Jelen dolgozat éppen erre vonatkozólag hoz újabb eredményeket.

1. Egy ténnyel biztosan számolhatunk: Színezett, tehát szín-centrumokat tartalmazó kristályokban elektronok is részt vesznek az elektromos áramban [2]. Itt tehát a vezetési korpuszkulák egy részére nézve a kérdés eldöntött. Éppen ezért érdeklődésünk inkább arra irányult, hogy színezett, de utána elszíntelenített, illetve nem színezett kristályokat vegyünk vizsgálat alá.

Egy előbbi dolgozatunkban [3] vizsgálatokat közöltünk additív módon (magas hőmérsékleten, alkáli fém gőzben) festett és utána elszíntelenített KCl és KBr kristályok elektromos vezetéséről. Megállapításaink a következőkben foglalhatók össze:

a) Az elszíntelenítés hőmérsékletén (400—500 C°) az Ohm törvény érvényes, de alacsonyabb hőmérsékleteken attól eltérés tapasztalható, amennyiben a specifikus vezetőképesség a térerősség növekedésével együtt növekszik. b) Az Ohm-törvénytől való eltérés összefüggésben van az aktiválási energiával, amennyiben az eltérés annál nagyobb, minél nagyobb az aktiválási energia.**

* Megjelent először német nyelven, Acta Physica, 2, 209, 1952. Bemutatta Gyulai Zoltán, akadémikus a Magy. Tud. Akad. III. osztályának 1952. ápr. 7-én tartott felolvasó ülésén.

** Az ionvezető kristályok elektromos vezetőképességének a hőmérséklettől való függését a $K = A \cdot e^{-B/T}$ ú. n. Van t'Hoff-féle formulával lehet leírni. E formulában a B -t

c) A vezetés állandói, vagyis a B aktiválási energia és az A konstans hőmérsékleti kezelés, vagy hosszabb pihentetés után megváltoznak, ami labilis állapotra mutat. d) A specifikus elektromos vezetőképesség és az Ohm törvénytől való eltérés mértéke függ a kristály elektród-távolságától, mégpedig ugyanazon térerősségnél a vastagabb kristályban nagyobb a specifikus vezetőképesség és nagyobb az Ohm törvénytől való eltérés is. e) A vastagabb és vékonyabb kristály közötti vezetőképesség különbség, valamint az Ohm-törvénytől való eltérés mértéke annál nagyobb, minél erősebben volt a kristály festve. f) A d) pontban foglalt jelenség alapján azt következtettük, hogy ezekben a kristályokban a rendes ionvezetésen kívül egy bizonyos ionizációs természetű folyamat révén új vezetési korpuszculák lépnek fel.

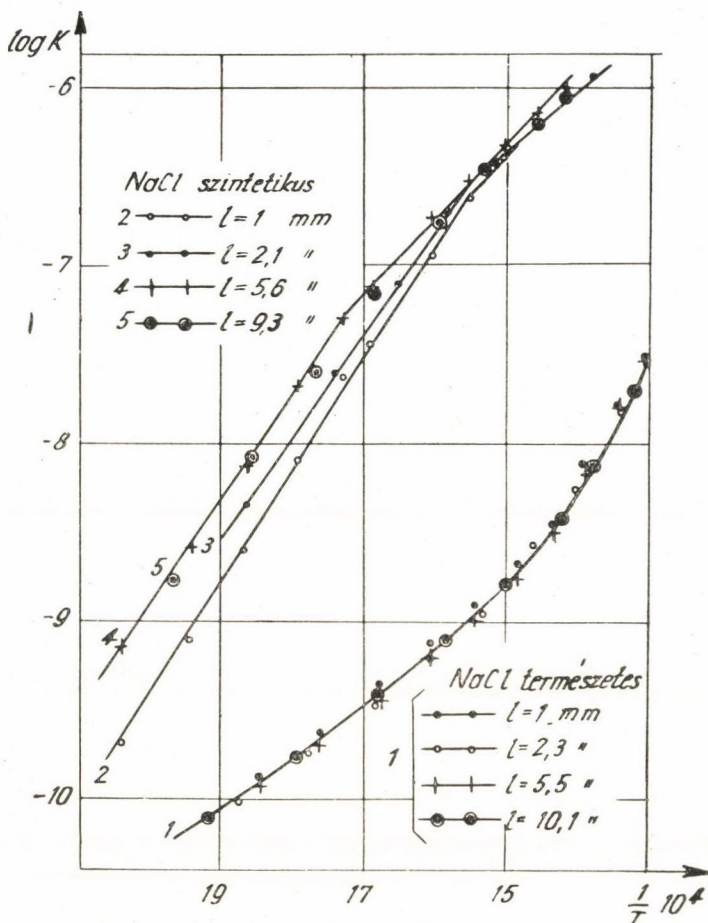
2. Ezeknél a vizsgálatoknál feltételeztük, hogy a nem festett kristályban az előbbi jelenségek nem lépnek fel, viszont a színezett kristályban U-centrumok, azaz KH molekulák is keletkeznek, amelyek az ultraibolyában levő abszorpciós sávjuk révén kimutathatók az elszíntelenítés után. Tehát kézenfekvő volt annak a feltevése, hogy a fenti jelenségek létrehozásánál az U-centrumoknak szerepe van. Ezeknek az U-centrumoknak a számát nem ismertük. Mindenesetre rámutattunk annak a szükségességére, hogy a kristályokban végzett elektromos vizsgálatokat optikai mérésekkel is ki kellene egészíteni. S valóban újabban az irodalomban [4] láthatunk párhuzamosan végzett optikai és elektromos vezetési vizsgálatokat az alkálihalogenideknél.

Ismeretes [2], hogy a festett és elszíntelenített KCl és KBr kristályok elektromos vezetőképessége jelentékenyen kisebb, mint az ugyanolyan hőkezelésen átesett, ugyanabból a darabból származó színtelen kristályé, továbbá a B -konstansuk nagyobb, és az A -konstans is jelentékeny változáson megy át. Ezekben a mérésekben azonban szerepelt egy igen tisztának jelzett, olvadékból növesztett KBr-kristály, amely annak ellenére, hogy igen erősen volt festve — a vezetőképességnek ezt a változását nem mutatta. Feltételezhető volt tehát, hogy ennél a két jelenségnél idegen szennyeződések is szerepet játszanak.

Másfelől az irodalomban láthatjuk [5], hogy elég tekintélyes feszültségi eltérést észleltek nem festett természetes és szintetikus NaCl és KCl egykristályokban 10—100 KV/cm térerősségnél. Ezekből a mérésekből megállapítható az is, hogy magasabb hőfokon az Ohm-törvénytől való eltérés kisebb. Továbbá, temperálás következtében a vezetőképesség megnő és az Ohm-törvénytől való eltérés csökken. Ez a jelenség tehát pontosan emlékeztet leg-

régebben ionkioldási munkának nevezték. Ma a vezetés mechanizmusáról alkotott képünk változásával aktiválási energiának nevezzük. Az A -konstans arányos a töltéshordozók számának és azok mozgékonyságának (egységnyi térerősségre vonatkozó sebesség) szorzatával. Tájékoztatásul megjegyezzük, hogy a régebbi dolgozatokban a B számszerűleg, NaCl esetén, az alacsony hőmérsékleti tartományban (500 C°-tól lefelé) 10000 volt, a mai irodalomban ennek a számnak elektronvoltban kb. 1,72 érték felel meg.

utóbbi dolgozatunk [6] egyik eredményére, nevezetesen additív módon festett és elszíntelenített KBr kristályok specifikus vezetőképességének a növekedésével együtt jár az Ohm-törvénytől való eltérés csökkenése. A fenti nagy tér-



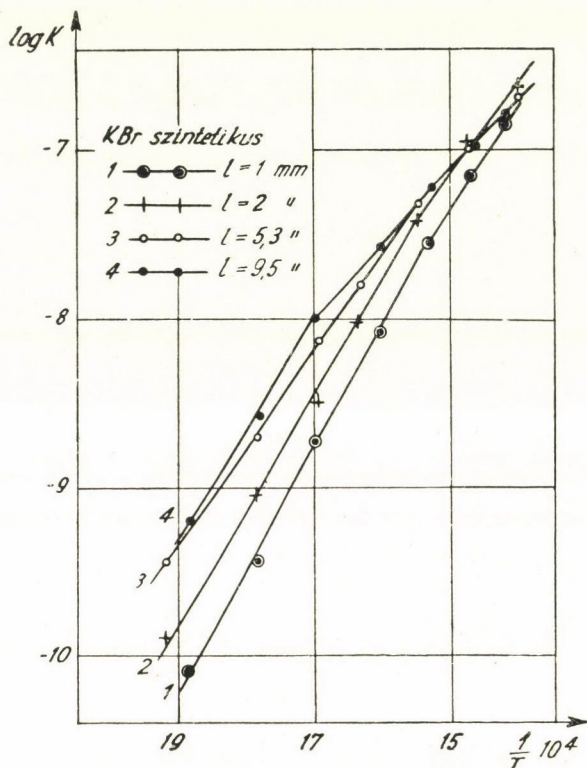
1. ábra. A specifikus elektromos vezetőképesség hőmérsékleti függése természetes és mesterséges (olvadékból növesztett) NaCl kristályokon különböző elektród-távolság (kristályvastagság) mellett

Az 1. görbe: természetes NaCl kristály, a 2., 3., 4. és 5. görbe: mesterségesen NaCl kristály (Merck pro Anal. készítmény)

erősségeknél észlelt feszültségi eltérés okát a kutatók általában a kristályokban levő idegen szennyeződéseknek tulajdonítják. Temperálás által a szennyeződések a kristályban egyenletesen eloszlanak, ennek következtében csökken az Ohm-törvénytől való eltérés.

Legutóbbi vizsgálatainknál az Ohm-törvénytől való eltérést 6000 Volt/cm térerősségig vizsgáltuk. Ilyen térerősségnél már a nem festett kristályoknál is várható feszültségi eltérés.

3. Ezen megfontolások következtében vizsgálat alá vettem nem festett NaCl, KCl, KBr kristályok elektromos vezetését. NaCl-ból és KCl-ből rendelkezésemre állottak úgy természetes, mint olvadékból növesztett mesterséges kristályok.* A mérési berendezés és eljárás ugyanaz volt, mint az előbbi

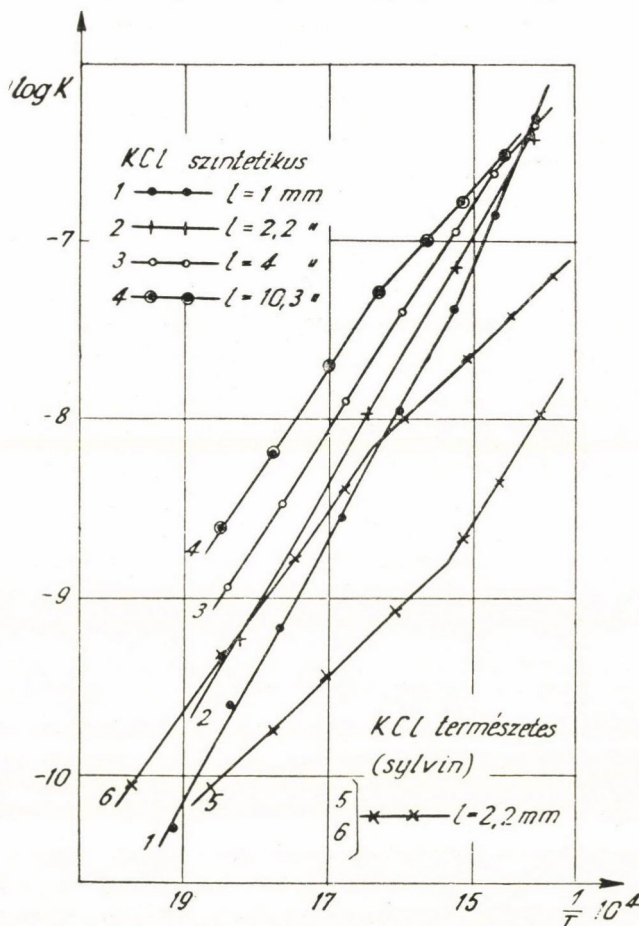


2. ábra. A specifikus elektromos vezetőképesség hőmérsékleti függése mesterséges KBr kristályokon, különböző elektród-távolság mellett

dolgozatban: a grafitozott kristályok (felületük: kb. 50 mm^2 , vastagságuk 1—10 mm) platina vagy nikkel elektródok között egy elektromos kályhában voltak, s a hőmérsékletet konstantán-krómnikkel, illetőleg platina-platinarany thermoelemekkel mértem. A kristályindividualitás csökkentése céljából mindig megjelöltem, hogy a kristálypéldányok mely darabból származnak. Azonkívül jelen vizsgálatoknál is számbavettem mint fontos parametert: a kristály elektród-távolságát (vastagságát). A különböző elektród-távolságú kristályokon átmenő áram intenzitását mutatós, majd tükrös galvanométerrel ($10^{-9} \text{ Amp/m} \cdot \text{mm}$) mértem eső hőmérséklet mellett, 450° — $200^\circ \text{ C}^\circ$ -ig. A feszültséget száraz anódelepek szolgáltatták. Az áramértéket osztva a feszült-

* A mesterséges kristályok egy részét Medveczky László kartársam készítette, amiért hálás köszönetemet fejezem ki.

séggel, megkapjuk a vezetőképességet. Ha ezt még megszorozzuk az $\frac{l}{q}$ hányadossal (ahol l a kristály vastagsága, illetőleg elektród-távolsága, q pedig a keresztmetszete), akkor megkapjuk a specifikus vezetőképességet. Ábrázoltam a specifikus vezetőképességet a $\log K = f(1/T)$ összefüggés alapján. Minden



3. ábra. A specifikus elektromos vezetőképesség hőmérsékleti függése mesterséges (Merck pro Anal. készítmény) és természetes KCl kristályokon

Az 1., 2., 3. és 4. görbe: mesterséges KCl kristályokra, az 5. görbe (138. sz. kristálpéldány) és a 6. görbe (167. sz. kristálpéldány) természetes KCl kristályokra vonatkozik

hőmérsékleten több feszültségnél mértem az elektromos áramot, és a specifikus vezetőképességet azon feszültséggel számoltam ki, amelyre vonatkozólag az Ohm törvénye még érvényes.

A mérések eredményei az 1., 2., és 3. ábrában láthatók. Az 1. ábra tartalmazza a természetes és olvadékból növesztett NaCl-en végzett méréseket, a 2. ábra az olvadékból növesztett KBr-en végzett méréseket, míg a 3. ábra az

olvadékból növesztett KCl kristályokon végzett méréseket. A 3. ábrába berajzoltam még két természetes KCl (sylvin) kristálypéldányon mért hőmérséklet-görbét is.

Mindenekelőtt feltűnik, hogy a természetes NaCl esetében különböző elektród-távolság mellett a mérési hibahatáron belül ugyanazokat a hőmérséklet-görbéket kapjuk. A többi alkálihalogenid kristálynál viszont különböző elektród-távolság mellett más-más hőmérséklet-görbét kapunk, tehát egy térbeli hatás lép fel. A legnagyobb és legkisebb elektród-távolság mellett vezetőképesség különbség a legnagyobb az olvadékból növesztett KCl kristálynál. A természetes KCl-nél nem vizsgáltam a vezetést különböző elektród-távolságnál, az ábrában feltüntetett két sylvin kristály ugyanabból a darabból származik és mindkettő ugyanazon vastagságú (2·2 mm).

A hőmérséklet-görbékben törések lépnek fel, és egyenes darabokból tevődnek össze. Fellépnek úgy lefelé, mint felfelé való törések. Ilyen töréseket az irodalomban sok helyen láthatunk. Ez azt jelenti, hogy többféle aktiválási energiával rendelkező korpuszculánk van. Azt láthatjuk az ábrákból, hogy bizonyos szabályszerűség van a törések felépítésénél. Ezek a továbbiakban részletesebb vizsgálatok tárgyát képezhetik. Mindenesetre ez a jelenség arra mutat, hogy a kristályban sokféle állapot van.

A másik fontos eredmény az, hogy 6000 Volt/cm térerősség alatt ezekben a kristályokban is éppen úgy jelentkezik az Ohm-törvénytől való eltérés, mint az elszíntelenített, tehát előzőleg színes kristályoknál. Mégpedig olyképpen, hogy csökkenő hőmérséklettel az eltérés mértéke nagyobb. Azonban itt is másképpen viselkednek az egyes alkálihalogenidek. Mégpedig a természetes NaCl-ban az általam mért térerősségig (6000 Volt/cm) szigorúan érvényes az Ohm-törvénye, míg a többi kristályokban a Sylvin-szintetikus NaCl-szintetikus KBr szintetikus KCl irányban mind nagyobb az Ohm-törvénytől való eltérés. Ezt szemlélteti az 1. táblázat, ahol ugyanolyan vastagságú (2—2·3 mm) különböző fajta alkálihalogenid kristályokban jelentkező Ohm-törvénytől való eltérést láthatunk. Ezek a kristályok az 1., 2. és 3. ábra 2—2·3 mm vastag kristályai. Az Ohm-törvénytől való eltérés mértékéül ezúttal is a 635 és 98 Voltnál mért specifikus vezetőképességek hányadosát választjuk. Láthatjuk tehát, hogy ha nincsen térbeli hatás, vagyis ha a kristály vastagságától nem függ a specifikus vezetőképesség, akkor az Ohm-törvénytől való eltérés sem lép fel. Tehát ebben a vonatkozásban is a legjobb kristály a természetes NaCl, míg a szintetikus KCl itt is a szélső helyet foglalja el. Az itt szereplő KBr nagy feszültségi eltérést mutat, bár KBr-nél átlagban kisebbek az eltérések. Minthogy a vezetésnek a kristály kémiai tisztaságától való függését további mérésekkel szándékszem megvizsgálni, ezért ezúttal további adatok közlésétől eltekintek. Ugyancsak a már említett hőmérsékleti mérések sem szerepelnek a jelen vizsgálatoknál.

Figyelemreméltó a sylvin kristályának egymástól nagy mértékben eltérő hőmérséklet egyenese a 3. ábrában, és ezzel párhuzamosan egymástól élesen

1. Táblázat

Az Ohm-törvénytől való eltérés különböző alkálihalogenid kristályokban

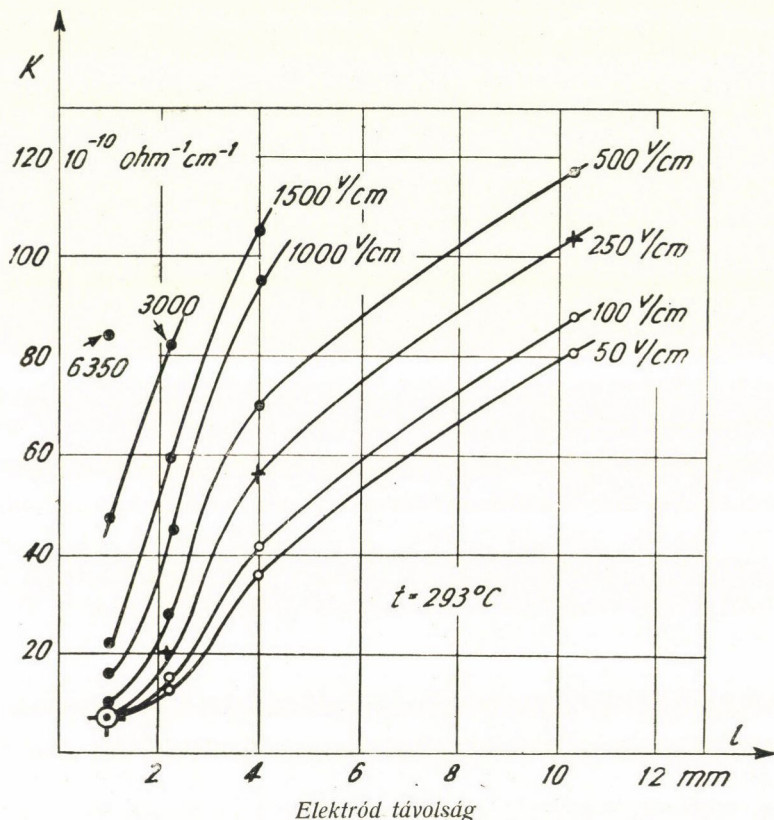
| Kristály- példány száma | A kristály megnevezése | Az Ohm-törvénytől való eltérést feltüntető viszonyszám: K_{635}/K_{98} | | | | | |
|-------------------------------|---------------------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 441 C° | 394 C° | 352 C° | 316 C° | 282 C° | 253 C° |
| 145 | NaCl természetes | 0,96 | 0,96 | 0,99 | 1,03 | 1,03 | 1,02 |
| 141 | NaCl mesterséges | 1,14 | 1,14 | 1,24 | 1,36 | 1,43 | 1,48 |
| 151 | KBr mesterséges | 1,— | 1,20 | 1,50 | 2,40 | 3,18 | — |
| 138 | KCl természetes | 0,94 | 1,01 | 1,05 | 1,04 | 0,99 | — |
| 167 | KCl természetes | 1,— | 1,— | 1,05 | 1,17 | 1,39 | 1,72 |
| 115 | KCl mesterséges | 1,— | 1,25 | 1,75 | 2,50 | 3,30 | 3,95 |

eltérő ohmi eltérése a 1. táblázatban, holott a két kristály példány ugyanabból a nagyobb darabból származik. *Hilsch* [7] megállapítja, hogy a sylvin két szorosan egymás mellé nőtt darabjaiban teljesen hiányozhat a szennyeződést jelentő 193 $m\mu$ és 274 $m\mu$ -os abszorpciós sáv, míg a mellette lévő darabban megvan. Ez a tény is rávilágít arra, hogy az itt szereplő jelenségeknel a kristályba beépült idegen szennyeződéseknek igen nagy szerepe van.

Igen sokféle optikai és fényelektromos jelenségnél kimutatható a szintetikus NaCl-nak és a természetes kőszókristálynak a különböző viselkedése. Pl. a szintetikus NaCl a több rácshiba folytán erősebben színeződik, és könnyebben szintelenedik el, továbbá az ú. n. „fotokémiai rugalmassági határ“, vagyis az a legkisebb, a kristálylapra merőlegesen ható nyomás, amelynél az optikai abszorpcióban a színes sávnál már csökkenés következik be, a szintetikus NaCl-nél kisebb, stb. A 4. ábra az előbb említett térbeli hatást szemléletesen mutatja szintetikus KCl-nél. Az itt mutatkozó összefüggés teljesen olyan, mint amelyet azelőtt elszíntelenített KCl-kristályokon kaptunk [8]. A különböző vastagságú kristályokban ugyanazon térerősségnél nyert specifikus vezetőképességi értékeket egy vonallal kötöttük össze. Az ábrából leolvasható, hogy vékony kristálynál kis térerősség mellett jól definiált vezetőképességet kaphatunk. A mérések kiterjesztése 1 mm-nél kisebb elektród-távolság mellett tervbe van véve.

4. Az előbbi dolgozatunkban tett megállapítást, hogy festetlen kristályban érvényes az Ohm törvénye, korrigálni kell oly módon, hogy a kémiailag igen tiszta kristályban, vagy olyan kristályban, ahol a szennyeződés

nincs beépülve a kristályrács szerkezetébe (természetes NaCl, sylvin) 6000 Volt/cm térerősségig érvényes az Ohm-törvénye, míg más esetben eltérések lépnek fel. A fentebb jelzett igen tiszta KBr kristályoknak úgy szintelen, mint elszíntelenített példányain rendszeres méréseket végezve, megállapítottam, hogy vezetőképességük úgyszólván nem változott semmit évek alatt, Ohm-törvény-



4. ábra. A specifikus elektromos vezetőképesség függése a kristályvastagságtól különböző térerősségek mellett mesterséges KCl kristályokon, 293 C°-on

től való eltérések sem lépnek fel bennük, a temperatura görbájük évek múlva is reprodukálható: vezetési állandók nem változnak, vagyis úgy viselkednek, mint a most mért természetes NaCl. Ellenben az idegen anyagot tartalmazó kristályok vezetése tág határok között változhat hőkezelés és hosszabb pihentetés hatására. S amennyiben a vezetés úgy változik meg, hogy a specifikus vezetőképesség nő, vagyis a B-állandó csökken, úgy az Ohm-törvénytől való eltérések is csökkennek és meg is szűnhetnek, mint ahogyan ezt előbbi dolgozatunkban elszíntelenített kristályokon megállapítottuk.

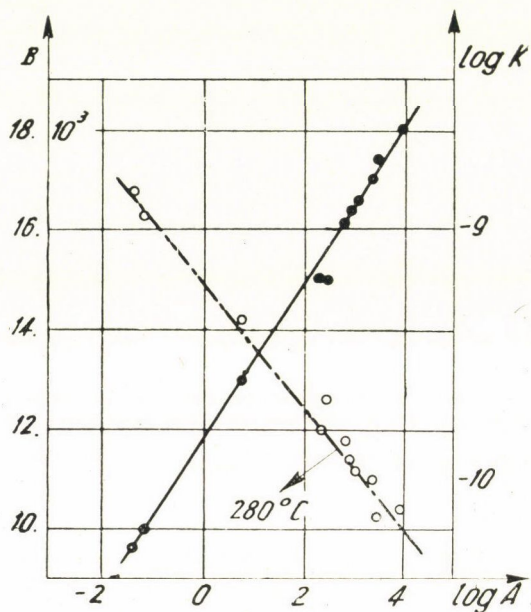
Ugyanezen dolgozatban azt a megállapítást tettük, hogy az itt szereplő jelenségek (Ohm-törvénytől való eltérés, vezetési térbeli hatás) annál nagyobb

mértékben lépnek fel, minél nagyobb volt az elszíntelenített kristály színezési foka. Természetes, hogy a színezés is hoz létre elváltozásokat a kristályban, de úgy látszik, hogy a döntő körülmény a kristály kémiai tisztasága, vagy szennyezett volta. Multikori vizsgálatainknál a legsötétebb színezésű kristály éppen a KCl volt, tehát az a kristály színezetlen állapotban is a legnagyobb mértékben mutatja a szóbanforgó jelenségeket. A vezetőképességnek ez a nagyfokú változása igen jellemző az elektronikus félvezetők elektromos viselkedésére. Itt a sztöchiometriai összetételtől való eltérések hatására, de egyéb körülmények hatására is a vezetőképesség, és a vezetés állandói igen tág határok között változnak. Az alkalihalogenid kristályokban ugyanezeket a jelenségeket figyelhetjük meg. Így az analógia folytán feltételezhetjük, hogy a szennyezett alkalihalogenid kristályok elektromos vezetésében elektronok is részt vesznek. Ezekben a kristályokban elektronokat kibocsájtó centrumokat tételezhetünk fel. Ismeretes [9], hogy festett KCl-ben és KBr-ben a fényelektromosan leváltott elektronoknak a hő folytán megnagyobbodott útja sokkal nagyobb, mint NaCl-nál. Továbbá a színes centrumoknak egységnyi térerősségre számított vándorlási sebessége sokkal nagyobb KCl-ben és KBr-ben, mint NaCl-ben [10]. A KCl és KBr ezen viselkedése is alátámasztja az ugyanezen kristályokban általam észlelt jelenségeket.

5. A kérdés elmélyítése végett megvizsgáltam, hogy a B , A és K (specifikus vezetőképesség) között fennállnak-e azok az összefüggések, amelyek jellemzőek az elektronikus félvezetőkre. A vezetőképességnek és a vezetés A és B állandóinak a nagyfokú változása már kezdettől fogva ismeretes volt az irodalomban, de nem volt rögzítve valamilyen szabályos, egységes összefüggés ezen mennyiségek között. Különösen az A állandó több nagyságrenddel való változása volt itt szembevetendő és különös. Meyer és Neldel [11a] nevéhez fűződik azok a vizsgálatok, amelyek szabályos összefüggéseket mutattak ki a specifikus vezetőképesség (K) és a vezetés A és B állandói között. Ha egy elektronikus félvezető (pl. fémoxidok: ZnO , WO_3 , TiO_2 , Fe_2O_3) elektromos vezetőképessége valamilyen módon megváltozik, akkor ezzel együtt az aktiválási energia (B állandó) úgy változik meg, hogy pl. a vezetőképesség növekedésével a B -érték csökkenése jár együtt, és pedig úgy, hogy a B és $\log K$ között lineáris összefüggés van. Ezt a lineáris összefüggést nevezik az irodalomban Meyer-féle szabálynak, és az összefüggést ábrázoló egyenest Meyer-féle egyenesnek. Természetesen ez érvényes akkor is, ha ugyanannak a félvezetőnek több kristály példányait mérjük és összevetjük a vezetőképességüket és aktiválási energiájukat.

Ugyancsak ilyen lineáris összefüggés van a $\log A$ és $\log K$ között, valamint a $\log A$ és B között. Az ezeket az összefüggéseket ábrázoló egyeneseket Meyer—Neldel-féle egyeneseknek nevezik. Ilyen összefüggéseket eddig csak fémoxidoknál állapítottak meg, pl. a legutóbbi időkben ZnO esetében [11] és TiO_2 esetében [12].

Értelmezésükre az elektron-koncentráció, dielektromos állandó, elektron-mozgékonyság, valamint az elektronokat adó, illetőleg felvevő centrumok számának s ezen centrumok energetikai viszonyainak ismeretében többféle magyarázatot adtak. Így a Meyer-féle szabályra a félvezetőkre általánosan *Gisolf* [13], a TiO_2 esetében a $\log A$, és B összefüggésre pedig *Boltaks*, *Vaszenin* és *Szalunina* [12].*

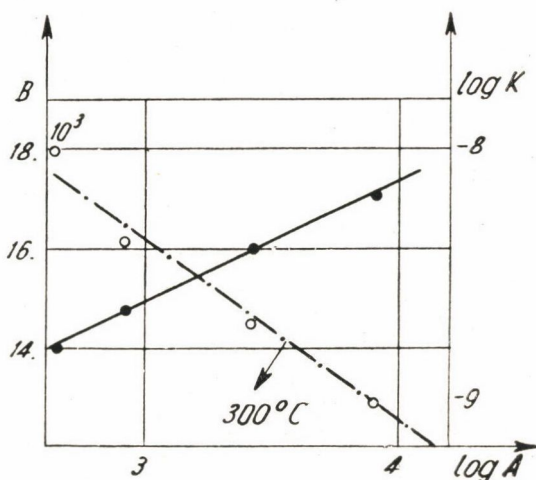


5. ábra. A $\log A$, $\log K$ és B összefüggése ugyanabból a darabból származó elszíntelenített egyenlő vastagságú KBr kristályok esetében

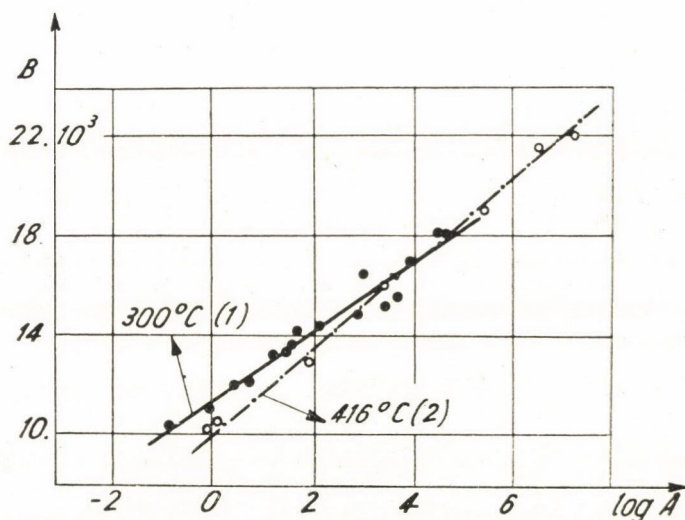
Az 5. ábrában a *Meyer—Neldel*-féle összefüggések vannak feltüntetve színezett és elszíntelenített (vagyis újra átlátszóvá tett), de ugyanabból a színezett darabból származó KBr kristályok esetében. Mégpedig szerepelnek éppen úgy különböző kristály példányok egy esetben mérve, mint egy és ugyanaz a kristály példány több ízben mérve, miközben a vezetése megváltozott. Az 5. ábra abszcisszája különböző KBr kristályokra, illetőleg megváltozott vezetéseikre vonatkozó A -értékeket tüntet fel az elszíntelenítés után. A B -értékek ugyanezen kristályokra vonatkoznak (baloldali ordináta). Amint a símán kihúzott egyenes mutatja, érvényes közöttük a *Meyer—Neldel*-féle szabály. A jobboldali ordinátán a $\log K$ értékek vannak feltüntetve, s a pontvonalazott egyenes a $\log A$ és $\log K$ értékek közötti összefüggést tünteti fel 280°C hőmérséklet mellett. Amint látható, a *Meyer—Neldel*-féle szabály ebben

* Még ha a *Meyer—Neldel*-féle szabály nincs is maradéktalanul értelmezve, mégis bizonyos experimentális összefüggések feltüntetésére használhatók, és ilyen értelemben alkalmazzuk itt is.

a vonatkozásban is jól teljesül, vagyis az A -állandó növekedésével a B -állandó szintén növekszik, továbbá a vezetőképesség növekedésével együtt jár az A -érték csökkenése.



6. ábra. A $\log A$, $\log K$ és B összefüggése különböző vastagságú mesterséges, de nem színezett KCl kristályok esetében



7. ábra. A $\log A$ és B összefüggése különböző eredetű és kezelésű, és különböző vastagságú nem színezett KCl kristályok esetében (természetes és mesterséges kristályok)

A 6. ábra ugyanezt tünteti fel nem színezett KCl kristályokra. A lényeges a dologban az, hogy mesterségesen növesztett, de nem színezett és nem egyenlő vastagságú kristályok esetében is fellépnek ezek az összefüggések. A 7. ábra a $\log A$ és B közötti összefüggés esetét szemlélteti különböző eredetű és kezelésű s különböző vastagságú KCl kristály példányokra, külön

egyenestűtve fel az alacsonyabb hőmérsékletű, illetőleg magasabb hőmérsékletű tartományban mért A - és B -értékek közötti összefüggést. Az a tény, hogy a 7. ábrában feltüntetett pontok más és más eredetű (természetes és mesterséges), de nem színezett különböző vastagságú kristály példányokra vonatkoznak, mutatja, hogy a kristály-szerkezetben egy, a kezeléstől lényegesen független tényező szerepel.

6. Most ki kell emelni, hogy mindezek az összefüggések az első ábra első görbájében szereplő természetes NaCl kristályokra esnek, mert ezeknél az Ohm-törvény érvényben van, a specifikus vezetőképesség nem függ a kristály vastagságától és az egyes kristályokon mért vezetőképességek és B -értékek is egyeznek, és nem változnak.*

Ebből az összehasonlításból szükséges megállapítani, hogy az alkali-halogenid kristályok lehetnek igen kifejezett állapotban, amikor a Meyer—Neldel szabályban kifejezett jelenséget nem mutatják. Ezt a kristály-állapotot nevezhetnők egy tökéletesebb kristály állapotnak. Ha az újabban használatos term-schéma kifejezést használjuk, azt mondhatjuk, hogy az ilyen kristályokban bizonyos term-értékek hiányoznak [17]. A többi kristályban (KBr, KCl, elszíntelenítve stb.) fellépnek új termek és ezzel kapcsolatban új B -értékek és új tulajdonságok. (Pl. K függése a kristály-vastagságtól.)

Az itt közölt mérések szerint tehát az alkali-halogenid kristályok az elektromos vezetés szempontjából úgy viselkednek, mint az elektronikus félvezető fémoxidok: pl. ZnO és TiO_2 . Viszont a természetes NaCl fent jelzett viselkedéséből lehet következtetni, hogy a fémoxidoknál is kimutatható az ennek megfelelő tökéletes kristály, ha ennek az előállítása nehéz is. Ugyanis sejthető, hogy ennek a szélső viselkedésnek jelentős szerepe van a term-schéma felállítása szempontjából.

A 3. ábrában az 1 mm-es KCl kristály hőmérséklet-görbájének a felső szakaszára vonatkozólag a B -érték 22000. Ez az érték már megközelíti a KCl magashőmérsékletű (500—750 °C) ú. n. „saját vezetési“ B -értékét. A magas hőmérsékleti vezetés már „szerkezetérzékeny“, vagyis itt már nincsenek befolyással a vezetésre a kristályban lévő idegen anyagok. Az eredményünk tehát az, hogy vékony kristálynál már sokkal alacsonyabb hőmérsékleten megkapjuk a magas hőmérsékleti vezetés B állandóját. A 4. ábra alapján ez érthető is, mivel vékony kristálynál közelebb jutunk a térorróságtól és a kristály-vastagságtól független saját vezetéshez.

7. *Diszkusszió.* Hilsch és Pohl [15] U-centrumokat tartalmazó kristályokban (KBr), mint félvezetői modell-kristályokban kimutatták, hogy a fényelektronos szekunder áram csak abban az esetben jön létre, ha a kristály sötét vezetésében elektronok is részt vesznek. Tiszta ionvezetésnél csak az ú. n.

* Egy esetben sikerült megállapítani, hogy más darabból származó próbatesten 10 év idő elteltével is ugyanazon K és B értékek adódtak és egyeznek az 1. ábra 1. görbájében feltüntetett értékekkel.

fényelektromos primer áram jelentkezik. Az U-centrum (KH molekula) fény hatására disszociál K és H atomokra. A neutrális K atom termikusan vagy a fény hatására szétesik egy elektronra és egy pozitív ionra. A fényelektromos elektron az anód felé vándorol, így tehát a kristály vezetőképessége a fény hatására megnövekszik. Ennek következtében a katódból egy elektron bejön a kristályba és a K iont ismét semlegesíti. A semlegesített K ion a hőmozgás hatására ezt a befogott szekunder elektront ismét ugyanolyan valószínűséggel adja le, mint előbb a kezdeti primer elektront. S ez a folyamat folytatódhat többször. Egy primer fényelektromos elektront tehát sok szekunder elektron követ és ezek is végig futnak a kristályban. Így a fény hatása az elektronok révén megsokszorozódik és ennek az erősítésnek a mértéke függ a kristály elektród-távolságától, mégpedig olyképpen, hogy az erősítés mértéke ugyanazon térerősség mellett a nagyobb elektród-távolságú kristálynál nagyobb. Tehát jelen vizsgálatok beleillenek ebbe a képbe. Vagyis ha hasonló folyamatot tételezünk fel a vezetéskor is, akkor a specifikus vezetőképességnek a vastagsági függése megérthető. Eszerint tehát bizonyos centrumok adnák az elektronokat a sötétvezetési áramba. E centrumok az elektronjaikat viszont egy más folyamattal pótolnák. Ha tehát a kristály vastagabb, több ilyen centrum van benne, amelyek így intenzívebb áramot tudnak fenntartani. *Pohl* a két irányban nem ugyanazt az áramértéket kapja, tehát egyenirányító hatás is fellép.

W. Lehfelddt [16] kimutatta, hogy a fényelektromos szekunder áram $AgCl$ -kristályokban elektronokból áll és a hőmérséklet csökkenésével növekszik, egy maximumot ér el és ismét lecsökken. Amint láttuk, az Ohm-törvénytől való eltérés is növekszik, ha a hőmérséklet csökken. Azoknál a mesterséges KCl kristályoknál, ahol az Ohm-törvényétől nagyfokú eltérést észleltem, én is megfigyeltem egyenirányító hatást, vagyis egyik irányban lényegesen nagyobb volt a vezetőképesség, (és kisebb az Ohm-törvénytől való eltérés) mint a másik irányban. Az analógiák révén feltételezhetjük, hogy a kémiaiilag nem tiszta alkalihalogenid kristályokban a sötétvezetésben jelentkező áramnövekedés olyan természetű, mint a fényelektromos szekunder áram. Ezt a párhuzamba való állítást megtehetjük, mert a termikus és optikai elektron-leváltási folyamatok lényegében azonosak. Ebben az esetben a fényelektromos áram quantum-equivalense megsokszorozódásának itt, a sötétvezetésnél megfelelne a legnagyobb és legkisebb térerősségre kiszámított specifikus vezetőképességek hányadosa. Vagyis az ú. n. fényelektromos primer áramnak megfelel az ohmikus természetű sötétvezetés.

Más vezetési jelenségek is arra mutatnak, hogy az alkalihalogenid kristályok sötétvezetése bizonyos feltételek mellett vegyes vezetés, vagyis ion-elmozdulások mellett elektron-vándorlás is fellép. Ebben az esetben a természetes $NaCl$ -ban a sötétvezetés elektron része igen csekély mértékű, az elektronok csak molekula méreteken belül mozognak el.

Jelen vizsgálatokból kitűnik, hogy a félvezető kristályokban gyakran jelentkező feszültségű eltérésnek az oka a legtöbb esetben nem másodlagos tényezőkben keresendő, hanem a vezetési mechanizmus reális tényezőiben. Ezt szükséges aláhúzni, mivel állandóan találkozunk az irodalomban olyan megnyilatkozásokkal, hogy itt csak szekunder folyamatok tévesztik meg az embert. Éppen ezért az Ohm-törvénytől való eltérésnek a vizsgálata a félvezetői kutatásokban általában nem szíves téma, és a kérdés tisztázását, — a bizonytalanságok miatt — elodázzák [17].

A szintetikus KBr és KCl tehát jelen vizsgálatok alapján igen jó félvezetői modelleknek bizonyulnak. Minthogy optikai abszorpciójukat figyelemmel lehet kísérni és könnyen előállíthatók, és tetszésszerűen szennyeződéseket vihetünk beléjük, ezért igen jó kísérleti anyag a félvezetői kutatásokban. További vizsgálatok tervbe vannak véve.

Összefoglalás

1. Megállapítást nyert, hogy kisebb térerősségeknél (50—6000 Volt/cm) nem festett alkali-halogenid kristályoknál is fellép az Ohm-törvénytől való eltérés és a térbeli elektromos hatás (vastagsági függés), amennyiben a kristály rácsába idegen anyagok vannak beépítve. Az Ohm-törvénytől való eltérés tehát lényegesen kisebb térerősségeknél is fellép, mint amilyeneknél eddig az irodalomban észleltek. Tehát az Ohm-törvénytől való eltérés az alkali-halogenid kristályokban eléggé általános.

2. A természetes NaCl kristályok ebből a szempontból az egyik szélső helyzetet foglalják el, míg a mesterséges KBr és különösen a KCl a legnagyobb eltéréseket mutatja.

3. Az eltérést mutató kristályokban a vezetés állandói egy kristály példányban is igen nagymértékben változnak, éppen úgy, mint az elektronikus félvezetőknél. A vezetés állandói között ugyanazok az összefüggések állnak fenn, mint a jól ismert elektronikus félvezetőknél. A különböző analógiák révén jogosan feltehető, hogy a sötét vezetésben bizonyos feltételek mellett elektronok is szerepelnek. Magas hőfokon úgy látszik, hogy sokkal kisebb a sötétvezetés elektronrésze, mint alacsony hőfokon. A hőfok csökkenésével az elektron-vezetési rész növekszik. A térerősségnek a szerepe itt még további tisztázásra szorul.

4. Alátámasztottuk azt a feltevésünket, hogy a sötétvezetésben az Ohm-törvénytől való eltérés folyamata ugyanolyan természetű, mint az ú. n. fényelektromos szekunder áram. Tehát amint a primér fényelektromos áram újabb vezetési korpuszkulákat hoz létre, éppúgy a sötét vezetési áramnál megtörténhetik, hogy az áram hatására újabb vezetési korpuszkulák keletkeznek és éppen ez a hatás okozza az Ohm-törvénytől való eltérést. Tehát szorosan felzárkózunk itt a modern erősítési technikában használatos ú. n. kristálysám-

lálók működéséhez, ahol az egyes korpuszculák (alfa-sugár, gamma-quantum) által keltett áramokat mérjük. Itt ugyancsak lényegesen kristályvezetési problémák állanak előtérben [18].

*

Dolgozatomat még a kolozsvári egyetem Kísérleti Fizikai Intézetében kezdtem el az 1943/44. években, s a közbejött események következtében csak évek múltán folytathattam. Hálás köszönetemet fejezem ki *Gyulai Zoltán* professzor úrnak, az Intézet igazgatójának, aki munkámban állandóan támogatott és értékes tanácsokkal látott el. A Magyar Tudományos Akadémia támogatásáért köszönetemet fejezem ki.

IRODALOM

- [1] A. v. Hippel: ZS. für Phys. 98, 580, 1936.
- [2] Gyulai Z.: ZS. für Phys. 113, 28, 1939; Mat. és Fiz. Lapok 40, 67, 1933.
- [3] Gyulai Z. és Tomka P.: ZS. für Phys. 125, 505, 1949. (Előadva a Magyar Tudományos Akadémia III. osztályának 1944. márc. 20-iki felolvasó ülésén).
- [4] G. Heiland és H. Kelting: ZS. für Phys. 126, 689, 1949.
- [5] F. Quittner: ZS. für Phys. 56, 597, 1929; u. ott 74, 344, 1932, O. Beran és F. Quittner: u. ott 64, 760, 1930, B. Hochberg: u. ott 70, 635, 1931. u. ott 77, 547, 1932.
- [6] Gyulai Z. és Tomka P.: fenti dolgozat 1. Táblázat 6., 7., 8. és 9. oszlop.
- [7] R. Hilsch: ZS. für Phys. 44, 421, 1927.
- [8] Gyulai Z. és Tomka P.: idézve, 3. ábra.
- [9] G. Glaser és W. Lehfeldt: Göttinger Nachr. 2, 91, 1936.
- [10] R. W. Pohl: Phys. ZS.: 39, 36. oldal 22. ábra és 2. tábl., 1938.
- [11] F. Stöckmann: ZS. für Phys. 127, 563, 1950, H. Weiss: u. ott 132, 335, 1952.
- [11a] W. Meyer: ZS. für Phys. 85, 278, 1933; W. Meyer és H. Neldel: Phys. ZS. 33, 1014, 1937.
- [12] B. I. Boltaksz, F. I. Vaszenin és A. E. Szalunina: Zsurnal Tehnyicseszkoy Fiziki 21, 532, 1951.
- [13] J. H. Gisolf: Ann. d. Phys. (6). 1, 3, 1947.
- [14] K. W. Böer: Ann. d. Phys. (6), 10, 20, 1952.
- [15] R. Hilsch és R. W. Pohl: ZS. für Phys. 108, 55, 1937, R. W. Pohl és F. Stöckmann: Ann. d. Phys. (6), 1, 275, 1947.
- [16] W. Lehfeldt: Göttinger Nachr. 263, 1933., u. ott 1, 171, 1935.
- [17] F. Stöckmann: ZS. für Phys. 128, 185, 1950.
- [18] K. G. MacKay: Phys. Rev. 74, 1606, 1948, H. Kallmann és R. Warminsky: Ann. d. Phys. (6) 4, 57, 69, 1948.

A SrO NÉHÁNY KÉK SÁVJÁNAK ROTÁCIÓS ANALÍZISE*

DEÉZSI IRÉN, KOCZKÁS EDIT és MÁTRAI TIBOR

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest, Spektroszkópiai Osztály

Ez a dolgozat a SrO molekula kék sávrendszere (1,0), (1,6) és (2,6) sávjainak rotációs analízisét tartalmazza. A dolgozat csatlakozik Kovács I. és Budó Á. ugyanezen sávrendszer (0,1), (1,1), (0,2), (0,3), (1,4), (1,5) sávjain végzett rotációs analíziséhez. Ez utóbbi dolgozatnak az eredményeit is felhasználva az alsó, ill. felső állapotra a B rotációs állandókat a következő két formula állítja elő

$$B'_v = 0,2937_7 - 0,0015_5 \left(v' + \frac{1}{2} \right), \quad B''_v = 0,3380_9 - 0,0021_3 \left(v'' + \frac{1}{2} \right).$$

Kovács I. és Budó Á. [1] nemrégén elvégezték a SrO molekula kék sávrendszere (0,1), (1,1), (0,2), (0,3), (1,4) és (1,5) sávjainak rotációs analízisét. Megállapították, hogy a sávrendszer egy $^1\Pi - ^1\Sigma$ elektronátmenetből származik, továbbá megerősítették G. Almkvist és A. Lagerqvist-nek [2] azt a feltevését, hogy a $^1\Sigma$ állapot közös az infravörös sávrendszer alsó állapotával. G. Almkvist és A. Lagerqvist [3] legutóbbi közlése szerint a SrO ultraibolya sávrendszerének alsó állapota is közös az infravörös és a kék sávrendszer alsó állapotával. Ez a $^1\Sigma$ állapot egyúttal a SrO molekula alapállapota.

Kovács I. és Budó Á. eredményeihez csatlakozva elvégeztük további három sáv: az (1,0), (1,6), és (2,6) sávok rotációs analízisét.

A kísérleti eljárásra nem térünk ki, mert ugyanarról a felvételsorozatról végeztük az (1,0), (1,6) és (2,6) sávok komparálását, amelyről a (0,1), (1,1), (0,2), (0,3), (1,4) és (1,5) sávok komparálása történt. Kovács I. és Budó Á. részletesen ismertették a kísérleti körülményeket.

A felvételen az egyes sávok átszövik egymást, egy-egy atomvonal sokszor a sávnak tekintélyes részét lefedi, idegen sávok is zavarják az áttekinthetőséget. Ennek ellenére mind a három sávban egy-egy ág — a Q-ág — felismerhető volt. A Q-ág felhasználásával mindhárom sávban a másik két ágat Loomis és Wood [4] módszerével kutattuk fel. Az ágakat egyik sávban sem tudtuk egészen a fejig követni, ezért a J kvantumszámozást a már kianalizált sávok kombináció-differenciáinak segítségével állapítottuk meg.

Legtöbb gondot az (1,0) sáv analízise okozott, kicsiny intenzitása, vonalainak diffúz volta és a sávot átfedő sok idegen vonal miatt.

Az (1,6) sáv analízisénel nehézséget jelentett, hogy az R-ág majd a Q-ág néhány vonala közösen fut a P-ág vonalaival, sőt négy vonalon keresztül mind a három ág összeesik.

* Megjelent először német nyelven, Acta Physica Hungarica, 3, 95, 1953.

I. Táblázat

Az (1,0) sáv vonalainak hullámszámai

| J | $R(J)$ | $Q(J)$ | $P(J)$ |
|-----|------------|-----------|------------|
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | | |
| 15 | | | |
| 16 | | 25 135,31 | |
| 17 | | 133,66 | |
| 18 | | 131,92 | |
| 19 | | 130,17* | |
| 20 | | 128,54 | |
| 21 | | 126,52 | |
| 22 | | 124,59 | |
| 23 | 25 136,22* | 122,43 | |
| 24 | 134,68 | 120,16 | 25 106,31* |
| 25 | 133,00 | 117,90* | 103,41* |
| 26 | 131,22 | 115,65* | 100,48* |
| 27 | 129,33 | 113,13* | 097,38* |
| 28 | 127,25 | 110,56* | 094,24* |
| 29 | 125,09 | 107,86* | 090,98* |
| 30 | 122,88 | 105,13* | 087,63 |
| 31 | 120,51* | 102,15* | 084,10* |
| 32 | 118,10* | 099,15* | 080,53 |
| 33 | 115,65* | 096,18* | 076,72* |
| 34 | 113,13* | 092,83* | 072,97* |
| 35 | 110,56* | 089,64* | 069,20 |
| 36 | 107,86* | 086,39* | 065,32* |
| 37 | 105,13* | 083,06 | 061,43* |
| 38 | 102,15* | 079,65 | 057,43 |
| 39 | 099,15* | 076,19 | 053,43 |
| 40 | 096,18* | 072,47* | 049,23* |
| 41 | 092,83* | 068,54 | 044,89* |
| 42 | 089,64* | 064,72* | 040,49 |
| 43 | 086,29* | 060,83 | 035,75* |
| 44 | 082,71* | 056,75 | 031,07* |
| 45 | 079,12* | 052,56 | 026,38 |
| 46 | 075,47 | 048,27 | 021,66 |
| 47 | 071,79* | 043,94* | 016,90* |
| 48 | 067,99* | 039,52 | 011,91 |
| 49 | 063,91 | 035,17* | 006,68 |
| 50 | 059,78 | 030,57* | 001,46 |
| 51 | 055,78 | 025,82* | 24 996,18 |
| 52 | 051,43 | 021,10* | 990,89 |
| 53 | 047,15 | 016,06 | 985,47 |
| 54 | 042,86 | 011,16 | |
| 55 | 038,32 | 006,08 | |
| 56 | 033,49 | 000,81 | |
| 57 | 028,99 | 24 995,59 | |
| 58 | 024,26 | 990,13 | |
| 59 | 019,60* | 984,87* | |
| 60 | 014,39 | 979,56 | |
| 61 | 009,33 | | |
| 62 | 004,01 | | |

II. Táblázat

Az (1,6) sáv vonalainak hullámszámai

| J | $R(J)$ | $Q(J)$ | $P(J)$ |
|-----|-----------|------------|------------|
| 21 | | | |
| 22 | | | |
| 23 | 21 388,85 | 21 374,79* | |
| 24 | 387,82 | 373,49 | 21 359,47* |
| 25 | 386,93 | 371,96 | 357,23* |
| 26 | 385,82 | — — | 355,03* |
| 27 | 384,71 | — — | 352,61* |
| 28 | 383,47 | 366,47* | 350,24* |
| 29 | 382,21 | 364,87 | 347,75* |
| 30 | 380,78 | 362,70 | 345,31* |
| 31 | 379,40 | 360,79 | 342,64* |
| 32 | 377,86 | 358,75 | 339,89* |
| 33 | 376,41 | 356,56 | 337,28* |
| 34 | 374,79* | 354,49 | 334,45* |
| 35 | 372,98 | 352,21 | 331,68* |
| 36 | 371,36* | 349,80 | 329,03* |
| 37 | — — | 347,42 | 326,08* |
| 38 | 367,65 | 345,07 | 323,13* |
| 39 | 365,72* | 342,64* | 320,05* |
| 40 | 363,79 | 339,89* | 316,91* |
| 41 | 361,64 | 337,28* | 313,51* |
| 42 | 359,47* | 334,45* | 310,09 |
| 43 | 357,23* | 331,68* | 306,79 |
| 44 | 355,03* | 329,03* | 303,44 |
| 45 | 352,61* | 326,08* | 299,98 |
| 46 | 350,24* | 323,13* | 296,37 |
| 47 | 347,75* | 320,05* | 292,73 |
| 48 | 345,31* | 316,91* | 289,25 |
| 49 | 342,64* | 313,71 | 285,50* |
| 50 | 339,89* | 310,52 | 281,64 |
| 51 | 337,28* | 307,20 | 277,76 |
| 52 | 334,45* | 303,82 | 273,77 |
| 53 | 331,68* | 300,44 | 269,75 |
| 54 | 328,75 | 296,85 | 265,53 |
| 55 | 325,74 | 293,35 | 261,58 |
| 56 | 322,71 | 289,79 | 257,12 |
| 57 | 319,41 | 286,09 | — — |
| 58 | 316,34 | 282,18* | 248,81 |
| 59 | 313,04* | 278,35 | 244,48 |
| 60 | 309,68 | 274,63 | 240,11* |

A (2,6) sávban csupán az R -ág és Q -ág metszésénél adódik néhány közös vonal.

Ellenőrzésül szolgálhat, hogy a $v' = 2$ állapot kivételével, mindegyik állapot legalább két sávból ismeretes, a $v'' = 0$ állapot pedig *Lagerqvist* analízisében szerepel. Így a sok zavaró idegen vonal ellenére is analízisünket megbízhatónak ítéltjük.

Az I., II. és III. táblázatokban közöljük a sávok vonalainak hullámszámaikat. A diffúz vagy összeeső vonalakat csillaggal jelöltük. A hiányzó vonalakat egy-egy széles atomvonal fedi át.

III. Táblázat

A (2,6) sáv vonalainak hullámszámai

| J | $R(J)$ | $Q(J)$ | $P(J)$ |
|-----|-----------|------------|-----------|
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | 21 891,57* | |
| 15 | | 890,52* | |
| 16 | | 889,56 | |
| 17 | | 888,33 | |
| 18 | | 887,18 | |
| 19 | | 885,87* | |
| 20 | | 884,48* | |
| 21 | | 883,10* | |
| 22 | | 881,63 | |
| 23 | | 880,03* | |
| 24 | 21 892,72 | 878,24 | 21 864,26 |
| 25 | 891,57* | 876,53 | 862,02 |
| 26 | 890,37* | 874,74 | 859,75* |
| 27 | 888,96 | 872,91 | 857,27* |
| 28 | 887,65 | 870,95 | 854,84 |
| 29 | 886,22* | 868,95 | 852,26* |
| 30 | 884,63* | 866,76 | 849,54* |
| 31 | 883,10* | 864,61 | 846,84 |
| 32 | 881,45 | 862,37 | 843,95 |
| 33 | 879,72 | 860,04* | 841,07* |
| 34 | 877,87 | 857,73 | 838,07* |
| 35 | 876,00 | 855,29 | 835,12* |
| 36 | 874,00 | 852,75 | 832,04 |
| 37 | 871,98 | 850,25* | 828,89 |
| 38 | 869,88 | 847,63 | 825,70 |
| 39 | 867,62 | 844,86* | 822,30 |
| 40 | 865,45 | 842,03* | 819,02 |
| 41 | 863,13 | 839,12* | 815,66 |
| 42 | 860,76* | 836,21* | 812,16 |
| 43 | 858,36 | 833,16* | 808,42 |
| 44 | 855,85 | 830,09 | 804,87 |
| 45 | 853,35 | 826,97 | 801,34 |
| 46 | 850,61 | 823,68 | 797,26 |
| 47 | 847,87 | 820,36 | 793,45 |
| 48 | 845,01* | 816,99 | 789,55 |
| 49 | 842,13* | 813,50 | 785,55* |
| 50 | 839,12* | 809,97 | 781,53 |
| 51 | 836,21* | 806,31 | 777,36* |
| 52 | 833,06 | 802,59 | 773,08 |
| 53 | 829,70 | 798,81* | 768,65 |
| 54 | 826,43 | 795,01 | 764,14 |
| 55 | 822,95 | 791,01 | 759,66 |
| 56 | 819,55 | 786,96 | 755,14 |
| 57 | | 782,84* | |
| 58 | | 778,65 | |

A rotációs konstansokat Kovács I. és Budó Á. által is követett szokásos módon határoztuk meg. Ezeket az állandókat a IV. táblázat foglalja össze.

IV. Táblázat

A B és D rotációs konstansok értékei cm^{-1} -ben

| Sáv | B'_d | B'_d közép- érték | B'_c | B'_c közép- érték | $10^{-6} \cdot D'_d$ | $10^{-6} \cdot D'_d$ közép- érték | $10^{-6} \cdot D'_c$ | $10^{-6} \cdot D'_c$ közép- érték | B'' | B'' közép- érték | $10^{-6} \cdot D''$ | $10^{-6} \cdot D''$ közép- érték |
|-------|--------|---------------------------|--------|---------------------------|----------------------|---|----------------------|---|--------|--------------------------|---------------------|--|
| (1,0) | 0,2912 | 0,2915 | 0,2914 | 0,2917 | 0,46 | 0,48 | 0,48 | 0,52 | 0,3371 | — | 0,40 | — |
| (1,6) | 0,2918 | | 0,2921 | | 0,50 | | 0,56 | | 0,3241 | 0,3241 | 0,49 | 0,55 |
| (2,6) | 0,2897 | — | 0,2899 | — | 0,80 | — | 0,87 | — | 0,3242 | | 0,60 | |

A c és d indexek jelölik a A típusú dublett két komponensét. c vonatkozik az alacsonyabb, d a magasabb nívóra.

Figyelembevée Kovács I. és Budó Á. által analizált sávok B -értékeit is, az alsó állapotra

$$B_e'' = 0,3380_9 \quad \alpha_e'' = 0,0021_3,$$

a felső állapotra pedig

$$B_e' = 0,2937_7 \quad \alpha_e' = 0,0015_5$$

értékeket nyertük.

A sávok ν_0 -jainak a hullámszámaikat Kovács I. [5] módszerével határoztuk meg.

Ez a módszer röviden a következő: a sávvonalak hullámszámaiból olyan kombinációk képezhetők, amelyek — abban az esetben, ha nincs perturbáció — a J kvantumszámtól függetlenül ugyanazt az állandót adják. Ez a konstans lényegében a ν_0 hullámszáma. Szingulett állapotok esetén ezek a kombinációk:

a Q ág vonalaiból

$$g_Q \equiv \frac{1}{2} [(J+1)Q(J-1) - (J-1)Q(J)] = \nu_0 = \nu_Q,$$

a P és R ág vonalaiból

$$\begin{aligned} g_{PR} &\equiv \frac{1}{4} \{ (J+1)[P(J) + R(J-2)] - (J-1)[P(J+1) + R(J-1)] \} = \\ &= \nu_0 - B'' = \nu_{PR}, \end{aligned}$$

illetve

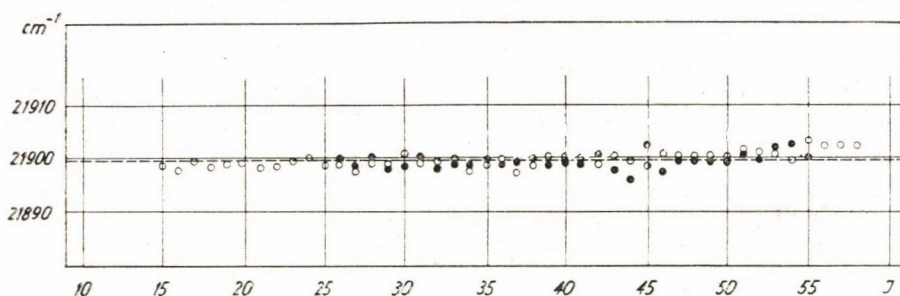
$$\begin{aligned} g_{\bar{P}\bar{R}} &\equiv \frac{1}{4} \{ (J+1)[P(J-1) + R(J-1)] - (J-1)[P(J) + R(J)] \} = \\ &= \nu_0 + B' = \nu_{\bar{P}\bar{R}}. \end{aligned}$$

A magasabb kvantumszámok felé lehetséges ezeknek az ú. n. ν_0 -vonalaknak a vízszintes egyenestől való eltérése. Ilyenkor figyelembe kell venni, a D rotációs konstansokkal képezett korrekciós tagokat is. Ezekkel a korrekciós tagokkal a formulák a következők:

$$\begin{aligned} g_Q &= \nu_Q + (D' - D'')(J-1)J^2(J+1) \\ g_{PR} &= \nu_{PR} + 2D'' + (D' - D'')(J-1)J^2(J+1) \\ g_{\bar{P}\bar{R}} &= \nu_{\bar{P}\bar{R}} - 2D' + (D' - D'')(J-1)J^2(J+1). \end{aligned}$$

Amennyiben perturbáció nincsen, a g_Q -, g_{PR} - és $g_{\bar{P}\bar{R}}$ -kombinációk a J kvantumszám függvényében ábrázolva vízszintes egyenesen vannak. Ezek az úgynevezett ν_0 vonalak erősen elhajolnak az egyenestől a perturbáció helyén, éppen ezért ez a módszer rendkívül alkalmas a perturbációk felkutatására. Amennyiben a Q -ágban van perturbáció, ez a g_Q -kombinációkból ismerhető fel. A P és R ágban fellépő perturbáció felismerésére a g_{PR} -, ill. a $g_{\bar{P}\bar{R}}$ -kombinációk szolgálnak aszerint, hogy a felső vagy alsó elektronállapot van-e perturbálva.

Az 1. ábra az általunk analizált (2,6) sáv ν_0 -jának meghatározását mutatja.



1. ábra. A ν_0 meghatározása a SrO kék sávrendszere (2,6) sávjában. A ν_Q értékeket fehér, a ν_{PR} értékeket pedig fekete kör ábrázolja. A ν_Q -kat kiegyenlítő egyenes az ábrázolásban nem különböztethető meg a ν_{PR} -eket kiegyenlítő egyenestől.

Az ábrából látható, hogy a D -t tartalmazó tagok figyelembevételére nem volt szükség $D'-D''$ kicsiny volta miatt. A ν_Q és a ν_{PR} -hez tartozó egyenesek egymástól való távolsága B'' , ez azonban az alkalmazott léptékben nem vehető észre.

A kapott ν_0 értékeket Kovács I. és Budó Á. eredményeivel együtt az V. táblázat tartalmazza, amelyben az általunk analizált sávok ν_0 -jai dűlt számjegyekkel vannak szedve.

A ν_0 -k hullámszámaiból az ismert $\nu_{fej} = \nu_0 - \frac{(B' + B'')^2}{4(B' - B'')}$ formula alapján számítva megkaptuk a sávfejek hullámszámait. Ezeket, Kovács I. és Budó Á. adataival együtt a VI. táblázat foglalja össze.

Kiszámítottuk a kék sávrendszer felső állapotához tartozó vibrációs állandókat is, ezekre

$$\omega'_e = 519,9_1 \text{ és } \omega'_e x'_e = 3,2_4$$

V. Táblázat

A null-vonalak hullámszámai

| $\nu'' \backslash \nu'$ | 0 | 1 | 2 |
|-------------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | — | 25 147,70 | — |
| 1 | 23 988,94 | 24 502,36 | — |
| 2 | 23 351,45 | — | — |
| 3 | 22 721,31 | — | — |
| 4 | — | 22 612,98 | — |
| 5 | — | 21 999,19 | — |
| 6 | — | 21 392,77 | 21 899,70 |

VI. Táblázat

A sávfejek hullámszámai

| $v'' \backslash v'$ | 0 | 1 | 2 |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | — | 25 149,86 | — |
| 1 | 23 991,29 | 24 504,61 | — |
| 2 | 23 353,90 | — | — |
| 3 | 22 723,90 | — | — |
| 4 | — | 22 615,58 | — |
| 5 | — | 22 001,95 | — |
| 6 | — | 21 395,72 | 21 902,44 |

értékeket kaptunk. Az alsó állapotot jellemző vibrációs állandók meghatározásához figyelembe vettük Kovács I. és Budó Á. analiziséből származó adatokat is. Az így kapott

$$\omega_e'' = 653,3_7 \text{ és } \omega_e'' x_e'' = 3,9_4$$

értékek lényegesen nem különböznek Kovács I. és Budó Á. eredményeitől.

Az (1,0), (1,6), (2,6) sávok analízise — tekintettel arra, hogy a (0,1) (1,1), (1,4), (0,2), (1,5) sávok analiziséhez kapcsolódik — megerősíti Kovács I. és Budó Á. feltevését, hogy a sávrendszer ${}^1\Pi - {}^1\Sigma$ átmenet. Az (1,0) sáv alsó kombináció-differenciái pedig mutatják, hogy a kék és infravörös sávrendszerek közös alsó állapottal rendelkeznek, amint ezt G. Almkvist és A. Lagerqvist feltételezték.

Köszönetet mondunk Kovács I. és Budó Á. professzor uraknak értékes tanácsaikért.

IRODALOM

- [1] I. Kovács und Á. Budó: Acta Phys. Hung. 1, 469, 1952.
I. Kovács und Á. Budó: Ann. d. Phys. 12, 17, 1953.
- [2] G. Almkvist und A. Lagerqvist: Arkiv för Fysik 1, 477, 1949.
- [3] G. Almkvist und A. Lagerqvist: Nature 170, 885, 1952.
- [4] Loomis und Wood: Phys. Rev. 32, 223, 1928.
- [5] I. Kovács: Acta Phys. Hung. 2, 141, 1952.

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

Második nap, 1953. augusztus 25, kedd.

ÚJABB MAGYAR EREDMÉNYEK A SPEKTROSKÓPIA TERÉN

KOVÁCS ISTVÁN akadémikus,

Központi Fizikai Kutató Intézet, Spektroszkópiai Osztály

Magyarországon a felszabadulás óta folyó spektroszkópiai kutatások három nagyobb csoportra oszthatók: emissziós spektroszkópiai, molekula-spektroszkópiai és abszorpciós spektroszkópiai kutatásokra. A fenti területeken — a molekula-spektroszkópiát kivéve — jelentősebb és nagyobb mérvű kutatások csak a felszabadulás után indultak meg. Népi demokráciánk által nyújtott, minden eddigit felülmúló és az egész magyar tudományos életet fellendítő anyagi és erkölcsi támogatás tette lehetővé a nagy anyag-igényes emissziós spektroszkópiai és abszorpciós spektroszkópiai kutatások jelentős mérvű kislésítését. Előadásomban röviden szeretném vázolni a fent jellemzett három területen a legutolsó időben elért újabb eredményeket.

Az *emissziós színeképelemzés* területén kutatóink jelentős eredményeket értek el mind a színeképelemzéshez szükséges műszaki berendezések továbbfejlesztésében, mind pedig különböző újabb spektrokémiai elemző eljárások kidolgozásában. A spektroszkópiai segédberendezések közül leginkább előtérben állt a megismételhető és pontosan szabályozható feltételek mellett működő fényforrások előállítására szolgáló gerjesztőberendezések kiépítése. Ezzel kapcsolatban egyik dolgozatában *Bardócz Árpád* a [1] Feussner-féle forgókapcsolós gerjesztőberendezések elméletét tovább fejlesztve az aperiódikus csillapítású töltőáramkörrel bíró szinkronkapcsolós gerjesztőberendezések alapelvét ismerteti. Másik dolgozatában [2] a szinkronkapcsolóval vezérelt gerjesztőberendezéseknek egyik fontos szerkezetilemét tárgyalja, ismertetve néhány általa tervezett kivitel is. A Központi Fizikai Kutató Intézet Spektroszkópiai Osztályán készült további dolgozatában [3] az említett szerző szaggatott-ívkeltő berendezést ismertet, amelyben az ív begyűjtéséhez szükséges magasfeszültségű és nagyfrekvenciájú áramokat nagyfeszültségű elemek felhasználása nélkül állítja elő. A fényforrásokra vonatkozó kísérletei során az említett szerző elektronikus vezérlésű gerjesztőberendezéseket is szerkesztett. Ezeknek egyik típusa [4] egyenirányított szaggatott ívek előállítására alkalmas. Itt feltöltött kondenzátort thyatroncsövön és Tesla-transzformátor primer tekercsén keresztül süt ki s a szekunder tekercsben indukált nagyfeszültség szolgáltatja a gyűjtőáramot. A thyatroncső vezérléséhez változtatható frekvenciájú impulzusgenerátor nyer alkalmazást. Az említett ívgerjesztő készüléket a szerző ugyancsak elektro-

nikus vezérlésű, de váltóáramú szaggatottív-gerjesztő berendezéssé fejlesztette, mellyel már kétirányú polaritású ívek állíthatók elő [5].

Az említett munkákat az utóbbi időben több irányból bírálat érte, mely egyfelől ugyan elismerte, hogy a gerjesztőberendezések építése önmagában véve fontos és a színképelemzés fejlődési irányának egyik döntő tényezője, de a kutatásokat túlméretezettnek és kissé öncélúnak minősítette. A bírálat megállapította, hogy az elektronikus vezérlési módnak a mechanikus vezérlési módhoz képest fő előnye nagy precizitása és a kisülések gyorsaságának gyors és úgyszólván felső határ nélküli beállíthatósága. Az eljárás első jellemzőjének azonban nem tulajdonítanak túlzott gyakorlati jelentőséget a színképelemzés mai állása mellett, mert amíg az ív, illetve szikraközben lejátszódó folyamatok úgyszólván alig ismeretesek és reprodukálhatóságuk csak nagyon korlátozott, addig hiába adagoljuk a gerjesztő energiát a legnagyobb precizitással, pontosabb eredményeket aligha kaphatunk. A végső következtetés ezzel kapcsolatban az volt, hogy az egyes gerjesztő berendezések elkészítése és kikísérletezése után meg kell vizsgálni ezek gyakorlati analitikai jelentőségét és csak azután lehet a berendezésekről a végső véleményt kialakítani. Ennek megfelelően most ezen berendezések ipari analitikai vizsgálata van folyamatban.

Az említett intézet ipari színképelemző csoportja alkalmas technikai berendezést létesített spektráltiszta elektródszenek hazai előállítására. A berendezés értékes termékével ellátja a hazai kutató intézeteket és ipari üzemeket is.

Török Tibor egyik munkájában [6] mechanikus vezérlésű, összeépített szikra- és ívgerjesztő készüléket ismertet, melyben szaggatott ív, vagy kondenzált szikra égési- és szünetidejének tág határok között való szabályozására nagyfeszültségű transzformátor primer körében elmésen megépített mechanikus kapcsolóműt alkalmaz. A szerző egy másik [7] dolgozatában ismerteti az általa kifejlesztett kisfeszültségű szikragerjesztő berendezést. Ennél a berendezésnél különlegesen konstruált Tesla-transzformátor és segédszikrakörök segítségével igen kicsiny induktivitás értékekkel is folyamatos és üzembiztos kisüléssorozatot lehet előállítani; emellett egyszerű módon érhető el a kisülések vezérlése. Ezen kívül *Barabással* egy praktikus anyagvizsgáló spektroszkópot, ú. n. steeloszkópot is szerkesztett [8], mely készülék főként acélminták összetételének gyors meghatározására alkalmas. Mindkét konstrukció hazai műszergyártásunknak komoly értéke. *Török* a Rákosi Mátyás Művek anyagvizsgáló laboratóriumában végzett kutatásainak nagyrésze az alumíniumban és annak ötvözeiteiben előforduló nyom-szennyezőknek mennyiségi színképelemzésére irányult [9., 10]. Sikerült gyors spektroszkópiai módszereket kidolgozni a Cu-, Ti-, V-, Cr-, Mn-, Ni- és Mg-nyomoknak [11], de különösen nehéz problémát jelentő cinknyomoknak mennyiségi meghatározására. Módszerei az iparnak nagy támogatást jelentenek. Az említett szerző „Fémötvözetek színképelemzése“ [12] c. továbbképző füzetében a spektrokémiai analízis legfontosabb eszközeit és módszereit ismerteti. Jól érthető tárgyalásmódjával jó szolgálatot tett a

színképelemzési módszerek meghonosításának. Másik hasonló füzetében [13] az eddiginél alkalmasabb módszert ismertet alumínium réztartalmának spektroszkópiai meghatározására, továbbá új eljárásokat ad meg az összehasonlító próbák nélküli fotografikus spektroszkópiai analízishez. A Műszaki Egyetem Általános Kémiai Intézetében *Erdey László, Kocsis Elemér és Geguss Ernő* [14] oldatok elemzésére nagy érzékenységgű spektroszkópiai eljárást dolgoztak ki, melynek lényege az, hogy az oldatot desztilláció, ill. porlasztás után légáramban az elektródfuratokon át áramoltatják az elektródák közé. Ezenkívül *Erdey és Geguss* [15] eljárást dolgoztak ki a spektroszkópiai analízist minduntalan zavaró ciánsavok kiküszöbölésére.

Szép eredményeket könyvelhetünk el a lumineszkáló anyagok fényének spektrális vizsgálata terén is. Az Egyesült Izzó kutatólaboratóriumában a fluoreszcens lámpák hazai gyártásával kapcsolatban behatóan vizsgálták a fluoreszcens emissziós spektrumokat. A spektrum relatív energiájának mérésére új módszert dolgoztak ki. E kutatások lényegesen kiszélesítették a fluoreszcenciáról alkotott elméletek kísérleti alapjait is és egyben lehetővé tették a hazai fénycső-gyártás megindítását. A fluoreszcens anyagok emissziós spektrumának vizsgálatára, valamint energiájának kimérésére *Nagy Elemér* igen szabatos fotomultiplikátoros mérőberendezést létesített, melynek előnye, hogy kiejti az elektronsokszorozó kifáradásából, feszültségfüggéséből és spektrális érzékenységből származó hibákat [16]. *Szigeti György Nagy Elemérrel* [17, 18] kiegyenlítési módszerrel mérte a lumineszkáló anyagok fényének spektrális eloszlását. Sok irányban folytatott kísérleteikből [19, 20, 21] kiderült, hogy a vizsgált lumineszkáló anyagok spektruma sávokra bontható, melyek mindegyike más és más utóvilágítással rendelkezik. A világítás és a dielektromos veszteségek hőmérsékleti függése alapján a világító centrumokra vonatkozóan fontos elméleti következtetéseket vontak le [22]. Az egyes sávok hőmérsékleti függését vizsgálva az említett szerzőknek elsőnek sikerült igazolniok a világítás mechanizmusára felállított Mott-féle összefüggést.

A *molekula-spektroszkópia* vonalán a kétatomos molekulák sávos színképeinek elméletére, illetve kísérleti felvételére vonatkozólag folytak hazánkban vizsgálatok.

Az *elméleti vizsgálatok* főként a sávos színképekben fellépő perturbációk elméletét vitték tovább kiegészítve a hazánkban már korábban elért eredményeket, továbbá a perturbációkat okozó molekula-termék állandóinak meghatározására szolgáló eljárásokat fejlesztették tovább. *Kovács István és Budó Ágoston* egyik dolgozatukban [23] kvantumelektrodinamikai eredmények alkalmazásával megvizsgálták két diszkrét és egy folytonos termsorozat közötti perturbációk kérdését. Megállapították, hogy még abban az esetben is, ha az első diszkrét és a folytonos állapotok között nincs kölcsönhatás, de a második diszkrét és a folytonos állapot között van, jelentékeny predisszociáció léphet fel egyes spektrumvonalaknál, valahányszor a két diszkrét állapot ugyanazon

rotációs kvantumszámhoz tartozó nívói egymáshoz közel kerülnek. Ezzel korrekt elméleti értelmezését adták az irodalomban akcidentális predisszociáció néven ismert jelenségeknek. A kifejtett eredmények alapján sikerült a NO-molekula γ -sávaiban észlelt jelenségek értelmezése. Egy másik dolgozatukban [24] az említett szerzők a spin-pálya kölcsönhatásának bizonyos multipliett állapotok szerkezetére való befolyását vizsgálták. Kimutatták, hogy a vizsgált esetben ez a kölcsönhatás a multipliett-term felbomlására ugyanolyan alakú kifejezéseket szolgáltat, mint amilyenek már másik két okból származnak, nevezetesen a spin-spin-kölcsönhatásból, valamint a molekula teljes pálya-impulzusmomentuma és teljes spinje közötti kölcsönhatásból.

Ismeretes, hogy a molekula-színképek sajátosságait Hund által bevezetett bizonyos egyszerű vektorkapcsolódási molekulamodellek alapján értelmezzük. Ezeknél a különböző molekulamodelleknél mindig más és más vektorok közötti kölcsönhatások dominálnak a többiek elhanyagolása mellett és ennek megfelelően ezek csak ideális határeseteket alkotnak. A valóságos molekulákban uralkodó viszonyokat tehát ezek a határesetek csak megközelítően tudják leírni. Az említett szerzők a Hund-féle b és d kapcsolási esetek közötti átmeneti állapotú termértékekre vonatkozóan alkalmas eljárással explicit formulákat vezettek le [25], amelyek a kapcsolási paraméternek és a rotációs kvantumszámnak minden értékénél elegendő közelítést jelentenek. Az elért eredmények alapján ugyancsak explicit kifejezéseket állapítottak meg ugyanerre az esetre a sávok ágaiban az intenzitás eloszlására, valamint a termék Zeeman-felbomlásaira vonatkozóan is. Eredményeiket sikerrel alkalmazták a He_2 molekula egy termkomplexére. Az említett szerzők egy másik dolgozatukban [26] a sávos színképekben felmerülő perturbációk problémáit tárgyalták egységes szempontból az elektronok pálya- és spinmomentumai közötti kölcsönhatás figyelembe-vételével. Ezzel az eljárással sikerült a szerzőknek az irodalomban először a molekulák sávos színképeinek esetében a különböző multipllicitású termék közötti perturbációk értelmezése. A „Molekulaszínképek” [27] c. kis könyvükben a szerzők nem specialisták számára is érthető módon ismertetik a molekulák színképeinek szerkezetét a kísérleti vizsgálatok és elméleti — főleg modellszerű — megfontolások alapján. Aránylag részletesen foglalkoznak a kétatomos molekulákkal, de rövid áttekintés keretében megemlékeznek a többatomos molekulák színképeiről is.

A perturbációkat okozó molekulatermek állandóinak meghatározására szolgáló eljárások alkalmazása során Kovács István és Lagerqvist Albin [28] svéd kutató a báriumoxid spektrumában fellépő perturbációkra vonatkozó dolgozatukban tisztán a spektrumvonalakon észlelhető perturbációs adatokból felállították a perturbációt okozó elektronállapotok teljes rezgési és rotációs termrendszerét. Az említett eljárások továbbfejlesztése során Kovács István [29] egy következő dolgozatában általánosan tárgyalja a perturbáló molekulatermek állandóinak meghatározására már régebben kidolgozott eljárásait oly módon, hogy ezek most

már minden további nélkül alkalmazhatókká válnak mindazokra a perturbációkra, amelyek szingulett átmenetekkel kapcsolatban gyakorlatilag előfordulhatnak (szingulett-szingulett és szingulett-triplett perturbációk.) A módszer a perturbáció helyén legalább két, ú. n. számfeletti vonalpárnak megfigyelésén alapszik és könnyen alkalmazható formulákhoz vezet. Az eljárást azóta már számos kutató sikerrel alkalmazta. Az említett szerző egyik legújabb dolgozatában [30] két újabb eljárást ismertet, amelyek segítségével az átmenetben résztvevő két molekulaterm rotációs állandóinak és rezgési nivóinak különbségén kívül a perturbáló term rotációs állandója és rezgési nivójának magassága is megállapítható. Az eljárások előnye, hogy ezeknél szükségtelen a perturbációs mátrixelem, valamint a perturbált és perturbálatlan nivók közötti eltéréseknek az ismerete.

A felszabadulás után hazánkban újból megindult *kísérleti molekulaspektroszkópiai* vizsgálatok a kétatomos fémoxidok sávos szinképeinek felvételére és rotációs analízisére terjedtek ki és különösen a stronciumoxid molekulák szinképével kapcsolatban voltak igen eredményesek. Ezzel kapcsolatban Kovács és Budó egyik dolgozatukban [31] közlik a Központi Fizikai Kutató Intézet Spektroszkópiai Osztályán a stronciumoxid konkáv ráccsal felvett kék sávrendszere több sávjának rotációs analízisét, amelyet a sávok nagymértékű átfedése ellenére sikerült végrehajtani. A rotációs állandók meghatározása alapján el lehetett dönteni, hogy a kék sávrendszer alsó elektronállapota az ultravörös sávrendszer alsó állapotával közös, amely az irodalomban hosszabb ideje vitatott kérdés volt. Deézi Irén, Koczás Edit és Mátrai Tibor [32] egy dolgozatukban a stronciumoxid kék sávrendszere néhány további sávjának rotációs analíziséről számoltak be, amelyek alapján lehetővé vált a stronciumoxid alapállapota disszociációs energiájának még pontosabb meghatározása.

Az *abszorpciós spektroszkópia* területén kutatóink főként organikus vegyületek szerkezeti problémáival foglalkoztak. Figyelemreméltó eredmények születtek különösen komplex vegyületek kémiai kötéseinek vizsgálatában, sztereokémiai problémák megoldásában, továbbá különösen benzolszármazékoknál a kromofor-szubsztituenseknek a fényelnyelésre vonatkozó befolyásának vizsgálatában. Sikerült tökéletesíteni az abszorpciós görbeelemzés módszereit, valamint továbbfejleszteni az orientált fényelnyelés elméletét. A felsorolt eredményeken kívül az abszorpciós spektroszkópia mérési metodikájában is, valamint annak fizikai-kémiai alkalmazásában is említésre méltó haladás mutatkozott.

A Szegedi Tudományegyetem Általános és Fizikai-Kémiai Intézetében figyelemre méltó eredményeket értek el a komplex vegyületek kémiai kötésének vizsgálatában. Kiss Árpád és munkatársai (Bácskai Gyula, Szőke Sándor, Faredin Imre) több dolgozatban [33, 34, 35] tárgyalták a belső komplexek fényelnyelési mechanizmusát. Organikus vegyületek szerkezeti problémáit tárgyalta az ultrabiolya abszorpciós szinképek vizsgálata alapján előbbi szerző és néhány munkatársa (Hires József, Molnár József, Csetneki Erzsébet, Fodor Gábor, Lózsa Albert). Kutatásaik során vizsgálták, hogy a különböző szubsztí-

tuensek az elnyelési görbére milyen hatást gyakorolnak. [36, 37, 38, 39, 40, 41, 42]. Előbbi szerző továbbfejlesztette az orientált fényelnyelés elméletét [43] és alkalmazta a naftalin-származékok elnyelési görbéinek értelmezésére [44]. Az orientált fényelnyelés elméletét több oldalról bíráló érte, ennek során komoly vita alakult ki, mely egyelőre azonban ma még nem tekinthető lezártnak. Az újabban nyert kísérleti adatok a közeljövőben remélhetőleg lehetővé fogják tenni ebben a kérdésben a döntést. *Tombácz Erzsébet* az azó-származékok elnyelési görbéit magyarázta az orientált fényelnyelés elméletének felhasználásával [45]. Az oldószerek hatásának vizsgálatával kapcsolatban végzett rendszerező munkát és a szükséges kutatási irányokat fektette le *Kiss Árpád* egy alapvető fontosságú cikkében [46]. Előbbi szerző és *Csetneki Erzsébet* az egyes szerves vegyületek elnyelési színeképek az ionizáció hatására történő megváltozását vizsgálták [47, 48]. Az előző vizsgálatokhoz kapcsolódik *Szepesi Gábornak* a fenol-származékok elnyelési görbéinek az ionizáció hatására történő megváltozását tárgyaló dolgozata [49]. *Kiss Árpád* és *Csetneki Erzsébet* a benzol-szulfosavnak és származékainak elnyelési görbéit vizsgálva kimutatták, hogy az az eddigi feltevés, mely szerint a szulfocsoport nem mezomériaképes, nem helytálló [50]. Előbbi szerzők és *Vinkler Elemér* bonyolult szerves vegyületeknél az elnyelési görbék és a kémiai szerkezet közötti összefüggést keresve, érdekes anomáliákat találtak a vizsgált vegyületek elnyelési görbéinél [51]. Sztereoizoméria-vizsgálatokkal foglalkozik *Kiss Árpád Pauncz Rezsővel* közös dolgozatában [52]. Előbbi szerző egy másik dolgozatában az elnyelési görbék elemzésére dolgozott ki igen jól használható módszert [53]. Szervetlen vegyületek elnyelési színeképét, valamint a színekép és a szerkezet közötti összefüggést vizsgálta a polikromátoknál előbbi szerző egy másik dolgozatában [54]. *Selyem János* a kobalt-rodanid-oldatok elnyelési görbéit tanulmányozta [55]. *Varsányi György* a vízmentes kobaltklorid abszolút organikus oldószerekkel alkotott komplexek szerkezetét a látható színeképterületen felvett elnyelési görbék elemzése alapján magyarázta [56].

A Szegedi Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézetében végzett kutatásokat *Pauncz Rezső* a molekula-spektrumok intenzitásával kapcsolatban [57]. Az elliptikus rotátor-modell alapján értelmezte említett szerző a lineárisan kondenzált aromás vegyületek színeképét [58, 59].

A Műszaki Egyetem Fizikai-Kémiai Intézetében *Varsányi György* gázolajpárlatokban aromás vegyületek kvantitatív meghatározására dolgozott ki abszorpciós spektroszkópiai eljárást [60]. Előbbi szerzőnek és *Ladik Jánosnak* részben spektroszkópiai vizsgálatokkal sikerült tisztázni a szerves szulfovegyületekben az $S=O$ kapcsolat kettős kötés-jellegét [61]. Ugyancsak előbbi szerzőnek *Dullien Ferenc* és *Szathmáry Józseffel* közös munkájában a fotográfikus spektrofotometrián alakuló elemzési eljárást sikerült kidolgoznia [62].

A Központi Fizikai Kutató Intézet Spektroszkópiai Osztályán *Láng László* az ultrahanggal besugárzott szerves festékkoldatok színváltozásának vizsgálatával

megállapította, hogy a besugárzás hatására a festékmolekulák száma és azoknak egymáshoz való viszonya megváltozik, továbbá, hogy e tekintetben minden kromoforra egy optimális besugárzási idő jellemző [63]. Ezenkívül az egyes nitrozótípusú szerves vegyületeknél a hőmérséklet hatására végbemenő monomer-dimer átalakulás reakcióhőjét határozta meg ultraibolya színeképek vizsgálatával. A különböző reakcióhőértékek segítségével egyben az egyes gyökök szubsztitúciós hatására mutatott rá [64]. Az említett szerző *Vizesy Máriával* a régebbi módszerekkel [65] nyert eredmények továbbfejlesztésével a diasztereomer alkanolamin-származékok ultraibolya színeképe vizsgálatánál a megfelelő izomer-párok színeképe között jól mérhető különbséget talált [66]. Itt a fényelnyelés mechanizmusának magyarázata olyan hipotézis felállítását tette lehetővé, melynek segítségével az egyes színeképekhez a megfelelő cisz-, illetve transzmódosulatok rendelhetők hozzá [67]. Ugyancsak előbbi szerzők foglalkoztak az abszorpciós spektroszkópia mérési metodikájával is [68]. Módszerükben az abszorpciós küvettaiba belépő és az onnan kilépő fényintenzitások értékeit egyidejűleg figyelembe véve egyazon spektrogrammon bármilyen hullámhossznál több adatból is tudnak közepelni és ezáltal a fényképlemez emulzió-hibáját csökkenteni.

Az előzőekben ismertetett eredmények mintegy 70 dolgozatban láttak napvilágot, ami — az 1945—46-os éveket nem számítva (ezalatt mindössze egy dolgozat jelent meg) — átlagban évenként 10 publikációt jelent. E publikációknak hozzávetőlegesen egyharmada a Szegedi Egyetem Általános és Fizikai-Kémiai Intézetében, másik harmada a Központi Fizikai Kutató Intézetben dolgozó munkatársak részéről jelent meg, a fennmaradó harmadik harmadon sorrend szerint a következő intézetek osztoznak: Rákosi Mátyás Művek Anyagvizsgáló Laboratóriuma, Egyesült Izzó Kutató Laboratóriuma, Műszaki Egyetem Fizikai-Kémiai Intézete, Szegedi Egyetem Elméleti-Fizikai Intézete, Műszaki Egyetem Általános Kémiai Intézete.

*

A beszámoló azt mutatja, hogy hazánkban fontos, eredményes és sokirányú kutatás folyik a spektroszkópia területén és bár kis nemzet vagyunk, de magunk is megfelelő mértékben járulunk hozzá obulusainkkal a világ kultúrájának kincsestárához.

IRODALOM.

- [1] Bardócz Á., Műgyet. Közl. 1, 2, 1948.
- [2] Bardócz Á., Műgyet. Közl. 3, 140, 1948.
- [3] Bardócz Á., Elektrotechnika 44, 174, 1951.
- [4] Bardócz Á., Journ. of Opt. Soc. Am. 42, 357, 1952.
- [5] Bardócz Á., Elektrotechnika 44, 1, 1951.
- [6] Török T., Magy. Techn. 6, 81, 1951.
- [7] Török T., MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl. 8, 595, 1953.
- [8] Török T., Barabás J., Magyar Techn. 6, 79, 1951.

- [9] Török T., *Acta Chim. Hung.* 2, 289, 1950.
- [10] Török T., *Acta Chim. Hung.* 2, 347, 1952.
- [11] Török T., *Magy. Kém. F.-irat* 57, 196, 1951.
- [12] Török T., *Métn. Továbbképző Int.* V, 50, 1945.
- [13] Török T., *Métn. Továbbképző Int.* V, 59, 1948.
- [14] Erdey L., Kocsis E., Geguss E., *MTA, VII. Oszt. Közl., előkészületben.*
- [15] Erdey L., Geguss E., *Acta Chim. Hung.,* sajtó alatt.
- [16] Nagy E., *MTA III. Oszt. Közl.* I, 47, 1950.
- [17] Szigeti G., Nagy E., *Műegy. Közl.* I, 1, 1948.
- [18] Szigeti G., Nagy E., *Nature* 160, 641, 1947.
- [19] Szigeti G., *MTA III. Oszt. Közl.* I, 30, 1950.
- [20] Gergely G., *Journ of Opt. Soc. Am.* 40, 356, 1950.
- [21] Nagy E., Gergely G., *Acta Phys. Hung.* I, 127, 1950.
- [22] Lásd 18.
- [23] I. Kovács, Á. Budó, *Journ. Chem. Phys.* 15, 166, 1947.
- [24] Á. Budó, I. Kovács *Hung. Acta Phys.* I, 7, 1948.
Á. Budó, I. Kovács *Phys. Rev.* 73, 1120, 1948.
- [25] I. Kovács, Á. Budó *Hung. Acta Phys.* I, 1, 1949.
- [26] Á. Budó, I. Kovács *Acta Phys. Hung.* I, 84, 1950.
- [27] Budó Á., Kovács I., *Métn. Továbbképző Int.* G, 86, 1948.
- [28] I. Kovács, A. Lagerqvist *Journ. Chem. Phys.* 18, 1683, 1950.
I. Kovács, A. Lagerqvist *Ark. f. Fys.* 2, 411, 1950.
- [29] I. Kovács *Acta Phys. Hung.* I, 97, 1950.
- [30] I. Kovács *Acta Phys. Hung.* II, 141, 1952
- [31] Kovács I., *MTA III. Oszt. Közl.* II, 41, 1952.
I. Kovács, Á. Budó, *Acta Phys. Hung.* I, 469, 1952.
I. Kovács, Á. Budó, *Ann. d. Phys.* 12, 17, 1953
- [32] Deézi I., Kockás E., Mátrai T., *Fizikai Szemle* 4—5—6, 1952.
I. Deézi, E. Kockás, T. Mátrai, *Acta Phys. Hung.* III., 98, 1953.
- [33] Kiss Á., Bácskai Gy., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 47, 1948.
- [34] Kiss Á., Szőke S., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 155, 1948.
- [35] Kiss Á., Faredin I., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 212, 1949.
- [36] Kiss Á., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 129, 1948.
- [37] Kiss Á., Hires J., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 76, 1948.
- [38] Kiss Á., Molnár J., Sándorffy K., *Compt. Rend. Acad. Soc. Páris* 227, 724., 1948
- [39] Kiss Á., Molnár J., Sándorffy K., *Bull. Soc. Chim. Franc.* (5) 16, 275, 1949.
- [40] Kiss Á., Csetneki E., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 132, 1948.
- [41] Kiss Á., Fodor G., Lózsa A. *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 25, 1948.
- [42] Kiss Á., Fodor G., Molnár J. *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 189, 1949.
- [43] Kiss Á., *MTA. VII. Oszt. Közl.* 2, 329, 1952.
- [44] Kiss Á., *Comt. Rend. Acad. Sci. Paris* 229, 762, 1949.
- [45] Tombác E., *Acta Chem. Phys. Szeged* 3, 56, 1950.
- [46] Kiss Á., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 235, 1950.
- [47] Kiss Á., Csetneki E., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 37, 1948.
- [48] Kiss Á., Csetneki E., *Comt. Rend. Acad. Sci. Paris* 228, 423, 1949.
- [49] Szepesi G., *Acta Chem. Phys. Szeged* 3, 49, 1950.
- [50] Kiss Á., Csetneki E., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 30, 1948.
- [51] Kiss Á., Vinkler E., Csetneki E., *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 192, 1949,
- [52] Kiss Á., Pauncz R. *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 83, 1948.
- [53] Kiss Á., Sándorffy K. *Acta Chem. Phys. Szeged* 2, 71, 1948.

- [54] Kiss Á., Biró K., Acta Chem. Phys. Szeged 2, 80, 1948.
- [55] Selyem J., Acta Chem. Phys. Szeged 3, 59, 1950.
- [56] Varsányi Gy., Acta Chem. Phys. Szeged 3, 67, 1950.
- [57] Pauncz R., Acta Chem. Phys. Szeged 2, 178, 1949.
- [58] Pauncz R., Fiz. Szemle 2, 160, 1952.
- [59] Pauncz R., MTA. VII. Oszt. Közl. 2, 267, 1952.
- [60] Varsányi Gy., Magy. Kém. F.-irat 56, 1, 1950.
- [61] Varsányi Gy., Ladik J. Acta Chim. Hung. 3, 243, 1953.
- [62] Varsányi Gy., Dullien F., Szathmáry J., Magy. Kém. Folyóirat 58, 13, 1952.
- [63] Láng L., Magy. Kém. F.-irat 58, 50, 1952.
- [64] Láng L., Fiz. Szemle 2, 166, 1952.
- [65] Kiss I., Láng L., Acta Chem. Phys. Szeged 2, 206, 1949
- [66] Vizesy M., Láng L., Fiz. Szemle 2, 169, 1952.
- [67] Láng L., Vizesy M., Acta Chim. Hung. s. a.
- [68] Láng L., Vizesy M., Magy. Kém. Folyóirat 58, 326, 1952.

FOLYÉKONY ANYAGOK KOMBINÁCIÓS SZÓRÁSI SZÍNKÉPÉNEK VIZSGÁLATA A NAGYREZGÉSSZÁMÚ TARTOMÁNYBAN

P. D. SZIMOVA Szófia

Korábbi vizsgálataink során, melyekben karbonsavak hidrogénkötését tanulmányoztuk kombinációs szórási színekép (Raman-színkép. A ford.) segítségével, megállapítottuk [1], hogy a $100\text{--}200\text{ cm}^{-1}$ tartományban egy keskeny sáv mutatkozik, amely a hidrogénkötés közvetlen színeképi megnyilvánulása, továbbá, hogy a $2800\text{--}3500\text{ cm}^{-1}$ tartományban széles elmosódott sáv észlelhető, mely a triklórecetsav [2] és az ecetsav esetében szerkezettel bír. A hidrogénkötést a 3 mikronos tartományba eső infravörös elnyelési színekép segítségével vizsgálva megállapítottuk, hogy a három vizsgált sav (hangyasav, ecetsav és triklórecetsav) színeképében észlelhető széles hidroxilsávnak szerkezete van. A sávban maximumokat találtunk, melyek egymás közötti távolsága körülbelül egyezett a kombinációs szórási színekép kisrezgésszámú sávjának frekvenciájával. Ezen az alapon feltételeztük, hogy a hidroxilsáv tartományában összetett rezgések mutatkoznak, amelyek a hidroxilcsoport rezgéseinek a hidrogénkötés rezgéseivel való kombinációja következtében lépnek fel [3].

Kifejezést adtunk ama feltevésünknek is, hogy a hidrogénkötést mutató anyagok színeképében az igen széles hidroxilsáv ilyen kombinációk eredménye.

Így tehát az a kérdés merül fel, hogy a $\nu \pm n\nu_1$ kombinációkból adódó frekvenciák (ν — a perturbált OH-csoport frekvenciája, ν_1 — az intermolekuláris hidrogénkötés frekvenciája) a monomér frekvenciájához viszonyítva nemcsak a kisebb frekvenciák felé kell hogy essenek, hanem az OH-csoport monomér frekvenciájához képest nagyobb frekvenciájú sávok is várhatók. Ez az eredmény adódik *M. I. Batujev* frekvencia-modulációs elméletéből [4], de *B. I. Sztjepanov* predisszociációs elméletéből is [5].

A hidrogénkötés spektrális megnyilvánulásainak elméleti tisztázására részletes vizsgálatoknak vetettük alá a hidrogénkötést tartalmazó, valamint illet nem tartalmazó anyagok kombinációs szórási színeképét a nagyfrekvenciájú tartományban ($> 3000\text{ cm}^{-1}$). A vizsgálatokat metil- és etilalkohollal, ecetsavval, etilalkohol széntetrakloridos oldatával, etiléterrel, acetonnal és kloroformmal végeztük [6]. Jelenleg intramolekuláris hidrogénkötést tartalmazó anyagok vizsgálatával foglalkozunk.

A felvételeket ISzP—51-es típusú, $f=270\text{ mm}$ -es kamrájú háromprizmás üvegspektográfával készítettük. A készülék lineáris diszperzációja 5000 Å

körül — 47 Å/mm, 4000 Å körül — 19 Å/mm. A színekpek gerjesztését a 4358 és 4047 Å-ös higanyvonalakkal végeztük; egyes esetekben az eredményeket a Hg 3665 Å vonal gerjesztésével kontrolláltuk.

A metilalkohol kombinációs szórési színeképét legutoljára Naraynaswamy vizsgálta igen nagy részletességgel [7]; mérési eredményeit a mi adatainkkal összehasonlítva az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat

| Frekvenciák cm^{-1} | Értelmezés | Naraynaswamy adatai |
|------------------------------|---|---------------------|
| | | 67 |
| | | 146 sávok |
| | | 234 |
| | | 491 (1) |
| | | 872 (3) |
| | | 922 (3) |
| 1033 (erős) | $\nu_1(\text{C—O})$ | 1032 (5) |
| 1102 (közepes) | $\delta(\text{C—O})$ | 1109 (4) |
| 1151 (gyenge, diff.) | | 1150 (3) |
| 1400 (?) | $\delta_s(\text{O—H})$ | 1370 (2, széles) |
| 1459 (erős, széles) | | 1449 (8) |
| — | $\delta_3(\text{CH}_3)$ | 1470 (8) |
| 1540 (gyenge, diff.) | | — |
| — | | 2585 (2, széles) |
| 2836 (nagyon erős) | $\nu_2(\text{C—H})$ | 2833 (10) |
| 2912 (erős) | | 2911 (5) |
| 2939 (nagyon erős) | 2. $\delta_3(\text{CH}_3)$ | 2944 (9) |
| 2994 (erős) | $\nu_3(\text{C—H})$ | 2989 (5) |
| 3380 — sáv | $\nu'_1(\text{O—H—O})$ | 3380 —sáv |
| 3650 —sávmaximum | $\nu_1(\text{O—H})$ | — |
| 4108 (gyenge, diff.) | $\nu_5(\text{C—H}) + \delta(\text{C—O})$ | — |
| 4265 (gyenge, diff.) | $\nu_2(\text{C—H}) + \delta_3(\text{CH}_3)$ | — |
| | $\nu_3(\text{C—H}) + \delta_s(\text{O—H})$ | — |
| 4388 (gyenge, diff.) | $\nu_5(\text{C—H}) + \delta_s(\text{O—H})$ | — |
| 5340 (gyenge) | | — |
| 5455 (gyenge) | $\nu(\text{CH}_3)$ felharmonikusai | — |
| 5560 (gyenge) | | — |

Az észlelt színekp vonalak a következőképpen identifikálhatók. Az 1033 cm^{-1} frekvenciájú vonal a C—O kötés vegyértékrezgésétől származik (8), az 1400 cm^{-1} frekvenciájú széles elmosódott vonal — a hidroxil-csoport deformációs rezgésétől; az 1459 cm^{-1} frekvenciájú intenzív széles vonal pedig a CH_3 -csoport deformációs rezgésétől. A 2836 és 2994 cm^{-1} frekvenciájú vonalak a CH-kötés vegyérték rezgéseivel függnek össze. A 2912 és 2939 cm^{-1} vonalak a CH_3 -csoport deformációs rezgéseinek első felharmonikusai. A 3380 cm^{-1} -nél maximumot mutató intenzív széles sávot az intermolekuláris hidrogénkötések által perturbált OH-rezgések hozzák létre. A 3650 cm^{-1} -nél mutatózó maximum több mint valószínű, hogy a szabad OH-kötéstől ered. A 4108, 4265 és 4383 cm^{-1} -es frekvenciák a színeképben gyenge, elmosódott vonalak alakjában jelentkeznek és az 1. táblázat szerint, mint kombinációs frekvenciák

foghatók fel. 5340, 5455 és 5560 cm^{-1} -nél ugyancsak gyenge vonalak mutatkoznak, amelyek a CH_3 -csoport vegyértékrezgéseinek felharmonikusaiként magyarázhatók. A 4108, 4265, 4388, 5340, 5455 és 5560 cm^{-1} frekvenciákat a folyékony metilalkohol kombinációs szórási színeképében, tudomásunk szerint, először sikerült észlelnünk.

Az etilalkoholra és etiléterre vonatkozó eredményeket a 2. táblázat tartalmazza. A metilalkohol színeképéhez hasonlóan az etilalkohol színeképében is

2. táblázat

| Etilalkohol | Etiléter |
|---------------------|----------|
| 435 (közepes) | 442 |
| 775 (közepes) | 793 |
| 885 (erős) | 840 |
| 1052 (erős) | 936 |
| 1102 (erős) | 1037 |
| | 1164 |
| 1278 (erős) | 1259 |
| 1453 (erős) | 1450 |
| 1490 (gyenge) | |
| 2716 (erős, diff.) | 2694 |
| 2753 (közepes) | 2736 |
| 2881 (nagy. gyen.) | 2873 |
| 2936 (nagy. erős) | 2933 |
| 2984 (nagy. erős) | 2999 |
| 3250 — sáv | 3217 |
| 3370 — sáv | 3425 |
| 3655 (gyenge diff.) | 3688 |
| 3795 (gyenge diff.) | 3803 |
| 3876 (gyenge) | — |
| 4078 (gyenge) | 4042 |
| 4325 (gyenge) | 4305 |
| 4492 (gyenge) | |
| 5480 (gyenge) | |
| 5540 (gyenge) | |

találtunk több vonalat a 3600 cm^{-1} frekvenciák fölött. Érdekes, hogy az éter szórási színeképe igen hasonlít az etilalkohol szórási színeképére. Az éter szórási színeképében talált 3217, 3425, 3688, 3803, 4042 és 4305 cm^{-1} vonalak semmiképpen sem függhetnek össze a hidrogénkötés színeképi megnyilvánulásával, mivel az étermolekula hidroxilcsoportot nem tartalmaz. Inkább valószínű, hogy az éter szórási színeképében ezek a magas frekvenciák kombinációs és felharmonikus eredetűek. Ezen az alapon az etilalkohol színeképének megfelelő frekvenciáit szintén a kombinációs és felharmonikus eredetű frekvenciákhoz kellene sorolnunk. Ezt a következtetést az etilalkohol 1:2 töménységű széntetrakloridos oldatának színeképi vizsgálata is alátámasztja. Annak ellenére, hogy ilyen oldatban az intermolekuláris hidrogénkötések nagyrésze felbomlott, a 3795, 3876, 4078, 4325, 4492 cm^{-1} frekvenciájú vonalak az oldat szórási színeképében jól észlelhetők. A 3250, 3370 és 3655 cm^{-1} vonalak elbírálásánál azonban nagyfokú

óvatosságra van szükség, mivel ezek a vonalak elmosódott sávok maximumait képviselik, amelyek kétségtelenül a hidroxilcsoport rezgéseivel függnek össze. Lehetséges, hogy itt a hidroxil-frekvenciák szuperponálódnak a kombinációs és a felharmonikus frekvenciákra.

Az ecetsav szórási színeképében 3600–5000 cm^{-1} között, vagyis a hidroxilsáv frekvenciáján túl, 4060 és 4356 cm^{-1} frekvenciájú vonalat mutatunk ki.

A folyékony acetón színeképében a jólismert 2836, 2918, 2959 és 2999-es, a C—H kötésekhez tartozó frekvenciakon kívül, még két új, 3278 (igen erős) és 3472 (közepes) frekvenciájú vonalat mutattunk ki. Ezenkívül észleltünk még három vagy négy igen gyenge vonalat, melyek frekvenciáját nem tudtuk kielégítő pontossággal meghatározni.

A szalicilaldehid és a metilszalicilát színeképében ebben a tartományban szintén aránylag sok vonal észlelhető. A kloroformra kapott adatainkat a

3. táblázat tartalmazza, Herzberg adataival párhuzamosan [8]. Számos vonal itt is felharmonikus és kombinációs frekvenciákkal magyarázható.

3. táblázat

| Frekvenciák (cm ⁻¹) | Értelmezés | Herzberg adatai (cm ⁻¹) |
|------------------------------------|--|--|
| 263 (erős) | | 262 (igen erős) |
| 365 (erős) | | 365 (erős) |
| 668 (erős) | | 668,3 (erős) |
| 763 (erős, diff.) | | 761,2 (erős) |
| 1217,6 (közepes) | $\delta(\text{C—H})$ | 1215,6 (közepes) |
| 1510 (közepes) | 2. 763 | — |
| 1524 (közepes) | | — |
| 2400 (igen erős) | 2. 1217 | — |
| 3020 (igen erős) | $\nu(\text{C—H})$ | 3018,9 (erős) |
| 3073 (igen erős) | 4. 763 | — |
| 3617 (gyenge) | 3. 1217 | — |
| 4235 (gyenge) | $\nu(\text{C—H}) + \delta(\text{C—H})$ | — |

Ilyen nagyfrekvenciájú vonalakat a kristályos benzoészav (9) és egyes magasabb alkoholok (4) kombinációs szórási színeképeiben is találtak. Az utóbbi esetben a vonalakat *Batujev* a hidrogénkötési színeképi megnyilvánulásának tekintette.

A fentiek alapján tehát nagyfrekvenciájú ($> 3000 \text{ cm}^{-1}$) vonalakat nagyszámú, mind hidrogénkötéssel bíró, mind ilyent nem tartalmazó anyagnál találtunk. A kapott új kísérleti eredmények alapján feltehető, hogy ezek a nagy frekvenciák a molekulák alapfrekvenciáinak felharmonikusaiból és kombinációiból adódnak. Hidrogénkötést mutató anyagok esetében az ilyen frekvenciák identifikálásánál a legnagyobbfokú óvatossággal kell eljárni, mivel a hidroxil-csoport frekvenciái a felharmonikus frekvenciákra szuperponálódhatnak. Ilyen nehézségekkel különösen az intramolekuláris hidrogénkötést tartalmazó anyagok színeképeinek vizsgálatánál találkoztunk, ahol a 3000 cm^{-1} fölött frekvenciatartományban több vonal észlelhető és ugyanakkor a jellemző hidroxilsáv nem mutatkozik.

Fordította: Szép Iván

IRODALOM

- [1] П. Д. Симова, ДАН СССР, 69, 27, 1949.
- [2] B. D. Sakseña, Proc. Ind. Acad. Sci., A, 12, 312, 1940.
- [3] В. М. Чулановский и П. Д. Симова, ДАН СССР, 68, 1033, 1949.
- [4] М. И. Батуев, ЖФХ, 23, 1399, 1949.
- [5] М. В. Волькенштейн, М. А. Еляшевичи Б. И. Степанов, „Колебания молекул“ 1949 г.
- [6] P. D. Simova, C. R. de l'ac. bul. des sciences, T. 5, 1952.
- [7] P. K. Naraynaswamy, Proc. Ind. Acad. Sci., A, 26, 121, 1947.
- [8] G. Herzberg: Schwingungs- u. Rotationsspektren mehratomiger Molekülen.
- [9] И. Д. Полякова, Ш. Ш. Раскин, А. В. Сечкаръови Ф. И. Скрипов, Изв. АН СССР Сер. физ. 14, 419, 1950.

HOZZÁSZÓLÁSOK:

Vagyim Leonjidovics Ljovsin:

Érdekelnek azok az eredmények, melyeket Magyarországon a lumineszcencia vizsgálatával kapcsolatban értek el. Kérdése, hogy milyen új kísérleti eredmények születtek és milyen módszerekkel folytak a kísérletek. Különösen érdekelnek a fémoxidok spektroszkópiai vizsgálatára vonatkozó kutatások eredményei. Igen érdeklik azok a kérdések, melyek a szerves vegyületekre vonatkoznak, továbbá, hogy milyen változások jönnek létre az ultrahanggal besugárzott vegyületekben, úgyszintén azok az eredmények, melyek a dimerizációs folyamatok vizsgálatára és a cisz-transz izoméria spektroszkópiai vizsgálatára vonatkoznak.

Láng László:

A felszabadulás utáni években több helyen indult meg az abszorpciós spektroszkópiai szerkezetkutatás. Ezzel szemben a felszabadulás előtt lényegileg csak egy helyen, a Szegedi Egyetem Általános és Fizikai-Kémiai Intézetében foglalkoztak ezzel a témakörrel.

A következőkben Ljovsin professzornak a saját munkaterületét érintő kérdéseire válaszol. A szerves vegyületek fényelnyelésére vonatkozó kérdés megválaszolásához ki kell térnie az orientált fényelnyelés elméletének rövid ismertetésére. Ismerteti Scheibe és mások erre vonatkozó kutatásait, megjegyezve, hogy Magyarországon Kiss Árpád professzornak sikerült az elméletet továbbfejleszteni. Az elmélet felhasználásával és továbbfejlesztésével kapcsolatban több oldalról érte bírálat az orientált fényelnyelés elméletének alkalmazását. A kérdés végleges tisztázása céljából a KFKI-ben olyanirányú kísérleteket végeznek, melyeknek eredményeképpen pro vagy kontra a kérdést előreláthatólag el lehet dönteni. A naftalin-származékoknál egy rövid és egy hosszú tengely szerinti gerjesztési irányt lehet feltételezni. Kiss professzor a lineárisan kondenzált vegyületekre vonatkozó elméletet továbbfejlesztette és alkalmazta angulárisan kondenzált vegyületekre, melyeknél az előbbi két tengellyel szemben három tengelyt lehet feltételezni, melyek irányában a gerjesztés történhetik. A KFKI-ban végzett és végzendő kísérletek arra irányulnak, hogy ezeket a gerjesztési tengelyeket meghosszabbítsák úgy, hogy az egyes tengelyek végére poláris (pl. aminó) csoportokat kapcsolnak.

Ljovsin professzor második kérdése a szerves vegyületeknél ultrahang besugárzásra történt változásokat érintette. Egyes szerves festékeknél ultrahang hatására az oldat színe megváltozik. Az oldat színét a kromoforcsoportok okozzák, tehát ha a színe megváltozik, feltehető, hogy a kromoforok változtak.

meg. A vizsgálatok szerint a kromoforok száma és egymáshoz való viszonyuk szenvedett változást ultrahang-besugárzás hatására.

Ljovsin professzor következő kérdése a dimerizáció folyamatának vizsgálatára vonatkozott. A múlt évi vándorgyűlésen részletesen beszámolt a hozzászóló ezekről a vizsgálatairól.

Ljovsin professzor negyedik kérdésével kapcsolatban előrebocsátja, hogy csak a könnyebb érthetőség kedvéért van szó cisz- és transztérállású vegyületekről, ugyanis a vizsgált vegyületek diasztereomer-párok, melyeknél két aszimmetria centrum van s az egyes kötással egymáshoz kapcsolódott két szénatom forgási lehetősége csupán korlátozott, de nem kizárt. Így valódi cisz- és transz-származékokról nem lehet beszélni, hanem kizárólag a korlátozott rotáció következtében beállott térközelség, ill. távolságról. A rövidség kedvéért nevezzük ezeket cisz-, ill. transzkonfigurációjú vegyületeknek. A vegyületek színeképeinek vizsgálatánál különbséget lehetett találni az ultraibolya színeképterületen. Tekintettel arra, hogy az alkanolamin-származékok oldallánca telítetlen és így nem vesz részt az aromás gyűrű mezóméria-rendszerében, ezért az oldallánc szubsztitúciós hatását lehet csak figyelembe venni. Az abszorpciós színeképekben tapasztalt különbség egyrészt elegendő ahhoz, hogy akár kvantitatív analízist lehessen végezni a megfelelő izomérpároknál, másrészt pedig egy olyan hipotézis felállítását tette lehetővé, mely szerint az egyes színeképekhez tartozó vegyületekben a térszerkezetet magyarázni lehet.

Schay Géza :

Szerinte igen égető probléma volna, hogy megindítsák az infravörös spektroszkópiát, melynek előfeltétele az infravörös spektroszkóp sürgős beszerzése.

Szeretné kiegészíteni Kovács akadémikus beszámolóját azzal, hogy megemlíti *Dullien Ferenc* új berendezését, melyet a fényintenzitás sokszoros kihasználására készített. Ezzel a Raman-spektroszkópia fájó pontját, az expozíciós időt nagy mértékben le lehet csökkenteni. Eredményes kísérletek folynak a vizsgálathoz szükséges anyagmennyiség csökkentésére is, de itt még bizonyos részletek további kidolgozásra szorulnak, azért nem történt meg még a publikáció.

A Láng kartárs által adott felvilágosításra vonatkozólag megemlíti, hogy az orientált fényelnyelés elméletével kapcsolatban bizonyos vitás kérdések merültek fel, mely vitának ő maga is résztvevője volt. Sohasem állította, hogy maga az orientált fényelnyelés elmélete téves, hiszen ez Scheibe és mások eredményei és kvantummechanikai levezetések alapján nem lehet kétséges. Az orientált fényelnyelés igen reális valami, hanem kérdéses és vitás a megfelelő sávok hozzárendelése az egyes gerjesztési irányokhoz, és itt áll fenn nézeteltérés *Kiss* professzorral szemben. Igen termékenynek látszó utat jelölt meg Láng kartárs az angulárisan kondenzált vegyületek spektrosz-

kópiái vizsgálatához, mellyel a sávok egyértelmű hozzárendelését kísérleti módon meg lehet állapítani.

P. D. Szimova:

Kérdezi, hogy a Raman-spektroszkópiában milyen metodika alapján dolgoznak, milyen küvetatérfogattal és milyen fényforrással végzik a kísérleteket, továbbá milyen szűrőt alkalmaznak. Érdeklődik a gerjesztő fény hullámhossza iránt is. Kérdezi, alkalmazzák-e a spektroszkópiát közetek és ásványok vizsgálatára is, hol és hogyan.

Szigeti György:

Ljovsin professzornak a lumineszcencia-spektrumokra vonatkozó kérdéseire kíván válaszolni. A lumineszcencia-spektrumokra vonatkozó kísérleteket az Egyesült Izzó laboratóriumában és a Híradástechnikai Kutató Intézetben végezték. A felvételek mangánnal aktivált cinkszilikát, cink-berilliumszilikát, kadmiumborát és különféle cinkszulfidok spektrumára szorítkoztak. Megállapították, hogyha a fotonszámot a frekvencia függvényében ábrázolják, a nyert görbe Gauss-görbékre bontható, tehát az egyes sávok alakja Gauss-görbéknek felel meg.

Szalkai Ferenc:

A mennyiségi színképelemzés hazánkban még egészen fiatal tudományág, melynek igazi fejlődése csak a felszabadulás utáni években indult meg. Azóta már több kutató és ipari laboratóriumnak van színképelemző osztálya, mely a magyar ipar számára rendkívül hasznos munkát végez. Ezek elsősorban a fémek analízisével foglalkoznak és a kifejlesztett módszerek és meghatározások a kohászat és a fém-anyagvizsgálat terén gyorsaságuk miatt mindinkább tért hódítanak. Az egész világon mindjobban előtérbe nyomul az a törekvés, hogy a spektroszkópiai módszereket ne csak a fémek kisebbszázalékú összetevőinek, hanem általában az anyagok teljes mennyiségének meghatározására is alkalmazzák. Különös gyakorlati jelentősége van a gyors színképelemzési módszernek az ásványok, továbbá a szigetelőanyagok: üvegek, kerámiák összetevőinek a meghatározásában. A Híradástechnikai Kutató Intézet laboratóriumában már régebben folynak kísérletek különböző üvegek teljes mennyiségi analízis módszerének kidolgozására. Néhány előzetes kísérleti eredményről szeretne röviden beszámolni.

A teljes mennyiségi analízisnek két fő nehézséggel kell megküzdenie. Az első az, hogy a nagyobb százalékban levő alkotórészek feketedési görbéi telítésbe mennek át, a második pedig, hogy a nagyjából egyenlő mennyiségben jelenlevő alkotóelemek egymást erősen befolyásolják. E nehézségek kiküszöbölésére a vizsgálandó anyagot nagyobb mennyiségű idegen vegyülettel szokás keverni és a keresett elemeket mint ennek kisebb százalékú alkotórészeit meghatározni. Kísérleteikben a finomratört üvegport 1:39 arányban

ferroferrioxiddal keverték és pasztillákká préselték. A pasztillákat szén fúrában ívkisülésben gerjesztették, az ellenelektroda réz volt. Gerjesztésre a hazánkban egyebütt még nem használt nagyfeszültségű (kb. 4000 V-os) ívkisülés szolgált. Ezt a külföldön jó eredménnyel bevált berendezést úgy módosították, hogy a váltófeszültségű íváram ellenütemében egy-egy thyatronon folyt keresztül és a rács vezérlése útján csak határozott feszültségen gyűjtött be. Ily módon rendkívül stabilan működő ívkisülés jön létre. Igen hasznos szolgáltatást tett a vázolt feladatban a fényintegrátornak nevezett berendezés. Egy elektrométert feltöltő fotócella a spektográfba bejutó összes fényt mérte — 2500 Å—3000 Å-ös tartományban — és így a felvétel tartamát nem az idő, t , hanem a bejutó fényenergia $(I \times t)$ szabta meg. Fenti módszerrel sikerült eddig az üveg Si, Pb, Al, Mg tartalmára kiértékelési görbéket felállítaniok, melyek szórása általában 4—5% körül van. Eddigi eredményeik reményt nyújtanak arra, hogy az üvegek többnapos kémiai analizisét sikerülni fog valamivel kevésbé pontos, de jóval gyorsabb — pár órás — szinképi analizissel helyettesíteni.

Török Tibor:

Az előadásban ismertetett eredményekben jelentős része van a kormányzat nagy támogatásának, mely mind a beruházások, mind pedig a kutatóknak nyújtott anyagi és erkölcsi támogatásban nyilvánult meg.

Szeretne egynéhány újabb magyar eredményt ismertetni.

Dr. Földváry Aladárné a Magyar Állami Földtani Intézet laboratóriumában több szinképanalitikai vizsgálatot végzett, megállapítva a Szarvaskői weherlitek vanádiumtartalmát, majd pedig a velencei hegyvidék közeteinek molibdéntartalmát vizsgálta, s közben érzékeny módszert dolgozott ki, melylyel 0,001%-os nagyságrendű molibdéntartalmat is meg lehet határozni. Vizsgálati eredményei a jövő ipara szempontjából igen nagy gyakorlati jelentőségűek.

Az Eötvös Loránd Tudományegyetem Szervetlen és Analitikai Kémiai Intézetében a Magyar Híradástechnikai Kutató Intézettel karöltve *Hegedűs A. Milner Tivadar és Pungér E.* végeztek nagyjelentőségű vizsgálatokat a Beckman lángfotométer segítségével. Eljárásukkal sikerült egyetlen elektroncső emittáló masszájából a kalcium, stroncium és bárium egymásmelletti meghatározása. Az eljárás időtartama legfeljebb pár óra az eddigi több napos és 50—60 cső anyagát felemésztő vizsgálattal szemben.

Hegedűs, Fucker és Dvorszky a Híradástechnikai Kutató Intézetben lángfotometriás módszert dolgoztak ki az alfa és gamma alumíniumoxid nátriumtartalmának meghatározására vonatkozóan.

A Nehézipari Kutató Intézetben *Szádeczky és Benkő* a kriolit és nátriumfluorit szilícium és vastartalmának meghatározására dolgoztak ki spektroszkopiai módszert. Igen lényeges körülmény az, hogy pl. a szilícium meg-

határozására azonos eljárás és kiértékelő görbe használható függetlenül a szilícium kémiai és kristálytani megjelenési formájától. *Weszprémyvel* együtt filmkazettát szerkesztettek spektrográfok céljaira. Az új eljárás lényege abban áll, hogy a filmszalagot a külső levegő nyomásának felhasználásával fektetik rá a megfelelően jusztfírozott perforált lemezre. Ezzel az eljárással az eddigi 25–30%-os kihasználás helyett 100%-os filmkihasználást lehetett elérni, ami gyakorlatilag jelentős. Vizsgálta az előhívó káliumbromid tartalmának a makrohibára való befolyását.

V. L. Ljovsin:

Kovács akadémikus előadásához még néhány rövid megjegyzést kíván hozzáfűzni. Megemlíti, hogy vizsgálatokat végzett arra vonatkozólag, hogy ultrahang hatására miképpen változik meg az anyagok abszorpciós spektruma. Szerinte ezek a jelenségek nem kapcsolatosak az ultrahang közvetlen hatásával. A lényeg az, hogy ultrahang hatására az oldatban kavitáció jön létre és elektromos tér keletkezik. Ennek következtében felmerül annak lehetősége, hogy töltésetolódás keletkezik a folyadék belsejében és hidrogén-hiperoxid keletkezik. Ezekután lehetséges, hogy a molekula maga megváltozik. A jelenségek az ő esetében lumineszcenciához vezettek. Nem tudja, hogy Kovács professzor által említett vizsgálatok értelmezése mennyire helyes, de figyelemmel kell lenni a végső következtetés levonásánál erre a lehetőségre is.

Néhány megjegyzést tesz a különböző irányú gerjesztésekkel kapcsolatban is. Munkatársaival a vizsgálatok egész sorát végezték az antracén aril-számazékainál. Kimutatták, hogy az oldalláncokban végzett szubsztitúció az abszorpciós szinképen változásokat idéz elő bizonyos sávoknál, míg más sávokat változás nélkül hagy. A 2500 Å-nél lévő sáv a hossz tengelyhez tartozik. Megemlíti munkatársait, akik ugyanezen vegyületeken alacsony hőmérsékleten vizsgálták. A folyékony hidrogén hőmérsékletén ezek a sávok igen nagyszámú vonalra esnek szét, melyeket szériákba lehetett kapcsolni. Ezek tükörszimmetrikusak, s csupán néhány átmenettel kapcsolatosak. Előfordul az is, hogy egyes vonalak összefonódnak más vonalakkal és így nem sorolhatók szériákba. Ismételten felhívja a figyelmet arra, hogy az alacsony hőmérsékleten végzett kísérletek igen fontosak. Megemlékezik még a koncentrációnak az abszorpciós spektrumra gyakorolt hatásáról. A koncentráció növelésénél a spektrum változása együttjár a forma megváltozásával is, az egyes forma átment a kettes formába. Ugyancsak vizsgálták a hőmérsékletnek az abszorpciós spektrumra gyakorolt hatását, s az ennek következtében létrejövő változásokat. Bizonyos anyagokban az abszorpciós spektrum a hőmérséklet növekedésével gyorsan csökken. Az ultraibolya tartományban szintén változások állnak be a spektrumban. Még nem világos, hogy milyen folyamathoz kell ezeket az abszorpciós spektrumváltozásokat kapcsolni, lehet, hogy itt nem egyszerű dimerizációról van szó.

Schay Géza:

Szimova elvtársnő Ramanspektroszkópiával kapcsolatos kérdéseire ad néhány rövid felvilágosítást. A kísérleteik egyelőre szüretlen higanylámpa-fénnyel történtek és az intenzitás jó kihasználására irányultak. Kb. 10 perc—negyedórás expozíciós időkkel egész finom mérésekre alkalmas spektrumokat kaptak néhány cm^3 folyadékkal, de jól felismerhető és kimérhető Raman-spektrumokat kaptak még 1 cm^3 folyadékkal is. A folytonos háttér megjelenése, az üvegcső anyagának szórása és a tükröződés szabott határt a küvetta-térfogat csökkentésének.

Vorsatz Brunó:

Kovács professzor előadásának ahhoz a részéhez kíván hozzászólni, mely az emissziós színeképelemzéssel foglalkozik. A gerjesztőberendezések fejlesztése terén érdekes megfigyelni azt a két irányt, melyben kutatóink dolgoznak. Az egyik irány a pontosság, megismételhetőség és egyéb követelmények megjavítása érdekében felhasználva az elektronika legújabb módszereit és eszközeit, viszonylag bonyolult berendezések kifejlesztéséhez vezet.

A másik irány azokból a feltételekből indul ki, hogy az üzemi laboratóriumoknak olyan gerjesztő berendezésekre van szükségük, mely egyesíti magában a szikra- és ívgerjesztő tulajdonságait.

Almády Andor:

Hozzászólásában Schay akadémikus kérdésére kíván választ adni, amikor bejelenti, hogy infravörös spektro-fotométer vonalán a KFKI 4,4 mikronnál tart, másrészt pedig a Veszprémi Nehézvegyipari Kutató Intézet, a Magyar Ásványolaj és Földgázkísérleti Intézet és Vegyipari Egyetem munkaközössége továbbá a KFKI és az Optikai Központi Kutató Laboratórium együttműködésével meg fog valósítani egy regisztráló infravörös fotométert.

Pauncz Rezső:

Az abszorpciós spektroszkópiai problémákkal kapcsolatban kíván néhány megjegyzést tenni. Igen érdekeseknek tartja azokat a vizsgálatokat, melyeket az orientált fényelnyelés elméletével kapcsolatban végeztek. Ugyanakkor rá kell mutatni arra, hogy az eddigi módszerekkel végzett meggondolások egyes esetekben nem adnak egyértelmű felvilágosítást az egyes sávok hozzárendelésére vonatkozólag. E tekintetben Schay professzorral ért egyet. A megállapítások alátámasztására további vizsgálati módszereket kellene alkalmazni:

a) Igen mély hőmérsékleten vizsgálni az abszorpciós spektrumot. Ezen eljárás előnyeire *Bljumenfeld* szovjet kutató és *Clar* eddigi vizsgálatai rámutattak a naphthalint illetőleg más lineárisan kondenzált aromás vegyület színeképeinek tanulmányozása során. b) Mágneses erőterben kellene tanulmányozni az abszorpciós spektrumot. Ennek előnyét abban látja, hogy mágneses erőter jelenléte esetén a molekulára más szimmetria meggondolások érvényesek, mint

annak hiányában. Bizonyos elfajult állapotoknál felhasadás következik be, s minthogy csoportelméleti módszerekkel megállapítható, hogy milyen szimmetria típusokkal rendelkező állapotoknál áll elő ez a jelenség, egyes sávok mágneses erőterben történő felhasadása módot nyújthat a hozzárendelés egyértelműségének elősegítéséhez. c) A rezgési szerkezet tanulmányozása.

Elméleti segédeszközként a kvantum-mechanikai közelítő módszerek alkalmazása kínálkozik. Sajnos a fellépő matematikai komplikációk miatt a módszerek exakt keresztülvitele csak a legegyszerűbb rendszerek esetén lehetséges, a módszerek praktikus felhasználhatósága érdekében bonyolultabb vegyületek esetén olyan elhanyagolások szükségesek, amelyek hatása nehezen tekinthető át. Ezek a módszerek tehát nem nyújtanak biztos alapot arra, hogy az egyes átmenetek helyét elméletileg pontosan megállapítsák. Fontos felhasználási lehetőség rejlik azonban a csoport-elméleti alkalmazásában, ennek segítségével a molekula szimmetria-viszonyainak figyelembevételével elvileg megállapítható, hogy milyen irányokban lehetnek az egyes sávok polarizálva. Példaképp a lineárisan kondenzált vegyületeknél, ha a molekulának két egymásra merőleges szimmetria síkja van, csak olyan átmenet lehetséges, amely vagy az x , vagy y tengely irányában van polarizálva. Másirányú átmenetek csak akkor lehetségesek, ha deformációs rezgések következtében a molekula szimmetriája megváltozik. Ugyancsak megváltozik a helyzet, ha szubsztituentet építünk be a molekulába.

Szeretné kiegészíteni Kovács akadémikus beszámolóját egy-két újabb eredménnyel, amelyek a Szegedi Tudományegyetem Általános és Fizikai Kémiai Intézetében születtek. *Kelen Tibor* elvtárs csoportelméleti vizsgálatok alapján alátámasztotta *Kiss Árpád* professzor megállapításait egyes belső komplexek fényelnyelésére vonatkozólag. *Gilde Ferenc* a *Hans Kuhn*, továbbá *Volkenstein* és *Borovinszki* szovjet kutatók által sikerrel alkalmazott lineáris doboz modellt alkalmazta a naphtalin és phenantrén színképének értelmezésére, jó eredménnyel. Ezzel kapcsolatban rá kíván mutatni arra, hogy hasonló típusú modellek igen jó eredményeket adnak. (Pl. elliptikus rotátor-modell.) Ezeknél kizárólag a molekula geometriájából adódó értékeket kell felhasználni. *Kelen Tibor* és *Gilde Ferenc* a belső komplexek spektrumát Ilse és Koch, ill. Hartmann által kidolgozott elmélet alapján perturbációs módszerrel számították.

Az abszorpciós spektroszkópia elméleti továbbfejlődésének érdekében kíváncsún tartja, hogy az eddiginél még szorosabb kapcsolat alakuljon ki a kísérletileg dolgozó spektroszkóposok, valamint az elméleti eszközöket használó kutatók között.

Gáspár Rezső:

A hullámmechanika felfedezése óta, de különösen James és Coolidge-nek a H_2 molekulára vonatkozó igen pontos számításai óta ismeretes, hogy a kísérletin kívül van egy másik út is a molekulaállapotok és molekulaserke-

zet meghatározására, mely tisztán elméleti számítások segítségével vihető keresztül. Hozzászólásában rá szeretne mutatni egy módszerre, melyet az eddig végzett molekulaszámításoknál csak igen korlátozott mértékben alkalmaztak, és meg szeretné mutatni, hogy a módszert megfelelően általánosítva kidolgozható egy olyan számítási módszer, mely az eddig már használt módszerekkel összehasonlítva konvergencia szempontjából egyenértékű, a választott centrálszimmetrikus alapkoordináta-rendszer miatt pedig a formulák igen jól kezelhetők.

A molekula-termek osztályozásánál különösen kétatomos molekulák esetében régtől fogva igen nagy szerepet játszik az egyesített atom, vagyis az az atom, melyet úgy nyerne, hogy a kétatomos molekula két atommagját a térnek ugyanazon helyére viszik. Ennek az atomnak a sajátfüggvényei különösen a kétatomos molekula gerjesztett állapotainak sajátfüggvényeit igen jól megközelítik. Számításai, ha a $\varphi = \psi(1s) + c\psi(3d)$ variációs függvényt veszik alapul a számításoknál ($\psi(3d)$ a He^+ -ion $3d$ elektronjának sajátfüggvénye megfelelő variációs paraméterrel; c is egy variációs paraméter) a H_2^+ molekulaion energiája $-0,019$ atomi egység, s így a mért magtávolságnál a molekula $0,51$ eV kötési energiával stabilis. Így egyrészt remény van arra, hogy további tagokkal bővítve a H_2^+ molekulaion kísérleti disszociációs energiája $2,791$ eV megközelíthető, másrészt mint tájékozódó számítások mutatták, a módszer könnyen általánosítható a több elektronnal rendelkező molekulára is.

Horváth János:

Röviden ismerteti az abszorpciós görbeelemzés terén elért eredményeit. Megemlíti, hogy *Medgyessy Pál*, az Alkalmazott Matematikai Intézetnek egyik munkatársa, sikeresen általánosította G. Doetschnek még 1936-ból származó módszerét, melyet a „szórás-csökkentés” módszerének szokás nevezni. Ennek a módszernek az a lényege, hogy az analizálandó görbe Fourier-transzformáltjában egy alkalmas faktorról való beszorzással a görbét úgy lehet módosítani, hogy a maximum-helyek jobban kiemelkednek anélkül, hogy eltolódnának. Ez a módszer teljesen objektív és egyértelmű. A Szegedi Tud. Egyetem Általános és Fizikai Kémiai, valamint Elméleti Fizikai Intézetében nem olyan régen jó eredménnyel sikerült ezt a módszert alkalmazni. Felhívja a figyelmet az eljárásra, mely az ismert módszerek között a legjobbnak látszik.

Greguss Pál:

Az ultrahang-kutatások terén elért eredményeik ismertetésével szeretné a hozzászólásokat kiegészíteni. A náluk végzett kísérletek Láng elvtárs csoportjánál végzett kísérletekhez hasonló eredményeket mutattak.

Kovács István:

A hozzászólók a felmerült kérdésekre — úgy hiszi — teljes mértékben megadták a választ egy kivételével, és ez a fémoxidokkal kapcsolatos kuta-

tások kérdése. Erre tér most ki és röviden ismerteti intézetében a SrO és CuO molekulával folyó vizsgálatokat és azok eredményeit. A SrO molekulának három sávrendszere ismeretes, egy az ultraibolya, egy a kék és egy az infravörös tartományban. Ezek vibrációs analízisét K. Mahla, Mahanti, valamint Mecke és Guillery végezték el. 1933-ban K. Mahla részéről kísérletek történtek az infravörös sávrendszer analízisére.

A. Lagerqvist és G. Almkvist svéd kutatók megismételték az infravörös sávrendszer analízisét és arra a megállapításra jutottak, hogy K. Mahla analízise hibás. Ennek alapján az előadó intézetében megvizsgálták a kék sávrendszert és megállapították, hogy Almkvist és Lagerqvist állításai helyesek. Az ő analízisük az infravörös sávrendszerben a $v''=0$ és $v''=1$ rezgési nivókra terjed ki, míg előadó intézetében a kék sávrendszerben a $v''=6$ rezgési nivóig egészítették ki az analízist és meghatározták az alapállapot disszociációs energiáját.

Megemlíti, hogy intézetében jelenleg a CuO molekulára vonatkozó vizsgálatok vannak folyamatban. Eddigi megállapításaik csak addig terjedtek, hogy ennek eddig meglévő analízise hibás. A. Guntch-nak a CuO molekula analíziséről szóló publikációjában meglehetősen sok téves megállapítást találtak és most a helyes analízis kérdését szeretnék tisztázni.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

MAI FELFOGÁSUNK AZ ANYAGRÓL*

ERWIN SCHRÖDINGER

A szerkesztőség E. Schrödinger következő cikkének állításaival sok szempontból nem ért egyet. E gyakran gúnyoros hangú cikk leközlése mégis helyesnek látszott, mert ebből világosan látszik, hogyan vélekedik a kvantummechanika egyik megalapozója az elmélet alapvető kérdéseiről. A választás azért esett ilyen népszerűsítő cikkekre, mert Schrödinger ezekről a kérdésekről szakcikkekben természetesen nem fejtheti ki ilyen egyértelműen véleményét.

1. A válság. Áttekintés

Ennek az előadásnak a címét (a francia megfogalmazásban) a Comité javasolta. Én szívesen elvállaltam. Azonban, mielőtt megkísérlem, hogy — amilyen jól csak tudok — eleget tegyek neki, *két* dolgot kell előrebecsátanom. *Először*: ma a fizikus kutatási területén már nem tud értelmes módon különbséget tenni az anyag és „valami más“ között. Ma már nem állítjuk szembe az erőt s az erőteret az anyaggal, mint valami tőle különbözőt, hanem tudjuk, hogy ezeket a fogalmakat egybe kell olvasztani. Anyagmentesnek, üresnek olyan térrészt nevezünk, amelyben nehézségi erőtéren kívül más nincs. A valóságban azonban ilyen nincs, mert még messze kint a világűrben is van csillagfény, és ez *anyag*. Einstein szerint a nehézkedés és tehetetlenség is rokon dolgok s ezért nem választhatók el egymástól. Tárgyunk tehát tulajdonképpen az összkép, amelyet a fizika a tér-időbeli valóságról magának alkot.

A *másik* a következő: Az anyagi valóságnak ez a képe ma oly ingatag és bizonytalan, amilyen már rég nem volt. Igen sok érdekes részletet ismerünk, minden héten tapasztalunk valami újat. De lehetetlen az alap-elképzelésekből olyanokat kiválasztani, amelyek valóban helyesek, és ezekből egy világos, könnyen érthető rendszert felépíteni, amelyről azt lehetne mondani, hogy: így egészen bizonyos, így gondoljuk ma mindnyájan. Egy elterjedt vélemény odáig megy, hogy a valóság objektív képe, — valamilyen régebben gondolt értelemben — egyáltalán nem létezhet. Csak az optimisták (magamat is ezek közé számítom) tartják ezt elhamarkodott filozófiának, a nagy válság

* A Rencontres Internationales de Genève 1952. konferenciáinak és értekezleteinek anyagát tartalmazó „L'homme devant la science“ című kötetből.

hatására tett kétségbeesett lépésnek. Azt reméljük, hogy a fogalmak és vélemények ingadozása csak heves átalakulási folyamatot jelent, amely végül valami jobbhoz vezet, mint az a puszta, merev képlethalmaz, amely ma tárgyunkat körülveszi.

Végzetes számomra — de az Önök számára is, tisztelt Hallgatóim — hogy az anyagnak az a képe, amelyet Önök előtt fel kell építenem, még egyáltalán nem létezik, csak több-kevesebb részleges valóságértékű töredéke. Ennek az a következménye, hogy egy ilyenfajta elbeszélésben nem kerülhető el az, hogy egy későbbi helyen ellentmondjunk annak, amit az előbb mondtunk; körülbelül úgy, mint Cervantes, aki egyszer Sancho Panzával elveszítette kedves csacsiját, amin az utazott; de néhány fejezettel később a szerző ezt elfelejtette és a jó állat ismét megjelenik. Hasonló szemrehányások elkerülésére rövid haditervet készítek. El fogom mondani, hogyan fedezte fel Max Planck 50 évvel ezelőtt azt, hogy az energia csak egészen meghatározott mennyiségek — kvantumok — formájában adható át. Minthogy azonban Einstein hamarosan kimutatta az energia és tömeg azonosságát, azt kell mondanunk, hogy az általunk régen ismert legkisebb tömegrészekké, az atomok vagy korpuszculák, amelyek létezését sok szép kísérlet egészen „kézzelfoghatóan“ mutatja, ugyancsak energiakvantumok és ez — azt lehet mondani — Planck felfedezésének dátumát több mint 2000 évvel tolta vissza. Annál bizonyosabbnak látszik az számunkra. Itt majd betekintést nyújtunk a mindenre, történésre és létezőre vonatkozó diszkrétség vagy *megszámálhatóság* hatalmas jelentőségébe, mert a természet *irreverzibilis* változásának híres Boltzmann-féle statisztikus elmélete így építhető fel csak és csak így lesz világosan érthető.

Ez mind szép és jó és bizonyosan sok elemét tartalmazza a valóságnak. Ekkor azonban több mint 2000 év után ismét megjelenik Sancho Panza számára. Majd meg kell ugyanis kérnem Önöket, hogy adják fel mind a részecskébe, mint időben állandó individuumokba, mind az energiakvantumok ugrásszerű átadásába vetett hitüket. Diszkrétség valóban van, de nem a diszkrét részecskék értelmében, amint azt elmondtam, és különösen nem az ugrásszerű történések értelmében. A diszkrétség csak a történéseket leíró törvények szerkezetéből származik. Ezeket még nem értettük meg teljesen; azonban valószínűleg helyes hasonmása ennek a megfogható testek fizikájából az, ahogy a harang felhangjai a harang határolt alakjából és a rugalmasságtan törvényeiből kiadódnak, amelyekben pedig semmi diszkontinuuus nincsen.

2. A részecskék néhány sajátága

Kezdjük tehát. Az a nézet, — amit Leukippos és Demokritos már az időszámításunk előtti 5. században vallottak — hogy az anyag igen kis részecskékből áll — amelyeket atomoknak neveztek — az utolsó századfor-

duló körül, mint az anyag *korpuszkuláris elmélete*, egészen határozott, érdekes részletekbe menő alakot öltött, amely az első évtized folyamán egyre tisztult és szilárdult. Ahhoz, hogy ennek az útnak összes szép, alapvetően fontos felfedezését — akár csak röviden is — vázoljam, figyelmüket 2 órára kellene igénybe vennem. Az első lépést a kémia tette meg. Egyes agyakban még ma is kísért, hogy az „atom“-nak és „molekulá“-nak sajátos, ősi területe a kémia. Abból az igen hipotetikus, vértelen szerepből, ami ott jutott nekik — az Ostwald-iskola mindvégig tagadta létezésüket, — Maxwell és Boltzmann gázelméletében emelkedtek fizikai valósággá. A gázokban e részecskéket nagy térközök választják el és heves mozgásban vannak, újra meg újra összeütköznek, visszapattannak egymásról s. i. t. E folyamatok pontos követése gondolatban a gázok összes rugalmas és hőtani tulajdonságának, belső sűrűlődésének, hővezetőképességének és diffúziójának megértéséhez vezetett, de ugyanakkor a hő mechanikai elméletének, mint ezen igen kis részecskék növekvő hőmérséklettel egyre hevesebb mozgásának szilárd megalapozását is adta. Ha ez igaz, úgy a kicsiny, mikroszkópban még éppen látható testecskéket a környező molekulák ütközései folytonos mozgásban tartják, amely a hőmérséklet növekedtével egyre hevesebb lesz. Kis szuszpendált részecskéknél ilyen mozgását Robert Brown (londoni orvos) már 1827-ben felfedezte, de csak 1905-ben mutatta meg Einstein és Smoluchowski, hogy a mozgás lefolyása mennyiségileg is megfelel a várakozásnak.

E termékeny időszakban, ami kerekén a századforduló előtti és utáni tíz évre terjed, oly sok tárgyunkhoz kapcsolódó dolog történt, hogy nehezen tarthatnánk mindet egyszerre szem előtt. Ekkor fedezték fel a Röntgen-sugarakat — az igen rövid hullámhosszú fényt — és a katódsugarakat: negatív töltésű részecskék, elektronok áramát. Itt van még a rádióaktív atombomlás, és az eközben kibocsátott sugarak, amelyek részben részecskék, éppen azok, amelyeknek spontán kilökődése közben az atom egy másikká alakul; részben: még rövidebb hullámhosszú „fény“, amely ezekkel együtt keletkezik. A részecskék mind elektromosan töltöttek, a töltésük mindig ugyanakkora, vagy kétszer- vagy háromszor annyi, mint a legkisebb elektromos töltésegység, amelyet Millikan közvetlenül is megmért. A részecskék tömegét is pontosan meg lehet mérni, amint az atomokét is. Az atomok tömegének meghatározását, az úgynevezett tömegspektrográfiát Aston Cambridgeben hallatlanul pontossá fejlesztette, s egy ősrégi kérdésre adhatott tagadó választ: az atomok tömege *nem* egészszámú többszöröse egy legkisebb egységnek. Ennek ellenére bizonyos számú *H*-magból, protonokból felépítve képzelhetjük el ezeket, — természetesen felerészben pozitív töltésüktől megfosztva (neutronok) — vagy — pontosabban mondva, a nehéz, de igen kicsi pozitív töltésű atommagokat (a körülöttük lévő elektronok tömege elhanyagolható). Így pl. egy normális szénatommagban 6 proton és 6 neutron van egyesítve. Tömege, az összehasonlításra alkalmas egységekben:

| | |
|-----------------------|-----------|
| szénatommag | 12,00053, |
| proton | 1,00758, |
| viszont | |
| neutron | 1,00898. |

Az egység $1,6603 \cdot 10^{-24}$ g, ez azonban most nem lényeges. Hogyan magyarázható az a *tömeghiány*, amely példánkban majdnem egy tized egység? A *kötési energiával*, amely felszabadul e tizenkét részecske egyesítésekor és amely ilyen magreakcióknál sokszor nagyobb, mint a rég ismert kémiai reakcióknál. Más szavakkal: a rendszer potenciális energiát veszít, miközben a 12 részecske a vonzóerők hatása alá kerül, amely azután összetartja őket. Ez az energiavesztés Einstein szerint tömegvesztést jelent. Ezt tömegdefektusnak nevezzük. Az erők természetesen nem elektromosak — hiszen ezek taszítójellegűek — hanem az úgynevezett magerők, amelyek sokkal erősebbek, de csak egészen rövid (kb. 10^{-13} cm) távolságra hatnak.

3. Hullámtér és részecske: kísérleti kimutatásuk

Itt Önök már ellentmondáson kapnak rajta engem. Hiszen az elején azt mondtam, hogy ma az anyag mellett már nem feltételezünk erőket és erőteret, mint valami tőle különbözőt. Könnyen kibeszélhetném magamat: hogy a részecske erőterét mindig hozzászámítjuk a részecskéhez. Azonban ez nem így van. A ma biztosnak tekinthető vélemény az, hogy minden — *általában minden* — egyszerre részecske és tér is. Ilyen általánosan kifejezve ebben a felismerésben sok igazság van. Számtalan tapasztalati tényre támaszkodik. A részletekben a vélemények eltérnek, erről még beszélünk. A magerők terének esetében a részecskeszerkezet már meglehetősen ismert. Nagyon valószínű, hogy ennek az úgynevezett π -mezonok felelnek meg, amelyek atommag robbanásakor keletkeznek többek között és jól kivehető egyes nyomvonalakat hagynak maguk után a fényérzékeny emulzióban. A mag-alkotórészek maguk, a nukleonok, amint a protonokat és neutronokat közös néven nevezik, amelyeket eleve mindig diszkrét részecskéknek szokás tekinteni, más kísérleteknél, ha nyalábban egy kristálylapra irányítjuk őket, interferenciaképet adnak, s ez nem hagy kétséget afelől, hogy a nukleonokhoz is tartozik folytonos hullámtermészet. Ez a minden esetben közös nehézség: a két oly különböző jellemvonást *egyetlen* gondolatképben egyesíteni, ma még mindig a legnagyobb nehézség, amely felfogásunkat az anyagról oly bizonytalanná és ingataggá teszi.

Sem a hullámelképzelés, sem a részecske-elképzelés nem hipotetikus. Futólag említettem a fotográfiai emulzióban hagyott nyomvonalakat, amelyek mind az egyes részecskék pályáját mutatják. Még régebben ismeretesek a C. T. R. Wilson úgynevezett ködkamrájában tapasztalt nyomvonalak. E nyomokon rendkívül sokféle és érdekes részletet lehet megfigyelni az egyes részecs-

kék viselkedéséről és azokat mérésrel követni: pályájuk görbületét mágneses térben (mert elektromos töltésük van); a mechanikai törvényeket ütközésükkor, amelyek majdnem ugyanúgy folynak le, mint ideális billiárdgolyóknál; nagyobb atommagok szétrobbanását a világűrből érkező kozmikus részecskék „telitalálata” hatására. E részecskék száma ugyan csekély, de igen nagy erőt fejtenek ki ütközésükkor, gyakran milliószor akkorák, mint amekkorát egyébként megfigyelték, vagy mesterségesen előidézték. A részecskék mesterséges felgyorsításán jelenleg hatalmas anyagi befektetésekkel fáradoznak, a nemzetvédelmi minisztériumok pénzbeli támogatásával. Ilyen gyors részecskékkal ugyan nem lehet senkit agyonlőni, hiszen ha ez így volna, már mind halottak volnánk. De tanulmányozásuk közvetve, az emberiség kiirtása tervének mielőbbi megvalósulását teszik lehetővé; ez mindnyájunk szívéen fekszik.

Talán jó lesz megjegyezni, hogy ezek az érdekes megfigyelések egyes részecskéken, amelyeket ebben a rövid összefoglalásban lehetetlen kimeríteni, csak igen gyors részecskékkal sikerülnek. A pályanyomok módszere egyébként nem az egyetlen. A legrégebbit Önök maguk is kipróbálhatják, ha egyszer este sötétben a sötétséghez hozzászokva karórájuk világító számaait lupával megvizsgálják: azt fogják találni, hogy ez nem egyenletesen fényes, hanem hullámzik és villog, mint néha a tó a napfényben csillámlik. Minden felvilanást egy radioaktív atomból kilökött úgynevezett α -részecske (hélium-mag) kelt, miközben az atom átalakul. És ez így megy, sok-sok éven át, — egy jó svájci óránál. — Másik, a kozmikus sugarak tanulmányozásához sokszor használt berendezés, a Geiger—Müller-féle számlálócső, amely „megszólal”, ha egyetlen hatásos részecske „eltalálja”. Ez igen érdekes dolog. Ugyanis a ma használatos módszerekkel ez a „megszólalás” úgy felerősíthető, hogy egy ködkamra automatizmusát és egy ráirányított fényképezőgép zárát abban a pillanatban kapcsolja, amikor a kamrában valami érdekes fényképezni való van. Ez egyik fontos, de nem egyetlen alkalmazása a számlálócsöveknek, amelyekből gyakran félszázat, vagy annál is többet építenek be egyetlen készülékbe és többnyire bonyolult kapcsolásban.

Ennyit az egyes részecskék megfigyeléséről. Most a folytonos tér- vagy hullámjellegéről beszéljünk. A látható fény hullámszerkezete meglehetősen durva (a hullámhossza kereken kétezred milliméter); már több mint egy évszázada igen behatóan vizsgálták olyan jelenségeknél, amelyek két vagy több, vagy igen sok hullámvonulat kereszteződésekor lépnek fel, az elhajlási és interferenciajelenségeknél. A legalkalmasabb eszköz a fényhullámok elemzésére és mérésére a vonalrács, nagyszámú finom párhuzamos vonal, egyenlő távolságra egy fémtükörre karcolva, amelyen az egyirányból beeső fény szóródik és hullámhosszak szerint különböző irányokban ismét összegyűjtődik. A röntgenspektrum sokkal-sokkal rövidebb hullámaira és az „anyaghullámokra” ami igen nagy sebességű részecske árammal kapcsolatos, a legfinomabb vonalrácsok is, amelyeket karcolni lehet, durvák. 1912-ben fedezte fel Max von

Laue azt az eszközt, amellyel e hullámok exakt elemzése lehetséges, és ez a természetesen fejlődött kristály. E felfedezés felbecsülhetetlen és egyedülálló a maga nemében. Hiszen ez nemcsak a kristály szerkezetét fedi fel — az atomok rendkívül szabályos elrendeződését; ugyanaz a csoport számtalanszor ismétlődik egyenlő távolságokra három irányban: „hossz“, „szélesség“ és „magaság“ irányban — hanem a felfedezés *egyét* jelentett a kristály periodusos finomszerkezetének a hullámok elemzésére vonalrácsok helyett való alkalmazásával. És figyeljük meg ezt: a kristály természetes szerkezete éppen ott jön segítségükre, ahol az, t. i. az anyag szemcsés szerkezete minden finommechanikának határt szab. Ilyen finom rácsokat nem lehetne karcolni, mert a „nyersanyag“ túl durva. E kristályrácsokkal először a röntgensugarak hullámtermészetét állapították meg és később az anyaghullámokat, különösen elektronáramokét, de más részecskék, neutronok és protonok nyalábjainak hullámtermészetét is.

4. Kvantumelmélet: Planck, Bohr, de Broglie

Már elbeszéltem egyet s mást az anyag szerkezetéről, de még mindig nem esett szó Max Planck-ról és kvantumelméletéről. Mindez, amiről eddig beszéltem, megtörténhetett volna akár nélküle is. Hogyan is történt valójában? Mi is volt a szerepe ennek a kvantumelméletnek? Ismét nem egészen pontosan mondom el a történeti fejlődést, hanem úgy, amint ma a dolog nekünk tűnik. Planck az mondja nekünk 1900-ban — és ennek a lényege máig igaz maradt, — hogy csak úgy tudja megmagyarázni a vörösen izzó vas, vagy egy fehéren izzó csillag, pl. a Nap sugárzását, ha ez a sugárzás csak adagonként keletkezhet és egyik hordozójáról a másikra (pl. atomról atomra) csak adagonként adható át. Ez meglepő volt, hiszen a sugárzásnál energiáról van szó, amely eredetileg igen elvont fogalom volt, a legkisebb hordozók kölcsönhatásának, vagy hatóképességének mértéke. Ennek felosztása megszabott adagokra idegenkedést keltett — nemcsak bennünk — Planckban is. Öt évvel később azt mondja Einstein, hogy az energiának tömege van és a tömeg: energia, tehát, hogy mindkettő egy és ugyanaz — és ez is igaz maradt mindmáig. Mintha hályog esne le szemünkről: régi, megszokott kedves atomjaink, részecskéink Planck-féle energiakvantumok. *Az energiakvantumok hordozói: maguk is kvantumok.* Szédülünk. Észrevehető, hogy ennek mélyén valami egészen alapvető van, amit azonban még nem értünk. Valójában az előbb említett hályogok nem azonnal estek le. 20 vagy 30 évre volt szükség. És talán még máig sem estek le egészen.

A közvetlenül rákövetkező lépés nem volt ilyen messzeható, de éppen eléggé fontos. Niels Bohr 1913-ban megmutatta, a Planck-féle feltevés szellemes és értelemszerű általánosításával, hogy megérthetjük az atomok és molekulák *vonalas spektrumát* és egyszersmind e részecskék felépítését nehéz pozitív

töltésű magokból és az azt körülkeringő, egységnyi negatív töltést viselő elektronokból. Le kell mondanom arról, hogy megismerésünknek ezt a fontos átmeneti szakaszát részletesen ismertessem. Az alapgondolat az, hogy e kicsiny rendszerek — atomok, molekulák — csak bizonyos meghatározott, természetüknek és szerkezetüknek megfelelő *diszkrét* energiaértékeket képesek felvenni; magasabb „energianívóról” alacsonyabbra átmenve a felesleg meghatározott hullámhosszú fénysugár-kvantum formájában emittálódik, s a hullámhossz a leadott kvantummal *fordítva arányos* (ez már benne volt Planck eredeti feltételezésében).

Ez azt jelenti, hogy egy adott nagyságú kvantum meghatározott *frekvenciájú* periodikus jelenségként nyilvánul meg; a frekvencia a kvantummal *egyenesen arányos* (a kvantum és a híres Planck-féle állandó hányadosával egyenlő). Arra a tulajdonképpen igen közelfekvő következtetésre, hogy minden m részecske-tömeggel — melynek energiája Einstein szerint mc^2 — (c = fénysebesség), mc^2/h frekvenciájú hullámjelenség kapcsolatos, L. de Broglie jutott, — először az elektron m tömege esetében. Csak néhány évvel de Broglie e híres doktori értekezése után sikerült az általa elméletileg megjósolt „elektron-hullámot” kísérletileg kimutatni a fent ismertetett módon. Ez volt a kiindulópontja annak a hamarosan teret hódító felismerésnek, amelyről már szintén esett szó előbb, annak a felismerésnek, hogy minden — *egyáltalán minden* — egyszerre részecske és hullámtér. Hiszen valóban, valahányszor egy M tömegű részecskéről beszélünk, kapcsolatba hozunk vele egy Mc^2/h frekvenciájú hullámteret. És, ha ν frekvenciájú hullámok terével van dolgunk, $h\nu$ energiakvantumokat, vagy, ami ugyanaz, $h\nu/c^2$ tömegkvantumokat hozunk velük kapcsolatba. Eszerint de Broglie disszertációja volt az anyagról alkotott felfogásunk teljes bizonytalanságának a kiindulópontja. Mind a részecske-felfogásban, mind a hullámfelfogásban van igazság, amelyről nem akarunk lemondani. De nem tudjuk, hogy miként egyesítsük őket.

5. Hullámtér és részecske: elméleti összefüggésük

A kétféle kép *összefüggése* teljes általánosságban igen világosan és meglepő részletességgel ismeretes. Helyességében és általánosérvényűségében senki nem kételkedik. Csak az egy egész, konkrét, kézzelfogható képpé való egyesítésére vonatkozó nézetek oszlanak meg annyira, hogy sokan azt teljesen lehetetlennek tartják. Most röviden vázolni fogom az *összefüggést*. De ne számítsanak arra, hogy ebből egységes, konkrét képünk támad; és ne okolják az én előadásbeli ügyetlenségemet, sem a saját felfogóképességüket, hogy ez nem sikerül — ez eddig még senkinek sem sikerült.

A hullámnál két dolgot lehet megkülönböztetni, *először*: a hullámfelületeket, amelyek a hagyma-héjakhoz hasonló rendszert alkotnak, csak hogy a héjakra merőlegesen *terjednek*; ennek megfelelőjét (három helyett) két dimenzióban jól ismerik: a tó sima víztükrét megzavaró bedobott kő által keltett

szép víz hullámokról. A második, kevésbé szemléletes dolog: azok a hullámfelületre merőleges, elképzelt vonalak, amelyek mindenütt a hullám haladási irányát adják meg, a *hullámnormálisok*, amelyeket *sugaraknak* is szokás nevezni, ha a *fénynél* megszokott kifejezőmódot mindenféle hullámra átvisszük.

Itt megállok. Amit most mondani akarok és mondanom kell, alapvető ugyan és fontos, sőt: helyes is, de olyan korlátozott értelemben, hogy az majdnem ellentmond egy előzetes állításnak. Az előzetes állítás:

A hullámnormálisok vagy sugarak részecske-pályáknak felelnek meg. Ha a hullámból egy kis darabkát kivágunk, körülbelül 10 vagy 20 hullámot a haladási irányba és kb. ugyanakkora darabot rá merőlegesen és a hullám többi részét „kisimitjük“, úgy ez a „hullámcsomag“ valóban egy sugár mentén halad, ugyanolyan sebességgel és sebességváltozással, amint azt a megfelelő részecskétől az illető helyen a jelenlévő erők hatásának figyelembevételével várjuk.

Ha ily módon a hullámcsomagban a részecske számára szemléletes képet kapunk, amelynek sok részlete kidolgozható (pl. a részecske impulzusa, annál nagyobb, minél kisebb a hullámhossz, a kettő egymással fordítva arányos) — mégis e szemléletes képet több okból nem lehet egészen komolyan venni. Először is itt valami elmosódott dologról van szó, amely annál elmosódottabb, minél nagyobb a hullámhossza, másodszor igen gyakran egyáltalán nem kis csomagról van szó, hanem kiterjedt hullámról; végül egészen kicsiny „csomagocskák“ is lehetnek jelen, amelyek olyan szerkezetűek, hogy hullámfelületekről és hullámnormálisokról szó sem lehet; erre a fontos esetre még hamarosan visszatérünk. A következő felfogás alkalmasnak és elfogadhatónak látszik, ugyanis a kísérlet messzemenően igazolja: szabályosan tovahaladó hullámvonulatban a hatásoknak *kétszeres strukturális összefüggését* találjuk, amelyeket „hossz“- és „kereszt“-irányúnak nevezhetünk. A hullámfelületek keresztirányú szerkezete elhajlási és interferencia jelenségeknél kerül napvilágra, a hosszanti szerkezet a hullámnormálisok és egyes részecskék megfigyelésénél jelentkezik. Mindkettőt teljesen igazolták szellemes, különleges célokra gondosan kigondolt kísérleti berendezésekkel.

Csak hogy a hosszanti- és keresztirányú szerkezet fogalma nem éles és abszolút fogalom, amint a hullámfelületeké és hullámnormálisok fogalma sem az. Szükségképpen elvesznek, ha az egész hullámjelenség egy vagy néhány hullámhossznyi méretű kis térrészre korlátozódik. Ez az eset különösen érdekes, mégpedig mindenekelőtt olyan hullámoknál, amelyek de Broglie szerint az elektron „második természetét“ jelentik. Ezekre kiadódik, hogy ennek az esetnek éppen egy pozitív töltésű atommag közelében kell fellépnie, miközben a hullámjelenség kis térrészre húzódik össze, amelyre a számítás szerint a helyes atomméret adódik, ami már másrésről régen ismert volt.

Hasonló álló víz hullámokat elő lehet állítani egy mosdótálban, ha ujjunkkal a víz közepét szabályosan ütögetjük, vagy akár az egész tálnak kis lökést

adunk, úgy, hogy a vízfelület ide-oda ring. Itt már szó sincs szabályos hullámterjedésről; az, ami az érdeklődést magára vonja: az álló rezgések saját-frekvenciái, amelyeket Önök a mosdótálban nagyon jól megfigyelhetnek. Az atommagot körülvevő hullámcsoportha ki lehet számítani ezeket a frekvenciákat és egészen általánosan az előbb röviden említett Bohr-féle elmélet energianívóit kapjuk a Planck-féle h állandóval osztva. A Bohr-elmélet és a régi kvantumelmélet szellemes, de kissé mesterkélt feltételezéseit a de Broglie-féle hullámjelenség sokkal természetesebb módon helyettesíti. A hullámjelenség alkotja az atom tulajdonképpen „testét”. Ez lép az egyes pontszerű elektronok helyére, amelyeknek a Bohr-elmélet szerint körül kell rajzaniok a magot. Ilyen pontszerű részecskékről az atomon belül egyáltalán nem lehet beszélni, ha ma még a magot ilyennek gondoljuk, ez egészen tudatos szükségmegoldás.

Abban a felfedezésben, hogy az energianívók tulajdonképpen sajátrezgések frekvenciái, különösen fontosnak tűnik számomra, hogy mellőzhetjük az ugrásszerű átmenetek feltételezését, hiszen két vagy több sajátrezgés könnyen gerjeszthető egyszerre. A sajátrezgések diszkrét volta elégséges — legalábbis azt hiszem — azoknak a megfontolásoknak alátámasztására, amelyekből Planck kiindult, és más hasonlókra is, amelyek épp oly fontosak — röviden szólva, az egész régebbi kvantumelmélet alátámasztására.

6. Kvantumugrás és részecske-azonosság

A kvantumugrások elméletének elhagyása, amely nekem személy szerint évről évre elfogadhatatlanabbnak tűnik, természetesen tekintélyes következményekkel jár. Ez azt jelenti, hogy az elhatárolt csomagokkal történő energiacserélődést nem vesszük komolyan, nem hisszük el igazán, hanem két rezgési frekvencia közötti rezonanciával helyettesítjük. Láttuk azonban, hogy a tömeg és energia azonossága miatt a részecskéket is Planck-féle energia-kvantumoknak kell tekintenünk. Ez ijesztő. Az említett kétely maga után vonja, hogy az egyes részecskéket nem tekinthetjük jól elhatárolt, tartósan létezőnek.

Arra, hogy valóban nem azok, arra van néhány más ok is. Először is ezeknek a részecskéknak már régóta olyan tulajdonságokat tulajdonítunk, amelyek ezzel ellentétben állnak. A hullámcsomag fentebb futólag említett képéből egész könnyen le lehet olvasni a híres Heisenberg-féle határozatlansági összefüggést, mely szerint a részecske egyidejűleg nem lehet egy meghatározott helyen és nem bírhat határozott sebességgel. Még ha ez a határozatlanság kicsiny is volna — valójában egyáltalán nem az — az következik belőle, hogy teljes, kétségtelen bizonyossággal sohasem észlelhetjük kétszer ugyanazt a részecskét. Egy másik helytálló ok arra, hogy az egyes részecskéknak azonosítható egyéniséget ne tulajdonítsunk, a következő: Ha valamilyen elméleti megfontolásban két vagy több azonos fajta részecskével van dolgunk, pl. a hélium-atom két

elektronjával, úgy *el kell mosnunk egyéniségüket*, különben helytelen, a tapasztalatnak ellentmondó eredményeket kapunk. Azt a két helyzetet, amely a két elektron szerepcseréjével áll elő, nemcsak egyenlőnek kell számítanunk — ez természetes volna —, hanem egy- és ugyanannak; ha két egyenlőnek számítjuk, úgy értelmetlenségre jutunk. Ez a körülmény erősen esik a latba, mert mindenféle és tetszésszerű számú részecskére érvényes és mert mindennek élesen ellentmond, amit a régi atomelméletben erről gondoltunk.

Azt, hogy az egyes részecskék nem jól körülhatároltan, tartósan létezők, amelyeknek azonossága, egyénisége megállapítható, éppúgy mint a felsorolt okokat ezen elgondolás elégtelensége mellett, a legtöbb elméleti fizikus elfogadja. Ennek ellenére elképzeléseikben, megfontolásaikban, szavaikban és írásaikban az egyes részecske még mindig olyan szerepet játszik, amelyet nem helyeselhetek. Még mélyebben gyökerezik az ugrásszerű átmenetek, „kvantumugrások“ elképzelése, legalábbis a használatossá vált szavakban és kifejezőmódokban; természetesen egy igen szövevényes szaknyelvben, amelynek polgári értelme gyakran nehezen fogható fel. Az állandó szótárhoz tartozik pl. az átmeneti *valószínűség*. Valamilyen esemény valószínűségéről azonban csak akkor beszélhetünk, ha azt gondoljuk, hogy az *valamikor* be is következik. És ebben az esetben, minthogy *közbenső állapotokról* tudni sem akarunk, az átmenetnek pillanatszerűnek kell lennie. Ha időre volna szüksége, előre nem látott zavar félbeszakíthatná, ezzel nem tudnánk mit kezdeni, az állítólag éles és alapvető fogalomalkotásban fogyatékoság mutatkozna. Ebben a fogalomalkotásban a valószínűségnek egyébként is mindenekfelett kiemelkedő szerepe van. A súlyosnak érzett hullám-részecske dilemma úgy oldható fel, hogy a hullámtérből csak annak a *valószínűségét* lehet kiszámítani, hogy egy meghatározott helyen a részecskét megtaláljuk, ha keressük. Ez az értelmezés rendkívül nagy frekvenciájú hullámokon („ultragyors részecske-áramokon“) különleges, szellemesen kigondolt kísérleti berendezésekkel kapott eredményekkel egész jó összhangban van. Azokra gondolok, amelyeket, mint egyes részecskéken végzett megfigyeléseket említettem. A *nyomvonalakban*, amelyeket részecske-pályáknak nevezünk, kétségkívül a hatások *longitudinális* összefüggése nyilvánul meg, a hullámnormálisok mentén. Ilyen azonban egy hullámfelület terjedésénél várható is. Minden esetre több kilátás van arra, hogy ezt a hullámfelfogás alapján magyarázzuk meg, mint megfordítva, a hatások *transzverzális* összefüggését interferencia és elhajlás esetén egyes diszkrét részecskék együttműködéséből, ha tagadjuk a hullámok realitását és csak *tájékoztató* szerepüket ismerjük el.

7. Hullámok azonossága

A reális lét, ez a sok filozófustól szinte halálra csigázott szó, egyszerű naiv jelentése majdnem elveszett. Ezért itt még valamire szeretnék emlékeztetni. Beszéltünk arról, hogy a részecske: individuum. Sohasem figyeljük meg

ugyanazt a részecskét mégegyszer — hasonlóan ahhoz, amit Hérakleitos a folyóról mondott. — Az elektront nem lehet megjelölni, „pirosra festeni“ és nem csak azt, hanem még gondolatban sem lehet megjelölni, különben hibás „számlálással“ lépésről lépésre rossz eredményeket kapunk, a vonalas szintképek szerkezetére, a termodinamikában és másutt. Ezzel szemben hullámnak igen könnyen lehet olyan individuális sajátságokat adni, amelyek teljes bizonyossággal újra felismerhetők. Gondoljanak csak a világítótornyokra. Meghatározott kulcs szerint mindegyiknek előírnak egy jelet, például: 3 másodperc fény, 5 másodperc sötétség, 1 másodperc fény, ismét 5 másodperc sötétség és azután megint fény 3 másodpercre. s. í. t. A hajós tudja: Ez San Sebastian. Hasonló érvényes a szirénákra, csak itt hanghullámok lépnek fel. Vagy valaki drót nélkül telefonál egy New York-i jóbarátjával; amikor megszólal: Halló, szervusz, itt Eduard Meyer — már tudjuk, hogy hangja a rádióhullámoknak bizonyos szerkezetet adott, amelyek ötezer kilométert vándoroltak Ön felé és biztonsággal megkülönböztethetők minden mástól. Nem is kell azonban ilyen messze mennünk. Ha a feleség a kertből bekiált, hogy „Ferenc“, ugyanez történik, csak hanghullámokkal, az utazás rövidebb és kissé tovább tart. Beszéd általi érintkezésünk a hanghullámoknak adott egyéni struktúrán alapszik. És az egyes részleteknek mekkora sokaságát közvetíti felénk — ugyanazon elv szerint — a mozgófénykép vagy a távolbalátó.

Természetesen itt viszonylag durva hullámszerkezetről van szó, amellyel nem talán a részecskéket, hanem környezetünk kézzelfogható testeit kellene szembeállítani. Ezeknek mind kimondott individualitásuk van; régi zsebkésemet, öreg filckalapomat, a zürichi székesegyházat, s. í. t. százszor újra felismertem bizonyossággal. De figyelemreméltó módon az a jellegzetesség, hogy a hullámjelenségnek — a részecskével ellentétben individualitást kell tulajdonítanunk, az elemi hullámoknál is fennáll. Egy példa elég lesz ennek megvilágítására. Képzeljünk el egy véges térfogatba zárt héliumgázt, héliumatomok sokaságát, vagy *ehelyett* elemi anyaghullám-vonulatok szuperpozícióját. Mindkét szemléleti mód ugyanazt az eredményt adja a gáz melegítéssel, összenyomással, stb. szembeni viselkedésére. Azonban bizonyos bonyolult *leszámlálásoknál*, melyekre mindkét esetben szükség van, különbözőképpen kell eljárunk. Ha a részecskeképet, a hélium-atomokat vesszük gondolatban, úgy nem tulajdoníthatunk nekik egyéniséget, mint már mondtuk. Ez kezdetben nagyon meglepő volt és sok ellenkezésre talált; ezeket azonban már rég megcáfoltuk. Ezzel szemben a második szemléleti módnál, amely a részecske *helyett* az anyaghullám vonulatokat tartja szem előtt, ezeknek megadható a szerkezetük, amely minden mástól különbözik. Sok olyan pár van, amelyek egymásra annyira hasonlítanak, hogy szerepük felcserélhető, anélkül, hogy az a gázon kívülről észrevehető volna. Ha azonban az így *előálló* sok igen hasonló esetet egyetlen esetnek *számítjuk*, úgy egészen hamis eredményt kapnánk.

8. Zárószó

Önök csodálkozhatnak azon, hogy annak ellenére, amit én itt végül felsoroltam és amit senki sem tagad, a *kvantumugrás* és *korpuszkula* szoros kapcsolatban álló fogalma még nem tűnt el a fizikusok szótárából és gondolatvilágából. Magyarázatot találnak erre, ha megfontolják, hogy az a felfogás, amelyhez legutoljára jutottunk s amelynek előadásom utolsó harmadát szenteltük, sok olyan részletet érvénytelenít, amelyet az első kétharmad részében adtam elő, vagy legalábbis kérdéssé teszi tulajdonképpen jelentőségüket. Azonban én — anélkül, hogy elviselhetetlenül terjengőssé váljék az előadás — nem tehettem másként, minthogy olyan nyelvet használjak, amit magam nem tartok alkalmasnak. Hogyan lehetne a szénatommag és a hidrogénatommag súlyát több tizedesre megadni, és hogyan lehetne megállapítani azt, hogy amaz könnyebb, mint a tizenkét benne egyesített hidrogénmag, anélkül, hogy előzőleg elfogadnánk azt az álláspontot, hogy e részecskék konkrét, valóságos létezők? Ez sokkal kényelmesebb és szemléletesebb, ezért nem mondhatunk le erről, éppúgy, ahogy a kémikus nem mond le vegyérték-vonásairól, noha pontosan tudja, hogy azok igen bonyolult hullámmechanikai tényállás durva leegyszerűsítői.

Ha Önök végül megkérdezik tőlem, hogy mik hát „igazán” ezek a részecskék, atomok és molekulák? — úgy tulajdonképpen becsületesen be kellene vallanom, hogy ezt éppen annyira nem tudom, mint azt, hogy Sancho Panza számára honnan került elő. Azonban, hogy mégis mondjak valamit, ha nem is súlyosat: leginkább talán egy hullámtér többé-kevésbé átmeneti képződményeinek kell gondolnunk ezeket, alakjuk és a szó legtágabbi értelemben vett strukturális sokféleségük oly világosan és élesen és mindig ugyanolyan módon tér vissza a hullámtörvények alapján, hogy sok jelenség úgy játszódik le, *mintha* tartósan létező szubsztanciák volnának. A részecskének így pontosan megadható tömege és töltése a hullámtörvények által megszabott *alak-elemeiből* számítható. Töltés, tömeg megmaradása nagyban, statisztikus hatásként érvényesül, a nagy számok törvénye alapján.

Fordította: Györgyi Géza.

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A HIDROGÉNSPEKTRUMRÓL*

N. BOHR

Elméleti Fizikai Intézet, Kopenhága

A hidrogénnek nemcsak az atomsúlya a legkisebb valamennyi ismert elem között, hanem néhány más szempontból is különleges helyet foglal el az elemek között mind fizikai, mind pedig kémiai tulajdonságai következtében. Egy olyan pont, ahol ez különösen előtűnik, a hidrogén vonalas spektruma.

Az a hidrogénspektrum, amelyet közönséges Geissler-csőben megfigyelhetünk, vonalak sorozatából áll, amelyek közül a legerősebb a vörösben fekszik és amelyek az ultraibolya tartományig terjednek, mialatt az egymásután következő vonalak távolsága és ezzel egyidejűleg intenzitásuk is csökken. Az ultraibolyában a sor egy határ felé konvergál.

Amint ismeretes, *Balmer* (1885) fedezte fel, hogy e vonalak hullámhosszát igen nagy pontossággal a következő törvénnyel fejezhetjük ki:

$$\frac{1}{\lambda_n} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1)$$

ahol R állandót és n egészszámot jelent. Az öt legerősebb hidrogénvonal $n = 3, 4, 5, 6, 7$ -nek megfelelő hullámhosszai, levegőben normális nyomáson és normális hőmérsékleten mérve, valamint ezeknek a hullámhosszaknak $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$ -tel megszorozott értékei a következő táblázatban vannak feltüntetve:

| n | $\lambda \cdot 10^8$ | $\lambda \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \cdot 10^{10}$ |
|-----|----------------------|--|
| 3 | 6563,04 | 91 153,3 |
| 4 | 4861,49 | 91 152,9 |
| 5 | 4340,66 | 91 153,9 |
| 6 | 4101,85 | 91 152,2 |
| 7 | 3970,25 | 91 153,7 |

Láthatjuk, mennyire pontosan állandó a szorzat; az eltérés nem nagyobb, mint amennyit megfigyelési hibának tekinthetünk.

* Előadta a Fysisk Forening-ben 1913. dec. 20-án.

Mint azt Önök tudják, *Balmernek* a hidrogénspektrum törvényére vonatkozó felfedezése vezetett azoknak a törvényeknek a felfedezésére, amelyek más anyagok vonalas spektrumára érvényesek. A legfontosabb idevonatkozó munkák *Rydbergtől* (1890) és *Ritztől* (1908) valók. *Rydberg* kimutatta, hogy igen sok elem spektrumában olyan vonalak sorai vannak jelen, amelyeknek hullámhosszai közelítőleg a következő formulával adhatók meg

$$\frac{1}{\lambda_n} = A - \frac{R}{(n + \alpha)^2},$$

ahol A és α bizonyos, a különböző sorokra jellemző állandók, míg R egy egyetemes állandót jelent, amely egyenlő a hidrogénspektrum állandójával. Ha a hullámhosszakat vákuumban mérjük, ez az állandó *Rydberg* számítása szerint 109 675. Az egyszerű hidrogénspektrummal ellentétben sok más anyag spektrumában a vonalak több sora van meg, amelyeket a *Rydberg*-féle formula ad meg, ha az A és α állandók különböző értékeit behelyettesítjük. *Rydberg* azonban már első munkájában rámutatott arra, hogy ugyanazon elem különböző spektrumsorainak állandói között bizonyos egyszerű kapcsolatok érvényesek. Ezeket az utóbbi törvényeket azután *Ritz* az úgynevezett „kombinációs-elv” felállításával igen szépen általánosította. Eszerint egy elem vonalas spektrumában a különböző vonalak hullámhossza a következő formulával fejezhető ki:

$$\frac{1}{\lambda} = F_r(n_1) - F_s(n_2) \quad (2)$$

n_1 és n_2 egész számok, viszont $F_1(n), F_2(n) \dots$ az n függvényeinek a sora, amelyek megközelítőleg a következő alakra hozhatók

$$F_r(n) = \frac{R}{(n + \alpha_r)^2},$$

ahol R a *Rydberg*-féle egyetemes állandó és α különböző függvények különböző állandója. Az elv szerint mind az n_1 és n_2 , mind pedig az $F_1, F_2 \dots$ függvények minden egyes kombinációja egy-egy spektrumvonalnak felel meg. Az elv felállítása így egy sereg olyan vonal megjósolását jelentette, amelyek a korábbi spektrumformulákban nem szerepeltek. Számos esetben a számítások pontos egyezést mutattak a megfigyelésekkel. Ezek után *Ritz* úgy vélte, hogy a hidrogénspektrumra vonatkozó (1) formula az alábbi általános formula különleges esete

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (3)$$

és ezáltal egyebek között megjósolta az ultravörösben a vonalaknak a következő formulával megszabott sorát

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Paschennek (1909) sikerült megfigyelni ennek a sornak két első $n = 4$ és $n = 5$ -nek megfelelő vonalát.

A hidrogén azonban nemcsak a közönséges egyszerű vonalas spektruma által lett jelentős a spektrumtörvényekre vonatkozó ismereteink fejlődésében, hanem még közvetettebb módon is. Ugyanis abban az időben, amikor a Rydberg-féle törvények még bizonyításra vártak, *Pickering* (1897) egy csillag spektrumában olyan vonalak sorát találta, amelyek hullámhosszai a közönséges hidrogénspektrumhoz igen egyszerű viszonyban álltak, mert nagy megközelítéssel a következő módon voltak kifejezhetők:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2} \right)$$

Rydberg ezeket a vonalakat a hidrogénspektrum új soraként magyarázta és elmélete szerint előre megmondotta még egy sor létezését, amelynek hullámhosszait a következőképpen fejezhetjük ki:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

A korábbi megfigyelések pontosabb vizsgálatakor most kiderült, hogy bizonyos csillagok spektrumában tényleg megfigyeltek egy vonalát, amely ennek a sornak első vonalával ($n = 2$ -nek megfelelően) közel egybeesik; más spektrumok analógiájaként várható volt, hogy ez a vonal lesz a legerősebb. *Rydberg* elméletének győzelme után, s úgy látszott, hogy ezek az eredmények az elmélet győzelmét jelentik, megérthetjük, hogy minden arra vonatkozó kétségnek, vajjon az új spektrum valóban a hidrogénhez tartozik-e, el kellett némulnia. Ezért ismerték el általánosan helyesnek *Rydberg* nézetét a legutóbbi időkig, amikor *Fowler* angol fizikusnak (1912) sikerült a *Pickering*-féle vonalakat laboratóriumi kísérletben itt a földön megfigyelni, a vita fonalát újra felvették. Erre a kérdésre ma este még visszatérünk.

Amint várható is volt, a vonalas spektrumokra érvényes szép és egyszerű törvényszerűségek felfedezése ösztönzést adott sok kísérletre, hogy azokat elméletileg magyarázzák. Annál csábítóbb volt ilyen kísérleteket végezni, mivel a spektrumra vonatkozó törvények egyszerűsége és az a példátlan pontosság, amellyel ezek érvényesek, azt látszanak ígérni, hogy a helyes magyarázatnak, ha megtalálható, egyszerűnek kell lennie és értékes felvilágosításokat nyújthat az anyag tulajdonságairól. Nagyon szívesen térnék ki részletesebben ezeknek az elméletek némelyikére, amelyek közül több rendkívül érdekes és amelyeket kiemelkedő felfedező szellemmel és éleselméjűséggel dolgoztak ki; sajnos azonban erre ma este nincs idő. Arra a megjegyzésre kell szorítkoznom, hogy az említett elméletek közül egy sem nyújt a vonalas spektrumok magyarázatára kielégítő, vagy legalább is elfogadható magyarázatot. Azokra a

törvényekre vonatkozó hiányos ismereteink miatt, amelyek az atomokon belül végbemenő folyamatok lefolyását meghatározzák, alig lehetséges olyan magyarázatot találni, amilyenre az említett elméletek törekszenek. A mi általános elméleti elképzeléseink hiányosságai különösen világosan megmutatkoztak az utóbbi években a hősugárzás törvényeinek fontos kísérleti és elméleti tanulmányozása során. Ezért Önök meg fogják érteni, hogy ma este én sem kísérlem meg, hogy a spektrum törvényszerűségeinek magyarázatát adjam; igyekezni fogok azonban kimutatni azt, mi módon látszik lehetségesnek, a spektrum törvényeit belső összefüggésbe hozni az elemek egyéb tulajdonságaival, amelyek a jelenlegi felfogásunk szerint éppen olyan megmagyarázhatatlanoknak látszanak. Ezekben a megfontolásokban mind a hősugárzás tanulmányozásának az eredményeire, mind az atomok szerkezetének arra az elgondolására fogok támaszkodni, amelyre a rádióaktív elemek tanulmányozása által jutottunk.

Kezdem azoknak a következtetéseknek megbeszélésével, amelyeket a hősugárzásra vonatkozó kísérletekből és elméletből vontak le.

Tekintsünk egy olyan teret, amely hőmérsékleti egyensúlyban lévő testektől van körülveve. Ez a tér egy bizonyos energiamennyiséget tartalmaz, amely azoktól a hősugaraktól ered, amelyeket a környező testek kibocsátanak és amelyek minden irányban keresztezik egymást. Annak a feltevésnek az alapján, hogy a testek kölcsönös hősugárzása a hőmérsékleti egyensúlyt nem zavarhatja meg, mint ismeretes, *Kirchhoff* (1860) kimutatta, hogy mind a tér térfogategységére eső energia, mind ennek az energiának a különböző hullámhosszú sugarakra eső eloszlása független kell hogy legyen a tér alakjától és nagyságától, valamint a környező testek természetétől és csak a hőmérséklettől függ. *Kirchhoff* ezen eredményét a kísérletek igazolták és jelenleg, miután ezen a téren nagyszámú kísérleti munkát végeztek, meglehetősen pontosan ismerjük mind az említett energiamennyiséget, mind annak eloszlását a különböző hullámhosszakra és függését a hőmérséklettől; vagy a szokásos kifejezéssel élve: meglehetősen pontos kísérleti ismereteink vannak a „hősugárzás törvényéről.”

Kirchhoff meggondolásai csak egy hősugárzási törvény létezését tudták előre megmondani, később azonban sok fizikus megpróbálta más úton a kísérleti eredmények behatóbb magyarázatát megtalálni. Beláthatjuk, hogy e feladat megoldására az elektromágneses fényelmélet az elektronelmélettel együtt lehetőséget nyújt. Az elektronelmélet szerint egy test az elektronok rendszeréből áll. Ha az elektronokat befolyásoló erőkre vonatkozólag bizonyos feltevéseket teszünk, kiszámíthatjuk azok mozgását és ebből tovább a testek által másodpercenként kisugárzott energiát és annak eloszlását a különböző hullámhosszúságú elektromágneses rezgésekre. A testek adott hullámhosszúságú sugárzásra vonatkozó abszorpcióképessége ugyancsak meghatározható, ha — most fordítva az elektromágneses rezgéseknek az elektronok mozgására gyakorolt hatását számítjuk ki. Ha ismerjük minden hőmérsékleten és minden

hullámhosszúságú sugárra egy test abszorpcióját és emisszióját, akkor mint *Kirchhoff* kimutatta, közvetlenül a hősugárzási törvényre jutunk. Mivel az eredménynek a testek különleges természetétől függetlennek kell lennie, jogos a tapasztalattal megegyezést várnunk, még akkor is, ha a feltételezett testekben az elektronokra ható erőkre nézve igen speciális feltételezésekkel élünk. Ez a tény természetesen jelentősen leegyszerűsíti a feladatot; azonban ennek ellenére ez még elég nehéz, és csodálatos, hogy ezen az úton egy darabon előre tudtak haladni. Ez, mint ismeretes, közben *Lorentz*nek (1903) sikerült. Egy, fémekben az elektronok mozgására vonatkozó ugyanazon feltevésből kiindulva, amelyet *Drude* (1900) sikerrel használt fel arra, hogy elméletileg kiszámítsa egy fém elektromos és hővezetőképességének a viszonyát, *Lorentz* kiszámította a fém hosszú hullámhosszú hősugarakra vonatkozó emisszióképességét és abszorpcióképességét is. Ezután *Lorentz* az emisszióképesség és az abszorpcióképesség közötti viszonyt kereste és ezáltal valóban a hősugárzási törvény olyan kifejezését nyerte, mely a hosszú hullámokra a kísérletekkel kitűnően egyezett. E szép és sokatígérő eredmény ellenére nyilvánvaló lett, hogy az elektromágneses elmélet nem képes a hősugárzási törvényt megmagyarázni. Kimutatható, hogy ha nem szorítunk a hosszú hullámokra, mint *Lorentz*, hanem a rövidebb hullámhosszú rezgéseket is figyelembe vesszük, mulhatatlanul ellenkezésbe jutunk a kísérletekkel. Ez különösen világosan tűnik ki *Jeans* (1905) vizsgálataiból, melyek során ő egy igen érdekes, először *Lord Rayleigh* által javasolt indirekt statisztikus módszert alkalmazott.

Ezért kénytelenek vagyunk feltenni, hogy a klasszikus elektrodinamika nem fedi a valóságot, vagy ha szívesebben fejezzük ki magunkat óvatosan, nem használható az atomok sugárzási abszorpciójának és emissziójának a kiszámítására. Szerencsés módon a hősugárzási törvény mégis útmutatást adott arra, hogy milyen irányban kell keresni az elektrodinamikában a szükséges változtatásokat. Már *Lorentz* és *Jeans* munkáinak megjelenése előtt *Planck* (1900) elméleti úton levezetett a hősugárzási törvényre egy formulát, amely szorosan megegyezik a tapasztalattal. *Planck* nem szorítkozott kizárólag a klasszikus elektrodinamikára, hanem bevezette még azt a feltevést, hogy egy rezgő elektromos részecskékből álló rendszer (egy elemi rezonátor) nem tudja az energiát folytonosan emittálni és abszorbeálni, mint azt a régi elektrodinamika feltételezi, hanem szaggatottan olyan módon, hogy az az energia, amelyet a rendszer egy bizonyos pillanatban tartalmaz, mindig egész-számú sokszorosa legyen az úgynevezett energiakvantumnak, melynek nagysága $h\nu$, ahol h az úgynevezett Planck-féle állandó és ν a rendszer rezgésszáma. Formai tekintetben a Planck-féle elmélet sok kívánnivalót hagy hátra; bizonyos számításokban felhasználja a szokásos elektrodinamikát, míg másokban olyan feltevéseket vezet be, amelyek a legvilágosabban ellene szólnak annak, anélkül, hogy megmutatná, hogy a használt módszerek egységes előadása lehetséges. Egyedül a hősugárzási törvényre vonatkozó kísérletekkel

való egyezése miatt Planck elmélete aligha nyert volna általános elismerést, de, mint Önök tudják, az elmélet igen sokkal járult hozzá számos igen különböző fizikai jelenség, mint a fájhő és a fotoelektromos effektus, a röntgensugarak és hősugarak gázokban való abszorpciója, megértéséhez. Itt nem csak a nemfolytonos energiakicserélődés kvalitatív feltételezéséről van szó, hanem a Planck-féle állandó, h , numerikus értékének az alkalmazásával lehetségesnek látszik, legalább megközelítőleg számos olyan jelenségről kvantitatív számításokat nyújtani, amelyekről korábban semmit sem tudtunk mondani. Ezért alig mondhatjuk korainak azt a kijelentést, hogy bármilyen legyen is a végleges magyarázat, az „energiakvantumok“ felfedezését a fizika egyik legfontosabb eredményének kell tekintenünk, amelyet figyelembe kell vennünk az atomok tulajdonságainak vizsgálatánál és különösen olyan problémáknál, mint a spektrumok törvényeinek magyarázata, ahol elektromágneses rezgések emissziójáról és abszorpciójáról van szó.

Most áttérünk azon alap, amelyre építeni akarunk, másik részének az áttekintésére, vagyis azokra a következtetésekre, amelyeket a radioaktív elemek által kibocsátott sugarakkal végzett kísérletekből vontak le. Korábban alkalmam volt itt a Fizikai Egyesületben beszélni az α -sugarak vékony lemezekben keresztülhatolásakor bekövetkező szóródásáról és kifejteti, hogyan állított fel *Rutherford* (1911) egy elméletet azért, hogy ezeknek a kísérleteknek a sajátos és nemvárt eredményeit megmagyarázza. Ezért ma este csak azt akarom röviden felidézni, hogy a *Rutherford*-féle elmélet legjellemzőbb vonása az a feltevés, hogy az atom belsejében egy pozitív töltésű mag van. A mag körül feltételezik a zárt pályákon keringő elektronokat olyan nagy számban, hogy azok negatív töltése a mag pozitív töltését közömbösítse. A mag dimenzióit igen kicsinynek kell gondolnunk az elektronpályák dimenzióihoz képest és a magban egyesítve kell képzelnünk az atomnak csaknem egész tömegét.

Rutherford számítása szerint a mag pozitív töltésének az elektronok olyan száma felel meg, amely körülbelül az atomsúly felével egyenlő. Ez a szám megközelítőleg egybeesik az elem sorszámával a periódusos rendszerben és ezért közelítőleg az a feltevés, hogy az atomban lévő elektronok száma ezzel a sorszámmal éppen egyenlő. Ez a feltevés, amelyet először *van den Broek* (1912) fejtett ki, amint belátható, lehetőséget nyújt a periódusos rendszer egyszerű magyarázatára. Az említett feltevést a kis atomsúlyú elemeken végzett kísérletek erősen támogatják. Először is világos, hogy *Rutherford* elmélete szerint egy α -részecskének azonosnak kell lennie egy héliumatom magjával; az α -részecske kettős pozitív töltéséből közvetlenül következik, hogy a közömbös héliumatomnak két elektront kell tartalmaznia. Továbbá az annyira különböző jelenségek, mint a röntgensugarak diffúz szóródása és az α -sugarak sebességének csökkenése, területén végzett kísérletek számításainak egybehangzó eredménye igen valószínűvé teszik, hogy egy hidrogénatom csak egyetlen elektront tartalmaz. Ez igen szépen egyezik azzal a körülménnyel, hogy J. J.

Thomson az ő pozitív sugarakkal végzett kísérleteiben sohasem figyelt meg hidrogénatomot egynél több pozitív töltéssel, míg az összes többi vizsgált elem több töltéssel is előfordulhatott.

Tételezzük fel most, hogy egy hidrogénatom éppen egy elektronból áll, amely egy ellenkező előjelű és egyenlő nagyságú töltéssel rendelkező mag és egy olyan tömeg körül kering, amely igen nagy az elektron tömegéhez viszonyítva. Világos, hogy ez a feltevés azt a kezdetben említett különleges helyet, amelyet a hidrogén az elemek között elfoglal, szemléltetni tudja; bár egyébként eleve teljesen reménytelennek látszik a hidrogén különleges saját-ságaiból valamit is, nemhogy éppen vonalas spektrumát egy ilyen egyszerű rendszer szemléletéből magyarázni akarni.

A rövidség kedvéért tegyük fel, hogy a mag tömege végtelen nagy az elektronéhoz viszonyítva és az elektron sebessége igen kicsiny a fényéhez képest. Ha most egyelőre eltekintünk attól az energiakisugárzástól, amely a közönséges elektrodinamika szerint az elektron gyorsított mozgását kíséri, az első Kepler-féle törvényből következik, hogy az elektron egy olyan ellipszist fog leírni, amelynek egyik gyújtópontjában a mag áll. Jelöljük ω -val a másodpercenkénti körülfutások számát, $2a$ -val az ellipszis nagy tengelyét, $-e$ -vel és m -mel az elektron töltését és tömegét, e -vel a mag töltését és W -vel azt az energiamennyiséget, amelyet a rendszerrel közölnünk kell, hogy az elektront és a magot egymástól végtelen távolságra eltávolítsuk, s akkor ezt kapjuk:

$$\omega^2 = \frac{2W^3}{\pi^2 m e^4}, \quad 2a = \frac{e^2}{W}. \quad (4)$$

Ezek a kifejezések igen egyszerűek és azt mutatják, hogy mind a keringési idő, mind pedig a nagy tengely hossza csak a W -tól függenek és függetlenek a pálya ekszcentricitásától. Látjuk, hogy a W változtatásával az ω és a $2a$ minden értéket felvehet. Az utóbbi körülmény azonban arra mutat, hogy a talált formulát a hidrogénatomban az elektron pályájának kiszámítására nem alkalmazhatjuk közvetlenül. Ebből a célból fel kell tennünk, hogy az elektron pályája nem vehet fel minden értéket, mindenesetre éppen a vonalas spektrum világosan arra mutat, hogy az elektron rezgései nem változhatnak folytonosan tág határok között. Hogy egy olyan egyszerű rendszerrel, mint amelyet az imént vizsgáltunk, nem juthatunk előbbre, már a dimenziók meggondolásából is előre megmondhattuk volna; nem lehetséges ugyanis egyedül az e és az m segítségével olyan mennyiséget meghatározni, melyet egy atom átmérőjeként vagy rezgésszámként tekinthetünk.

Ha megkíséreljük az energiasugárzást úgy figyelembevenni, ahogy azt a közönséges elektrodinamika követeli, a bajt még növeljük. Az energiasugárzás miatt W mindig nőne, és egyidejűleg, mint a fenti kifejezések mutatják, a rendszer keringési ideje is nőne, a pálya dimenziói pedig csökkennének. Ez a folyamat nem szűnne meg mindaddig, míg a részecskék egymáshoz olyan közel nem jönnének, hogy tovább már nem vonzanák egymást. Mire

ez megtörténne, a kisugárzott energiamennyiség igen nagy lenne; annak a feltevésével pedig, hogy a részecskéknek semmi kiterjedésük nincs, egyenesen végtelen nagy lenne és azokkal a dimenziókkal számolva, amelyeket az elektronokra azok tömegéből számítunk ki (körülbelül 10^{-13} cm) és a magokra Rutherford számított ki (körülbelül 10^{-12} cm) sokszorosan nagyobb lenne, mint azok az energiacserék, amelyeket a megfigyelt atomfolyamatoknál ismerünk.

Látjuk, hogy lehetetlen a Rutherford-féle atommodellt használnunk addig, míg kizárólag közönséges elektrodinamikára szorítkozunk. Ez azonban nem más, mint amire előre el kellett készülnünk. Mint ahogy említettem, bizonyítottan kell tekintenünk, hogy valamilyen mechanikus modell bevonásával az elektrodinamika alapján lehetetlen a hőszugárzásra vonatkozó kísérletek kielégítő magyarázatára eljutni. Hogy az atommodell hiányosságai, amelyet tárgyaltunk, azonnal világosan előtűnnek, azért talán mégsem baj; habár a hiányosságok más atommodellekben sokkal jobban el vannak rejtve, mégis meg kell lenniök és éppen olyan komolyak lesznek.

Próbáljuk most meg, hogy vajjon a Planck-féle elméletnek arra a problémára való alkalmazásával, amellyel foglalkozunk, az említett nehézségeken úrrá lehetünk-e?

Azonnal látjuk, hogy a Planck-féle elmélet közvetlen alkalmazásáról nem lehet szó. Planck elmélete ugyanis az energia emissziójával és abszorpciójával foglalkozik olyan elektromos részecskék rendszerében, amelyek megadott másodpercenkénti rezgésszámmal rezegnek, ahol az energia emissziója és abszorpciója csak a rendszer természetétől függ, azonban független attól az energiamennyiségtől, amelyet a rendszer a vizsgált időpillanatban tartalmaz. Az általunk vizsgált egy elektrontól és egy magból álló rendszerben a rezgésszám az elektron keringési idejének felel meg; a (4) formula azonban azt mutatja az ω -ra, hogy ez a keringési idő a W -tól, azaz a rendszer energiájától függ. Az, hogy a Planck-féle elmélet a mi problémánkra közvetlenül nem alkalmazható, nem bír olyan különös jelentőséggel, mint azt gondolhatnók. Ugyanis amikor mi a Planck-féle elméletet elfogadtuk, nyíltan elismertük a közönséges elektrodinamika elégtelenségét és határozottan szakítottunk mindazon feltevések összefüggő láncolatával, amelyek ezen elmélet alapját képezik. Egy ilyen lépést megtéve el kell készülnünk arra, hogy eddig használt elméleti elgondolásaink és a tapasztalat közötti ellentmondás nem korlátozódik Planck azon energiamennyiség nagyságára vonatkozó feltevésére, melyet egy rezgő rendszer egyáltalán tartalmazhat. Itt csaknem segédeszköz nélkül állunk és újabb feltevések bevezetésekor arra kell ügyelnünk, hogy a tapasztalattal ne jöjjünk ellentétbe. Az idő fogja megmutatni, hogy ezt mennyire kerülhetjük el minden pontban; a legbiztosabb út természetesen, olyan kevés feltevést tenni, amennyire az csak lehetséges.

Erre emlékezve tekintsük át először a hőszugárzásra vonatkozó kísérleteket. Amit közvetlenül megfigyelünk, az az energia eloszlása különböző hul-

lámhosszú rezgésekre. Noha az embernek el kell képzelnie, hogy ez az energia rezgő részecskék rendszereiből jön, jóformán semmit sem tudunk ezekről a rendszerekről. Senki sem látott Planck-féle rezonátort, sőt egyszer sem mérték meg annak rezgésidejét; mi csak a kibocsátott sugár rezgésidejét figyeljük meg. Számunkra ezért rendkívül előnyös, hogy a hősugárzási törvény levezetésekor kimutathatóan nincs szükség semmiféle feltevésre azon rendszerekkel kapcsolatban, melyek a sugárzást kibocsátják, azon az egyen kívül, hogy a mindenkor kisugárzott energia $h\nu$ -vel egyenlő, ahol h a Planck-féle állandó és ν a sugarak rezgésszáma. Ennek az egyetlen feltevésnek az alapján, mint azt *Debye* (1910) kimutatta, Planck és *Jeans* módszereinek a kombinálásával, eljuthatunk a Planck-féle sugárzási törvényhez. Ezért, mielőtt a rezgő rendszerek fajtáinak tárgyalásába mélyebben belemennénk, megnézzük, mennyire lehetséges a sugárzás emissziójára vonatkozó említett feltevést megegyezésbe hozni a spektrumok törvényeivel.

Ha valamelyik elem spektruma egy olyan spektrumvonalat tartalmaz, amelynek rezgésszáma ν , akkor tételezzük fel, hogy egy atom (vagy egy más elemi rendszer) $h\nu$ energiamennyiséget tud kibocsátani. Ha az energiát a sugárzás kibocsátása előtt és után E_1 -gyel, illetőleg E_2 -vel jelöljük, akkor

$$h\nu = E_1 - E_2 \quad \text{vagy} \quad \nu = \frac{E_1}{h} - \frac{E_2}{h}. \quad (5)$$

Arra kell gondolnunk, hogy a rendszer az emissziós folyamat alatt egyik állapotból egy másik állapotba megy át, hogy ezeknek az állapotoknak nevet adjunk, ezeket stacioner állapotoknak fogjuk nevezni, csak azért, hogy ezzel jelezzük, hogy ezek bizonyos állomáshelyeket képeznek, amelyek között a spektrumvonalaknak megfelelő energia emissziója végbemegy.

Ritz szerint, mint láttuk, egy elem spektruma olyan vonalak sorából áll, amelyeknek a hullámhossza a (2) formulával fejezhető ki. Ennek a kifejezésnek az (5) összefüggéssel való összehasonlításából látjuk, — mivel $\nu = c/\lambda$, ahol c a fény terjedési sebessége — hogy minden egyes spektrumvonal fel lépését úgy magyarázhatjuk, mint egy rendszer átmenetét két stacioner állapot között, amelyekben a rendszer energiája egy önkényesen választott konstanstól eltekintve a $-c \cdot h \cdot F_r(n_1)$, illetőleg $-c \cdot h \cdot F_s(n_2)$ kifejezések által van megadva. Egy ilyen magyarázat alapján a kombinációs elv azt mondja, hogy a rendszer a stacioner állapotok sorával bír és hogy bármelyik két ilyen állapot közötti átmenet monochromatikus sugárzás kibocsátásával jár. Látjuk tehát, hogy első feltevésünk egyszerű kibővítése által képesek vagyunk a legáltalánosabb törvényt, amely a vonalas spektrumokra érvényes, formailag megmagyarázni.

Ez az eredmény arra a kísérletre ösztönöz, hogy az egyelőre tisztán formailag használt stacioner állapotokról szemléletes elképzelést nyerjünk. Hogy ilyet keressünk, természetszerűleg a hidrogénspektrum felé fordulunk. Erre vonat-

kozólag a (3) formula szerint

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{n_1^2} - \frac{R}{n_2^2}.$$

Tehát feltevésünk szerint a spektrumot egy rendszernek stacioner állapotok sorozatán való átmenete hozza létre, amelyekről egyelőre csak azt tudjuk kijelenteni, hogy a rendszer energiáját az n -edik állapotban egy önkényes konstanstól eltekintve a $-\frac{Rhc}{n^2}$ kifejezés adja meg. Most keressünk kapcsolatot a hidrogénatom korábban vizsgált modelljével. Tegyük fel, hogy az elektron keringési idejének kiszámítására a rendszer stacioner állapotaiban a fenti formulát az ω -ra alkalmazhatjuk. Ez a feltevés kézenfekvő; mert ha mi egyáltalán valami féle szemléletes elképzelést akarunk magunknak alkotni a stacioner állapotokról, arra pillanatnyilag nincs más eszközünk, mint a szokásos mechanika.

Kísérletképpen tegyük fel, hogy az n -edik stacioner állapotban $W = -\frac{Rhc}{n^2}$. Ekkor a (4) összefüggés alapján kapjuk:

$$\omega_n^2 = \frac{2}{\pi^2} \frac{R^3 \cdot h^3 \cdot c^3}{e^4 \cdot m \cdot n^6}. \quad (6)$$

Egy meghatározott spektrumvonalnak megfelelő fénykibocsátás feltevésünk szerint két stacioner állapot közötti átmenet útján jön létre, amely két állapotnak két különböző keringési idő, ω_{n_1} és ω_{n_2} felel meg. A használt feltevések szerint nincs okunk egyszerű összefüggést várni az elektron keringési ideje és a kibocsátott sugár rezgésszáma között. Amint látják, egyáltalán nem kísérelem meg azt adni, amit általában magyarázatnak neveznének; arról, hogy hogyan és miért távozik a sugárzás, ezek a megfontolások semmit sem mondanak. Azt várhatjuk ugyanis, hogy a lassúbb elektromágneses rezgések kibocsátása a klasszikus elektrodinamika szerint számítható ki. Egy ilyen feltevést különösképpen támogatnak például a korábban említett Lorentz-féle számítások eredményei.

Az ω -ra vonatkozó formulából látjuk, hogyha n nő, a keringési idő csökken és egyidejűleg az $\frac{\omega_n}{\omega_{n+1}}$ viszony mindinkább az egységhez közeledik. Előző megfontolásaink szerint a sugárzás rezgésszáma, amely az $(n+1)$ -ik és az n -edik állapot közötti átmenetnek felel meg, a következőképpen adható meg:

$$\nu = Rc \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right).$$

Ha n igen nagy, ez a kifejezés közelítőleg $\nu = 2Rc/n^3$. Hogy kapcsolatot kapjunk a közönséges elektrodinamikával, ezt a rezgésszámot tegyük egyenlővé az elektron keringési idejével, tehát $2Rc/n^3 = \omega_n$. Láthatjuk a (6) kifejezésből

az ω_n -re vonatkozólag, hogy n ebből az egyenletből eltűnik, és továbbá, hogy az egyenlet csak akkor lesz helyes, ha

$$R = \frac{2\pi^2 e^4 m}{ch^3}. \quad (7)$$

Az R állandó nagy pontossággal ismeretes és mint említettem $109\,675$ -tel egyenlő. Az e , m és h legújabb értékeit behelyettesítve a (7) elméleti kifejezésbe, $R = 1,09 \cdot 10^5$. Az egyezés olyan jó, amelyet — tekintetbevéve az e , m és h konstansok kísérleti meghatározásának bizonytalanságát — egyáltalán kívánhatunk. Ezért azt mondhatjuk, hogy megegyezést találtunk számításunk és a klasszikus elektrodinamika között abban a mértékben, amelyben azt várni egyáltalán jogos volt.

Amint említettük, nem várhatjuk más stacioner állapotok keringési idejének megfelelő értelmezését. Azonban az összes állapotokra bizonyos mértékig formai tekintetben egyszerű összefüggések érvényesek. Behelyettesítve az R -re talált kifejezést például azt találjuk, hogy az n -edik állapotban $W_n = -\frac{1}{2} n \cdot h \cdot \omega_n$. Ez az egyenlet tökéletes analogonja egy rezonátor energiatartalmának *Planck* feltevésében. Mint emlékeznek, *Planck* szerint egy rezonátor energiatartalma mindig $n \cdot h \cdot \nu$. Továbbá a *Planck*-féle rezonátor kinetikus energiája középértékben egyenlő a potenciális energiával, így *Planck* szerint egy rezonátor kinetikus energiájának középértéke $\frac{1}{2} n \cdot h \cdot \nu$ -vel egyenlő. Ez az analógia más módon utal arra, hogy az elméletet felállítsuk, és ez az, ami engem eredetileg ezekre a megfontolásokra vezetett. Ha azonban meggondoljuk, hogy milyen különbözően használjuk fel az egyenletet itt és a *Planck*-féle egyenletben, úgy tűnik nekem, hogy megtévesztő az említett formai analógiát, mint alapot elfogadni, és abban az előadásban, amelyet itt követtem, megkísérleltem ettől lehetőleg szabadulni.

Tovább haladunk a számítások szemléletessé tételében és a (2) a kifejezésbe behelyettesítjük W -nek azt az értékét, mely az n -edik stacioner állapotnak felel meg. Azt találjuk:

$$2a = n^2 \frac{e^2}{chR} = n^2 \frac{h^2}{2\pi^2 m e^2} = n^2 \cdot 1,1 \cdot 10^{-8}. \quad (8)$$

Látjuk, hogy n kis értékeinek esetében az elektronpálya nagy tengelyére olyan értékeket kapunk, amelyek ugyanolyan nagyságrendűek, mint az atomok átmérőjének azok az értékei, amelyeket a gázok kinetikus elméletének segítségével számítottak. Az n nagy értékeinek esetében azonban $2a$ igen nagy a számított atomméretekhez viszonyítva. Ez az eredmény azonban nincs szükségszerűen ellentétben a tapasztalattal. Ugyanis elképzelhetjük, hogy egy hidrogénatom közönséges körülmények között abban az állapotban van, amely $n = 1$ -nek felel meg. Ebben az állapotban a W a legnagyobb, és a lehetsé-

ges legnagyobb energiát adta le; ez lesz tehát a legstabilisabb állapot, amelyből a rendszer külső energia bevétele nélkül nem mozdítható ki. Ezért a $2a$ nagy értékeinek az n nagy értékei esetében nem kell a kísérletekkel ellentétben állania; sőt ezekben a nagy értékekben annak a körülménynek a magyarázatát kereshetjük, hogy eddig nem volt lehetséges laboratóriumi kísérletekben azokat a hidrogénvonalakat megfigyelni, amelyek a Balmer-féle formulában n nagy értékeinek felelnek meg, holott azokat bizonyos égítetek spektrumában megfigyelték. Ahhoz, hogy a nagy elektronpályákat a szomszédos atomok részéről kifejtett elektromos erők nem zavarják, a nyomásnak igen alacsonynak kell lennie, olyan alacsonynak, hogy nem lehetséges normális méretek esetében egy Geissler-csőből elegendő fényt nyerni. Az égítetek esetében azonban feltehető, hogy olyan hidrogénnel van dolgunk, mely igen nagy hígításban roppant nagy térbeli eloszlásban van jelen.

Önök valószínűleg észrevették, hogy eddig semmit sem említettünk arról a spektrumról, amelyet bizonyos csillagokban találtak és az általános felfogás szerint a hidrogénhez tartozik és *Rydberg* szerint a vonalak összefüggő rendszeréből kell álljon, tökéletes analógiában más elemek spektrumával. Önök talán belátták, hogy nehézséget jelentene ezt a spektrumot a használt feltevésekkel összehangba hozni. Ugyanis ha ezt megkísérelnénk, fel kellene adni azt az egyszerű meggondolást, amely bennünket az R konstansra vonatkozó kifejezésre (7) vezetett. Látni fogjuk azonban, hogy lehetségesnek látszik más módon megmagyarázni az említett spektrum keletkezését. Tegyük fel, hogy a keletkezését nem egy hidrogénatomnak, hanem egy másik egyszerű rendszernek köszöni, amely egy $N \cdot e$ elektromos töltésű mag körül mozgó egyetlen elektronból áll. Ekkor az ω -ra vonatkozó kifejezés a következő:

$$\omega^2 = \frac{2}{\pi^2} \frac{W^3}{N^2 e^4 m}.$$

Ugyanazon korábbi meggondolásoknak fordított sorrendben való megismétlése által arra az eredményre jutunk, hogy a rendszer, amelyet vizsgálunk, a következő kifejezés által megadott vonalas spektrumot fog kibocsátani:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 N^2 e^4 m}{ch^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R \left(\frac{1}{\left(\frac{n_1}{N} \right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{n_2}{N} \right)^2} \right) \quad (9)$$

A (9) kifejezést a Pickering-féle és a Rydberg-féle sorozatokra érvényes formulával összehasonlítva látjuk, hogy az elméletből a megfigyelt vonalak megmagyarázhatók, ha feltesszük, hogy a spektrum keletkezését egy olyan elektronnak köszöni, amely egy $2e$ töltésű mag körül mozog, tehát *Rutherford* elmélete szerint egy héliumatom magja körül. Hogy a tárgyalt spektrum a közönséges héliumcsövekben nem figyelhető meg, hanem csak a csillagokban, azzal magyarázható, hogy a spektrum keletkezéséhez igen magas disszociáció-

fok szükséges; a közömbös héliumatom két elektront tartalmaz, míg a vizsgált rendszerben csak egy van.

Úgy látszik, hogy ezeket a végső következtetéseket a kísérletek alátámasztják. Mint említettem, rövid idővel ezelőtt *Fowler* angol fizikusnak sikerült a *Pickering*-féle és a *Rydberg*-féle vonalakat laboratóriumi kísérletben megfigyelni. Amikor egy csőben, amely hidrogén és hélium keverékét tartalmazta, igen erős elektromos kisülést létesített, nemcsak ezeket a vonalakat figyelte meg, hanem vonalak egy új sorozatát is, mely vonalak az előbbiekkal egyszerű viszonyban állottak, mivel hullámhosszuk megközelítőleg a következő formula által fejezhető ki:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2} \right).$$

Fowler az összes megfigyelt vonalat a keresett hidrogénspektrumnak tulajdonította. A vonalak utóbb említett sorozatának megfigyelése által azonban az analógia a hipotetikus hidrogénspektrum és a más elemek spektruma között eltűnt, és ezzel az az alap is, amelyre *Rydberg* végső következtetéseit építette. Ezzel szemben belátható, hogy az említett vonalak megjelenése éppen az, amit a spektrum tárgyalt magyarázata következtében várnunk kellett.

A következő táblázatban az első oszlopban a *Fowler* által mért hullámhosszak vannak feltüntetve; a másodikban az általa megadott kísérleti hibák határai; a harmadikban a hullámhosszak szorzata az $\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) 10^{10}$ mennyiséggel; az n_1 és az n_2 használt értékei zárójelben vannak megadva.

Látjuk, hogy a szorzat értékei igen közel egyenlő nagyok és az eltérések a feltüntetett hibahatárokkal azonos nagyságrendűek. A spektrumra levezetett, (9) formula szerint, a $\lambda \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ szorzat értékének pontosan négyszer kellene kisebbnek lennie annál a szorzatnál, amely a hidrogénspektrumnak felel meg. A két táblázatban a szorzat értékét 91 153-nak, illetőleg 22 779-

| $\lambda \cdot 10^8$ | Hibahatár | $\lambda \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \cdot 10^{10}$ |
|----------------------|-----------|--|
| 4685,98 | 0,01 | 22 779,1 (3: 4) |
| 3203,30 | 0,05 | 22 779,0 (3: 5) |
| 2733,34 | 0,05 | 22 777,8 (3: 6) |
| 2511,31 | 0,05 | 22 778,3 (3: 7) |
| 2385,47 | 0,05 | 22 777,9 (3: 8) |
| 2306,20 | 0,10 | 22 777,3 (3: 9) |
| 2252,88 | 0,10 | 22 779,1 (3:10) |
| 5410,5 | 1,0 | 22 774 (4: 7) |
| 4541,3 | 0,25 | 22 777 (4: 9) |
| 4200,3 | 0,5 | 22 781 (4:11) |

nek találjuk és ha az első számot elosztjuk az utóbbival, 4,0016-ot kapunk. Ez az érték igen közel 4-gyel egyenlő; az eltérés azonban mégis sokkal nagyobb, semhogy azt valamilyen módon a kísérleti pontatlanság alapján megmagyarázhatnánk. Azonban könnyűnek bizonyult erre elméleti magyarázatot találni. Az összes előbbi számításainkban feltételeztük, hogy a magnak a tömege az elektronéhoz viszonyítva végtelen nagyra vehető. Ez azonban nincs így, noha nagy megközelítéssel igaz; hidrogénatom esetében a mag tömegének az aránya az elektronéhoz körülbelül 1850, a héliumatom esetében négyszer nagyobb.

Ha egy olyan rendszert vizsgálunk, amely $N \cdot e$ töltésű és M tömegű magból és az akörül keringő elektronból áll, a következő kifejezést találjuk az elektron keringési idejére:

$$\omega^2 = \frac{2}{\pi^2} \frac{W^3(M+m)}{N^2 e^4 M m}.$$

Ebből az egyenletből egészen hasonló módon, mint az előbb, levezethetjük, hogy a rendszer olyan vonalas spektrumot fog kibocsátani, amelynek a hullámhosszait a következő formula adja meg:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 N^2 e^4 m M}{ch^3(M+m)} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (10)$$

Keressük ki most a (10) formulából a viszonyt a hidrogénspektrum vizsgált szorzata és a feltételezett héliumspektrumé között, úgy a 4,00163 értéket találjuk; azaz tökéletes egyezést a fent említett értékkel, melyet a megfigyelésekből számítottunk.

Szeretném megemlíteni, hogy *Evans* angol fizikus néhány kísérletet tett arra, hogy megvizsgálja, vajjon a vitatott spektrum a hidrogénhez vagy a héliumhoz tartozik-e. Sikerült neki a vonalak egyikét egy tiszta héliummal töltött csőben megfigyelni; semmiesetre sem volt annyi hidrogén abban, hogy a közönséges hidrogénvonalak megfigyelhetők lettek volna. Mivel azonban úgy látszik *Fowler* egy ilyen eredményt nem tekint döntőnek, remélhetjük, hogy a kísérleteket folytatják. Van azonban egy másik lehetőség is a kérdés eldöntésére. Ahogy az utoljára felírt formulából következik, a vizsgált héliumspektrumnak a *Fowler* által megfigyelt vonalakon kívül a vonalak még egy sorozatát kell tartalmaznia, amelyek igen közel összeesnének a közönséges hidrogénvonalakkal. A vonalak a (10) formulából következnek, ha behelyettesítjük az $n_1 = 4, n_2 = 6, 8, 10 \dots$ értékeket. Még ha ezek a vonalak jelen is volnának, valószínűleg igen nehéz lesz azokat megfigyelni a hidrogénvonalakhoz viszonyított helyzetük miatt; abban az esetben, ha mégis megfigyelnék, a spektrum eredetének kérdését elintézettnak tekinthetnénk; akkor ugyanis semmi alap nem látszik arra, hogy a spektrumot a hidrogénnek tulajdonítsuk.

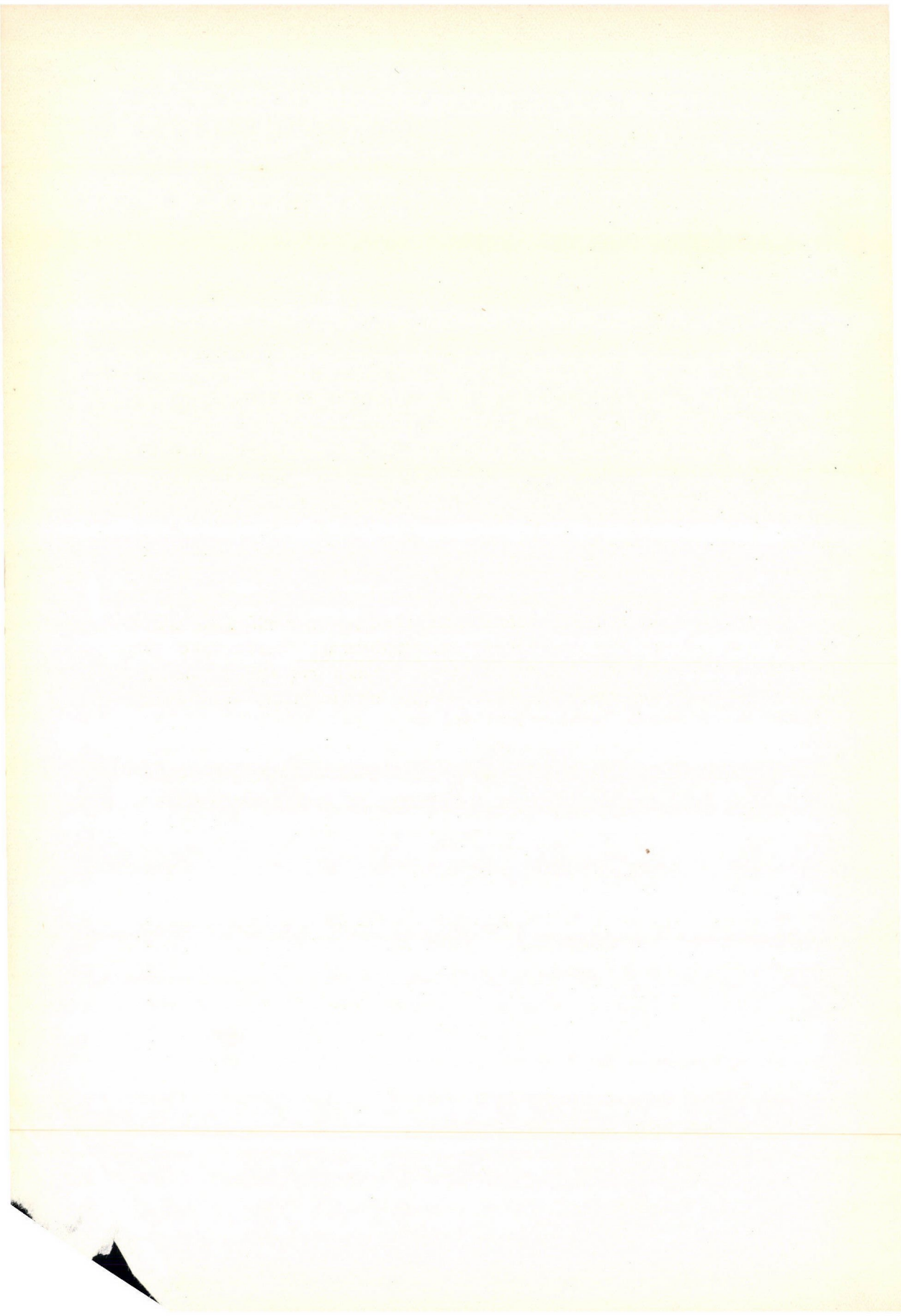
Ha más anyagok spektrumát vizsgáljuk, a viszonyok bonyolultabbak, mivel az atomok több elektront tartalmaznak. Eddig még nem sikerült az elmé-

letből az előbb említetteken kívül más spektrumot is megmagyarázni. Másrészt kiemelhetjük, hogy feltevéseink alapján igen egyszerűen értelmezhetjük a spektrumokra érvényes általános törvényeket. A kombinációs elvre vonatkozólag ez világos; a követett eljárásban kiindulási pontunkat részben egyenesen ebből az elvből vettük. De a másik általános törvény, vagyis a Rydberg-féle állandó fellépte valamennyi spektrumformulában, szintén egyszerűen magyarázható. Tételezzük fel, hogy a kérdéses spektrumokat, épp úgy, mint a hidrogénspektrumot, egy neutrális rendszer bocsátja ki és hogy ezek egy leszakadt elektron megkötése alatt keletkeznek. Ha egy ilyen elektron a mag körül egy olyan pályán mozog, amely nagy a többi elektron pályájához képest, ez közel ugyanazoknak az erőnek lesz alávetve, mint egy hidrogénatomban az elektron, mert a belső elektronok, mindegyik külön-külön a mag pozitív töltése egy részének hatását közömbösíteni fogja. Ezért feltehetjük, hogy a rendszer stationer állapotok sorozatával rendelkezik, ahol a legkülső elektron közelítőleg olyan stationer állapotokban kering, mint a hidrogénatomban. Nem akarok ezekbe a megfontolásokba mélyebben belemenni, hanem csak azt jegyzem meg, hogy ezek olyan végső következtetésekre vezetnek, amelyek szerint a Rydberg-féle állandó nem pontosan ugyanaz az összes elemekre nézve. Ennek

az állandónak a kifejezésében ugyanis az $\frac{M}{M+m}$ tényező jön be, amelyben M a mag tömegét jelenti. A korrekció a nagy atomsúlyú elemek esetében rendkívül kicsi, a hidrogén esetében azonban spektrumanalitikai fogalmak szerint igen jelentős. Ha a használt eljárás helyes eredményekre vezet, akkor nem helyes a Rydberg-féle állandót közvetlenül a hidrogénspektrumból számítani; az univerzális állandó nagysága az elmélet szerint nem 109 675, hanem 109 735.

Nem szeretném Önöket ma este további részletekkel fárasztani; remélem, hogy később itt a Fizikai Egyesületben ezekre a kérdésekre visszatérhetek, hogy megmutassam, hogyan vezetik az embert az alkalmazott szempontok az atomok és molekulák szerkezetére vonatkozó elmélet felállítására. Mielőtt befejezem, csak azt szeretném mondani, remélem, elég világosan fejeztem ki magam ahhoz, hogy Önök megérthették, milyen merev ellentétben állanak az előadott elgondolások a fogalmaknak azon csodálatraméltó összefüggő rendszerével, melyet joggal klasszikus elektrodinamikának nevezünk. Másrészt igyekeztem Önökben azt a benyomást kelteni, hogy talán lehetséges — épen ezeknek az ellentéteknek kiemelésével — idővel bizonyos összefüggést hozni az új elképzelésekbe is.

Fordította: *Ujhelyi Sándor.*



LEVÉL A SZERKESZTŐHÖZ

*Megjegyzés Szamosi Géza: Az atommag héjszerkezete c. cikkéhez
Magyar Fizikai Folyóirat I. kötet, 55. old. 1953.*

Szamosi Az atommag héjszerkezete c. cikkében a 71. oldalon az atommag héjszerkezetének elméleti magyarázatára vonatkozóan a következőt írja:

Nem vezettek jobb eredményhez azok a próbálkozások sem, melyek az elektronhéjfizikában ismert eljárások alkalmazásával a statisztikus elmélet alapján kísérelték meg a zárt héjak értelmezését.³

Szamosi ezen állításának rám vonatkozó része nem felel meg a valóságnak, mert én sem a Szamosi által idézett dolgozatomban, sem más dolgozatomban nem kíséreltem meg a zárt héjak értelmezését. Sőt a Szamosi által idézett dolgozatomban a 247—248 oldalakon leszögeztem, hogy teljes mértékben csatlakozom Paneth álláspontjához, aki kifejtette, hogy a zárt héjak értelmezése a statisztikus elmélet alapján nem lehetséges. Dolgozatom idevonatkozó része a következő:

Es wurde von mehreren Autoren der Versuch angestellt diese ausgezeichneten Zahlen auch auf Grund des statistischen Kernmodells zu erklären.⁴ Sofort nach dem Erscheinen dieser Arbeiten hat Paneth⁵ darauf hingewiesen, dass eine Erklärung dieser Zahlen auf Grund der statistischen Theorie des Atomkerns nicht möglich sei, da in der statistischen Theorie eben zufolge ihres statistischen Charakters eine durch energetische Verhältnisse bedingte Schalenstruktur, d. h. Stabilität des Kerns keinesfalls in Erscheinung treten kann. Wir schliessen uns dieser Auffassung von Paneth vollkommen an.

Gombás Pál.

Válasz Gombás Pál megjegyzésére

Gombás professzor fenti megjegyzését köszönettel tudomásul veszem. Dolgozatának fenntebb idézett részeit természetesen ismertem. Hogy ennek ellenére idéztem, arra a következők indítottak.

Először is nehezen tartottam elképzelhetőnek, hogy Gombás e dolgozatát kizárólag annak a minden fizikai következmény nélkül való kérdésnek vizs-

³ L. pl. *Yang*: Proc. Phys. Soc. 64, 632, 1951, vagy *P. Gombás*: Acta Physica Hungarica 2, 247, 1952.

⁴ L. M. *Yang*, Proc. Phys. Soc. (A) 64, 632, 1951; *D. Ivanenko* u. *V. Rodichev*, Dokladi Akad. Nauk SSSR, 70, 605, 1950; *D. Ivanenko* u. *A. Sokolov*, Dokladi Akad. Nauk SSSR, 74, 33, 1950.

⁵ *H. R. Paneth*, Proc. Phys. Soc. (A) 64, 937, 1951.

gálatára szenteli, hogy egy magban melyik mellékkvantumszám hányadik nukleonnál lép fel először.

Másodszor is Gombás dolgozata sok tekintetben analóg Yang ugyancsak idézett dolgozatával. Ugyanazt a — Fermitől eredő — módszert használja, sőt Yang konstans sűrűségre vonatkozó számítását megismétli (ugyanazon eredménnyel). Nem tartottam ildomosnak Yang dolgozatát idézni, a hazai szerzőét pedig nem.

Végül pedig arra is rá kell mutatnom, hogy Gombás már dolgozatának összefoglalójában, majd később is eredményeinek ismertetésénél megállapítja: „Diese Neutronen — und Protonenzahlen stimmen gut mit denjenigen überein, die man aus dem wellenmechanischen Schalenmodell des Kerns erhält.“ Gombás tehát az egyszerű kvantummechanikai héjmodell eredményeit kapja vissza. Azonban — mint már régóta ismeretes — ez a héjmodell nem tükrözi a tapasztalatot. Ez volt az oka annak, hogy Gombás dolgozatát éppen a kérdéses helyen idéztem.

Szamosi Géza.

Viszontválasz Szamosi Géza válaszára

Tudományos dolgozatokról mindenki olyan véleményt alkot, amilyenre képes; az egyéni interpretálás lehetőségei még sokkal tágabbak. Más megjegyezni valóm nincs.

Gombás Pál.

Több hozzászólás nem érkezett és ezzel a szerkesztőség a vitát lezártnak tekinti.

Ára: 10*—Ft.

Előfizetés kötetenként 42*— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

| | Oldal |
|---|-------|
| <i>Tarnóczy Tamás és Tari László</i> : Magnetosztrikciós rezgések kimutatása és mérése kapacitív úton | 153 |
| <i>Tarnóczy Tamás</i> : Ultrahang intenzitásmérés mérleggel | 159 |
| <i>Szilárd János</i> : Ultrahang intenzitásmérés kompenzációs kalorimetriával | 165 |
| <i>Tomka Pál</i> : Színezett és nem színezett alkálihalogenid kristályok elektromos vezetése | 173 |
| <i>Deézi Irén, Koczás Edit és Mátrai Tibor</i> : A SrO néhány kék sávjának rotációs analízise | 189 |

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

2. nap. 1953. augusztus 25., kedd

| | |
|---|-----|
| <i>Kovács István</i> : Újabb magyar eredmények a spektroszkópia terén | 197 |
| <i>P. D. Szimova</i> : Folyékony anyagok kombinációs szórási szinképének vizsgálata a nagy-rezgésszámú tartományban | 207 |
| Hozzászólások | 211 |

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

| | |
|---|-----|
| <i>E. Schrödinger</i> : Mai felfogásunk az anyagról | 221 |
|---|-----|

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

| | |
|--|-----|
| <i>N. Bohr</i> : A hidrogénspektrumról | 233 |
| Levél a szerkesztőhöz | 249 |

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felelős: Mestyán János.

Műszaki felelős: Tóth Ferenc

A kézirat beérkezett: 1954. IV. 5. — Példányszám: 1000 — Terjedelem: 8 1/2 (A,5) ív 21 ábra

Csongrádmegyei Nyomdaipari Vállalat, Szeged, 54-1407

Felelős vezető: Vincze György

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SÍMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

II. KÖTET

4. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1954

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadói ülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettő sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima, fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig **gót** betűvel.

AZ 1954 JÚNIUS 30-I TELJES NAPFOGYATKOZÁS MEGFIGYELÉSE*

CSADA IMRE, DEZSŐ LORÁNT és HERCZEG TIBOR

M. Tudományos Akadémia Csillagvizsgáló Intézete, Budapest

Teljes napfogyatkozások megfigyelésének különleges jelentősége van, a csillagászaton túlmenően, más rokontudományok számára is. Elegendő a következőkre utalnunk. Napfizikai vonatkozásban: a Nap felső, kiterjedt légkörének, a napkoronának halványabb részei ma is csak teljes napfogyatkozás alkalmával figyelhetők meg. Jól ismeretes az is, hogy az általános relativitás-elmélet igazolásával kapcsolatban milyen jelentősek a napfogyatkozások. Alkalom nyílik ilyenkor fontos geofizikai megfigyelésekre is, így különösen az ionoszféra bizonyos állapotváltozásainak tanulmányozására. A teljes napfogyatkozások megfigyelésének lehetősége átlagosan 3 évente mindössze néhány perc, a megfigyelőhelyek pedig mindig csupán a földfelszín egy-egy keskeny sávjára korlátozottak. Mindezek az észlelések igen gondos és körültekintő előkészítést követelnek meg és egyben mutatják, hogy minden egyes megfigyelésnek nagy hordereje lehet.

Az 1954-es teljes napfogyatkozás volt az első, amelynek megfigyelési munkálataiban magyar csillagászok is résztvettek. Ennek a fogyatkozásnak a teljességi zónája igen hosszú szakaszon szelte át a Szovjetunió területét. A számos szovjet expedíció mellett, a nyolctagú magyar delegáción kívül, kínai, lengyel, csehszlovák és német csillagászok is utaztak oda, mind a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának meghívására. Sajnos, túl későn értesültünk erről a nagyszerű lehetőségről és műszereket már nem vihettünk magunkkal.

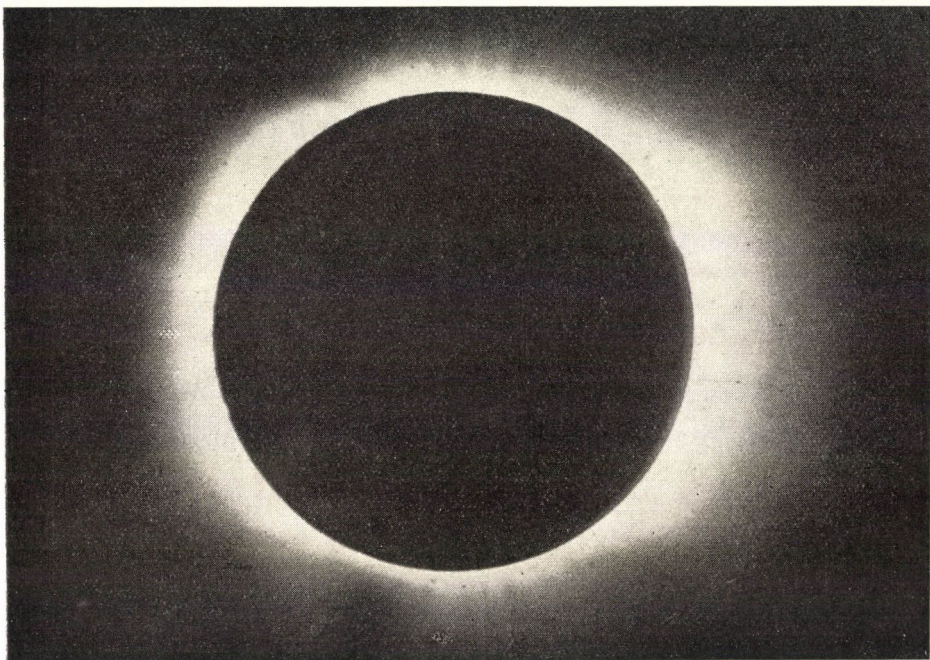
A Szovjetunió Tudományos Akadémiája pulkovói csillagvizsgálójának észak-kaukázusi „hegyi állomás”-án kapcsolódtunk be a fogyatkozás munkálataiba. Ez az obszervatórium Kiszlovodszktól 26 km-re délre, 2130 m tengerszint feletti magasságban fekszik. A hegyi állomás csillagászain és rajtunk kívül még két kínai kolléga is észlelt ott. (A pulkovói csillagvizsgáló fő expedíciója Pjatyigorszkban volt.)

A hegyi obszervatórium főműszere a koronográf. Ezzel teljes fogyatkozáson kívül is lehet végezni bizonyos speciális koronamegfigyeléseket. A koronográf-távcsőre rászerezelt két kisebb műszerrel dolgoztunk. (Közben a koronográf-fal a fogyatkozás alatt is a rendes, mindennapos rutin-észlelést végezték, hogy, fontos összehasonlítás végett, bizonyos adatok birtokába jussanak; ez a fogyatkozás volt ugyanis az első, amelynek totalitási zónája állandó felállítású koronográf-falon haladt keresztül.)

* Érkezett 1954. július 15-én.



Az általunk használt egyik fotokamara: 12,4 cm nyílású, nagy látómezű Zeiss-asztrográf volt. A másik műszer pedig voltaképpen egy kisebb, közel 3 m effektív fókusztávolságú fotohéliográf, melyet a koronográf keresőtávcsövének felhasználásával állítottunk össze. A június 22-e és 30-a közötti, aránylag rövid idő állt rendelkezésünkre a műszerek előkészítésére és jusztirozására. A következő észlelési tervben állapodtunk meg: a Zeiss-asztrográffal a korona intenzitáseloszlásának megállapítása fotogrammetrikus fotometria révén; a másik műszerrel pedig a korona poláris sugaraiban esetlegesen kimutatható mozgások megfigyelése.



Az időjárás azonban a fogatkozáskor kedvezőtlenül alakult és így az összes tervezett észlelési programokat, köztük a mieinket is alig vagy csak részben lehetett megvalósítani. (A hegyi obszervatóriumban még aránylag jobb helyzetben voltunk, mint a Kaukázus más vidékein állomásozó expedíciók.) A Nap előtt elhúzódó cirruszréteg a tervbevert fotometriai megfigyeléseinket már eleve kilátástalanná tette. Így az 1/6 nyílásviszonyú fotokamarával, az eredeti programtól eltérőleg, csak egy hosszú expozíciójú felvétel készült a külső korona alakjának megállapítására; azonban az exponáló-berendezés üzemhibája miatt ez a lemez túl sötét lett. A másik, kb. 1/35 nyílásviszonyú kamerával két rövidebb (15 és 19 másodperces) felvétel készült a belső koronáról. Ezeken jól látszanak a korona poláris sugara, sőt, az egyik pólus környékén érdekesebb sötét terület mutatkozik. (A két felvétel közül az egyik

ábrákon látható. Megjegyezzük azonban, hogy az eredeti Agfa Isochrom negatívon lényegesen több részlet vehető ki.) Megemlíthetjük egyébként, hogy a korona alakja, a várakozásnak megfelelően, a jellegzetes minimumtípus volt, a napegyenlítő irányában a külső koronasugarak cirruszokon át is legalább két napátmérő távolságig látszottak.

Ez a teljes fogyatkozás rövid ideig tartott, megfigyelési helyünkön az előreszámítás szerint 106,7 másodpercig. (Kezdet: $16^h31^m54^s$, moszkvai idő.) A legközelebbi, az 1955 június 20-i teljes napfogyatkozás, amely Ceylonból és Hátsó-Indiából figyelhető majd meg, 6 percnél is hosszabb lesz. Kevés fogyatkozásnál tart a teljes fázis ilyen hosszú ideig. Így ez a jövő évi különösen alkalmas lehetne (többek között) arra, hogy az idénre tervezett programunkat több siker reményében újból megkíséreljük.

Hálás köszönettel tartozunk a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának a meghívásért, A. A. Mihajlovnak azért, hogy, mint a pulkovói csillagvizsgáló igazgatója és a csillagászati szovjet elnöke, lehetővé tette a szovjet kollégákkal való együttműködést, valamint M. N. Gnyevisevnek, a kaukázusi hegyi obszervatórium vezetőjének és munkatársainak a sok szívélyes baráti segítségért.

AZ ELEKTROMÁGNESES TÉR ENERGIA-IMPULZUS- TENZORA DIELEKTRIKUMOKBAN

GYÖRGYI GÉZA*

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

A dielektrikumokban lefolyó elektromágneses jelenségek energia- és impulzus-viszonyainak leírására megadott, Minkowskitól, ill. Abrahamtól származó energia-impulzus-tenzorok közötti, közel öt évtizedes vita során felmerült főbb gondolatok ismertetése után néhány speciális kérdés vizsgálatát mutatjuk be. A szemléletre és általános megmaradási tételekre alapozott megfontolás az Abraham-féle tenzorból adódó erősűrűsége vezet. A kristályos testekre ható forgatónyomaték kérdését konkrét példán vizsgáljuk meg, amely megmutatja, hogy a legtermészetesebb magyarázatot Abraham felfogása adja, éppúgy, mint a tömegközéppont mozgásával kapcsolatos problémáknál.

1. Történeti áttekintés

A századforduló idején elméleti okok és a fénysugár nyomásával kapcsolatos kísérleti eredmények azt mutatták, hogy a newtoni mechanika akcióreakció elve nem lehet minden esetben érvényes abban az értelemben, hogy ha anyagra valamilyen erő hat, a szóbanforgó rendszeren belül jelentkezik egy — ugyancsak anyagra ható reakcióerő. Ez legkönnyebben a fénynyomás példáján látható. *Lebegyev* kísérletében periodikusan felvillanó és kialvó fényforrással világított meg egy lengésre képes tükröt és azt tapasztalta, hogy az a fény által rá kifejtett erő hatására lengésbe jött, impulzusra tett szert a fény hatására. A tükörnek természetesen reakcióerőt kell kifejtenie a szokásos felfogás szerint arra, amitől az impulzust kapta. Ebben a kísérletben azonban a vákuumban haladó, akkori felfogás szerint anyagtalan fénysugár adta az impulzust. *Hertz* szerint a reakcióerő a fényhullámot hordozó éterre hat. Sokkal termékenyebbnek bizonyult *Abraham* feltevése (1903), aki *Lorentz* és *Poincaré* gondolataihoz kapcsolódva általánosította a mechanika impulzusmegmaradási tételét. Ő az \mathcal{E} elektromos és \mathcal{H} mágneses térerősségű elektromágneses térnek térfogategységenként

$$\mathfrak{g} = \frac{1}{4\pi c} \mathcal{E} \times \mathcal{H} \quad (1)$$

* A történeti és összefoglaló részt a szerző 1954 január 11-én előadta az Eötvös Loránd Fizikai Társulatban; 2., 3. és 4. egy része német nyelven megjelent az *Acta Physica Hungaricana* (3. 213. 1954.), a többi ugyanott és a *Annalen der Physik*-ben megjelenés alatt van.

Érkezett 1954 febr. 17-én.

elektromágneses impulzust tulajdonított és az impulzus megmaradását csak a mechanikai és elektromágneses impulzus összegére tekintette érvényesnek. Felfogása szerint a fénynyomás kimutatására elvégzett Lebegyev-féle kísérlet-nél a tükör lengését okozó erő reakcióereje az elektromágneses hullám reflexiójánál fellépő elektromágneses impulzusváltozást okozza.

Néhány évtizeddel korábban hasonló gondolatmenet alapján vezette be *Maxwell* az elektromágneses térben felhalmozott energia sűrűségének

$$u = \frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) \quad (2)$$

vákuumban érvényes képletét. Azt találta, hogy elektromágneses hatásokkal kapcsolatos mechanikai folyamatoknál csak akkor teljesül az energia megmaradásának tétele, ha a mechanikai energia mellett figyelembe vesszük az előbbi képlettel értelmezett elektromágneses természetű energiát is. *Abraham* és *Maxwell* gondolatmenetének hasonlósága szembetűnő. Legfeljebb az elektromágneses impulzus fogalma kissé szokatlanabb mint az elektromágneses energiáé. Ennek oka nyilvánvalóan az, hogy az energiának sok más faja ismeretes a mechanikain kívül, például hő- vagy kémiai energia, de az impulzus *Abraham* ismertett hipotézise előtt tisztán mechanikai fogalom volt. Ez a körülmény csak fokozza e felismerés értékét.

Igen figyelemreméltó, hogy az elektromágneses impulzus szoros kapcsolatban van az egységnyi felületen időegységenként átáramló energia *Poynting*-től származó

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \quad (3)$$

kifejezésével. Az összefüggés a következő :

$$\mathfrak{g} = \frac{1}{c^2} \mathfrak{S} \quad (4)$$

és azt fejezi ki, hogy ahol az elektromágneses térben energia áramlik, ott egyszersmind impulzus is van. *Einstein* 1905-ben felállított relativitáselméletének gondolataihoz kapcsolódva *Planck* felismerte (4) nagy jelentőségét és minden energiaformára érvényesnek tekintette. Szavakkal kifejezve, *Planck* tételének tartalma az, hogy az energiának tehetetlensége van.

Amint az elektromágneses energia adott térfogatban csak úgy változhatik meg (ha a tér nem végez munkát), hogy a térfogat határfelületén energia-áramlás lép fel, úgy az elektromágneses impulzus is csak úgy változhatik meg egy térrészben, ha változását impulzusáramlás kíséri. Ennek *Maxwell*től származó kifejezése, amely vákuumban megadja az n normálisú, egységnyi felületen időegységenként átáramló impulzus értékét:

$$-\Theta \cdot n = -\frac{1}{4\pi} \left[\mathfrak{E}(\mathfrak{E}n) + \mathfrak{H}(\mathfrak{H}n) - \frac{1}{2} n(\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) \right]. \quad (5)$$

Maxwell e mennyiséget az éter rugalmas feszültségei kifejezőjének tekintette. Planck volt az, aki impulzusáramként fogta fel.

Ezek a mennyiségek természetesen szoros kapcsolatban állnak egymással.

Az

$$\begin{aligned} \int Q dV &= - \int \varepsilon d\delta - \frac{d}{dt} \int u dV, \\ \int f dV &= \int \Theta d\delta - \frac{d}{dt} \int g dV \end{aligned} \quad (6)$$

összefüggések, vagy az előbbiekből a Gauss-féle integráltétel alkalmazásával kapott

$$\begin{aligned} Q &= -\operatorname{div} \varepsilon - \frac{\partial u}{\partial t}, \\ f &= \operatorname{Div} \Theta - \frac{\partial g}{\partial t} \end{aligned} \quad (6a)$$

differentiális alakú egyenletek közül az első azt fejezi ki, hogy az elektromágneses erők által térfogategységenként és másodpercenként végzett Q munka a térenergiát fogyasztja, vagy beáramló energiából fedeződik, a másik pedig azt, hogy az anyagra ható f erősítés részben a tér impulzusát csökkenti, részben beáramló impulzust ad át az anyagnak. — Természetesen e mennyiségek attól is függenek, hogy milyen sebességű vonatkoztatási rendszerből vizsgáljuk azokat. Például feltöltött fémgömb előtt álló megfigyelő nem észlel energiaáramot, csak térenergiát. Viszont a mellette elhaladó már energiaáramlást is tapasztal. Ezért kíváncsok ezen összefüggések megfigyelőtől független alakban való megfogalmazása. Ezt teszi a relativitáselmélet, amely az energia, energiaáramlás, impulzus és impulzusáramlás jellemzésére bevezetett mennyiségek 16 jellemző adatát négy soros-négyoszlopos tenzorra, a f erősítést és a Q effektussűrűséget pedig négyesvektorra foglalja össze:

$$T_{ik} = \begin{pmatrix} -\Theta_{xx} - \Theta_{xy} - \Theta_{xz} i c g_x \\ -\Theta_{yx} - \Theta_{yy} - \Theta_{yz} i c g_y \\ -\Theta_{zx} - \Theta_{zy} - \Theta_{zz} i c g_z \\ \frac{i}{c} S_x \quad \frac{i}{c} S_y \quad \frac{i}{c} S_z - u \end{pmatrix}, \quad k_i = \left(k_x, k_y, k_z, \frac{i}{c} Q \right).$$

Ennek az

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z - H_y - i E_x \\ -H_z & 0 & H_x - i E_y \\ H_y - H_x & 0 & -i E_z \\ i E_x & i E_y & i E_z & 0 \end{pmatrix}$$

térerősség-tenzorral kifejezett alakja a Minkowski-féle tenzor-írásmódban:

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left(F_{ir} F_{kr} - \frac{1}{4} \delta_{ik} F_{rs} F_{rs} \right). \quad (5a)$$

Az elmondottakból látható, hogy a felsorolt mennyiségekből megalkotott T_{ik} energia-impulzus-tenzor ismerete elsőrendű fontosságú az elektromágneses jelenségeket kísérő energia- és impulzus-változások, erőhatások elméleti értelmezése szempontjából. Azt lehet mondani, hogy az energia-impulzus-tenzorban összefoglalt mennyiségek közvetítik a tér hatásait a kísérletező felé, aki a termennyiségek értékeit szinte kivétel nélkül erőhatások vagy energia mérésével állapítja meg.

Érthető tehát, hogy az energia-impulzus-tenzor vákuumban érvényes, most ismertetett alakjának megállapítása után a fizikusok törekvése a dielektrikumok jelenléte esetén érvényes alak megállapítására irányult. Három komolyan megfontolandó javaslat keletkezett a dielektrikumok elektromágneses energia-impulzus-tenzorának felállítására, mindhárom az 1908 körüli időből való. *Minkowski* [1] az (5a) mennyiségeknek *Heaviside* által feltételezett

$$\Theta^M \cdot n = \frac{1}{4\pi} \left[\mathfrak{E}(\mathfrak{D}n) + \mathfrak{H}(\mathfrak{B}n) - \frac{1}{2} n(\mathfrak{E}\mathfrak{D} + \mathfrak{H}\mathfrak{B}) \right], \quad g^M = \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{D} \times \mathfrak{B}, \quad (7)$$

$$\mathfrak{E} = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H}, \quad u = \frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}\mathfrak{D} + \mathfrak{H}\mathfrak{B})$$

alakját ültette át relativisztikus írásmódba és azt találta, hogy ha nyugvó dielektrikumok esetére érvényesnek fogadjuk el azokat, úgy minden más, a dielektrikumhoz képest egyenletes mozgásban lévő megfigyelő számára is érvényesek maradnak. *Minkowski* tenzora relativisztikus írásmódban:

$$T_{ik}^M = \frac{1}{4\pi} \left[F_{ir} G_{kr} - \frac{1}{4} \delta_{ik} F_{rs} G_{rs} \right]. \quad (7a)$$

Ez szemmel láthatóan (5a)-nak lehető legegyszerűbb általánosítása. F_{ik} és G_{ik} jelentése itt a következő:

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}, \quad G_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}.$$

Einstein és *Laub* [2] más feltevésekkel éltek, tenzoruknak nem adtak relativisztikusan invariáns alakot. *Gans* [3] energetikai megfontolások alapján *Einstein* és *Laub* feltevéseiben hibát talált, ezért felfogásuk nem terjedt el. De gondolatmenetük számos olyan értékes gondolatot tartalmaz, melynek szemelöltévesztése sok, később felmerült vitás kérdés tisztázását hátráltatta. Ezekre a ponderomotoros erővel foglalkozó részben visszatérünk.

Minkowski (7a) aszimmetrikus tenzorának néhány különös következménye van. Az egyik az, hogy nem teljesül az energia tehetetlenségének (4) Planck-féle tétele:

$$g \neq \frac{1}{c^2} \mathfrak{E}, \quad \text{hanem} \quad g = \frac{\varepsilon^{\mu}}{c^2} \mathfrak{E}. \quad (8)$$

A másik az, hogy ha a (7a) kifejezésből kiindulva kiszámítjuk az elektromágneses térbe helyezett anyag \mathfrak{M} impulzusmomentumának időegységre eső megváltozását, azt kapjuk, hogy az nem egyenlő a ponderomotoros erők \mathfrak{M} forgatónyomatékával, hanem:

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \mathfrak{M} - \frac{1}{4\pi} \int [\mathfrak{E} \times \mathfrak{D} + \mathfrak{H} \times \mathfrak{B}] dV. \quad (9)$$

Abraham még a következő érvet hozta fel *Minkowski* tenzora ellen: az elektronelmélet szerint az elektromágneses térben lévő anyagra ható, makroszkópikus kísérletekben mért erő a molekulákon belüli mikroszkópikus töltésekre ható erő középértéke, ezért a $\mathfrak{f} = \text{Div } \Theta - \partial \mathfrak{g} / \partial t$ (vagy relativisztikus írásmódban: $k_i = -\partial T_{ik} / \partial x_k$) képletnek is a megfelelő mikroszkópikus mennyiségekből kell középérték-képzés útján származni. Eszerint tehát az energia-impulzus-tenzor is középértéke az elektronelmélet szimmetrikus energia-impulzus-tenzorának. Viszont a szimmetriát semmiféle közepelés el nem ronthatja. Ezért *Abraham* szimmetrikus tenzort konstruált, amely már nem támadható az említett kifogásokkal [4]. Nyugvó dielektrikum esetére *Hertz* nyomán a

$$\Theta^A \cdot n = \frac{1}{8\pi} \left[\mathfrak{E}(\mathfrak{D}n) + \mathfrak{D}(\mathfrak{E}n) + \mathfrak{H}(\mathfrak{B}n) + \mathfrak{B}(\mathfrak{H}n) - \frac{1}{2} n(\mathfrak{E}\mathfrak{D} + \mathfrak{H}\mathfrak{B}) \right],$$

$$\mathfrak{g}^A = \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H}, \quad \mathfrak{E} = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H}, \quad u = \frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}\mathfrak{D} + \mathfrak{H}\mathfrak{B}) \quad (10)$$

kifejezéseket fogadta el és Lorentz-transzformációval megállapította mozgó dielektrikumokban érvényes alakjukat. A relativisztikus tenzor-írásmódba *Grammel* ültette át e képleteket [5]:

$$T_{ik}^A = \frac{1}{8\pi} \left[F_{ir} G_{kr} + G_{ir} F_{kr} - \frac{1}{2} \delta_{ik} F_{rs} G_{rs} - (\varepsilon\mu - 1) (v_i \Omega_k + v_k \Omega_i) \right]. \quad (10a)$$

(Itt $\Omega_i = v_k v_r F_{ir} (G_{ik} v_l + G_{kl} v_i + G_{li} v_k)$ és $v_i = \frac{1}{c} \frac{dx_i}{d\tau}$ a dielektrikum négyesebessége.)

A dielektrikumokban lefolyó elektromágneses jelenségek leírására megadott, *Minkowski*től és *Abraham*tól származó energia-impulzus-tenzorok következményeinek összehasonlítására felírjuk még a két tenzorból származtatható erősűrűség-képleteket: Nyugvó, izotróp közegek esetére szorítkozva az erősűrűség *Minkowski* szerint:

$$\mathfrak{f}^M = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} (\mathfrak{j} \times \mu \mathfrak{H}) - \frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}^2 \text{ grad } \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu), \quad (11)$$

Abraham szerint viszont

$$\mathfrak{f}^A = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} (\mathfrak{j} \times \mu \mathfrak{H}) - \frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}^2 \text{ grad } \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \right). \quad (12)$$

(Itt ϱ jelenti a „valódi“ töltéssűrűséget, \mathfrak{j} az áramsűrűséget, ε és μ pedig a közeg dielektromos állandóját és mágneses permeabilitását.)

Amint látható, a két erősűrűség-kifejezés csak *Abraham* képletének utolsó tagjában különbözik egymástól. E tag szemléletes jelentése nem kézenfekvő és kicsinysege miatt kísérleti kimutatása mindeddig nem történt meg. Elvi jelentősége áttekintésünk későbbi részeiben fog kidomborodni, fizikai jelentésével pedig a ponderomotoros erővel foglalkozó szakaszban fogunk megismerkedni.

Első pillanatra nehéz eldönteni, hogy *Minkowski* vagy *Abraham* tenzora-e a helyes? *Minkowski* tenzora mellett szól annak egyszerűsége: az energia, energiaáram, impulzus és impulzusáram sűrűségének a térmennyiségekkel kifejezett (7) alatti alakja minden inerciarendszerben érvényes.

Azonban *Abraham* ismertetett érvei a legkiválóbb relativitáselmélettel foglalkozó fizikusokkal: *M. v. Laue*-val, *R. Becker*-rel, *W. Pauli*-val fogadtatták el energia-impulzus-tenzorát és a tankönyv-irodalomban is ez terjedt el. Ennek ellenére a kérdés körüli vita nem szűnt meg. *Dällenbach* [6] 1918-ban elektronelméleti megfontolásokkal, a mikroszkópikus elektromágneses tér mennyiségeiből való átlagképzéssel levezette a *Minkowski*-tenzorból származó erősűrűség-képletet és megadott egy Lagrange-függvényt, amelyből a mozgó dielektrikumok mozgásegyenleteként a *Minkowski*-féle képletek adódtak. *Dällenbach* számításai a belső tér figyelembevételével és a térmennyiségek szorzatait tartalmazó kifejezések átlagolásával kapcsolatos problémák miatt nem tekinthetők egyértelműnek. Ezért eredményeinek bizonyító erejét még azok a szerzők sem tekintik döntőnek, akik egyébként *Minkowski* felfogásához csatlakoznak [7].

Tamm [8] 1939-ben ismét felvetette azt az *Abraham* kortársai által is felhozott érvet, hogy kristályos anyagokban az elektromágneses tér által kifejtett forgatónyomatékokat éppen a *Minkowski*-tenzor aszimmetriájából adódó (9) kifejezés írja le. Különös azonban az, hogy itt nem ponderomotoros erőből származó forgatónyomaték lépne fel. *Abraham* egy régebbi dolgozatában tett megjegyzése nyomán a forgatónyomaték vizsgálatával foglalkozó 3. részben egy példán mutatjuk be azt, hogy a kristályos anyagokra ható forgatónyomaték leírására nem kell feltételeznünk a tenzor aszimmetriáját és *Abraham* felfogása szerint számolva is helyes eredményre jutunk, sőt, ez adja a természetesebb értelmezést.

1949-ben jelent meg *Novobátzky Károlynak* régebbi eredményeit tartalmazó [10] dolgozata, melyben az általános relativitáselmélet variációs módszerével a Maxwell—*Minkowski*-féle téregyenleteket szolgáltatató Lagrange-függvényből levezeti izotróp dielektrikumok esetére *Abraham* tenzorát. Az általa követett módszer a következő: Az általános relativitáselmélet szerint anyagmentes térben a tér geometriai szerkezetét jellemző g_{ik} mennyiségek az

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 0$$

Einstein-féle téregyenletekből határozhatók meg. (Itt R_{ik} és R a g_{ik} -kból és

differenciálhányadosaikból képezett kifejezések. A téregyenletek azonban helyettesíthetők egy velük egyenértékű variációs feladattal, amely azt a követelményt szabja ki a g_{ik} -kra, hogy az

$$\int R \sqrt{g} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \quad (g = \det g_{ik})$$

integrált szélsőértékké tegyék. Anyag vagy elektromágneses erőter esetén a tér geometriai szerkezetének kialakításában jelentős szerep jut ezeknek, ami abban nyilvánul meg, hogy a gravitációs téregyenletek most az

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \kappa T_{ik}$$

alakúak. (Itt T_{ik} az anyag és erőter energia-impulzus-tenzora, κ pedig egy állandó.) Ez az egyenlet is helyettesíthető variációs elvvel; ezzel szemben még azt a követelményt támasztjuk, hogy a téregyenleteket kielégítő F_{ik} térerősségek is szélsőértékké tegyék. Ez azonban már megszabja az

$$\int [R + L(F_{ik}, g_{ik})] \sqrt{g} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$$

integrálnak, amit szélsőértékké kell tenni, az elektromágneses tér F_{ik} mennyiségeitől függő részét. Ha azokat a g_{ik} mennyiségeket keressük, amelyek ezt az integrált szélsőértékké teszik, az elektromágneses tér jelenléte esetén érvényes Einstein-féle gravitációs egyenleteket kapjuk meghatározásukra és ebben az elektromágneses energia-impulzus-tenzor a térerősségekkel kifejezve jelenik meg. Ez a módszer tehát lehetőséget ad arra, hogy feltevések helyett általános elvekből vezessük le az elektromágneses tér (vagy más erőterek) energia-impulzus-tenzorát.

Novobátsky Károly e gondolatmenettel általános térelméleti módszerek felhasználásával kimutatta, hogy izotróp dielektrikumban az elektromágneses tér energia-impulzus-tenzora az Abraham-féle tenzor.

Azt gondolhatnánk, hogy ezzel a probléma véglegesen eldőlt. Érdekes módon *M. v. Laue* (aki 42 éven át *Abraham* tenzorát fogadta el helyesnek) egy évvel ezután, 1950-ben felfedezett egy kritériumot, amit a helyes energia-impulzus-tenzornak teljesítenie kell. Eszerint az elektromágneses energia $v = \mathfrak{E}/u$ képlettel definiált terjedési sebességének Lorentz-transzformáció alkalmazásakor a tömegpontok sebességéhez hasonlóan kell transzformálódnia. Ha ugyanis egy dielektrikumban c -nél kisebb sebességgel haladó fényhullám-csomagban egy részecske tartózkodik (s vele együtt halad), az olyan objektív jelenség, amelyet minden megfigyelőnek egyaránt észlelnie kell. Ha a részecske és a hullámcsomag sebessége nem egyformán transzformálnának, volna olyan megfigyelő, aki azt látná, hogy a részecske és a hullámcsomag különböző sebességgel halad és egymástól eltávolodik, ami azonban a fentiek szerint képtelenség. Ezt a kritériumot *Minkowski* tenzora teljesíti, *Abrahamé* nem.

Ugyanebben az időben még egy ok szolt *Minkowski* tenzora mellett: *R. V. Jones* [12] méréseket végzett a fénynyomás vákuumbeli és dielektromos folyadékokban mért értékének összehasonlítására. Azt találta, hogy egyenlő intenzitást alkalmazva a vákuumban mért p_0 érték és az $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ törésmutatójú közegben mért p_n viszonya: $p_n:p_0 = n$. Eredményét *Rosenberg* [13] a következő módon értelmezte: A sugárnyomás mérésére használt tükör egységnyi felületére érkező elektromágneses impulzus egy másodpercre eső változása adja a sugárnyomást. Dielektrikumban a fényhullám c/n sebességgel halad, ezért másodpercenként annyi impulzus érkezik a tükrökre, amennyi a felületére merőleges egységnyi alapú és c/n magasságú hasámban van. Ennek értéke a hullám $g = |g|$ impulzussűrűségével kifejezve: gc/n . Ez az impulzus reflexiókor előjelet vált, ezért a sugárnyomás értéke a dielektrikumban $p_n = 2gc/n$, vagy ha (8) felhasználásával kifejezzük az $S = |\mathfrak{S}|$ energiaárammal: $p_n = 2nS/c$. Vákuumban viszont $p_0 = 2S/c$. A kettő viszonyát képezve a tapasztalt $p_n:p_0 = n$ eredményt kapjuk. Ebből a megfontolásból *Rosenberg* arra következtetett, hogy a (8) *Minkowski*-féle képlet helyes. *Abraham* szerint ehelyett a $g = S/c^2$ egyenlőség felhasználásával azt kapnánk, hogy $p_n = 2S/cn$ és a kétféle nyomás viszonyára $p_n:p_0 = \frac{1}{n}$ adódnék, a tapasztalattal ellentétben.

Rosenberg okoskodása a térimpulzussal nem látszik egészen meggyőzőnek. Az *Abraham*-féle (11) és a *Minkowski*-féle (12) erőképlet összehasonlítása ugyanis azt mutatja, hogy csak egy időben periodikus tagban különböznek egymástól. Ennek időbeli átlagértéke zérus, ezért a két felfogás nem vezethet különböző sugárnyomás-értékekre. *Marx György* mutatta meg [14], hogy a fenti gondolatmenet az *Abraham*-féle felfogás alapul vétele esetén kiegészítésre szorul. Ekkor ugyanis a sugárnyomás nemcsak az elektromágneses impulzus megváltozásából adódik, hanem tekintetbe kell venni, hogy a fényhullám az *Abraham*-féle erősítés

$$\mathfrak{f}_s = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\epsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathfrak{C} \times \mathfrak{S} \right] \quad (13)$$

tagja révén a dielektrikumnak is ad át impulzust és ez a fényhullámmal együtt halad, reflexiókor vele együtt vált jelet. A sugárnyomás számításánál az elektromágneses impulzus és a dielektrikum anyagának a fényhullámmal együtt haladó

$$\int \mathfrak{f}_s dt = \frac{\epsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathfrak{C} \times \mathfrak{S} = \frac{n^2 - 1}{c^2} \mathfrak{S}$$

impulzusa összegét kell felhasználnunk. Ez éppen $n^2 S/c^2$, azaz akkora, mint az elektromágneses impulzus *Minkowski* szerint. Ezek szerint a sugárnyomással kapcsolatos tapasztalatokat mindkét tenzor helyesen írja le és így ez a jelenség önmagában nem alkalmas arra, hogy belőle akármelyiknek a helyességét olvassuk ki.

Az elektromágneses tér és a dielektrikum közötti kölcsönhatás (impulzusátadás) figyelembevételre, amelyet a sugárnyomással kapcsolatos okoskodásoknál is alkalmaztunk, oldja fel azt a paradoxont, hogy a sok szempontból helyesnek elismert Abraham-tenzor és Laue jól megindokolt kritériuma a sugárzó energia terjedési sebességére ellentétben állnak egymással.

Az Abraham-féle tenzorból származó erősűrűség utolsó tagja, mint láttuk, homogén dielektrikum belsejében nem zérus, a fényhullám impulzus ad át a dielektrikumnak (vagy feszültségeket kelt benne). Ezért a sugárzással járó energiának és impulzusnak leírására természetesebb az elektromágneses tér energia-impulzus-tenzorá helyett az elektromágneses tér és a dielektrikumnak a sugárzástól átvett energiájáról és impulzusáról számotadó tenzort használni. Ez — mint Marx György megmutatta — kielégíti a Laue-féle kritériumot: a sugárzás térben és a dielektrikumban áramló energiájának sebessége négyesvektorként transzformálódik [14].

Amint látható, Laue kritériuma a sugársebesség transzformációjára egyaránt teljesül az Abraham és Minkowski-féle tenzor használata esetén; a dielektrikumban mért sugárnyomás értékét is helyesen adja mindkét felfogás. A különbség kettőjük közt az, hogy Minkowski szerint homogén dielektrikumban haladó elektromágneses hullám nem áll energia és impulzus-kölcsönhatásban az anyaggal, Abrahamnál viszont a

$$f_s = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \right) \quad (13)$$

erőtag révén a tér impulzust ad át a dielektrikumnak. A két felfogás különbözősége itt látszik meg a legjobban. Ezért a ponderomotoros erővel foglalkozó szakaszban megvizsgáljuk e tag fizikai értelmét, majd a forgatónyomatokra felhozott példa után, a tömegközéppont mozgástörvényeinek vizsgálata során a Minkowski-tenzor aszimmetriájának okával és annak néhány következményével is fogunk foglalkozni.

2. A ponderomotoros erő

Az előbbi szakaszban (11, 12) alatt felírtuk a térfogategységre ható ponderomotoros erő képletét mind Abraham, mind Minkowski felfogása szerint. Látható, hogy stacionárius elektromágneses térben mindkét képlet ugyanazt adja:

$$f = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} (\mathfrak{i} \times \mu \mathfrak{H}) - \frac{\mathfrak{E}^2}{8\pi} \text{grad } \varepsilon - \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi} \text{grad } \mu. \quad (14)$$

Érdekes, hogy ebben a képletben előforduló tagok jelentése nem nyilvánvaló. Különösen az érthetetlen, hogy ha permanensen mágnesezett anyagok vannak jelen, (14) második tagjában változatlanul a $\mu \mathfrak{H} = \mathfrak{B} - \mathfrak{M}^*$ kifejezés szerepel (\mathfrak{M}^* a permanens mágneses momentum sűrűsége; természetesen az erősűrűség-képlethez ekkor hozzájárul még a permanens mágnesekre ható erőt leíró tag),

holott ennek a vektornak nincsen olyan kézzelfogható fizikai jelentése, mint a \mathfrak{H} térerősségnek, vagy a mikroszkópikus térerősség átlagértékével megegyező \mathfrak{B} indukciónak. A dielektrikumok inhomogenitási helyein fellépő tagok sem szemléletesek. Ezért a (14) erősűrűség-kifejezésen egyszerű átalakítást végzünk. Felhasználjuk a

$$\mathfrak{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathfrak{E}, \quad \mathfrak{M} = \frac{\mu - 1}{4\pi} \mathfrak{H}$$

összefüggésekre támaszkodó

$$\begin{aligned} -\frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon &= (\mathfrak{P} \operatorname{grad}) \mathfrak{E} - \operatorname{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \mathfrak{P} \right) - (\operatorname{rot} \mathfrak{E}) \times \mathfrak{P}, \\ -\frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \operatorname{grad} \mu &= (\mathfrak{M} \operatorname{grad}) \mathfrak{H} - \operatorname{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{H} \mathfrak{M} \right) - (\operatorname{rot} \mathfrak{H}) \times \mathfrak{M} \end{aligned}$$

vektoranalitikai azonosságokat, majd $\operatorname{rot} \mathfrak{H}$ és $\operatorname{rot} \mathfrak{E}$ kifejezését a stacionárius elektromágneses tér viselkedését leíró

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = \frac{4\pi}{c} \mathfrak{j},$$

$$\operatorname{rot} \mathfrak{E} = 0$$

Maxwell-féle téregyenletekből vesszük. Eredményünk:

$$\mathfrak{f} = q\mathfrak{E} + \frac{1}{c} (\mathfrak{j} \times \mathfrak{H}) + (\mathfrak{P} \operatorname{grad}) \mathfrak{E} + (\mathfrak{M} \operatorname{grad}) \mathfrak{H} - \operatorname{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \mathfrak{P} + \frac{1}{2} \mathfrak{H} \mathfrak{M} \right). \quad (15)$$

Itt már minden tag szemléletesen értelmezhető. Az első a makroszkópikus töltésekre, a második a konduktív áramra ható erőt adja, a harmadik és negyedik tag a polározott anyagban kialakult dipólusokra ható erő ismert alakja, az ötödik és hatodik tag — teljes differenciálhányados lévén — eredő erőt nem fejt ki az anyagra. Szerepük: az anyag polározottságának a molekulánbelüli kvazielasztikus erőkkel szembeni fenntartása [14].

A kapott erő kifejezés matematikailag egyenlő a (14) kifejezéssel, amelyet a tankönyvek [15] általános energetikai megfontolások alapján szoktak levezetni.

Következő feladatunk az, hogy számításba vegyünk az időben változó erőterben a fentiek mellett fellépő erőket.

Ha az elektromos térerősség a polározható anyagban változik, úgy a molekulákon belüli töltések eltolódnak; az anyag átpolározásával kapcsolatos áramsűrűség:

$$\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t}.$$

Az időben változó elektromágneses teret leíró

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \left(\mathfrak{j} + \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \right),$$

$$\operatorname{rot} \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = -\frac{4\pi}{c} \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t}$$

Maxwell-féle egyenletek szerint ugyanúgy résztvesz a mágneses tér kialakításában, mint a konduktív áramsűrűség, ugyanúgy hat a környezetében lévő mágnesekre mint az. Az akció-reakció törvénye szerint tehát a mágneses térnek is ugyanúgy kell hatnia a polarizációs áramsűrűségekre, mint a konduktív áramsűrűségekre. Időben változó terekben tehát figyelembe kell vennünk a polarizációs áramra ható

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \times \mathfrak{H}$$

Lorentz-erősűrűséget. Hasonló tagot szolgáltat a mágnesezhető anyagban fellépő

$$\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t}$$

mágneses polarizációs áramsűrűségekre ható

$$\frac{1}{c} \mathfrak{E} \times \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t}$$

erősűrűség. Ezt a két tagot hozzáadva a (15) erősűrűség-képletéhez, a következő, általános erőter esetén érvényes kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = & \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \right) \times \mathfrak{H} + \frac{1}{c} \mathfrak{E} \times \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} + (\mathfrak{P} \operatorname{grad}) \mathfrak{E} + \\ & + (\mathfrak{M} \operatorname{grad}) \mathfrak{H} - \operatorname{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \mathfrak{P} + \frac{1}{2} \mathfrak{H} \mathfrak{M} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

A stacionárius esetben alkalmazott egyszerű átalakításhoz hasonló módon meg lehet mutatni, hogy ez a kifejezés azonos azzal, amit (12) alatt az Abraham-féle tenzor divergenciájaként kaptunk:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = & \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathfrak{H} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \times \mathfrak{H} + \frac{1}{c} \mathfrak{E} \times \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} + (\mathfrak{P} \operatorname{grad}) \mathfrak{E} + \\ & + (\mathfrak{M} \operatorname{grad}) \mathfrak{H} - \operatorname{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \mathfrak{P} + \frac{1}{2} \mathfrak{H} \mathfrak{M} \right) = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathfrak{H} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \times \mathfrak{H} + \\ & + \frac{1}{c} \mathfrak{E} \times \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} + (\operatorname{rot} \mathfrak{E}) \times \mathfrak{P} - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon + (\operatorname{rot} \mathfrak{H}) \times \mathfrak{M} - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \operatorname{grad} \mu = \\ = & \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathfrak{H} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \times \mathfrak{H} + \frac{1}{c} \mathfrak{E} \times \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial (\mu \mathfrak{H})}{\partial t} \times \mathfrak{P} - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon + \\ & + \frac{1}{c} \left(\frac{\partial (\varepsilon \mathfrak{E})}{\partial t} + 4\pi \mathbf{j} \right) \times \mathfrak{M} - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \operatorname{grad} \mu = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times (\mathfrak{H} + 4\pi \mathfrak{M}) - \\ & - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon - \frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \operatorname{grad} \mu + \\ & + \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \times \mathfrak{H} + \mathfrak{E} \times \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} - \frac{\partial (\mu \mathfrak{H})}{\partial t} \times \mathfrak{P} + \frac{\partial (\varepsilon \mathfrak{E})}{\partial t} \times \mathfrak{M} \right) = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mu \mathfrak{H} - \\ & - \frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \operatorname{grad} \mu) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon \mu - 1}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \right) = \mathbf{f}^A. \end{aligned} \quad (17)$$

A két, egymással mondanivalójában azonos, de formájában különböző erősűrűség-képlet — a (12) és (16) formulák — összehasonlítása igen tanulságos. Látható, hogy az Abraham-tenzorból kapott erősűrűségben szereplő, de a Minkowski-féléből hiányzó

$$\mathbf{f}_s = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \right) \quad (18)$$

tag a polarizációs áramra ható Lorentz-erő összevonásából származik. A (11) Minkowski-féle képleten elvégezve az előbbihez hasonló átalakítást:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^M = & \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mu \mathfrak{H} + (\mathfrak{P} \text{ grad}) \mathfrak{E} + (\mathfrak{M} \text{ grad}) \mathfrak{H} - \text{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \mathfrak{P} + \frac{1}{2} \mathfrak{H} \mathfrak{M} \right) + \\ & + \mathfrak{P} \times (\text{rot } \mathfrak{E}) + \mathfrak{M} \times (\text{rot } \mathfrak{H}) = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathfrak{H} + (\mathfrak{P} \text{ grad}) \mathfrak{E} + \\ & + (\mathfrak{M} \text{ grad}) \mathfrak{H} - \text{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \mathfrak{P} + \frac{1}{2} \mathfrak{H} \mathfrak{M} \right) - \frac{1}{c} \mathfrak{P} \times \frac{\partial(\mu \mathfrak{H})}{\partial t} + \frac{1}{c} \mathfrak{M} \times \frac{\partial(\varepsilon \mathfrak{E})}{\partial t} \quad (18) \end{aligned}$$

azt látjuk, hogy abból éppen a polarizációs áramra ható erő hiányzik, viszont fellép két tag, amelyeknek nem lehet semmilyen fizikai jelentést tulajdonítani. A Minkowski-féle tenzornak ezt a fogyatékoságát már *Einstein* [2] hangsúlyozta és rámutatott arra, hogy *Minkowski* azzal, hogy elvi különbséget tesz a polarizációs áram és a konduktív áram között az erőhatások szempontjából, ellentétbe kerül az akció-reakció elvével. Az Abraham-féle erő kifejezés (16) alakja szerint az áramokra ható Lorentz-erő nagyságát a \mathfrak{H} térerősség-vektor szabja meg. Sok tankönyv meggyőző energetikai megfontolásokkal arra az eredményre jut, hogy (permanensen nem mágnesezhető anyagokban) a $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$ indukció-vektor szerepel a Lorentz-erő kifejezésében. A látszólagos ellentmondásra fény derül, ha összehasonlítjuk az Abraham-féle erősűrűség (12) és (16) alakját. Látható, hogy az áramokra ható erő

$$\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mu \mathfrak{H} = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathfrak{B}$$

képletének használata esetén *emellett* a polározott anyagra ható erőt a

$$-\frac{1}{8\pi} \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu$$

kifejezés adja meg. Viszont az

$$\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathfrak{H}$$

képlet használata esetén azt az

$$(\mathfrak{M} \text{ grad}) \mathfrak{H} - \frac{1}{2} \text{grad} (\mathfrak{H} \mathfrak{M})$$

anyagra ható erőt megadó kifejezésekkel kell kiegészítenünk. A kétféleképpem végzett számítás ugyanarra az eredményre vezet.

3. Forgatónyomaték anizotróp dielektrikumban

A Minkowski- és Abraham-tenzor következményeinek összehasonlítására példaként tekintsünk egy elektrosztatikus térbe helyezett kristálygömböt. Az anizotrópia folytán a térfogategységben kialakuló \mathfrak{P} dipólmomentum általában nem lesz párhuzamos a polározó \mathfrak{E} térrel, hanem a kristálytengelyek által meghatározott szöget zár be vele. Ez azt eredményezi, hogy a tér a dipólus-eloszlásra forgatónyomatékot fejt ki, melynek értéke térfogategységre vonatkoztatva — a szemléletből nyilvánvaló módon

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{P} \times \mathfrak{E}.$$

Vizsgáljuk meg, miként ad erről számot az Abraham- és Minkowski-féle erő kifejezés.

A kristálygömb legyen \mathfrak{E}^0 homogén elektrosztatikus erőterben, sugara legyen R . A gömb belsejében a homogén belső tér hatására konstans \mathfrak{P} polarizáció alakul ki. A gömb teljes dipólmomentuma

$$\mathfrak{p} = \frac{4\pi}{3} R^3 \cdot \mathfrak{P}.$$

A polarizáció által módosított térerősség a gömbön kívül és azon belül:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}^K = \mathfrak{E}^0 - \text{grad } \frac{\mathfrak{p} \cdot \mathbf{r}}{r^3}, \text{ ha } |\mathbf{r}| = r > R.$$

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}^B = \mathfrak{E}^0 - \frac{\mathfrak{p}}{R^3}, \text{ ha } |\mathbf{r}| = r < R.$$

(Könnyen kimutatható, hogy a megadott térerősség-kifejezés mind a téregyenleteket, mind a határfeltételeket kielégíti.)

A térerősség ismeretében kiszámítható, milyen lesz a kristálygömbre ható erők momentuma. A (12) erőképlet csak izotróp anyag esetén érvényes. A *Novobátsky* által alkalmazott [10] variációs eljárásnak anizotróp anyagokra való általánosításával *Marx György* kimutatta [16], hogy az *Abraham* által bevezetett [10] kifejezések anizotróp közegekben is érvényesek. Ezekből az erősűrűség (6a) szerint képezhető. Sztatikus térről lévén szó:

$$\mathfrak{f} = \text{Div } \Theta^A. \quad (19)$$

Az erőmomentum mint az elemi térfogatban ható erők kristálygömb középpontjára vonatkoztatott momentumának eredője képezhető:

$$\mathfrak{M} = \int \mathbf{r} \times \mathfrak{f} dV.$$

(19)-et, valamint Θ^A szimmetriáját figyelembe véve és Gauss tételét alkalmazva kapjuk, hogy

$$\mathfrak{M} = \int \mathbf{r} \times \text{Div } \Theta^A dV = \oint_F \text{Div}(\mathbf{r} \times \Theta^A) dV = \oint_F \mathbf{r} \times \Theta^A d\mathfrak{F}.$$

A felületi integrál a gömböt körülvevő felületre terjesztendő ki. Ezt a felületet $r > R$ sugarú koncentrikus gömbnek választjuk, normális egység-

vektorát \mathbf{e} -vel jelöljük. Ekkor (10) alapján

$$\mathfrak{M} = \int \mathbf{r} \times \frac{1}{4\pi} \left[\mathfrak{E}^K (\mathfrak{E}^K \mathbf{e}) - \frac{1}{2} \mathfrak{E}^{K^2} \mathbf{e} \right] r^2 d\Omega - \frac{r^3}{4\pi} \int (\mathbf{e} \times \mathfrak{E}_K) (\mathbf{e} \mathfrak{E}_K) d\Omega.$$

\mathfrak{E}^K értékét beírva és vektoralgebrai átalakításokat alkalmazva adódik:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \mathbf{p} \times \mathfrak{E}^0 + (\mathbf{e} \mathbf{p}) (\mathbf{e} \times \mathfrak{E}^0) + \mathbf{e} [\mathbf{e} (\mathfrak{E}^0 \times \mathbf{p})] + \right. \\ \left. + r^3 (\mathbf{e} \mathfrak{E}^0) (\mathbf{e} \times \mathfrak{E}^0) - \frac{2}{r^3} (\mathbf{e} \mathbf{p}) (\mathbf{e} \times \mathbf{p}) \right\} d\Omega. \end{aligned}$$

Integrálnunk a teljes térszögre kell. Az egyes tagokat polárkoordinátákkal kifejezve kapjuk, hogy az első tag kivételével minden tag integrálja zérus. Az első tag állandó, az integrálból kiemelhető. Végeredményben

$$\mathfrak{M} = \int \mathbf{r} \times \mathbf{f} dV = \mathbf{p} \times \mathfrak{E}^0.$$

Látható, hogy az Abraham-féle feszültségtenzorból számított erők eredő momentuma a szemlélet alapján várható momentummal megegyezik.

Ha a Minkowski-féle feszültségtenzorból számítjuk az erők momentumát, figyelembe kell vennünk, hogy Θ^M anizotróp anyagban nem szimmetrikus. Ezért

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}^M = \int \mathbf{r} \times \mathbf{f}^M \cdot dV = \int \mathbf{r} \times \text{Div } \Theta^M dV = \\ = \int \text{Div} (\mathbf{r} \times \Theta^M) dV - \mathfrak{M}^* = \oint_{\mathcal{F}} \mathbf{r} \times \Theta^M d\mathcal{F} - \mathfrak{M}^*, \end{aligned}$$

ahol \mathfrak{M}^* komponensei

$$M_x^* = \int (\Theta_{zy}^M - \Theta_{yz}^M) dV, \text{ stb.} \quad (20)$$

\mathfrak{M}^M első tagja megegyezik az Abraham-féle \mathfrak{M} erőmomentummal ugyanis az integráció a kristálygömbön kívülfekvő felületen végezhető el ($r > R$), ott pedig $\Theta^M = \Theta^A$.

$$\oint \mathbf{r} \times \Theta^M d\mathcal{F} = \oint \mathbf{r} \times \Theta^A d\mathcal{F} = \mathbf{p} \times \mathfrak{E}^0.$$

Hátra van még \mathfrak{M}^* kiszámítása. (7) figyelembevételével (20) lesz:

$$\mathfrak{M}^* = \frac{1}{4\pi} \int (\mathfrak{D} \times \mathfrak{E}) dV = \int (\mathfrak{P} \times \mathfrak{E}^0) dV = \mathbf{p} \times \mathfrak{E}^0,$$

így a teljes erőmomentum

$$\mathfrak{M}^M = \oint \mathbf{r} \times \Theta^M d\mathcal{F} - \mathfrak{M}^* = \mathbf{p} \times \mathfrak{E}^0 - \mathbf{p} \times \mathfrak{E}^0 = 0.$$

A Minkowski-féle erők tehát nem vezetnek eredő momentumra. Azt, hogy homogén erőterbe helyezett kristálygömb mégis elfordul a tapasztalat szerint [17], a Minkowski-féle feszültségtenzornál úgy kell magyaráznunk, hogy a feszültségtenzor aszimmetriája következtében a kristálygömb impulzusmomentumának időegységre eső megnövekedése

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \mathfrak{M}^M + \mathfrak{M}^* = \int \mathbf{r} \times \text{Div } \Theta^M dV + \mathfrak{M}^* = \oint \mathbf{r} \times \Theta^M d\mathfrak{F}$$

szerint definiálandó [8], (lásd a (9) képletet). Ez a helyes értéket szolgáltatja. Látható ebből, hogy míg *Abraham*-nál az erősűrűség minden számításnál primér mennyiségnek tekinthető, így a forgatónyomaték számításánál is, addig *Minkowskin*-ál a kevésbé szemléletes feszültségtenzor használandó eleve adott kifejezésként, mely forgatónyomatékre vezet akkor is, ha *Minkowski* szerint erők nem hatnak.

Ez a példa is bizonyítja, hogy anizotróp testekben fellépő forgatónyomaték magyarázatához nem kell feltételezni az energia-impulzus-tenzor aszimmetriáját.

A vizsgált példában a kristálygömb belsejében \mathfrak{E} és \mathfrak{P} állandó, így Θ^A is. Az erősűrűség csak a kristálygömb felületén különbözik zérustól. Vizsgáljuk meg, hogyan állhat meg ez az eredmény azon szemléletből adódó felfogás mellett, hogy a forgatómomentum a kristály belsejében jön létre a \mathfrak{P} polarizáció és az \mathfrak{E} térerősség nem párhuzamos volta miatt. Képezzük a (10) tenzor divergenciáját és a kapott erősűrűséget alkalmazzuk az $\mathfrak{M} = 0$ esetre. Eredményünk:

$$\begin{aligned} \mathfrak{f} = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{c} \left(\mathbf{i} + \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \right) \times \mathfrak{H} + \\ + (\mathfrak{P} \text{ grad}) \mathfrak{E} - \text{grad} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \mathfrak{P} \right) - \text{Div} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \circ \mathfrak{P} - \frac{1}{2} \mathfrak{P} \circ \mathfrak{E} \right). \end{aligned}$$

Látható, hogy az anizotrópia folytán fellépett egy újabb tag, a

$$- \text{Div} \frac{1}{2} (\mathfrak{E} \circ \mathfrak{P} - \mathfrak{P} \circ \mathfrak{E}),$$

amelyet a kristályban működő kvázielasztikus erők anizotróp eloszlása miatt kell az erőternek a polarizáció fenntartására kifejteni. Esetünkben minden erőtag momentuma zérus, kivéve éppen ezen polarizációs tenzortól származó erőt. Ennél u. i.

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}' = \int \mathbf{r} \times \text{Div} \left(\frac{1}{2} \mathfrak{E} \circ \mathfrak{P} - \frac{1}{2} \mathfrak{P} \circ \mathfrak{E} \right) dV = \\ = \oint \mathbf{r} \times \frac{1}{2} (\mathfrak{E} P_n - \mathfrak{P} E_n) d\hat{F} + \int \mathfrak{P} \times \mathfrak{E} dV. \end{aligned}$$

Az első tag a kristálygömbön kívül eltűnő \mathfrak{P} miatt zérus, a második tag pedig éppen a keresett erőmomentum. Mindebből látszik, hogy a kristálygömbre ható forgatómomentum a kristály belsejében jött létre és az *Abraham*-féle felfogás alapján ennek a jelenségnek is szemléletes magyarázatát tudjuk adni: a polarizációs állapot fenntartásához az anizotróp molekuláris erőkkel szemben az erőternek az $\frac{1}{2} (\mathfrak{E} \circ \mathfrak{P} - \mathfrak{P} \circ \mathfrak{E})$ kifejezéssel leírt feszültséget is létesítenie kell, ez vezet forgatónyomatékre.

4. A tömegközéppont mozgása

Az elektromágneses tér energia-impulzus-tenzorának nemcsak az energiára, impulzusra, impulzusmomentumra vonatkozó megmaradási tételeket kell szolgáltatnia, hanem a tömegközéppont helyes mozgástörvényeit is. Valamilyen rendszer tömegközéppontjának helyzetvektora a relativitáselmélet szerint nem az anyag μ sűrűségével képezett

$$\mathbf{r}_a = \frac{\int \mu \mathbf{r} dV}{\int \mu dV},$$

hanem kiszámításánál figyelembe kell vennünk a jelenlévő erőter, esetünkben az elektromágneses tér u energiasűrűségéhez tartozó u/c^2 tömegsűrűséget is. Az egész rendszer tömegközéppontja az anyag \mathbf{r}_a és az elektromágneses tér

$$\mathbf{r}_e = \frac{\int (u/c^2) \mathbf{r} dV}{\int (u/c^2) dV}$$

tömegközéppontjából így számítható ki:

$$\mathbf{r}_0 = \frac{\int (\mu + u/c^2) \mathbf{r} dV}{\int (\mu + u/c^2) dV} = \frac{M \mathbf{r}_a + (E/c^2) \mathbf{r}_e}{M + E/c^2}.$$

(Itt E a teljes térenergia, M pedig a jelenlévő anyag össztömege.)

Az elmúlt évben két szerző foglalkozott a dielektrikumokkal kölcsönhatásban álló elektromágneses tér tömegközéppontjának mozgásával.

N. L. Balázs néhány érdekes gondolat kísérletet diszkutált [18]. Számítása során azt találta, hogy ha *Abraham* felfogásához csatlakozunk, az elektromágneses térből és a vele kölcsönhatásban álló dielektrikumból álló rendszer tömegközéppontjára az adódik, hogy az egyenletes mozgást végez. Ha viszont a *Minkowski*-féle kifejezések felhasználásával számolunk, úgy bizonyos nehézségek lépnek fel. Gondolatkísérleteiből a szerző arra következtetett, hogy a tömegközéppont egyenletes mozgása tételének fenntartása érdekében *Abraham* tenzorát kell elfogadnunk.

F. Beck dolgozatában, melynek főcélja az, hogy az energia tehetetlenségének *Planck*-féle tételét és *Minkowski* aszimmetrikus energia-impulzus-tenzorát összhangba hozza [19], arra az eredményre jut, hogy a dielektrikumból és az elektromágneses térből álló zárt rendszer teljes energia-impulzus-tenzora szimmetrikus és természetesen divergenciamentes, ezért teljesül ránézve a tömegközéppont egyenletes mozgásának tétele.

E két látszólag ellentmondó következtetés annak részletes vizsgálatára ösztönöz bennünket, hogy a szóbanjövő energia-impulzus-tenzorok közül melyik áll összhangban a tömegközéppont helyes mozgástörvényeivel.

Legyen most T_{ik} a tér, D_{ik} a dielektrikum és S_{ik} a dielektrikum és elektromágneses tér együttes energia-impulzus-tenzora:

$$S_{ik} = T_{ik} + D_{ik}. \quad (21)$$

A teljes, zárt rendszer S_{ik} energia-impulzus-tenzora mind a Minkowski- [19], mind az Abraham-féle felfogás szerint [14] divergenciamentes és szimmetrikus:

$$\frac{\partial S_{ir}}{\partial x_r} = 0, \quad S_{ik} = S_{ki}. \quad (21a)$$

Ezen összefüggésekből következik, hogy

$$T_{ik} - T_{ki} = -D_{ik} + D_{ki} \quad (22)$$

és

$$\frac{\partial D_{ir}}{\partial x_r} = -\frac{\partial T_{ir}}{\partial x_r} = k_i. \quad (22a)$$

Itt k_i jelenti az elektromágneses tér által a dielektrikumra kifejtett négyes ponderomotoros erősrőséget.

Számítsuk ki most az elektromágneses tér tömegközéppontjának mozgását leíró következő kifejezést:

$$\begin{aligned} \frac{1}{ic} \frac{d}{dt} \int (x_k T_{i4} - x_i T_{k4}) dV &= \int \frac{\partial}{\partial x_4} (x_k T_{i4} - x_i T_{k4}) dV = \\ &= \int \left(x_k \frac{\partial T_{i4}}{\partial x_4} - x_i \frac{\partial T_{k4}}{\partial x_4} \right) dV + \int (\delta_{4k} T_{i4} - \delta_{4i} T_{k4}) dV. \end{aligned}$$

Az integrálás tartománya az egész tér. (22a) szerint:

$$\frac{\partial T_{i4}}{\partial x_4} = - \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial T_{i\alpha}}{\partial x_\alpha} - k_i,$$

tehát

$$\begin{aligned} \frac{1}{ic} \frac{d}{dt} \int (x_k T_{i4} - x_i T_{k4}) dV &= - \int \sum_{\alpha=1}^3 \left(x_k \frac{\partial T_{i\alpha}}{\partial x_\alpha} - x_i \frac{\partial T_{k\alpha}}{\partial x_\alpha} \right) dx + \\ &+ \int (\delta_{4k} T_{i4} - \delta_{4i} T_{k4}) dV - \int (x_k k_i - x_i k_k) dV. \end{aligned}$$

A jobboldal első tagján parciális integrálást végzünk. T_{ik} -ről feltételezzük, hogy a végtelenben olyan gyorsan tűnik el, hogy a fellépő felületi integrál zérus. Az átalakítások eredményeként azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{ic} \frac{d}{dt} \int (x_k T_{i4} - x_i T_{k4}) dV = \int (x_i k_k - x_k k_i) dV + \int (T_{ki} - T_{ik}) dV. \quad (23)$$

Legyen most $i=1, 2, 3$ és $k=4$. Ekkor a (23) egyenlet így írható abban a koordináta-rendszerben,* amelyben a ponderomotoros erők effektussűrűsége momentán zérus:

$$\frac{d}{dt} \int \frac{u}{c^2} r dV = t \int \left(\frac{\partial g}{\partial t} + f \right) dV + \int g dV + \int \left(\frac{1}{c^2} \mathfrak{S} - g \right) dV. \quad (24)$$

* E koordináta-rendszert a számítások leegyszerűsítésére választottuk. Más koordináta-rendszer használata esetén a dielektrikum nyugalmi tömegének változását is tekintetbe kell vennünk, amely a tér munkavégzésének következtében lép fel [20].

Itt $u = -T_{44}$ az elektromágneses tér energiasűrűsége, $g = (T_{14}/ic, T_{24}/ic, T_{34}/ic)$ a térimpulzussűrűség, $\Xi(-icT_{41}, -icT_{42}, -iT_{43})$ a térenergia áramsűrűsége és $f(k_1, k_2, k_3)$ a ponderomotoros erőssűrűség.

A jobboldali első integrál (22a) szerint egy háromdimenziós-térbeli divergencia integrálja, ezért a végtelen távoli felületre vett integrállá alakítható. Minthogy ott T_{ik} zérus, eltűnik. Differenciáljuk idő szerint a (24) kifejezést és írjuk be $\partial g/\partial t$ helyére a tőle csak egy divergenciában különböző f -t. Eredményünk a következő:

$$\frac{d^2}{dt^2} \int \left(r \frac{u}{c^2} \right) dV = - \int \left[f + \frac{\partial}{\partial t} \left(g - \frac{1}{c^2} \Xi \right) \right] dV. \quad (25)$$

Ennek az összefüggésnek a tartalma az, hogy az elektromágneses energia tömegközéppontja akkor változtatja meg sebességét, ha a térben lévő anyagra ponderomotoros erő hat (a jobboldali első tag ennek reakcióereje), vagy ha a $g - \Xi/c^2$ mennyiség időben változik. Az utóbbi tagnak nehezen lehetne valamilyen fizikai értelmet tulajdonítani.

Mielőtt a kapott eredményt behatóbban kezdenénk vizsgálni, végezzük el az előbbi gondolatmenetet az elektromágneses tér T_{ik} energia-impulzus-tenzora helyett a dielektrikum energiájáról és impulzusáról számotadó L_{ik} tenzorral is.

Az

$$\frac{1}{ic} \frac{d}{dt} \int (x_k D_{i4} - x_i D_{k4}) dV$$

kifejezésnek a (22–22a) összefüggések felhasználásával elvégzett átalakítása a következő eredményre vezet: (Ismét abban a koordináta-rendszerben dolgozunk, amelyben a momentán effektussűrűség zérus.)

$$\frac{d^2}{dt^2} \int \mu r dV = \int \left[f + \frac{\partial}{\partial t} \left(g - \frac{1}{c^2} \Xi \right) \right] dV. \quad (26)$$

Itt f , g és Ξ jelentése ugyanaz, mint ezelőtt, $\mu = -D_{44}/c^2$ a dielektrikum tömegsűrűségét jelenti.

Most térjünk át (25) és (26) eredményeink megbeszélésére.

Ha a (25) és (26) egyenleteket összeadjuk, azt kapjuk, hogy

$$\frac{d^2}{dt^2} \int \left(\mu + \frac{u}{c^2} \right) r dV = 0, \quad (27)$$

vagyis a dielektrikum s az elektromágneses tér energiájának közös tömegközéppontja állandó sebességgel mozog. Az eredmény, amint levezetésünkben kiténik, független attól, vajon a Minkowski- vagy az Abraham-féle felfogáshoz csatlakozunk-e, és megegyezik F. Becknek a szakasz elején említett eredményével.

A (25) és (26) összefüggések az elektromágneses tér energiájának és a dielektrikumnak a tömegközéppontjára érvényes mozgástörvényeket adják.

Figyelemreméltó, hogy a (25) kifejezés jobboldala mind az Abraham-, mind a Minkowski-féle tenzorból számítva ugyanannak adódik. A Minkowski-tenzor divergenciájaként adódó erőssűrűség töltés- és árammentes, nyugvó, izotróp dielektrikumra szorítkozva (11) szerint:

$$\mathbf{f}^M = -\frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 \text{ grad } \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu). \quad (28)$$

Az impulzussűrűség és az energiaáramsűrűség kifejezése a Minkowski-féle (7) képletek szerint:

$$\mathbf{g}^M = \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{D} \times \mathfrak{B}, \quad (29)$$

$$\mathfrak{S}^M = \frac{c}{4\pi} \mathcal{E} \times \mathfrak{H}. \quad (30)$$

Tehát (25) jobboldalán az integrandus *Minkowski* felfogása szerint:

$$\mathbf{f}^M + \frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{g}^M - \frac{1}{c^2} \mathfrak{S}^M \right) = -\frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 \text{ grad } \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathcal{E} \times \mathfrak{H} \right). \quad (31)$$

Abraham tenzorából viszont az erő, impulzus és energiaáram sűrűsége a következőnek adódik lásd a (10) és (12) képleteket.

$$\mathbf{f}^A = -\frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 \text{ grad } \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathcal{E} \times \mathfrak{H} \right), \quad (32)$$

$$\mathbf{g}^A = \frac{1}{c^2} \mathfrak{S}^A = \frac{1}{4\pi c} \mathcal{E} \times \mathfrak{H}. \quad (33)$$

Tehát (25) jobboldala:

$$\mathbf{f}^A + \frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{g}^A - \frac{1}{c^2} \mathfrak{S}^A \right) = \mathbf{f}^A = -\frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 \text{ grad } \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi c} \mathcal{E} \times \mathfrak{H} \right), \quad (34)$$

valgyis valóban ugyanaz, mint a (31) *Minkowski*-féle eredmény.

Tehát az elektromágneses energia tömegközéppontjának mozgását — amint azt várhattuk is — a térmennyiségek, valamint a térenergia mindkét felfogás szerint megegyező kifejezése meghatározza és az energia-impulzus-tenzor többi komponenseinek ilyen vagy olyan megválasztása nincsen befolyással rá.

A két felfogás különbözősége akkor tűnik elő, ha a dielektrikum tömegközéppontjának mozgását megszabó (26) összefüggést vizsgáljuk. (26) baloldalát az anyag

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\text{div}(uv)$$

kontinuitási egyenletének és az

$$r \text{ div}(\mu v) = \text{Div}(\mu r \circ v) - \mu v$$

vektoranalitikai azonosságnak felhasználásával egyszerű átalakítást végzünk:

$$\frac{d^2}{dt^2} \int \mu r dV = \frac{d}{dt} \int \frac{\partial \mu}{\partial t} r dV = \frac{d}{dt} \int \mu v dV.$$

Az átalakítás közben felmerült felületi integrál zérus, ha az anyag csak véges térrészt tölt ki. Erre az esetre szorítkozunk.

Az átalakítás után a (26) egyenlet a következő alakú:

$$\frac{d}{dt} \int \mu v dV = \int \left[\mathfrak{f} + \frac{\partial}{\partial t} \left(g - \frac{1}{c^2} \mathfrak{E} \right) \right] dV. \quad (35)$$

Ha a ponderomotoros erő, térimpulzus és az energiaáram sűrűségének Minkowski-féle kifejezéseit fogadjuk el helyesnek, úgy arra a különös eredményre jutunk, hogy a dielektrikum

$$p = \int \mu v dV \quad (36)$$

impulzusa nemcsak az $\int \mathfrak{f}^M dV$ ponderomotoros erő hatására változik meg, hanem akkor is, ha

$$\int \frac{\partial}{\partial t} \left(g^M - \frac{1}{c^2} \mathfrak{E}^M \right) dV \neq 0,$$

aminek nehéz valamilyen fizikai értelmet tulajdonítani. A dielektrikum p összimpulzusára számításunk eredményeként a Minkowski-féle felfogás talaján állva nem érvényes tehát a mechanikából jólismert

$$\frac{dp}{dt} = \mathfrak{R} \quad \left(\mathfrak{R} = \int \mathfrak{f}^M dV \right) \quad (37)$$

mozgásegyenlet, hanem ahelyett

$$\frac{dp}{dt} = \mathfrak{R} + \int \frac{\partial}{\partial t} \left(g^M - \frac{1}{c^2} \mathfrak{E}^M \right) dV. \quad (38)$$

Ez az összefüggés, amelynek tartalma az, hogy az impulzus időegységre eső változása nem egyenlő a ható erővel, éppen olyan elfogadhatatlan következménye a Minkowski-féle tenzor aszimmetriájának, mint az, hogy az impulzusmomentum időegységenkénti változása nem egyenlő a ponderomotoros erők forgatónyomatékával [8, 14].

A (38) ill. a vele azonos tartalmú (26) összefüggés alapvető a teljes, dielektrikumból és az elektromágneses térből álló zárt rendszer tömegközéppontjának egyenletes mozgását kimondó (27) összefüggés teljesülése szempontjából. Balázs [18] említett dolgozatában felhozott példái éppen azt mutatják, hogy ha (38) helyett a mechanika megszokott (37) képletével számolunk, azt találjuk, hogy a zárt rendszer tömegközéppontja nem állandó sebességgel mozog.

Amint a (27) eredmény levezetésénél láttuk, a Minkowski-féle energia-impulzus-tenzor nem vezet a zárt rendszerek tömegközéppontjának egyenletes mozgásával ellentétes eredményre. Mégsem mondhatjuk, hogy a Minkowski-féle energia-impulzus-tenzor adja a dielektrikumok és az elektromágneses tér

kölcsönhatásának legtermészetesebb leírását. E tenzor elfogadása ugyanis a (35–38) összefüggésekre vezet, amelyek, mint láttuk, a mechanika (37) egyenletével ellentétben állnak. Legfeljebb úgy lehetne megmenteni a (35) és (37) egyenletek összhangját, ha dielektrikum impulzusát a szokástól eltérően a

$$p' = \int \left[\mu v - \left(g^M - \frac{1}{c^2} \mathfrak{E}^M \right) \right] dV = \int \left(\mu v + \frac{1 - \varepsilon \mu}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \right) dV \quad (39)$$

egyenlettel definiálnánk. Ekkor a Minkowski-féle tenzorból kapott (35) összefüggést a (37)-hez hasonló

$$\frac{dp'}{dt} = \mathfrak{R}$$

alakba írhatnánk.

A (39) definíció azonban teljesen eltér a mechanika szokásos fogalomalkotásaitól. Eszerint az elektromágneses térbe helyezett dielektrikum impulzusa a mozgásállapoton kívül a térmennyiségektől is függene. Például elektromágneses hullámtól átjárt nyugvó dielektrikum impulzusa zérustól különbözőnek adódna.

A (39) képletből leolvasható az, hogy miként jutunk a Minkowski-tenzort asszimmetrikussá tevő

$$g^M = \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{D} \times \mathfrak{B}$$

térimpulzussűrűség-kifejezéshez. Az anyag és tér

$$\mu v + \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H}$$

teljes impulzussűrűségét e felfogás szerint így választják szét:

$$\begin{aligned} \mu v + \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} &= \left(\mu v + \frac{1 - \varepsilon \mu}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \right) + \frac{\varepsilon \mu}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} = \\ &= \left(\mu v + \frac{1 - \varepsilon \mu}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H} \right) + \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{D} \times \mathfrak{B}. \end{aligned} \quad (40)$$

↑
anyag

↑
tér

A teljes impulzus ilyen szétválasztásával elérhető az, hogy homogén dielektrikum (átlátszó közeg) belsejében az elektromágneses tér által kifejtett erő zérusnak adódjék. Az impulzussűrűség ilyen szétválasztása ellenére az energiaáramsűrűséget nem definiálhatjuk a

$$\mathfrak{S}' = \frac{c}{4\pi} \mathfrak{D} \times \mathfrak{B}$$

képlettel, mert e vektornak sztatikus térben is vannak forrásai. Ezért *Minkowski* felfogása szerint a dielektrikumhoz számított

$$\frac{1 - \varepsilon \mu}{4\pi c} \mathfrak{E} \times \mathfrak{H}$$

impulzussűrűséghez tartozó energiaáramot az elektromágneses térhez számítják.

A teljes impulzus e nem természetes szétválasztásának következménye az, hogy a tenzorból számítva az elektromágneses tér kvantumainak, a fotonoknak az impulzusa térszerű vektornak adódik. Ennek folytán 1. a dielektrikumban a fotonnal együttmozgó megfigyelő számára a foton impulzusa nem adódik zérusnak, egyszerűbben szólva: a nyugvó foton impulzusa nem zérus, 2. a foton nyugalmi tömegére imaginárius értéket kapunk.

Az előbbieken felsorolt nehézségek egycsapásra eltűnnek, ha *Abraham* nyomán a teljes impulzussűrűséget a (40)-nél sokkal természetesebb

$$\underset{\text{anyag}}{\mu} v + \frac{1}{4\pi c} \underset{\text{tér}}{\mathcal{E}} \times \mathfrak{H} \quad (41)$$

módon választjuk szét. Most teljesül az elektromágneses energiára is az energia tehetetlenségének (4) Planck-féle tétele.

A (35) képlet is *Abraham* felfogása szerint nyer mélyebb fizikai értelmet. E felfogás szerint a ponderomotoros erősítés

$$\begin{aligned} f^A = & -\frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 \text{ grad } \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \text{ grad } \mu) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon \mu - 1}{4\pi c} \mathcal{E} \times \mathfrak{H} \right) = \\ & = f^M + \frac{\partial}{\partial t} \left(g^M - \frac{1}{c^2} \mathfrak{E}^M \right). \end{aligned}$$

Amint azt a 2. szakaszban megmutattuk, az utolsó tag a polarizációs áramra ható Lorentz-erőt tartalmazza, és figyelembevételét az akció-reakció elve valamint az elektronelméletre támaszkodó szemlélet is megköveteli.

A dielektrikum anyagának impulzusváltozása az energia tehetetlenségének tétele teljesülése miatt (35) szerint most már

$$\frac{d}{dt} \int \mu v dV = \int f^A dV$$

a mechanika jól ismert képletével összhangban. A dielektrikum és elektromágneses tér össz-impulzussűrűségének *Abraham*-féle (41) szétválasztása nemcsak a dielektrikum mozgásegyenletének szokásos (38) alakjával van összhangban, hanem a többi, említett nehézségeket is kiküszöböli.*

5. Összefoglalás

A dielektrikumok fenomenológiai elektrodinamikájában elterjedt, *Abraham*-tól és *Minkowskitól* származó energia-impulzus-tenzorokat és következményeiket hasonlítottuk össze. A kétféle felfogás közötti, majdnem félévszázados vita során felvetett szempontokat röviden összefoglaltuk, majd a ponderomotoros erő, az elektromágneses tér által anizotróp közegben kifejtett forgatónyomaték

* *Abraham* nyomán számolva a foton impulzusa időszerű vektornak és nyugalmi tömege valósnak adódik.

és a tömegközéppont mozgásának vizsgálata során azt találtuk, hogy a megmaradási tételekkel, az elektronelméletben gyökeredző szemlélettel és a mechanikából megszokott fogalmakkal *Abraham* tenzora áll összhangban.

Talán nem lesz hiábavaló, ha röviden összefoglaljuk azokat a régebben és most felvetett szempontokat, amelyek az *Abraham*-féle energia-impulzus-tenzor és a belőle származó erő kifejezés helyessége mellett szólnak.

1. Az *Abraham*-féle tenzor divergenciájaként adódó erő kifejezés csupa szemléletes és a megmaradási tételek által megkívánt tagból áll — ez (lásd 2. szakaszt) a tankönyvekből ismert összevont alakból kiindulva egyszerű átalakításokkal megmutatható. Az erő kifejezés tartalmazza többek között a polarizációs áramra ható Lorentz-erőt is, amelynek figyelembevételét az akcióreakció elv is megkívánja. — Az erő törvény a sugárnyomás értékét a tapasztalattal egyezésben szolgáltatja [14].

2. Az erő törvény összhangban áll az energia, impulzus és impulzusmomentum megmaradásának tételével. Az elektromágneses térbe helyezett anyag impulzusmomentumának megváltozása mindig töltésekre, vagy áramokra ható ponderomotoros erőből származó forgatónyomaték következménye (3. szakasz).

3. A tömegközéppont mozgásának relativisztikus törvénye érvényes abban az alakban, hogy az elektromágneses térenergia tömegközéppontjának sebességét csak a ponderomotoros erő reakcióereje változtatja meg (ha a térenergia állandó). (4. szakasz)

4. Az energia tehetetlenségének Planck-féle tétele teljesül külön az elektromágneses energiára is.

5. A sugárzás energiájának terjedési sebessége teljesíti a Laue-féle követelményt: Lorentz-transzformációkor négyesvektorként transzformálódik [14].

6. Az *Abraham*-féle felfogás a legtermészetesebb módon választja szét a dielektrikum és az elektromágneses tér impulzusát. Ezért a foton impulzusa időszerű vektor és nyugalmi tömege valósnak adódik. A foton impulzusa a vele együtt mozgó megfigyelő számára zérus, energiája pedig minden vonatkoztatási rendszerben pozitív (4. szakasz, [10], [14]).

7. Az általános relativitáselmélet variációs módszere a Maxwell—Minkowski-féle téregyenleteket szolgáltatató Lagrange-függvényből kiindulva az *Abraham*-féle energia-impulzus-tenzort szolgáltatja mind izotróp, mind anizotróp közegek esetére, így az beleilleszkedik a relativisztikus térelmélet általános keretei közé [10, 16].

Az összes fenti követelményeknek az *Abraham*-én kívül a fenomenológiai elektrodinamika egyetlen más energia-impulzus-tenzora, erőfeltevése sem felel meg. Ezért a makroszkópikus elmélet keretei között mint a fizikai jelenségeket legjobban leíró energia-impulzus-tenzort fogadhatjuk el.

E helyen köszönetet kell mondanom *Novobátsky Károly* akadémikusnak, akinek problémafelvetései és útmutatásai a dolgozat elkészüléséhez jelentős mértékben járultak hozzá, és *Marx György* kandidátusnak, aki állandó érdek-

lődéssel és tanácsokkal kísérte munkámat, és a tárgyalt problémával kapcsolatos eredményeit azok publikálása előtt rendelkezésemre bocsátotta az összefoglaló részbe való beillesztés végett.

IRODALOM

- [1] *Minkowski*: Göttinger Nachr. 53. 1908.
- [2] *Einstein—Laub*: Ann. d. Phys. 26. 541. 1908.
- [3] *Gans*: Phys. Zs. 12. 806. 1911.
- [4] *Abraham*: Rend. Pal. 28. 1. 1909.
- [5] *Grammel*: Ann. d. Phys. 41. 570. 1913.
- [6] *Dällenbach*: Ann. d. Phys. 58. 523. 1919.
- [7] *Möller*: The Theory of Relativity. Oxford. Clarendon Press. 1952.
- [8] *Тамм*: Основы теории электричества. Москва Гостехиздат. 1949.
- [9] *Abraham*: Ann. d. Phys. 44. 537. 1914.
- [10] *Novobátzky*: Hung. Acta Phys. No. 5. 1949.
- [11] *Laue*: Zs. Phys. 128. 387. 1950.
- [12] *Jones*: Nature. 167. 439. 1951.
- [13] *Розенберг*: Успехи Физ. Наук. 44. 463. 1951.
- [14] *Marx—Györgyi*: Hung. Acta Phys. 3. 213. 1954.
- [15] *Becker*: Theorie der Elektrizität. I. Leipzig. B. G. Teubner. 1951.
- [16] *Marx*: Hung. Acta Phys. 3. 75. 1953.
- [17] *Laue*: Relativitätstheorie. Braunschweig. Wissenschaft. 1952.
- [18] *Balázs*: Phys. Rev. 91. 408. 1953.
- [19] *Beck*: Zs. Phys. 134. 136. 1953.
- [20] *Abraham*: Phys. Zs. 10. 737. 1909.

A STATISZTIKUS MÓDSZERREL SZÁMÍTOTT KINETIKUS ENERGIA WEIZSÄCKER-FÉLE INHOMOGENITÁSI KORREKCIÓJÁRÓL*

GOMBÁS PÁL akadémikus

Műszaki Egyetem Fizikai Intézete, Budapest

A cikkben egy elektrongáz kinetikus energiájának statisztikus módszerrel való kiszámítása kerül vizsgálat alá. Kimutatjuk, hogy ha a Fermi-féle kinetikus energia-részt és a kinetikus energia Weizsäcker-féle inhomogenitási korrekcióját egyidejűleg tekintetbe vesszük, hibát követünk el. A hibát kiszámítjuk egy egyszerű speciális esetre. Ez a cikk alapul szolgál a statisztikus atommodell továbbfejlesztését tárgyaló cikk számára.

1. §. Bevezetés

A felelősségű spinnel rendelkező részecskék Fermi-féle nullaponti kinetikus energiájára vonatkozó inhomogenitási korrekciónak, melyet először Weizsäcker [1] vett figyelembe, jelentős szerepe van az atom elektronburkának és az atommagnak statisztikus elméletében [2]. Azonban, mint az *Sokolovnak* [3] egy munkájából kitűnik, a Weizsäcker-féle korrekció az atom elektronburkának statisztikus elméletében túlságosan nagy, bizonyul és például a Rb^+ ion esetében a helyes energiaértéknél kereken 20%-kal magasabb energiát eredményez. Ez az oka annak, hogy ez a véleményem szerint lényeges korrekció az atom elektronburkának statisztikus elméletében mostanáig nem jutott olyan szerephez, mint amilyen fontosságára való tekintettel megillette volna.

Az alábbiakban ki fogjuk mutatni, hogy ha a Fermi-féle nullaponti kinetikus energiát és a Weizsäcker-féle korrekciót egyidejűleg vesszük tekintetbe, túlbecsüljük a Fermi-gáz kinetikus összenergiáját, tehát hibát követünk el. Ez a hiba éppen abba az irányba esik, melybe a Rb^+ -ionnak *Sokolov* által számított túl magas energiaértéke is mutat. Egy ezt követő munkában pedig megmutatjuk, hogyan lehet ezt a hibát korrigálni és ezen korrekció alapján a statisztikus atommodellt továbbfejlesztani.

Hogy ez a hiba az atommag statisztikus elméletében nem jelentkezik, annak oka abban keresendő, hogy a nukleonok közötti kölcsönhatási erőket még nem ismerjük pontosan és így az atommag statisztikus elméletének fejlesztése csak többé-kevésbé önkényes félempirikus magerők feltételezésével lehetséges. Ha a nukleonok között ható erők kifejezésében szereplő paramétereket úgy választjuk meg, hogy az elméleti eredmények, pl. a magenergiák

* Megjelent először német nyelven Acta Phys. Hung. 3, 105, 1953. Fordította: Koloszar Eszter és Ladányi Károly.

az empirikus adatokkal megegyezzenek, akkor természetesen a fent említett hiba nem mutatkozik.

A cikk beosztása a következő. A 2. § néhány általános megfontolást tartalmaz a statisztikusan számított kinetikus energiára vonatkozólag. A 3. §-ban a hullámmechanika alapján kiszámítjuk a Fermi-féle kinetikus energia és a Weizsäcker-korrekció egyidejű figyelembevételéből adódó hibát egy nagyon leegyszerűsített esetre. A 4. §-ban a végtelen térben lévő majdnem teljesen szabad elektronok triviális esetét tárgyaljuk. Végül rövid összefoglalás következik.

2. §. Bevezető, általános megfontolások

Általánosságban feltételezzük, hogy egy Fermi-gáz kinetikus energiája a Fermi-féle kinetikus nullaponti energia és a Weizsäcker-féle inhomogenitási korrekció összegéből áll. Ha a részecskék sűrűségét ϱ -val jelöljük, a térfogat-egységre eső Fermi-féle kinetikus energia, mint ismeretes, a következőképpen állítható elő

$$u_F = \kappa_F \varrho^{2/3}, \quad (1)$$

ahol κ_F a következő univerzális állandó

$$\kappa_F = \frac{3}{40} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m}; \quad (2)$$

h a Planck-féle állandó és m egy részecske tömege.

A Fermi-féle energia lényegében a Pauli-elv következménye, mely szerint a fázistér egy h^3 térfogatú elemi cellájában a spindegenerációt figyelembevéve legfeljebb csak két részecske (pontosabban a két részecskének megfelelő pont) foglalhat helyet. Ennek következtében nem tartózkodhat minden részecske a legmélyebb energiájú kvantumállapotban (fázistércellában), hanem a részecskék a legmélyebb energiaállapotból kiindulva szukcesszíve töltik be a magasabb energiájú állapotokat, mégpedig mindig úgy, hogy egy kvantumállapotban legfeljebb csak két részecske helyezkedhet el. Hogy az extrém esetben, amikor csak egy részecske van a vizsgált térfogatelemben, u_F nem tűnik el, hanem véges marad, az a Heisenberg-féle bizonytalansági reláció következménye, melynek értelmében a vizsgált véges térfogatelemben lévő részecskéhez véges impulzusszélesség tartozik. Érdekes, hogy ki lehet mutatni [4], hogy a Fermi-féle kinetikus energiakifejezés ebben az extrém esetben sem vezet hamis eredményekre, hanem nagyságrendben a hullámmechanika alapján számított energiával egyenlő energiát eredményez.

A Fermi-féle kinetikus energia tehát a Pauli-elv, azaz a sajátfüggvények ortogonalitási feltételeiből származó kinetikus energiarészből és a szabad részecskékhez tartozó véges impulzustartomány következtében létrejött kinetikus energiarészből áll. Egyszerűség kedvéért az utóbbi részt röviden a részecskék kinetikus sajátenergiájának, ill. a mi esetünkben a *szabad* részecskék

kinetikus sajátenergiájának fogjuk nevezni. A Pauli-elvtől származó rész a sajátfüggvények ortogonalizációjának következménye, azaz annak tulajdonítható, hogy egy a \hbar^3 fázistér cella által meghatározott kvantumállapotban legfeljebb csak két részecskét lehet elhelyezni. A kinetikus sajátenergia a kvantálás következménye, tehát onnan ered, hogy a kvantumstatistikában egy kvantumállapotnak egy véges \hbar^3 térfogatú fázistér cella felel meg.

A következőkben az itt kifejtetteket matematikai alakba kívánjuk önteni. E célból egy kiemelt részecske p impulzusát a következő alakban írjuk

$$p = p_0 + \frac{1}{2} \Delta p, \quad (3)$$

ahol p_0 az átlagos impulzus és Δp az impulzustartomány, azaz az impulzus bizonytalansága.

Ezzel a részecske átlagos kinetikus energiájának kifejezése

$$\varepsilon_k = \frac{\overline{p^2}}{2m} = \frac{\overline{p_0^2}}{2m} + \frac{\overline{p_0 \Delta p}}{2m} + \frac{(\overline{\Delta p})^2}{8m} = \frac{\overline{p_0^2}}{2m} + \frac{(\overline{\Delta p})^2}{8m}, \quad (4)$$

ahol az átlagértékképzést a szokásos módon a megfelelő szimbólum fölé húzott vonállal jelöljük. Úgy p mint Δp egy radiális és egy azimutális részből áll, melyeket p_r és p_l valamint Δp_r és Δp_l -el jelölünk. Tehát

$$p = p_r + p_l, \quad \Delta p = \Delta p_r + \Delta p_l. \quad (5)$$

Ha ezen kifejezéseket (4)-be behelyettesítjük, a következőt kapjuk

$$\varepsilon_k = \frac{\overline{p_r^2}}{2m} + \frac{\overline{p_l^2}}{2m} + \frac{(\overline{\Delta p_r})^2}{8m} + \frac{(\overline{\Delta p_l})^2}{8m}. \quad (6)$$

Itt a jobboldalon álló első két tag az átlagos impulzusnak és a két utolsó a részecskéhez tartozó véges impulzustartománynak felel meg. Ezeket a tagokat sorra ε_r , ε_l , $\Delta \varepsilon_r$ és $\Delta \varepsilon_l$ -el jelöljük. Az r és l indexek itt is a radiális ill. azimutális részt jelölik. Tehát

$$\varepsilon_r + \varepsilon_l = \frac{\overline{p_r^2}}{2m} + \frac{\overline{p_l^2}}{2m} \quad (7)$$

az átlagos impulzusértékből, azaz az ortogonalizációból származó kinetikus energiarész és

$$\Delta \varepsilon_r + \Delta \varepsilon_l = \frac{(\overline{\Delta p_r})^2}{8m} + \frac{(\overline{\Delta p_l})^2}{8m} \quad (8)$$

a véges impulzustartományból származó energiarész, mely az előbbieken a részecske kinetikus sajátenergiájának nevezett energiarésszel azonos.

Szabad részecskék esetében egy irány sincs kitüntetve, a részecskék képpontjai tehát az impulzustérben egy gömböt töltenek be. Ebből következik, hogy szabad részecskék esetében a radiális kinetikus energiarész ε_r az azimutális résszel ε_l -el és ugyanígy $\Delta \varepsilon_r$ $\Delta \varepsilon_l$ -el egyenlő. Szabad részecskékre tehát

a következő összefüggések állnak fenn

$$\varepsilon_r = \varepsilon_l \quad \text{és} \quad \Delta \varepsilon_r = \Delta \varepsilon_l. \quad (9)$$

Fejtegetéseink megvilágítása céljából az itt levezetett elgondolások segítségével megkíséreljük egészen durván megbecsülni egy alapállapotban lévő hidrogénatom elektronjának kinetikus energiáját. Abból a durva feltevésből indulunk ki, hogy a hidrogénatom elektronja a mag körül szabadon mozog egy gömbben. A gömb sugara az elektron magtól való átlagtávolságának $\bar{r} = \frac{3}{2} a_0$ -nak kb. kétszerese: r jelenti az elektron magtól való távolságát, \bar{r} ennek az átlagértékét és a_0 az első Bohr-féle hidrogénradiuszt.

Minthogy az alapállapotban lévő hidrogénatom elektronjának nincs azimutális impulzusa, $p_l = 0$ és $\Delta p_l = 0$. Azonkívül p_r is egyenlő zérussal, mivel az alapállapotban lévő hidrogénatomban a legmélyebb energiájú kvantumállapot, azaz a legmélyebb energiájú kvantumcella van betöltve. Tehát kapjuk, hogy

$$\varepsilon_k = \frac{(\Delta p_r)^2}{8m}, \quad (10)$$

ahol

$$\Delta p_r = |\Delta p_r|.$$

Δp_r a bizonytalansági reláció alapján becsülhető meg. A mi feltételeink mellett a hely bizonytalansága $\Delta r = R = 2\bar{r} = 3a_0$, a radiális impulzusé pedig Δp_r . A bizonytalansági relációból tehát a következőt kapjuk

$$\Delta r \cdot \Delta p_r = h, \quad (11)$$

$$\Delta p_r = \frac{h}{\Delta r} = \frac{h}{3a_0}. \quad (12)$$

Ha (10)-be behelyettesítünk, ε_k kifejezése a következő lesz

$$\varepsilon_k = \frac{h^2}{8\pi^2 m} \left(\frac{\pi}{3} \right)^2 \frac{1}{a_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{3} \right)^2 \frac{e^2}{a_0}, \quad (13)$$

ahol e a pozitív elemi töltés. A fenti érték tehát nemcsak hogy nagyságrendben helyes, hanem Δr kedvező megválasztása révén véletlenül az exakt érték $\frac{1}{2} \frac{e^2}{a_0}$ közvetlen közelében van.

Mindez teljesen szabad részecskék esetére érvényes, tehát arra az esetre, amikor a vizsgált térrészben a potenciál állandó. Ha a potenciál nem állandó, akkor a Fermi-féle kinetikus energián kívül még a Weizsäcker-korrekciót is számításba kell vennünk. Ehhez a következő nagyon szemléletes úton jutunk el.

Ha a Pauli-elvet nem vesszük figyelembe, tehát Bose-statisztika esetében egyensúlyi helyzetben lévő részecskék mind a lehető legmélyebb kvantumállapotot tölténék be. Ha ezen állapot valósnak feltételezett sajátfüggvényét*

* Hogy ψ -t valóban valósnak lehet feltételezni ez a következő § fejtegetéseiből látható.

ψ -vel és a részecskék számát a térfogategységben z -vel jelöljük, a részecske-sűrűsége és a részecskék térfogategységre eső hullámmechanikai kinetikus energiájára a következőket kapjuk

$$\varrho = z\psi^2, \quad (14)$$

$$u_W = z \frac{h^2}{8\pi^2 m} (\text{grad } \psi)^2. \quad (15)$$

Ha ψ -t (15)-ből (14) segítségével kiküszöböljük, kapjuk

$$u_W = z_W \frac{(\text{grad } \varrho)^2}{\varrho}. \quad (16)$$

ahol

$$z_W = \frac{h^2}{32\pi^2 m}. \quad (17)$$

A (16) kifejezést szokás a kinetikus energia Weizsäcker-féle korrekciójának nevezni.

u_W nem más, mint a részecskék kinetikus sajátenergiája, azonban nem a szabad részecskéké, hanem azoké, amelyek mind ugyanabban a ψ sajátfüggvény által megadott állapotban vannak. Ha feltesszük, hogy a vizsgálat alá vett térrészben aránylag kicsi a térerősség, akkor ψ egy erőmentes térrészben levő részecske megfelelő sajátfüggvényétől csak kevésbé fog különbözni. Ennek megfelelően u_W és a részecskék u_F -ben bennfoglalt kinetikus sajátenergiája közti különbség is kicsi lesz. u_W egyébként természetesen mindig nagyobb mint a szabad részecskéknek az a kinetikus energiája, melyet u_F tartalmaz,

(16) levezetése a Pauli-elv figyelembevétele nélkül történt, ugyanis feltettük, hogy az összes részecskék a ψ sajátfüggvény által megadott a legmélyebb energiaállapotban vannak. A Pauli-elvet úgy szokás utólag figyelembevenni, hogy u_W -hez még a Fermi-féle kinetikus energiát, u_F -t is hozzávesszük, tehát kinetikus összenergiának az

$$u_k = u_F + u_W = z_F \varrho^{2/3} + z_W \frac{(\text{grad } \varrho)^2}{\varrho} \quad (18)$$

kifejezést tekintjük, és feltesszük, hogy $\text{grad } \varrho$ a kvantumállapottól (impulzusvektortól) független.

Mint az a fentebb mondottakból közvetlenül kitűnik, ha u_F -t és u_W -t a kinetikus összenergia (17) kifejezésében egyidejűleg tekintetbe vesszük, hibát követünk el, mert a részecskéknek u_F által tartalmazott kinetikus sajátenergiáját u_W is tartalmazza. E hibát tehát a részecskék ezen kinetikus sajátenergiájának levonásával lehet korrigálni.

Ha gömbszimmetrikus problémáról van szó, mint pl. az atom vagy atommag statisztikus tárgyalásánál, akkor $\text{grad } \varrho$ -n mindig a ϱ gradiensének radiális komponensét, azaz $\partial\varrho/\partial r$ -t értjük. Ebben az esetben a (18) kifejezésben természetesen nem a részecskék kinetikus össz-sajátenergiáját számítjuk duplán,

hanem csak ennek az energiának radiális részét. Tehát ebben az esetben az említett hiba kijavításához nem a szabad részecskék kinetikus össz-sajátenergiáját, hanem csak ezek radiális részét, tehát a (9)-el jelölt egyenletek második egyenlete értelmében a szabad részecskék kinetikus össz-sajátenergiájának felét kell levonnunk.

3. §. A kinetikus energia kiszámítása egy egyszerűsített esetre

Ebben a §-ban az előző § kvalitatív megállapításait analitikus úton egy erősen leegyszerűsített esetref ogjuk alkalmazni. A következőkben egy atomnak egy keskeny gömbhéjában levő elektrongázával foglalkozunk.

Egy l mellékkvantumszámú kvantumállapotban lévő atomelektron Schrödinger-egyenletéből indulunk ki, mely a következő

$$\frac{1}{2}e^2a_0\left[\frac{d^2f}{dr^2}-\frac{l(l+1)}{r^2}f\right]+Vef+\varepsilon f=0, \quad (19)$$

ahol f a radiális sajátfüggvénynek ψ -nek r -szerese, V az atom potenciálja, ε az energiaparaméter, e a pozitív elemi töltés és a_0 az első Bohr-féle hidrogén-rádiusz. Most az atom elektronburkát gömbfelületek segítségével, melyeknek középpontja a magba esik, s vastagságú gömbövekre osztjuk fel, s -et olyan kicsinek választva, hogy egy gömbövből V és $1/r^2$ praktice állandónak legyen tekinthető.

Ezen gömbhéjak egyikében lévő elektronra meg akarjuk határozni a (19) egyenlet megoldásait. Itt fennáll az a határfeltétel, hogy f -nek a gömbhéj mindkét határfelületén el kell tűnnie. Rögtön meggyőződhetünk róla, hogy az egyenlet ezen határfeltételeknek megfelelő megoldásai a következők

$$f_\lambda = C \sin \lambda \pi \frac{1}{s} (r - r_i), \quad (20)$$

ahol C a normálási állandó, r_i a gömbhéj belső gömbfelületének sugara és λ egész szám. A megfelelő radiális sajátfüggvények

$$\psi_\lambda = \frac{1}{r} f_\lambda = \frac{1}{r} C \sin \lambda \pi \frac{1}{s} (r - r_i). \quad (21)$$

A megfelelő energiasajátértékek

$$\varepsilon_\lambda = \frac{1}{2}e^2a_0\left[\frac{\lambda^2\pi^2}{s^2}+\frac{l(l+1)}{r^2}\right]-Ve, \quad (22)$$

ahol V és $1/r^2$ helyébe ezen mennyiségeknek az illető gömbhéjban kapott középértékei helyettesítendőek. — Ve tehát az átlag potenciális energia és a jobboldalon fennmaradó rész a gömbhéjban lévő elektron közepes kinetikus energiája a (λ, l) kvantumállapotban.

A következő lépés a sajátfüggvények normálási tényezőjének kiszámítása. Bevezetjük a következő jelölést

$$\frac{\pi}{s}(r - r_i) = x, \quad (23)$$

melynek segítségével ψ_λ -t a következő alakban írhatjuk

$$\psi_\lambda = \frac{1}{r} C \sin \lambda x. \quad (24)$$

A C normálási faktort az

$$\int_{\Omega} \psi_\lambda^2 dv = 4\pi C^2 \int_{r_i}^{r_i+s} \sin^2 \lambda \pi \frac{1}{s} (r-r_i) dr = 4\pi C^2 \frac{s}{\pi} \int_0^\pi \sin^2 \lambda x dx = 1 \quad (25)$$

normálási feltételből lehet meghatározni, ahol dv a térfogatelem és Ω a vizsgált gömbhéj térfogata. Figyelembevétel, hogy

$$\int_0^\pi \sin^2 \lambda x dx = \frac{\pi}{2}, \quad (26)$$

következik, hogy

$$C = \left(\frac{2}{4\pi s} \right)^{1/2}. \quad (27)$$

Tehát a normálási faktor λ -tól függetlennek bizonyul.

Ha a gömbömben elektromos tér van jelen, ez úgy vehető figyelembe, hogy C -t helytől függőnek tételezzük fel. Egy (λ, l) állapotban lévő elektron kinetikus energiájának radiális részét $\eta_{\lambda l}$ -t az alábbi képletből számíthatjuk ki

$$\begin{aligned} \eta_{\lambda l} &= \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\int_{\Omega} (\text{grad}_r \psi_\lambda)^2 dv}{\int_{\Omega} \psi_\lambda^2 dv} = \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{4\pi \int_{r_i}^{r_i+s} (\text{grad}_r f_\lambda)^2 dr}{4\pi \int_{r_i}^{r_i+s} f_\lambda^2 dr} = \\ &= \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\int_0^\pi (\text{grad}_x f_\lambda)^2 \frac{\pi}{s} dx}{\int_0^\pi f_\lambda^2 \frac{s}{\pi} dx}. \end{aligned} \quad (28)$$

Behelyettesítve a

$$\text{grad}_x f_\lambda = (\text{grad}_x C) \sin \lambda x + C \lambda \cos \lambda x \quad (29)$$

kifejezést, kapjuk

$$\begin{aligned} \eta_{\lambda l} &= \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \times \\ &\times \frac{\int_0^\pi [(\text{grad}_x C)^2 \sin^2 \lambda x + 2C\lambda(\text{grad}_x C) \sin \lambda x \cos \lambda x + C^2 \lambda^2 \cos^2 \lambda x] dx}{\int_0^\pi C^2 \sin^2 \lambda x dx}. \end{aligned} \quad (30)$$

Ha feltesszük, hogy C a gömbhéjban az elektronállapottól független lassan változó függvény és $\text{grad}_x C$ praktice állandó, a számláló középső tagjára vonatkozó integrál nagyon kicsi lesz és nullával vehető egyenlőnek. Továbbá a számláló első tagjában $\text{grad}_x C$ -t és a számláló utolsó tagjában, valamint a nevezőben C -t megfelelően választott középértékekkel $(\text{grad}_x C)_0$ ill. C_0 -al lehet helyettesíteni és az integráljel elé hozni. Így a következő kifejezéshez jutunk

$$\eta_\lambda = \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \left[\lambda^2 + \frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} \right]. \quad (31)$$

Helytől függő amplitudo esetében tehát a (22) energiakifejezés oly módon változik meg, hogy λ^2 helyett a $\lambda^2 + (\text{grad}_x C)_0^2$ kifejezést kell írni.

A $(\text{grad}_x C)_0^2 / C_0^2$ tag az ú. n. Weizsäcker-féle inhomogenitási korrekciót adja. A továbbiak szempontjából lényeges, hogy ezt a korrekciós tagot az átlag elektronsűrűség segítségével fejezzük ki. Az eddig megjelent munkákban [5] ezt azon követelmény segítségével érték el, hogy az átlagos elektronsűrűség ϱ gradiense, azaz $\text{grad } \varrho$ megegyezzek az egyes elektronok átlagos sűrűséggradienseinek összegével a vizsgált térfogatelemben, tehát, hogy fennálljon

$$\frac{1}{\Omega} \mu \sum_{\lambda=1}^n \frac{\int_{\Omega} \text{grad}_r (\psi_\lambda)^2 dv}{\int_{\Omega} \psi_\lambda^2 dv} = \text{grad}_r \varrho, \quad (32)$$

ahol n a különböző teljesen betöltött állapotok száma, μ egy állapot multiplacitása, Ω pedig a gömbhéj térfogata. Egészen úgy mint η_λ fentebbi számításánál, könnyű megmutatni, hogy ebből az egyenletből, tekintettel az átlagsűrűség definiáló egyenletére

$$\frac{z}{\Omega} = \varrho \quad (33)$$

és feltételezve, hogy $(\text{grad } C)_0 / C_0$ állandó, azaz a kvantumállapottól független, a következő összefüggést kapjuk

$$\frac{(\text{grad } C)_0}{C_0} = \frac{1}{2} \frac{\text{grad } \varrho}{\varrho}, \quad (34)$$

ahol

$$z = \mu n \quad (35)$$

jelentí az elektronok számát a vizsgált térfogatelemben.

Ezt a (32)-ből nyert összefüggést azonban, véleményem szerint, nem lehet minden további nélkül elfogadni, mégpedig a következő okból. A (32) egyenletet általában a

$$\mu \sum_{\lambda=1}^n \frac{\int_{\Omega} \psi_\lambda^2 dv}{\int_{\Omega} \psi_\lambda^2 dv} = \varrho \quad (36)$$

alapegyenlet következményének szokás tekinteni,* mely azt mondja ki, hogy a hullámmechanikai elektronsűrűségnek a statisztikus átlagelektronsűrűséggel meg kell egyeznie. Ez az egyenlet képezi a kapcsolatot a hullámmechanikai és a statisztikus tárgyalásmód között.

A (32) egyenlet (36)-ból oly módon áll elő, hogy (36)-nál mindkét oldalon képezzük a gradienst és a baloldalt — mégpedig csak a balt — a vizsgált térfogatelemben átlagoljuk. Ezáltal hibát követünk el, mert a baloldalon a közepelés következtében a ψ_λ^2 részecskesűrűség periodikus részétől (azaz a $\sin^2 \lambda x$ tényezőtől) származó gradiensek kiesnek. A $\sin^2 \lambda x$ periodikus függvénynek ugyanis a $0-\pi$ intervallumban λ maximuma van, az emelkedő és lefelémenő ágak szimmetrikusan futnak le, tehát ezekre vonatkozóan a közepelésnél a gradiensek kiesnek. Innen adódik a (34) egyenlet, melynek értelmében $\text{grad } \varrho$ -hoz csak a C amplitudo gradiense járul hozzá.

Ennek a hibának elkerülése céljából nem a gradienseket, hanem a (36)-egyenlet fenntartásával a gradiensek négyzetét kell összekapcsolni és a közepelést a gradiens négyzetre végrehajtani. E célból a következőképpen járunk el. A

$$\varrho = z \psi^2 = \mu \sum_{\lambda=1}^n \frac{\psi_\lambda^2}{\int_{\Omega} \psi_\lambda^2 dv} \quad (37)$$

egyenletből indulunk ki, mellyel egy átlagállapot ψ sajátfüggvényét definiáljuk. $\psi = (\varrho/z)^{1/2}$ segítségével most $(\text{grad } C)_0/C_0$ -t a következő egyenlettel határozhatjuk meg

$$\frac{z}{\Omega} \int_{\Omega} (\text{grad } \psi)^2 dv = \frac{1}{4} \frac{(\text{grad } \varrho)^2}{\varrho}, \quad (38)$$

$$\int_{\Omega} (\text{grad } \psi)^2 dv = \frac{1}{4} \frac{(\text{grad } \varrho)^2}{\varrho^2}, \quad (39)$$

ahol az integrációt a baloldalon ki kell terjesztteni a vizsgált térfogatrészre, Ω -ra (a gömbhéj térfogatára). Itt z/Ω helyett ismét az átlagelektronsűrűséget, ϱ -t használjuk. Most tehát a sűrűség gradiensnégyzetének átlagértékét képezzük és nem a sűrűség gradienseknek átlagát mint előbb.

Hogy a (32)-egyenlet és az ebből következő (34) összefüggés helytelen, továbbá, hogy a (39) egyenletből következő összefüggés helyes eredményre vezet, azt először csak arra az esetre mutatjuk meg, amikor csak a legmélyebb energiaállapot $\lambda=1$ van betöltve. Ebben az esetben $n=1$ és $z=\mu$. Az összes z elektron kinetikus energiájának radiális része η (31) szerint ebben az esetben

* Itt hallgatólágosan feltételeztük, hogy az energetikailag legmélyebb $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ állapotokat a gömbömben levő elektronok éppen teljesen betöltik. Elegendő nagy elektron-szám esetében ennek a korlátozásnak nincs jelentősége.

a következő lesz

$$\eta = z\eta_1 = z \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \left[1 + \frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} \right]. \quad (40)$$

A következőkben az inhomogenitási részt $(\text{grad}_x C)_0/C_0$ kell kiszámítanunk.

A számítást először a helytelen (32) egyenlettel végezzük el. Tekintettel arra, hogy

$$f_1 = C \sin x, \quad (41)$$

továbbá $\lambda = 1$ és $n = 1$, (32)-ből nyerjük

$$\frac{z}{\Omega} \frac{\int_0^\pi [\text{grad}_x (C^2 \sin^2 x)] dx}{\int_0^\pi C^2 (\sin^2 x) dx} = \text{grad}_x \varrho, \quad (42)$$

$$\varrho \frac{\int_0^\pi [2C(\text{grad}_x C) \sin^2 x + C^2 2 \sin x \cos x] dx}{\int_0^\pi C^2 \sin^2 x dx} = \text{grad}_x \varrho. \quad (43)$$

Ha C -t és $\text{grad}_x C$ -t helyettesítjük a már korábban bevezetett konstans átlagértékekkel, következik, hogy

$$\frac{(\text{grad}_x C)_0}{C_0} = \frac{1}{2} \frac{\text{grad}_x \varrho}{\varrho}. \quad (44)$$

Ezen összefüggés segítségével a következő helytelen eredményhez jutunk

$$\eta_1 = \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} z + \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \frac{(\text{grad}_x \varrho)^2}{\varrho^2} z, \quad (45)$$

melyet a $z = \varrho \Omega$ és $\text{grad}_x = \frac{s}{\pi} \text{grad}_r$ összefüggések figyelembevételével a következőképpen írhatunk

$$\eta_1 = \left[\frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \varrho + \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{(\text{grad}_r \varrho)^2}{\varrho} \right] \Omega. \quad (46)$$

Ez az eredmény helytelen, mert az elektron saját kinetikus energiája, melyet ebben az esetben a szögletes zárójel első tagja képvisel, a másodikban is megvan, tehát duplán számítjuk. η_1 helyes kifejezésében a szögletes zárójel első tagjának el kellene tűnnie.

Ez az eset akkor áll elő, ha $(\text{grad } C)_0/C_0$ -t nem (32)-ből, hanem (39)-ből számítjuk. Az utóbbi egyenletből következik, hogy

$$\frac{\int_0^\pi [(\text{grad}_x C)_0^2 \sin^2 x + 2C_0 (\text{grad}_x C)_0 \sin x \cos x + C_0^2 \cos^2 x] dx}{\int_0^\pi C_0^2 \sin^2 x dx} = \frac{1}{4} \frac{(\text{grad}_x \varrho)^2}{\varrho^2} \quad (47)$$

és ebből

$$\frac{(\text{grad } C)_0^2}{C_0^2} + 1 = \frac{1}{4} \frac{(\text{grad}_x \varrho)^2}{\varrho^2}. \quad (48)$$

Ez az összefüggés (44)-től abban különbözik, hogy itt a jobboldalon $(\text{grad}_x C)_0/C_0$ mellett még 1 is áll. Ezen összefüggés segítségével kapjuk (40)-ből

$$r_l = \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{\pi^2 (\text{grad}_x \varrho)^2}{s^2 \varrho^2} z, \quad (49)$$

vagy a $z = \varrho \Omega$ és $\text{grad}_x = \frac{s}{\pi} \text{grad}_r$ összefüggések figyelembevételével

$$\eta = \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{(\text{grad}_r \varrho)^2}{\varrho} \Omega. \quad (50)$$

Ez a legmélyebb állapotban lévő elektronok kinetikus energiája radiális részének helyes kifejezése. A legmélyebb állapotban ugyanis — amint azt már a 2. §-ban részletesen kifejtettük — a kinetikus energia radiális részét kizárólag a Weizsäcker-korrekcio képviseli.

Most pedig a (39)-egyenletet, melyet fentebb arra az esetre alkalmaztunk, mikor csak a legmélyebb állapot volt betöltve, az általános esetre, azaz tetszés szerinti n számú betöltött állapot esetére fogjuk alkalmazni. Ehhez először is (39) baloldalát kell kiszámítanunk, tehát mindenekelőtt ψ -t határozzuk meg. ψ -re (37)-ből a következőt kapjuk

$$\psi = \left[\frac{\mu}{z} \sum_{\lambda=1}^n \frac{\psi_{\lambda}^2}{\int_{\Omega} \psi_{\lambda}^2 dv} \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{n} \sum_{\lambda=1}^n \frac{\psi_{\lambda}^2}{\int_{\Omega} \psi_{\lambda}^2 dv} \right]^{1/2}. \quad (51)$$

Kimutatható, hogy a szumma egyes tagjaiban a $\int_{\Omega} \psi_{\lambda}^2 dv$ nevezők λ -tól függetlenek.

$$\int_{\Omega} \psi_{\lambda}^2 dv = 4\pi \int_{r_i}^{r_i+s} C^2 \sin^2 \lambda \frac{\pi}{s} (r-r_i) dv = 4\pi \frac{s}{\pi} \int_0^{\pi} C^2 \sin^2 \lambda x dx. \quad (52)$$

Ha újra feltételezzük, hogy C az Ω -ban az állapottól független lassan változó függvény, melyet ebben az intervallumban a C_0 középértékkel lehet helyettesíteni, következik, hogy

$$\int_{\Omega} \psi_{\lambda}^2 dv = C_0^2 4\pi \frac{s}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \lambda x dx = C_0^2 \frac{4\pi s}{2}. \quad (53)$$

Ezt figyelembevéve ψ kifejezése a következő lesz

$$\psi = \left(\frac{2}{4\pi s} \right)^{1/2} \frac{1}{C_0} \frac{1}{r} \left(\frac{1}{n} \sum_{\lambda=1}^n C^2 \sin^2 \lambda x \right)^{1/2}. \quad (54)$$

Ha ψ helyett a $f = r\psi$ függvényt vezetjük be és elvégezzük a szummázást

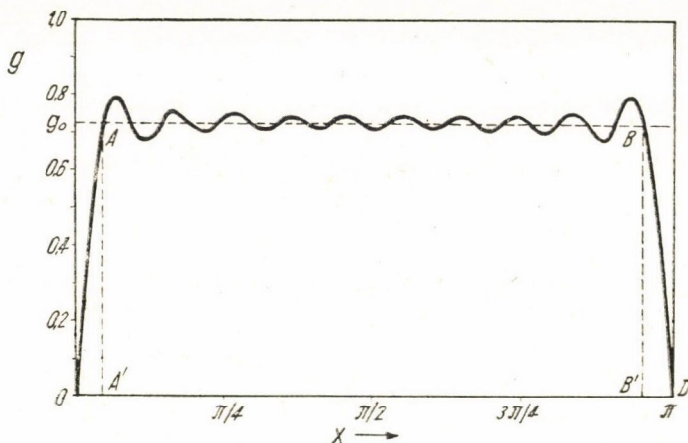
$$f = r\psi = \left(\frac{2}{4\pi s} \right)^{1/2} \frac{C}{C_0} \left| \frac{2n+1}{4n} - \frac{1}{4n} \frac{\sin(2n+1)x}{\sin x} \right|^{1/2}. \quad (55)$$

Foglalkozzunk először a

$$g(x) = \left[\frac{2n+1}{4n} - \frac{1}{4n} \frac{\sin(2n+1)x}{\sin x} \right]^{1/2} \quad (56)$$

tényezővel. Nyilvánvaló, hogy $g(0) = 0$ és $g(\pi) = 0$, azaz f a gömbhéj mindkét határfelületén eltűnik. $g(x)$ lefutása $n=10$ esetén az 1. ábrán látható. Helytől független C esetében f arányos lenne g -vel, de helytől függő amplitudo esetén ez az arányosság nem áll fenn.

Az f hullámfüggvény g része $g_0 = \left(\frac{2n+1}{4n} \right)^{1/2}$ magasságban egy hullámvonulatból áll, melyhez $x \cong 0$ -nál egy meredeken emelkedő, $x \cong \pi$ -nél pedig egy meredeken eső ág csatlakozik. ψ kiszámításánál a hullámvonulatot és a két ágot elkülönítve vesszük figyelembe. Ehhez először meg kell határoznunk azokat a kifejezéseket, melyekkel a hullámvonulatot és a két meredek ágot lehetőleg egyszerűen írhatjuk le.



1. ábra

A $g(x)$ függvény fefutása $n=10$ -re.

Mindenekelőtt közvetlenül látható, hogy g -t nagy n -ek esetében a következő alakban írhatjuk

$$g = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4n} \frac{\sin 2nx}{\sin x} \right)^{1/2}. \quad (57)$$

A hullámvonulat kifejezésében a zárójel második tagjának nevezőjében nagy n -ek esetében a számlálóhoz viszonyítva lassan változó $\sin x$ függvény helyett a $0 \leq x \leq \pi$ intervallumban ennek középértékét, $1/2$ -et, lehet írni. Ekkor a hullámvonulat, tekintettel arra, hogy n feltevésünk értelmében nagy,

$$g_w = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2n} \sin 2nx \right)^{1/2} \cong \frac{1}{2^{1/2}} \left(1 - \frac{1}{2n} \sin 2nx \right). \quad (58)$$

g emelkedő ágát a koordináta-rendszer kiindulópontján és az A ponton keresztül húzott egyenessel és pedig az OA egyenesdarabbal lehet approximálni. Az A pont koordinátái $x_A = \pi/(2n)$ és $g_A \cong 1/2^{1/2}$. Ennek az egyenesnek iránytangense tehát

$$\frac{g_A}{x_A} = \frac{1}{2^{1/2}} \frac{2n}{\pi}. \quad (59)$$

Az emelkedő meredek ágát tehát a következő egyszerű kifejezéssel közelíthetjük meg

$$g_s = \frac{1}{2^{1/2}} \frac{2n}{\pi} x. \quad (60)$$

A lefelémenő ágra nézve a B és D pontok között ugyanezen közelítés alapulvételével a következő kifejezés érvényes

$$g_a = -\frac{1}{2^{1/2}} \frac{2n}{\pi} (x - \pi). \quad (61)$$

A g_w közelítő függvény az $A'B'$ intervallumban, a g_s és g_a közelítő függvények pedig az OA' , ill. $B'D$ intervallumokban érvényesek.

Célunk (39) baloldalának kiszámítása. Ehhez először is ψ -t számítjuk ki. Tekintettel arra, hogy a definíció értelmében

$$\psi = \left(\frac{2}{4\pi s} \right)^{1/2} \frac{C}{C_0} \frac{1}{r} g, \quad (62)$$

a hullámvonulat gradienseire az $A'B'$ intervallumban (58) segítségével a következő közelítő kifejezéshez jutunk

$$\text{grad}_x \psi = \left(\frac{2}{4\pi s} \right)^{1/2} \frac{1}{C_0} \frac{1}{r} \frac{1}{2^{1/2}} \left[(\text{grad}_x C) \left(1 - \frac{1}{2n} \sin 2nx \right) - C \cos 2nx \right]. \quad (63)$$

Ezen kifejezés segítségével kiszámítjuk (39) baloldalát. Figyelembe véve, hogy nagy n -ek esetében — melyekre itt szorítkozunk — az integrációt az $A'B'$ intervallum helyett az egész OD intervallumra ki lehet terjeszteni, a

$dv = 4\pi r^2 dr$ és $dr = \frac{s}{\pi} dx$ összefüggések segítségével a következőt kapjuk

$$\begin{aligned} \int_{A'B'} (\text{grad}_x \psi_w)^2 dv &= \frac{1}{C_0^2} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left[(\text{grad}_x C)^2 \left(1 - \frac{1}{2n} \sin 2nx \right)^2 - \right. \\ &\quad \left. - 2C (\text{grad}_x C) \left(1 - \frac{1}{2n} \sin 2nx \right) \cos 2nx + C^2 \cos^2 2nx \right] dx. \end{aligned} \quad (64)$$

Ha ebben az integrálban C -t és $\text{grad}_x C$ -t ismét állandó középértékeikkel C_0 -lal, ill. $(\text{grad}_x C)_0$ -lal helyettesítjük, és figyelembe vesszük, hogy n nagy, nyerjük, hogy

$$\int_{A'B'} (\text{grad}_x \psi_w)^2 dv = \frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} + \frac{1}{2}. \quad (65)$$

Az OA' intervallumban ψ meredeken emelkedő ágának gradiensére (60) segítségével a következő kifejezést kapjuk

$$\text{grad}_x \psi_s = \left(\frac{2}{4\pi s} \right)^{1/2} \frac{1}{C_0} \frac{1}{r} \frac{1}{2^{1/2}} \frac{2n}{\pi} [(\text{grad}_x C)_0 x + C_0], \quad (66)$$

mellyel az OA' intervallumra kiterjesztett integrál

$$\begin{aligned} \int_{OA'} (\text{grad}_x \psi_s)^2 dv &= \frac{1}{C_0^2} \frac{1}{\pi} \left(\frac{2n}{\pi} \right)^2 \int_0^{\pi/2n} [(\text{grad}_x C)_0^2 x^2 + 2C_0 (\text{grad}_x C)_0 x + C_0^2] dx = \\ &= \frac{1}{6n} \frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} + \frac{1}{\pi} \frac{(\text{grad}_x C)_0}{C_0} + \frac{2n}{\pi^2}. \end{aligned} \quad (67)$$

A $B'D$ intervallumban meredeken lefelémenő ág számára a $(\text{grad}_x \psi_o)^2$ integrálra a következő értéket kapjuk

$$\int_{B'D} (\text{grad}_x \psi_o)^2 dv = \frac{1}{6n} \frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} - \frac{1}{\pi} \frac{(\text{grad}_x C)_0}{C_0} + \frac{2n}{\pi^2}. \quad (68)$$

Az összintegrál (39) baloldalán a (65), (67) és (68) integrálrészek szummázásából adódik. A szummában a $(\text{grad}_x C)_0/C_0$ -al arányos tagok kiesnek, továbbá a két $\frac{1}{6n} \frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2}$ tagot $\frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2}$ mellett nagy n -ek esetében el lehet hanyagolni. Erre való tekintettel $(\text{grad}_x \psi)^2$ -nek az egész Ω térfogatra kiterjesztett integrálja a következő

$$\int_{\Omega} (\text{grad}_x \psi)^2 dv = \frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} + \frac{1}{2} + \frac{4n}{\pi^2}. \quad (69)$$

Behelyettesítve ezt a kifejezést (39)-be, kapjuk

$$\frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} + \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} n = \frac{1}{4} \frac{(\text{grad}_x \varrho)^2}{\varrho^2}. \quad (70)$$

Ha tekintetbe vesszük, hogy $\text{grad}_x = \frac{s}{\pi} \text{grad}_r$, (70)-et a következő alakban írhatjuk

$$\frac{(\text{grad}_x C)_0^2}{C_0^2} = \frac{1}{4} \frac{s^2}{\pi^2} \frac{(\text{grad}_r C)^2}{\varrho^2} - \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} n. \quad (71)$$

Figyelembe véve ezt az összefüggést, a gömbhéjban levő elektronok kinetikus energiájának radiális részére (31) segítségével kapjuk

$$\eta_l = \mu \sum_{\lambda=1}^n \eta_{l\lambda} = \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \mu \sum_{\lambda=1}^n \left(\lambda^2 - \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} n \right) + \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{(\text{grad}_r \varrho)^2}{\varrho^2} z. \quad (72)$$

A jobboldali szummára az alábbi összefüggés segítségével

$$\sum_{\lambda=1}^n \lambda^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \quad (73)$$

nyerjük, hogy

$$\eta = \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \mu \left[\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) - \frac{1}{2} n - \frac{4}{\pi^2} n^2 \right] + \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{(\text{grad}_r \varphi)^2}{\varphi^2} z. \quad (74)$$

Ebből a $z = \mu n$ összefüggés tekintetbevételével η -ra a

$$\eta = \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \left[\frac{1}{6} (n+1)(2n+1) - \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} n \right] z + \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{(\text{grad}_r \varphi)^2}{\varphi^2} z \quad (75)$$

kifejezés következik.

$n = 1$ esetén a jobboldalon álló első tag szögletes zárójelének el kellene tűnnie. Ez azonban nem következik be, minthogy a (75) képletet nagy n -ekre vezettük le. A szögletes zárójelben levő kifejezés értéke $n = 1$ esetében kerekén $1/10$; a korrekciós tag tehát még $n = 1$ esetében is nagyon jól használható értéket ad, mert ebben az esetben az $\frac{1}{6} (n+1)(2n+1)$ korrigálatlan tag $9/10$ részének kiesését okozza. $n = 1$ esetére kapott eredményünket a tényleges helyzethez még jobban hozzásimíthatjuk, ha a szögletes zárójel utolsó tagjában $4/\pi^2$ helyett az ennél valamivel nagyobb $1/2$ -et írjuk. Ez nagy n -ek esetében nem játszik szerepet és azzal indokolható, hogy — amint az 1 ábrán látható — a ψ meredeken emelkedő és lefelémenő ágaiából keletkező kinetikus energia-részekre az integrációt az OA' , ill. $B'D$ intervallumok helyett joggal lehet valamivel nagyobb intervallumokra kiterjeszteni. Ily módon kapjuk

$$\eta = \frac{1}{2} e^2 a_0 \frac{\pi^2}{s^2} \frac{1}{6} (n+1)(2n-2) z + \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{(\text{grad}_r \varphi)^2}{\varphi^2} z. \quad (76)$$

A (75) kifejezés szögletes zárójelének első tagját tehát a korrekció

$$\gamma = \frac{2n-2}{2n+1} \quad (77)$$

arányban csökkenti. A kinetikus energia radiális részének csökkenése tehát kis n -ek esetében lényeges. A γ értékek különböző n -ek esetében

$$n = 1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \dots, \infty;$$

$$\gamma = 0, \quad 2/5, \quad 4/7, \quad 6/9, \quad 8/11, \dots, 1.$$

A korrekciós faktor tehát n növekedésével 0 értéktől kezdve nő és igen nagy n -értékeknél az 1 értéket éri el.

4. §. Majdnem teljesen szabad elektronok esete a végtelen térben

Mindaz, amit az előzőekben levezettünk, egy térfogatelembe bezárt elektrongázra vonatkozott, melynek határfelületei elektronok számára áthatolhatatlanok. Ha az Ω -térfogat igen nagy és ha az elektron-sajátfüggvényeket síkhullámoknak tekintjük, melyek amplitúdója a helytől csak kis mértékben függ,

akkor az előzőekben levezetett korrekció nem lép fel. Ez esetben ugyanis

$$\psi_k = C e^{i(k, r)}, \quad (78)$$

ahol r a helyvektor, k a hullámszámvektor és C az amplitudo.

Ezekkel a sajátfüggvényekkel most (36)-ból kapjuk *

$$\mu \sum_{\lambda=1}^n \frac{C^2}{\int_{\Omega} C^2 dv} = \varrho, \quad (79)$$

$$z \frac{C^2}{\int_{\Omega} C^2 dv} = \varrho. \quad (80)$$

Innen (32)-ből és (39)-ből ugyanaz az eredmény adódik.

(32)-ből kapjuk

$$\frac{z \int_{\Omega} 2C \operatorname{grad} C dv}{\int_{\Omega} C^2 dv} = \operatorname{grad} \varrho. \quad (81)$$

Ha itt C , ill. $\operatorname{grad} C$ integráljaiban újra bevezetjük a már használt középértékeket, nyerjük, hogy

$$\frac{(\operatorname{grad} C)_0}{C_0} = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{grad} \varrho}{\varrho}, \quad (82)$$

ami megegyezik (34)-gyel.

Ha meg akarjuk vizsgálni, hogy milyen összefüggést kapunk most (39)-ből, akkor először ψ -t kell kiszámítanunk (37)-ből, ahonnan (80) segítségével kapjuk

$$\psi = \frac{C}{\left(\int_{\Omega} C^2 dv \right)^{1/2}}. \quad (83)$$

Ezzel a ψ -vel (39)-ből következik

$$\frac{\int_{\Omega} (\operatorname{grad} C)^2 dv}{\int_{\Omega} C^2 dv} = \frac{1}{4} \frac{(\operatorname{grad} \varrho)^2}{\varrho^2}. \quad (84)$$

Ugyanezzel a közelítéssel, hasonlóan mint a 3. §-ban, nyerjük

$$\frac{(\operatorname{grad} C)_0}{C_0} = \frac{1}{2} \frac{\operatorname{grad} \varrho}{\varrho}, \quad (85)$$

ami megegyezik (82)-vel.

A (32) és (39) egyenletek tehát ebben az esetben valóban ugyanahhoz az eredményhez vezetnek és kapjuk, hogy

$$\eta = \frac{1}{2} e^2 a_0 \mu \sum_k k^2 + \frac{1}{8} e^2 a_0 \frac{(\operatorname{grad}_\lambda \varrho)^2}{\varrho^2} z. \quad (86)$$

* Ezzel kapcsolatban arra kell ügyelnünk, hogy a sajátfüggvények itt komplexek és ennek megfelelően a 3. §-ban használt képleteket meg kell változtatni. Így pl. (36)-ban és (32)-ben ψ_λ^2 helyett mindenhol $|\psi_\lambda|^2$ -t és (39)-ben $(\operatorname{grad} \psi)^2$ helyett a $|\operatorname{grad} \psi|^2$ kifejezést kell írni.

Ebben az esetben, és csakis ebben, a kinetikus energia minden korrekció nélkül a két energiarész összegéből áll.

5. §. Összefoglalás

Meggondolásainkból kitűnik, hogy egy Fermi-gáz kinetikus energiájának kiszámításánál, eltekintve a 4. §-ban tárgyalt esettől, a Fermi- és Weizsäcker-féle kinetikus energiarész egyidejű figyelembevételével hibát követünk el, mivel a szabad részecskék kinetikus sajátenergiáját duplán számítjuk. Ez a munka szolgál alapul egy következő munka számára, melyben az említett hibát egyszerű analitikus kifejezéssel állítjuk elő. Ezen kifejezés segítségével a Weizsäcker-féle energiarészt be lehet építeni az atom statisztikus elméletébe.

IRODALOM

- [1]. C. F. v. Weizsäcker, ZS. f. Phys. 96, 431, 1935.
- [2]. V. ö. pl. P. Gombás, Die statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen, Springer, Wien, 1949.
- [3]. N. Sokolov, Journ. exp. theoret. Phys. 8, 365, 1938.
- [4]. H. Hellmann, Acta Physicochimica U. R. S. S. 1, 913, 1935.
- [5]. Az irodalmi adatokra vonatkozólag v. ö. P. Gombás, Die statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen, Springer, Wien, 1949.

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS*

Harmadik nap, 1953 augusztus 26, szerda

AZ μ -MEZONOK ÉLETTARTAMÁNAK MÉRÉSÉRŐL

V. PETRŽILKA,

A Csehszlovák Tud. Akadémia Magfizikai Intézete, Prága

A μ -mezonok élettartamának mérése, melyet dr. J. Pernegr úgy a Csehszlovák Tudományos Akadémia magfizikai laboratóriumában, mint a Károly-Egyetem fizikai intézetében hajtott végre, egyike azon munkáknak, melyekről az I. Magyar Fizikus Kongresszuson beszámoltam.

Az μ -mezonok élettartamának közvetlen meghatározására egy olyan módszer ajánlott Rasetti [1], amely a késleltetett koincidenciákat alkalmazta. Ezzel a módszerrel a μ -mezonok élettartamát $\tau_0 = (2,15 \pm 0,05) \cdot 10^{-6}$ sec-ban határozták meg. [2], [3], [4], [5]. τ_0 ezen értéke a kozmikus sugárzás területén eszközölt mérések eredményei közt legjobbnak elismert.

Ezen módszer mellett a μ -mezonok élettartamának mérésére használják az úgynevezett anomális abszorbcíót is. [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12]. Ez a jelenség azáltal jön létre, hogy a mezonok az abszorbeáló rétegben való repülésük közben önként szétbomlanak. Ezen módszerrel végzett legpontosabb mérések számlálócső alkalmazásával a $\tau_0 = 2,9 \cdot 10^{-6}$ sec értéket szolgáltaták [12].

Mivel az utóbbi időben a μ -mezonok legtöbb tulajdonságának vizsgálatához magfizikai lemezeket használnak, dr. J. Pernegr arra az ötletre jutott, hogy a τ_0 -nak anomális abszorbcíóval való mérésénél is magfizikai lemezeket használjanak [13]. A τ_0 értéke ily módon való meghatározásának alap gondolata a következő:

Jelöljük L -el a mezon közepes hatótávolságát a szétbomlás előtt, v -vel a sebességét, ekkor áll:

$$L = \frac{\tau_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (1)$$

ahol $\beta = \frac{v}{c}$, és c a fénysebességet jelenti. A mezon impulzusa:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (2)$$

ha m_0 -val a mezon nyugalmi tömegét jelöljük. Kiküszöbölve e két egyenletből

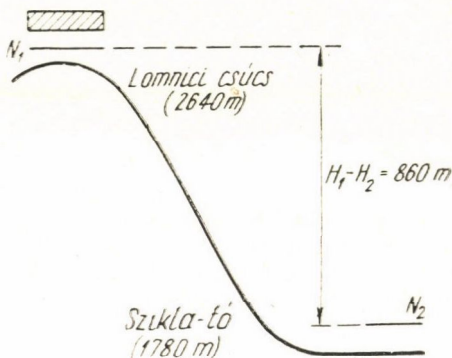
* Szalay Sándor, akadémikus e napon tartott előadását lapunk későbbi számában közöljük — technikai okok miatt (szerk.).

$v/\sqrt{1-\beta^2}$ -et, a mezon élettartamára a következő formulát kapjuk:

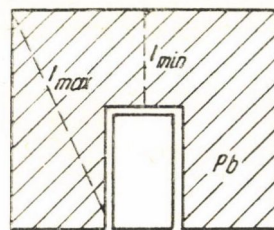
$$\tau_0 = \frac{L m_0}{p}. \quad (3)$$

Ha kísérletileg meghatároztuk L , m_0 , és p értékét, akkor τ_0 -t (3)-ból kiszámíthatjuk.

E három mennyiség meghatározására szolgáló kísérletet úgy rendezték be, hogy a magfizikai lemezeket a Magas Tátrában egyrészt $H_1 = 2640$ m magasságban 12 cm-nyi abszorbeáló ólomréteg, azaz 137 g/cm^2 alatt, másrészt $H_2 = 1780$ m magasságban szabadon $H_1 - H_2 = 860$ m-nyi levegőréteg, azaz 85 g/cm^2 alatt exponálták. (1. 2. ábra.) Az abszorbeáló 12 cm-es ólom-



1. ábra. Kísérleti berendezés a Magas Tátrában



2. ábra. Magfizikai lemezek elrendezése abszorbeáló ólomréteg alatt

réteg vastagságát, ami a 860 méteres levegőréteggel egyenértékű, Bloch ismert formulájának numerikus integrálása útján nyerték. [14]

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi N Z z^2 \Phi_0 m_e c^2}{\beta^2} \left\{ \lg \frac{m_e v^2 E_{\max}}{I^2 Z^2 (1-\beta^2)} + 1 - \beta^2 \right\}. \quad (4)$$

A formulában E jelenti a részecske energiáját, z a töltését, Z a közeg rendszámát, N a közeg atomjainak számát grammonként,

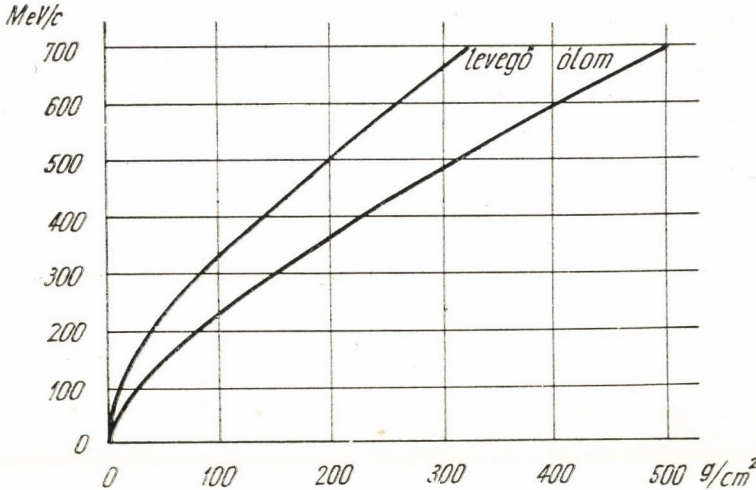
$$\Phi_0 = \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = d^2, \quad d = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

d az elektron „klasszikus sugara“, m_e a tömege, E_{\max} a legnagyobb átvihető energia, $I = 13,5 \text{ eV}$. A lemezek exponálása és előhívása után azokat a mezonnyomokat számlálták meg, amelyek függőleges irányban az abszorbeáló ólomrétegen haladtak át, és a lemezek emulziójában végződtek. Ha a mezonok stabilisak lennének, akkor az exponált lemezek egyenlő nagyságú felületén talált mezonnyomok a H_1 magasságnak megfelelő N_1 száma és a H_2 magasságnak megfelelő N_2 száma azonos lenne. Mivel azonban a μ mezonok a

levegőben való repülésük folyamán szétesnek, $N_2 < N_1$ és

$$W = \frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{H_1 - H_2}{L}} \quad (5)$$

kifejezés adja a valószínűségét annak, hogy a μ mezon nem esik szét.



3. ábra. Egységnyi töltésű részecskék impulzusvesztése ólmon és levegőn keresztül való repülésnél

Ha kiszámítjuk L -t az (5) összefüggésből, és a (3)-ba helyettesítjük, akkor a τ_0 kiszámítására a következő kifejezést kapjuk:

$$\tau_0 = \frac{m_0}{p} \frac{H_1 - H_2}{\lg \frac{N_1}{N_2}} \quad (6)$$

τ_0 -nak a (6) képlet szerint való kiszámításához az N_1 és N_2 számok mellett az m_0 tömeget határozzuk meg ismert módon [15] a $\log n / \log R$ mérése által. Itt n a mezonpálya mentén lévő emulziós magok összes számát, R a mezonpálya végétől való távolságot jelenti. Tulajdonképpen elegendő csak meggyőződni arról, hogy μ mezonról van szó, mert a μ mezon tömegét sokszor pontosan megmérték. τ_0 kiszámításához az $m_0 = 110 \text{ MeV}/c^2$ értéket vették.

A p impulzus eszközléséhez még azt is tekintetbe vették, hogy a mezonok a levegőatomokkal ütközve lefékeződtek, és bevezették az úgynevezett effektív impulzust, ami Rossi [6] szerint a következő kifejezéssel van definiálva:

$$p = (p_2 + ak_2) \left\{ 1 + \lg \frac{p_2 + a(h_2 - h_1)}{p_2} \left(\lg \frac{h_2}{h_1} \right)^{-1} \right\}^{-1} \quad (7)$$

Ebben a kifejezésben $a = 2,0 \text{ MeV}/c/\text{g}/\text{cm}^2$ a 300 MeV -nál kisebb impulzusú mezonok $1 \text{ g}/\text{cm}^2$ levegőre jutó impulzus-csökkenését jelenti, (3. ábra) h_1 és h_2 az 1 cm^2 -es alapú levegőoszlopok tömege H_1 és H_2 magasságban, p_2 pedig a

végimpulzus a H_1-H_2 távolság befutása után. A (7) egyenletben szereplő végimpulzus meghatározásához annak a lemezemulzióknak a tömegét vették tekintetbe, melyet a mezonok átrepülnek, mielőtt a nyugalmi helyzetig lefékeződnek. A (4) képletből, vagy pedig a kísérletileg meghatározott görbéből, amely a μ -mezonok az emulzióban lévő hatástávolságának az energiájuktól való függését ábrázolja, kapjuk $p_2 = 100$ MeV/c. Azokra a mezonokra, melyek függőlegesen 85g/cm^2 -nyi levegő, vagy 137g/cm^2 -nyi ólom rétegét repülik át, a (7) képlet szerinti hatásos impulzus $p = 160$ MeV/c.

N_1, N_2 és p fent megadott módon kísérletileg meghatározott értéke segítségével a $H_1-H_2 = 860$ m magasságkülönbségre a (6) képlet szerint a

$$\tau_0 = (2,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

értéket nyerjük. Ez az eredmény, ami még elég hibás, tovább javítható, ha a mérőberendezés geometriáját tökéletesítjük és nagyobb számú mérést hajtunk végre.

Fordította: Csoma Zsigmond

IRODALOM

- [1] *Rasetti, F.*, Phys. Rev. 60, 198, 1941.
- [2] *Rossi, B.*, and *Nereson, W.*, Phys. Rev., 62, 417, 1942.
- [3] *Chaminade, R.*, *Maze, R.*, et *Fréon A.*, C. R., Acad. Sci., Paris, 218, 402, 1944.
- [4] *Ticho, H. K.*, and *Schein, M.*, Phys. Rev., 73, 81, 1948.
- [5] *Valley, G. E.*, and *Rossi, B.*, Phys. Rev. 73, 177, 1948.
- [6] *Rossi, B.*, and *Hall, D. B.*, Phys. Rev., 59, 223, 1941.
- [7] *Rossi, B.*, *Greisen, K.*, *Stearns, I. C.*, and *Froman, D. H.*, Phys. Rev. 61, 675, 1942.
- [8] *Auger, P.*, *Ehrenfest, P.*, *Fréhon, A.*, et *Fournier, M.*, C. R. Acad. Sci., Paris. 204, 257, 1937.
- [9] *Neher, H. V.*, and *Stever, H. G.*, Phys. Rev., 58, 766, 1940.
- [10] *Bernardini, G.*, Ztschr. f. Phys., 120, 413, 1942.
- [11] *Nielsen, W. M.*, *Ryerson, C. M.*, *Nordheim, L. W.*, and *Morgan, K.*, Phys. Rev., 59, 158. 547, 1941.
- [12] *Cocconi, G.*, *Tongiorgi, V.*, Phys. Rev., 70, 855, 1946; Nuovo Cim., 2, 93, 1944.
- [13] *Pernegr, J.*, Rozprawy II. třídy České akademie věd a umění, 61, Nr. 16, 1952.
- [14] *Bethe, H.*, Rev. Mod. Phys., 9, 70, 1937.
- [15] *Lattes, C. M. G.*, *Occhialini, G. P. S.*, and *Powell, C. F.*, Nature 160, 453, 486, 1947.



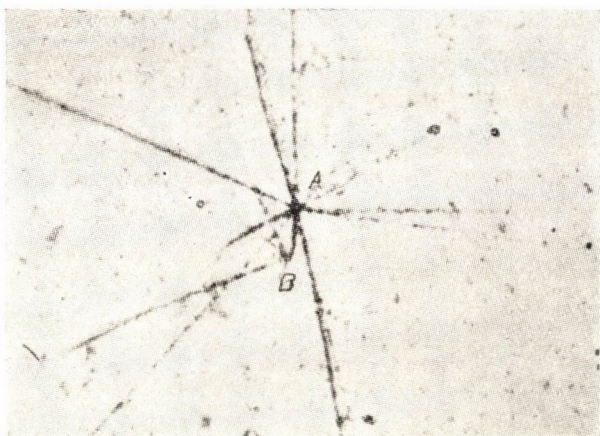
A KOZMIKUS SUGÁRZÁS CSILLAGKÉPZŐ KOMPONENSEI ÁTMENETI EFFEKTUSÁNAK MÉRÉSÉRŐL

V. PETRŽILKA

Csehszlovák Tud. Akadémia Magfizikai Intézete, Prága

A kozmikus sugárzás csillagképző komponenseinek átmeneti effektusára vonatkozó mérés, melyet Dr. *L. Tomáskova* mind a Csehszlovák Tudományos Akadémia magfizikai laboratóriumában, mind a Károly Egyetem Fizikai Intézetében hajtott végre, a második munka, melyről az első Magyar Fizikus Kongresszuson beszámoltam.

Már 1939-ben foglalkoztam e jelenség észlelésével. A kísérletek sajnos a háború kitörésével félbemaradtak és csak 1951-ben voltak újra megkezdhetők.



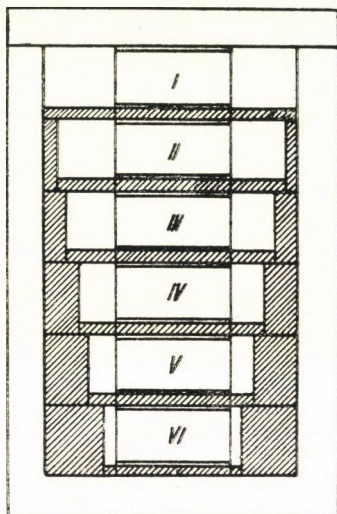
1. ábra.

Kettőscsillag. Lassú negatív π -mezon, amely a magrobbanásnál az A csillagból kiindult és B-ben egy atommag által befogva egy további csillagot hozott létre

Ismeretes, hogy a Rossi-féle görbe, melyet többször különböző kutatók különböző számlálócsőberendezéssel vettek fel, az elektron-foton komponens átmeneti effektusától származik. A szóbanforgó kísérlet elve abban áll, hogy a kozmikus sugárzásnak azon komponensei is, melyek a magfizikai lemezek emulziójában atomrombolásokat, úgynevezett „csillagokat“ (1. ábra) képeznek, mutathatnák az átmeneti effektust. Más szavakkal: a csillagok számának az abszorbeáló réteg vastagságának függvényében egy maximumot kellene mutatnia.

A fenti jelenség vizsgálatára Dr. *L. Tomáskova* [1] 1951 tavaszán a Lomnický Štit csúcsán 2640 méter magasságban magfizikai lemezeket különböző vastagságú abszorbeáló réteg alatt exponált. A 2. ábra mutatja az elrendezést: I.

lemezek abszorbeáló réteg nélkül, II. lemezek 1 cm-nyi ólom, III. lemezek 2 cm-nyi ólomréteg alatt s így tovább 5 cm-ig, voltak elhelyezve. Egy hat hétig tartó exponálás és előírt előhívás után minden lemezen ugyanakkora felület-nagyságon megállapították, a „csillagok“ számát. Eközben a három- és a többágú csillagokat számlálták csak meg. A kétágú csillagokat elhagyják, mert



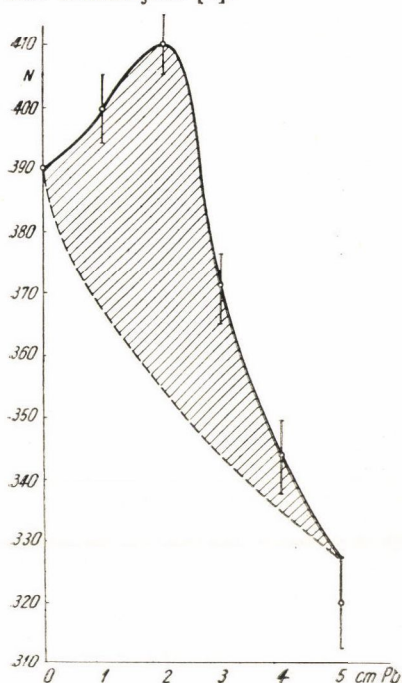
2. ábra.

A kísérleti berendezés függőleges keresztmetszete. Hengeres tartály vasból, 3 cm-nyi üveggyapot-réteg termikus szigetelés végett, 5 ólomgyűrű, vastagságuk 1 cm-től 5 cm-ig, 6 db 1 cm vastag ólomkorong (sraffozva), 6 db 200 (5x10) cm-es Ilford C2 lemez (I—VI)

legtöbb esetben lehetetlen megállapítani, vajjon nem az emulzió valamelyik atommagján való szóródásról van-e szó. Ha a „csillagok“ így talált számát az ólomvastagság függvényében felrajzoljuk, akkor egy görbét kapunk, és ennek tényleg egy világosan látható maximuma van, amely körülbelül 15 %-kal magasabban fekszik a normálisan exponenciális függvény módján futó abszorpciós görbe felett, és körülbelül 2 cm-es ólomvastagságnak felel meg. Ugyanerre az eredményre jutottak, ami a 2 cm alatti maximumot illeti, *Zh. Takibaev, M. Ostyakov* és *D. Kaipov* szovjet kutatók [2] a Pamir-expedíció folyamán. Ha a magfizikai lemezekben megfigyelt csillagokat felosztjuk 3, 4, 5 és többágú csillagokra, akkor a háromágú csillagoknál mutatkozik egy határozott maximum 2 cm-nyi ólom alatt, míg a hétágú csillagok 2 cm-es ólomnál a görbe egészen laposan fut le, és csak nagyobb abszorbeáló rétegvastagságnál (5 cm-es ólom) utal a görbe lefutása maximumra. *E. Schopper, K. H. Höcker* és *E. Rössle* mérései [3] körülbelül 15 cm-es ólomnál ténylegesen felmutattak egy második maximumra való utalást.

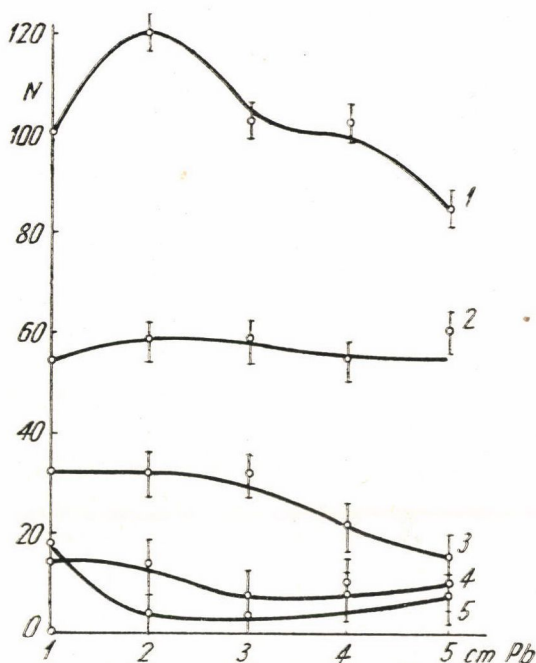
Eme eredmények közelebbi taglalása azt mutatja, hogy legvalószínűbben a háromágú csillagok fotonok által képződnek a magfotoeffektusnak megfele-

lően, míg a többágú csillagokat, mint például a hétágú csillagokat gyors neutronok hozzák létre. Ami ezt a magyarázatot illeti, utalok *Tomáskova* eredeti munkájára [1].



3. ábra.

A kozmikus sugárzás csillagkiváltó komponenseinek átmeneti effektusa. Abscissa: ólomvastagság centiméterekben, ordinata: a képződött csillagok száma N



4. ábra.

A kozmikus sugárzás csillagkiváltó komponenseinek átmeneti effektusa. Abscissa: ólomvastagság cm-ben, ordinata: a képződött csillagok száma N . 1. görbe háromágú csillagokra, 2. görbe négyágú csillagokra, 3. görbe ötágú csillagokra, 4. görbe hatágú csillagokra, 5. görbe hétágú csillagokra vonatkozik

Ezen eredményekre való tekintettel elhatároztuk, hogy a kozmikus sugárzás csillagképző komponenseinek átmeneti effektusát 30 cm-es ólomvastagságig és más abszorbeáló anyag alatt is kutatjuk.

Fordította: *Csoma Zsigmond*

IRODALOM

- [1] *Tomásková, L.* Nature, 168, 1951, 1005, Czechoslovak Journal of Physics 2, 1953, 102.
 [2] Ж. Такибаев, М. Остяков и. Д. Каипов, ЖЭТФ 23, (1952), 456.
 [3] Schopper, E., Höcker, K. H., Rössle, E., Ztschr. f. Naturforschung 6a, 1951, 603.

AZ ELEMI RÉSZEK IZOTÓP SPINJÉRŐL

V. VOTRUBA

Károly Egyetem, Prága

Jólismert dolog, hogy az utóbbi időben jelentősen megnövekedett a különböző elemi részek száma, éppen ezért sürgős elméleti fizikai feladat rendet teremteni ebben a sokaságban. Fel kell tehát fedni a közöttük lévő kapcsolatokat, és rendszerbe foglalni végre valamennyi elemi részecskét.

A mai elmélet természetesen már ismer néhány kapcsolatot az elemi részek között, de a teljes rendszer felállításának problémája koránt sincsen megoldva, sőt még a régen ismert elemi részek között is vannak most is olyanok, melyeknek létezése a mai elmélet szempontjából teljesen feleslegesnek látszik, ilyen pl. a „fizika legfelelősebb részecskéje” — a μ -mezon.

Legrégebben az egyes részecskék és a megfelelő antirészecskék közötti kapcsolatot ismerjük. Ennek matematikai leírása a Dirac-féle lyukelmélet segítségével lehetséges. Ilyen kapcsolatot tételezünk fel általában az elektron-pozitron, proton-antiprotón és neutron-antineutron részecskepárok között.

Már régebben ismernek egy másik kapcsolatot is, éspedig a két Fermi-részecske, a proton és a neutron között. Ezt a két részecskét úgy tekinthetjük, mint egyetlen részecskének, az \bar{u} . n. nukleonnak két különböző töltésállapotát. A nukleonnak ezt a két töltésállapotát matematikailag az izotóp spin bevezetésével írhatjuk le. Ennek az izotóp spinnek a tere egy absztrakt három dimenziós tér, neve: töltéstér. A nukleon izotóp spinjének három komponensét a következő mátrixokkal állíthatjuk elő:

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

A nukleon töltésének operátora ekkor $e \left(\tau_3 + \frac{1}{2} \right)$. A nukleon nyugalmi tömege is függ kissé attól, hogy hogyan áll az izotóp spin a töltéstér kitüntetett harmadik tengelyéhez viszonyítva. A nyugalmi tömeg operátora u. i. a következő:¹

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{2} (M_P + M_N) + \tau_3 (M_P - M_N).$$

A nukleontér ψ hullámfüggvényének nyolc $\psi_{\alpha a}$ komponense van. Ezeket legmegelőbbben két indexszel jelölhetjük:

$$\alpha = 1, 2, 3, 4, \text{ és } a = 1, 2.$$

¹ Nagyon könnyen lehetséges, hogy az $M_P - M_N$ kicsiny különbség csak másodlagos eredetű, és szabad nukleonok kölcsönhatásánál zérussal egyenlő.

A ψ hullámegyenlete elektromágneses tér esetén a következő:

$$\left[\gamma_r \left(\partial_r - \frac{ie}{\hbar c} \left(\tau_3 + \frac{1}{2} \right) A_r \right) + \frac{Mc}{\hbar} \right] \psi = 0,$$

ahol: $\partial_r \equiv \partial/\partial x_r$, ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 = ict$) és a Dirac-féle γ -mátrixok csak az α -indexre, a τ -mátrixok csak az a -indexre hatnak.

A ψ hullámfüggvény úgy viselkedik a közönséges téridőben, mint egy Dirac-féle spinor, a töltéstérben pedig mint egy van der Waerden-féle spinor. A hullámtér kvantálása a szokott módon történik, azaz érvényesek a következő csererelációk:

$$\{\psi_{\alpha a}(\vec{x}), (\bar{\psi}(\vec{x}')\gamma_4)_{\beta b}\} = \delta_{\alpha\beta}\delta_{ab}\delta(\vec{x}-\vec{x}'),$$

$$\{\psi(\vec{x}), \psi(\vec{x}')\} = \{\bar{\psi}(\vec{x}), \bar{\psi}(\vec{x}')\} = 0, \text{ ahol } \bar{\psi} = \psi^+ \gamma_4, \text{ és } \{A, B\} \equiv AB + BA.$$

A nukleon tehát olyan részecske, melynek $1/2$ közönséges spinje és $1/2$ izotóp spinje van. Ezt a fogalmat tudvalevőleg a magerők töltésfüggetlen Kemmer-féle mezonelméletéből vették át [1]. Eszerint az elmélet szerint a három π -mazon (π^\pm, π^0) szintén ilyen részecske-családot alkot. Ezek három valós pszeudoskalár hullámfüggvénnyel írhatók le (Φ_1, Φ_2, Φ_3), melyek kielégítik a Schrödinger—Gordon-egyenletet. Ha a három hullámfüggvényt úgy tekintjük, mint egy $\vec{\Phi}$ vektor komponenseit a töltéstérben, akkor a töltéstérben a Lorentz-transzformációval és a forgásokkal szemben invariáns $g \cdot (\bar{\psi} \gamma_5 \vec{\tau} \psi \cdot \vec{\Phi})$ Hamilton-függvény éppen a magerők töltés-függetlenségét adja ki. A három π -mezont tehát úgy tekinthetjük, mint egyetlen részecskének, a pionnak három töltésállapotát, melynek izotóp spinje 1.

Fiatal kollegámmal, Lokajiček-kel közösen írt cikkünkben [2], mely a Czechoslovak Journal of Physics-ben nemrég jelent meg, kimutattuk, hogyan történhet egészen általánosan a pion leírása a Duffin—Kemmer-féle β -formalizmus segítségével. A pion izotóp spinjének komponensei a következő három hermetikus mátrixszal állíthatók elő:

$$\zeta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \zeta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \zeta_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Tetszőleges más mátrixokat is választhatunk, melyek az előbbiekből uniter transzformációval adódnak. A ζ -mátrixok nem csak a szokásos $\zeta_1 \zeta_2 - \zeta_2 \zeta_1 = i\zeta_3$, és így tovább csererelációkat elégítik ki, hanem a Kemmer-féle relációkat is:

$$\zeta_i \zeta_j \zeta_k + \zeta_k \zeta_j \zeta_i = \delta_{ij} \zeta_k + \delta_{kj} \zeta_i.$$

Ekkor a pion töltésének operátora: $e\zeta_3$, a nyugalmi tömeg operátora pedig $H = \mu_0 + (\mu - \mu_0)\zeta_3^2$.² A piontér Kemmer-féle φ hullámfüggvényének 15 kom-

² A $\mu - \mu_0$ különbség is, (ahol μ a töltött π mezonoknak (π^\pm) nyugalmi tömege és μ_0 a π^0 tömege) lehet másodlagos eredetű.

ponense van: $\varphi_{\alpha a}$, $\alpha = 1-5$, $a = 1-3$, hullámegyenlete pedig a következő:

$$\left[\beta_r \left(\partial_r - \frac{ie}{hc} \zeta_3 A_r \right) + \frac{Hc}{h} \right] \varphi = 0.$$

A Duffen—Kemmer-féle β -mátrixok az α -indexre, a ζ -mátrixok pedig az a -indexre hatnak.

Ehhez járul még a következő algebrai mellékfeltétel:

$$B\bar{\varphi}^T = D\varphi,$$

ahol B és D szimmetrikus uniter mátrixok, melyek kielégítik a

$$\beta_r^T = -B^{-1}\beta_r B \text{ és } \zeta_i^T = -D\zeta_i D^{-1}$$

egyenleteket. Továbbá $\bar{\varphi} = \varphi^+ \eta_4$, $(\eta_4 = 2\beta_4 - 1)$. A B mátrixot Neumann és Furry vezette be [3], a D mátrix pedig ennek analogonja a töltéstérben.

A φ -tér kvantálása a következő csererelációk pusztulásával történik:

$$[(\beta_4^2 \varphi(\vec{x}))_{\alpha a}, (\bar{\varphi}(\vec{x})\beta_4^2)_{\beta b}] = (\beta_4)_{\alpha\beta} \delta_{ab} \delta(\vec{x} - \vec{x}').$$

Ezek a kanonikus formalizmussal összhangban vannak.

Az itt csak felírt egyenletek fizikai tartalmának behatóbb matematikai analízise fent említett [2] munkámban található meg.

A piontér és a nukleontér közvetlen kölcsönhatása a

$$H' = ig \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_r \tau_j \psi \cdot \bar{T}_r T_j^+ \varphi$$

pszeudoskaláris töltésszimmetrikus csatolással írható le. A Γ_r -operátorok, melyek a φ -hullámfüggvény α -indexére hatnak, a jól ismert Harrish—Chandra mátrixok [4], az a -indexre ható T_j -operátorok pedig a Γ_r töltéstérbeli analogjai. Definíciós egyenleteik a megfelelő Harrish—Chandra-egyenletekhez nagyon hasonlóak.

Ez a H' kölcsönhatási Hamilton-operátor töltésfüggetlen magerőket eredményez, valamint azt, hogy a π -mezónok nukleonokon úgy szóródnak, abszorbeálódnak és emittálódnak, hogy eközben nemcsak az össztöltés, hanem a teljes izotóp spin is megmarad, úgy mint a közönséges mechanikai impulzusmomentum. Ez teljes összhangban van a mesterséges π -mezónok protonokon és deutronokon való szóródásának kísérleti eredményeivel [5, 18].³

Az elemi részek harmadik, részletesebben megvizsgált, csoportját az elektron, pozitron és neutrínó alkotják. Valószínűleg itt is hasonló részecskék családjával állunk szemben. Ismeretes, hogy Möller ezekre a részecskékre a

³ A pszeudvektoriális csatolás mellett pszeudoskaláris csatolást is bevezethetünk, hiszen ismeretes, hogy a két csatolás sok tekintetben ekvivalens.

Ha a kölcsönhatás töltésfüggetlenségének követelésétől eltérünk, a csatolási törvényt még tovább lehet általánosítani. Dr. Lokajčiek [6] kimutatta, hogyan lehet levezetni a mi Hamilton-formalizmusunkból egy a π -mezónoknak nukleonokon való szórására alkalmazható kölcsönhatási mátrixot, mely lényegében megegyezik a Nambu és Ymaguchi [7] által empirikusan konstruált kölcsönhatási operátorral és Ashkin, Simon és Marshak [8] más módon elért eredményeivel összhangban van.

„lepton“ elnevezést javasolta. A lepton-család jellege attól függ, hogy vajjon a neutrínó az antineutrínótól különböző részecske-e, vagy azzal azonos, vagyis, hogy a neutrínóra Dirac, vagy Majorana elmélete érvényes [9].

Az első esetben az elektron és a neutrínó egyetlen részecskének, a leptonnak két különböző töltésállapota lenne. A leptonnak mint a nukleonnak, $1/2$ közönséges spinje, és $1/2$ izotóp spinje lenne. A β -bomlásnak ezen a feltevésen alapuló töltésszimmetrikus elméletét kb. 15 évvel ezelőtt *Wentzel* dolgozta ki [10].

[11]-ben és az előbb említett [2] cikkünkben kimutattuk, hogy a második esetben (Majorana-neutrínó) a lepton közönséges spinje $1/2$, izotóp spinje pedig 1. Ennek a tárgyalásmódnak érdekes eredménye, hogy ebben az esetben a leptonok és a nukleonok közötti töltés szimmetrikus közvetlen kölcsönhatás szempontjából csak a tenzor- és vektorcsatolás jöhet számításba, mert a többi három csatolás esetében a kölcsönhatási Hamilton-függvény azonosan eltűnik. Azonkívül ebben az esetben a töltésszimmetrikus kölcsönhatási feltétel azt eredményezi, hogy nem csak közönséges β -bomlás lehetséges, hanem az is, hogy a gerjesztett mag elektron-pozitron párt emittál, amely nem az elektromágneses térrel való kölcsönhatás eredménye. (Neutrínó-pár emissziója azonban nem lehetséges.)

Ezenkívül ez a töltésszimmetrikus β -bomláselmélet proton és elektron, valamint neutron és elektron között fellépő igen gyenge nem elektromágneses erőhatást is eredményez.⁴

Ami ezeknek az elméleti feltevéseknek kísérleti igazolását vagy elvetését, illeti, a következőket szeretnénk megjegyezni: ismeretes, hogy a neutrínó Dirac-féle és Majorana-féle elmélete azon magok élettartamára, melyek csak kétszeres β -bomlással bomolhatnak, egészen különböző értékeket szolgáltat [14]. Az első esetben az élettartam rendkívül nagy, a jelenség megfigyelhetetlen. 1949-ben azonban *Fireman* és ugyanakkor *Inghram* és *Reynolds* [15] állítólag megfigyelték kétszeres β -bomlást, ami a Majorana elmélete mellett szólna. 1951-ben pedig *Philips*, *Cowie* és *Heydenburg* [16] megfigyelték, hogy gerjesztett mag elektron-pozitron párt emittált, melyet elektromágneses hatással

⁴ *Bellinfante* [12] csatlakozva az én előző közleményemhez [13] érdekes megjegyzéseket tett a nukleonok és leptonok között fellépő úgynevezett fenomenológiai kölcsönhatásról, ezek azonban semmiféle szimmetrikus β -elmélettel (sem a mienkkel, sem a *Wentzel*-félével) nem egyeznek meg. De egy *Bellinfante*-féle értelemben vett olyan fenomenológiai Fermi-kölcsönhatásra, mely egyszerismind a β -bomlást, a H -nívók Lomb-eltolását és az elektronok és neutronok közötti erőhatásokat magyarázná, és mindamellett (ezen jelenségek nagyságrendbeli eltérése miatt) nem töltésszimmetrikus, nincsen is szükségünk. Hiszen a Lomb-eltolás megmagyarázására rendelkezésünkre állanak a kvantumelektrodinamikának magasabb közelítései, az elektron-neutron erők megmagyarázására pedig a mezon-elmélet (mely a neutronoknak elektronmágneses tulajdonságokat kölcsönöz). Egy töltésszimmetrikus β -elméletnek tehát ezen jelenségek megmagyarázásával nem kell törődnie és választhat olyan kicsiny csatolási paramétert, amilyet a β -bomlás megkíván.

nem sikerült értelmezniük. Ez ismét a Fermi-féle kölcsönhatás töltésszimmetriáját támasztaná alá.

Újabban *Kalkstein* és *Libby* [17] megismételték *Fireman* *Inghram* és *Reynolds* β -bomlásra vonatkozó kísérleteit, negatív eredménnyel; a mérleg tehát ismét a neutrínó Dirac-elméletének oldalára billent. A kérdést azonban még egyáltalán nem tekinthetjük eldöntöttnek.

Térjünk vissza még egyszer a nukleonokra. Ferminek és társainak a nagy-energiájú töltött π -mezonok ($E = 100-200$ MeV) szórására vonatkozó újabb kísérletei, mely szórást szabad protonokon (folyékony hidrogénben) vizsgáltak, a teljes hatáskeresztmetszet néhány nagyon figyelemreméltó sajátságára mutatnak rá. Először is a hatáskeresztmetszet igen rohamosan nő, amint a mezon energiája nagyobb lesz 80 MeV-nál és meglehetősen széles maximumot ad 170 MeV környezetében. Ez a jelenség hasonló a rezonancia-szoráshoz. Másodszor a

$$\pi^+ + P \rightarrow P + \pi^+, \quad (1)$$

$$\pi^- + P \rightarrow N + \pi^0, \quad (2)$$

$$\pi^- + P \rightarrow P + \pi^- \quad (3)$$

folyamatok hatáskeresztmetszete a rezonancia tartományban nagyon közel áll a 9:2:1 arányhoz.

Brueckner megmutatta [19], hogy ezek a kísérleti adatok megmagyarázhatók egy valamivel nehezebb nukleon-izobár feltételezésével, melynek izotóp spinje $3/2$, azaz négy töltésállapota van ($+2e, +e, 0, -e$). Az izobár tömegének körülbelül $2380 \text{ MeV} = 1,3 M_p$ -nek kell lennie.

Ilyen izobárt *Wentzel* a nukleonok és π -mezonok közötti erős csatolási elmélet alapján már korábban megjósolt [20]. Eszerint a csupasz nukleon Dirac-részecske $1/2$ izotóp spinnel, a pion pszeudoskalár részecske 1 izotóp spinnel. Az izobár mindenesetre meglehetősen bonyolult szerkezetű korpuszkula.

Az erős csatolás elmélete sok szempontból mégsem mondható kielégítőnek [21]. Meg kell jegyezni például, hogy megfordítva az izobár létezéséből az erős csatolású elmélet helyességére, vagy szükségességére következtetni nem lehet. Ugyanis az izobár valójában lehet akár egyszerű gerjesztett állapota a csupasz nukleonnak, akár pedig attól független instabil elemi részecske. Egy ilyen elemi izobár π -mezonoknak protonokon való szóródásánál rezonanciát is idézhet elő.

A két fentemlített lehetőség közül, mely az elemi izobár részecske leírására kínálkozik, szerintünk az látszik kielégítőbbnek, amelyik az izobárt csak a nukleon gerjesztett állapotának tartja, hiszen a jelenlegi elméletben már ugyanis több, mint elég a független elemi részek száma. Megjelenés alatt lévő dolgozatomban [22] a nukleont, mint Dirac-részecskét tárgyaljuk $\vec{\omega}$ izotóp spinnel, mely két értéket ($3/2$ és $1/2$) vehet fel, hasonlóan *Bhabha*-részecske közönséges spinjének értékeihez [23].

Az $\vec{\omega}$ -nak ω_j komponenseit 3 hatsoros kiredukált hermitikus mátrixszal írhatjuk le. Ezek egyrészt a 3/2 spint, másrészt az 1/2 spint reprezentáló mátrixokból direkt összegként képezhetők.

A nukleon töltésoperátora most $e\left(\omega_3 + \frac{1}{2}\right)$, a tömegoperátor pedig

$$\mathfrak{M} = M_{3/2}\left(\frac{\vec{\omega}^2}{3} - \frac{1}{4}\right) + M_{1/2}\left(\frac{5}{4} - \frac{\vec{\omega}^2}{3}\right).$$

($M_{3/2}$ = izobár tömege $M_{1/2} = M_P = M_N$ = a nukleon tömege alapállapotban). A nukleon ψ hullámfüggvényének most 24 $\psi_{\alpha\alpha}$ komponense van, ahol $\alpha = 1-4$, $\alpha = 1-6$. A ψ -re vonatkozó hullámegyenletnek ugyanolyan alakja van, mint az előzőleg felírt egyenletnek (ω_3 -mal τ_3 helyett.)

Ebben a munkában kimutatjuk még, hogy az $\vec{\omega}$ izotóp spin egészen természetesen kapcsolatban áll egy három ξ_j hermitikus mátrixból álló irreducibilis rendszerrel, melynek nagyon érdekes algebrai tulajdonságai vannak.⁵ Ezeknek a ξ mátrixoknak segítségével egyrészt nagyon egyszerűen ki tudjuk fejezni az ω_j mátrixokat, másrészt fel tudjuk állítani a pionok és nukleonok közötti töltésszimmetrikus direkt kölcsönhatást leíró Hamilton-függvényt. Például:

$$H' = i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_r(g_1\omega_j + g_2\xi_j)\psi\bar{\Gamma}_rT_j^+\varphi.$$

Az első tag pionoknak nukleonokon való olyan abszorpcióját és emisszióját írja le, melynél a nukleonok izotóp spinjének nagysága nem változik. A második tag pedig olyan abszorpciót és emissziót ír le, melynél a nukleon izotóp spinjének nagysága mindig megváltozik. Ez a tag lehet felelős a rezonanciaszórásért is.

Ha feltesszük, hogy nagyságrendben $g_2 \sim g_1$,⁶ akkor az izobár élet-tartamára 10^{-23} sec körüli értéket kapunk, ami megegyezik Brueckner becslésével. A gerjesztett nívó szélessége eszerint mintegy 60 MeV, ez is megfelel a rezonanciagörbe kísérletileg megfigyelt szélességének.

A π -mezonoknak nukleonokon való rezonanciaszórási folyamata úgy megy végbe, hogy az első kvantumugrásnál a nukleon abszorbeálja a mezont,

⁵ A ξ_j mátrixok a ω_j mátrixokkal ugyanolyan csererelációk révén függenek össze mint ahogyan pld. a Dirac γ -mátrixok összefüggenek a Dirac-féle ψ függvények infinitezimális Lorentz transzformációjának I operátoraival. A ξ mátrixok ilyen alakú relációknak tesznek eleget:

$$\begin{aligned}\xi_i\xi_j\xi_k + \text{cikl}(i,j,k) &= \delta_{ij}\xi_k + \text{cikl}(i,j,k) \\ \xi_i\xi_k\xi_j &= \frac{1}{2}\xi_k\end{aligned}$$

$\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l\xi_m + \xi_m\xi_l\xi_k\xi_j\xi_i = a$ mátrixokban harmad és első fokú kifejezéssel, továbbá

$$\omega_3 = -i\left(\frac{5}{2} - \xi^2\right). \quad [\xi_1, \xi_2], \text{ stb.}$$

⁶ A g_1 csatolási paraméter nagyságrendjét a ténylegesen fellépő magerőnek megfelelően kell választani. Lévy [25] szerint a $\mu g_1^2/\hbar^3 c$ dimenzió nélküli konstans közel 1/2.

mialatt a közbülső állapotban izobárt képez. Azután az izobár szétesik, újra egy alapállapotú nukleont képezve, és egy új mezont emittálva. A kölcsönhatási operátorban szereplő g_2 -vel a hatáskeresztmetszet fentemlített 9:2:1 viszonya nagyon könnyen levezethető, anélkül, hogy a kezdeti és végállapotban ki kellene fejteni a nukleont + pion rendszer függvényét a teljes izotóp spin sajátfüggvényei szerint.

Az általunk tárgyalt izobárnak, valamint a nukleonnak az alapállapotban $1/2$ -es közönséges spinje van. Eszerint a nukleonmodell szerint tehát a pionoknak a nukleonokon történő rezonanciaszórása csak a teljes izotóp spin $3/2$ -es állapotában, egyszersmind a nukleon + pion rendszer $S_{1/2}$ vagy $P_{1/2}$ állapotában fordulhat elő, minthogy a teljes izotóp spin és a teljes impulzusmomentum egész folyamat alatt megmarad. Fermi (24) előzőleg a parciális hullámok eltolásának módszerével tárgyalta a rezonanciaszórást mezonoknál. A szórásnál megfigyelt szögeloszlás mélyebb analízise azt mutatja, hogy a mezonok és a nukleonok közötti kölcsönhatás legerősebb a $P_{3/2}$ állapotban, amikor a teljes izotóp spin is $3/2$. Ez arra mutat, hogy egy $3/2$ izotóp spinű, és szintén $3/2$ közönséges spinű izobár is lényegesen (vagy éppenséggel döntően) közrejátsszik.

Minami és munkatársai [26] számítást végeztek kizárólag ilyen típusú izobárokkal. Ők önálló részecskének tekintik, amely $3/2$ spinű részecske módjára a Rarita—Schwinger-féle [24] relativisztikus egyenletnek tesz eleget, ezenkívül négyféle töltésállapotban fordulhat elő. A számítások eredményei mégis azt mutatják, hogy szükség van más izobár állapotok feltételezésére is (pld. az általunk tárgyalt izobár típusra).

Ezek szerint nagyon lehetségesnek látszik, hogy a nukleon helyes hullámegyenlete az új, relativisztikus, irreducibilis Bhabha-egyenlet [23]. Ez olyan részecskéket ír le, amelyeknek nyugalmi tömege és spinje két értéket vehet fel, töltéssűrűsége pedig pozitív. Ha ezekhez a részecskéhez még $3/2$ -es izotóp spint is rendelünk, úgy egy olyan elemi részecskét kapunk, melyek $(3/2, 1/2)$ közönséges spinje, és $(3/2, 1/2)$ izotóp spinje van.

Bhabha-egyenlet eredeti formájában azonban gyakorlati számolásoknál nehezen kezelhető, minthogy az új 20-soros α_r Bhabha-mátrixokra mindeddig nem ismerünk karakterisztikus algebrai relációkat. Egyetemünkön dr. Petrás ezért megkísérelte az α_r mátrixokat a γ_r Dirac-féle és a β_r Kemmer-féle mátrixokkal kifejezni. Sikerült is neki, és reméljük, hogy az új hullámegyenlet azoknál az alkalmazásoknál, melyekkel a továbbiakban foglalkozni szándékozunk, beválik.⁷

⁷ Könnyen kimutatható, hogy a Rarita—Schwinger és a Dirac-egyenlet tetszésszerű kombinációja a Bhabha-egyenletnek egy (redukálható) speciális esete. A Harrish—Chandra-féle egyenlet [28], mely egy kétféle $(3/2$ és $1/2)$ spinnel és egy tömegértékkel rendelkező részecskét ír le, (természetesen fizikailag használhatatlan) speciális esete a Bhabha-egyenletnek. Ehhez a két speciális esethez az α -mátrixoknak a γ és β -mátrixokkal való kifejezése már ismert volt. Dr. Petrás úgy találta, hogy a Bhabha-egyenlethez hasonló típusú egyen-

Az elemi részek eddig még nem említett fajtáiról (μ , τ , K mezon és V -részecskék) az elméleti fizikus ma még kevés újat tud mondani.⁸ Reméljük azonban, hogy az izotóp spin és töltéstér fogalma nagy szolgálatot fog tenni abban, hogy ezeket a részecskéket is belefoglaljuk az elemi részek rendszerébe.⁹

Fordította: G. Nagy Judit

IRODALOM

- [1] Kemmer N.: Proc. Cambr. Phil. Soc. 39 189, (1943).
- [2] Votruba V. és Lokajčiek M.: Czechosl. Journ. of Phys. 2, 1, (1953).
- [3] Neumann M. és Furry W. H.: Phys. Rev. 76, 1677, (1949).
- [4] Harrish—Chandra: Proc. Roy. Soc. A. 186, 502, (1946).
- [5] Marshak R. E.: Revs. Mod. Phys. 23, 137, (1951).
- [6] Lokajčiek M.: Czechosl. Journ. of Phys. 2, 13, (1953).
- [7] Nambu Y. és Yamaguchi Y.: Progr. Theor. Phys. 6, 1000, (1951).
- [8] Ashkin J., Simon A. és Marshak R. E.: Progr. Theor. Phys. 5, 634, (1950).
- [9] Majorana E.: Nuovo Cim. 14, 171, 1937; Pauli W.: Rev. Mod. Phys. 13, 203, (1941).
- [10] Wentzel G.: HPA 10, 108, (1937); Feenberg E.: Phys. Rev. 51, 777, (1937); Kemmer N.: Phys. Rev. 52, 906, (1937).
- [11] Votruba V. és Lokajčiek M.: Phys. Rev. 86, 206, (1952).
- [12] Bellinfante F. J.: Phys. Rev. 87, 521, (1952).
- [13] Votruba V.: Phys. Rev. 85, 141, (1952).
- [14] Furry W. H.: Phys. Rev. 56, 1184, (1939); Primakoff H.: Phys. Rev. 85, 888, (1952).
- [15] Fireman L. E.: Phys. Rev. 75, 323, (1949); Inghram M. G. és Reynolds J. H.: Phys. Rev. 76, 1265, (1949).
- [16] Phillips. G. C., Cowie D. B. és Heydenburg N. P.: Phys. Rev. 83, 1049, (1951).
- [17] Kalkstein M. I. és Libby W. F.: Phys. Rev. 85, 368, (1952).
- [18] Fermi E. et al.: Phys. Rev. 85, 934, 935, 936, (1952).
- [19] Brueckner K. A.: Phys. Rev. 86, 106, (1952).
- [20] Wentzel G.: HPA 13, 269, (1940).
- [21] Wentzel G.: Rev. Mod. Phys. 19, 1, (1947).
- [22] Votruba V. és Lokajčiek M.: Nucleon Isobars and Pion Scattering, megjelenés alatt Czechosl. Journ. of Phys.
- [23] Bhabha H. J.: Phil. Mag. 43, 33, (1952).
- [24] Fermi E. et al.: Phys. Rev. 86, 793, (1952).
- [25] Lévy M. M.: Phys. Rev. 88, 725, (1952).
- [26] Minami S. et al.: Progr. Theor. Phys. 8, 531, (1952).
- [27] Rarita W. és Schwinger J.: Phys. Rev. 60, 61, (1941).
- [28] Harrish—Chandra: Proc. Roy. Soc. A. 192, 195, (1948).
- [29] И. М. Гелфанд и А. М. Яглом: ЖЭТФ 18, 703, (1948).

letek általános tárgyalására a Lorentz-csoportnak Gelfand és Jaglom [29] által használt kifejezése sokkal kényelmesebb annál, amit Bhabha használt. A Bhabhának azt a sejtését is megerősítette, hogy más magasabb spinértékű és pozitív töltéssűrűségű egyenletek is vannak.

⁸ Többízben kifejezték már azt a felismerést, hogy μ -mezon az elektron gerjesztett állapota. Világos, hogy az erős csatolási elmélet értelmében nem létezhet ilyen izobár. A V -részecskék sem lehetnek, hosszú élettartamuk miatt, nukleon-izobárok.

⁹ Megjegyzés a korrektúránál: Budapestről való visszatérésemkor kaptam egy másolatot, mely Pais új munkájának (Isotopic Spin and Mass Quantisation) kéziratáról készült. Ezért köszönetet mondok dr. Paisnak. A munka az izotóp spin és tértöltésmélet további kifejtését adja. Pais az izotóp spin operátorokon kívül az izotóp „pálya-momentum” operátorát is bevezeti és megkísérli a V -részecskéket éppen ennek az operátornak a saját állapotaként jellemezni.

TASZÍTÓ ERŐK AZ ATOMMAGBAN

SZAMOSI GÉZA

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest Kozmikus Sugárzási Osztály

I. Ha végigtekintünk azokon a képeken, melyeket az atommagról 1932 óta alkottunk magunknak, sajátos felfedezésre bukkanunk. 1932–40-ig az atommag elmélete nagyjából egységes vonalon fejlődött, úgyhogy 1940-ben a magfizikus többé-kevésbé lezárt képet alkothatott magának a mag állapotának és a magreakcióknak fontosabb jellemzőiről. A kb. 1948 óta tartó újabb fejlődés azonban éppen a leglényegesebb pontokban látszik halomra dönteni a korábbi eredményeket. Nem lesz felesleges ezt a problémakört röviden összefoglalni. A harmincas években a mag kötési energiájának és sűrűségének telítettségét *Heisenberg* és *Majorana* feltevései nyomán mint a nukleonok között ható kicserélődési erők következményét lehetett értelmezni. Támogatta ezt a képet az a tény is, hogy a magerők *Yukawa*-féle mezonelméletének igen sok plauzibilis variánsa vezetett elméleti úton is kicserélődési erőkre. A két nukleon kölcsönhatására vonatkozó közvetlen tapasztalat (deuteron adatai, proton-neutron, proton-proton szórási kísérletek) nem mondtak ellent a kicserélődési erők hipotézisének, noha — a rendelkezésre álló kis energiák miatt — nem is támogatták azt. A magerők szerepének tüzesebb vizsgálata a telítettség elégséges feltételének mutatta azt, hogy a nukleonok között ható erők közül a közönséges — nem kicserélődési — erők 15–20 %-nál kisebb mértékben legyenek képviselve [1].

Ugyanezen időszak — azaz századunk negyedik évtizedének — másik lényeges eredménye a magerők töltésfüggetlenségének felismerése. Ez alatt azt a tényt értjük, hogy a nukleonok közötti kölcsönhatás nem függ a nukleonok elektromos töltési állapotától. (Leszámítva természetesen a Coulomb-taszítást.) A töltésfüggetlenség elvét támogatták a nukleon szórási kísérletek, melyek elsősorban *Breit* által véghezvitt részletes analízise bebizonyította, hogy a proton-proton és neutron-proton kölcsönhatás — az abban az időben egyedüli összehasonlítási alapként rendelkezésre álló — ^1S -állapotban azonos. (Ismét leszámítva a Coulomb-kölcsönhatást.) Nem változtatták meg ezeket az eredményeket a szórási kísérletek *Landau* és *Szomorogyinszkij* módszere nyomán végzett részletesebb analízise sem. További jelentékeny támasza volt a töltésfüggetlenség elvének az ú. n. tükörmagok (pl. H^3 , He^3 ; C^{14} , N^{14} ; stb.) energiaviszonyainak vizsgálata. Miután továbbá kísérletileg bebizonyosodott a π -mezonok erős kölcsönhatása az atommaggal, a semleges π -mezon felfedezése ismét erős támaszát jelentette a mezonelmélet Kemmertől eredő ú. n.

szimmetrikus variánsának, — mely teljesen visszaadja a magerők töltésfüggetlenségét — és így a töltésfüggetlenség elvének.

Mindezen sikerek mellett különösen megdöbbenő, hogy — mint már említettük — ezen elképzelések úgyszólván mindegyike megoldótni látszik az 1948 óta elért újabb eredmények tükrében.

Mindenekelőtt a nagyenergiájú szórás kísérletek eredményeiről kell beszélnünk. A neutron-proton, proton-proton, proton-deuteron szórási kísérletek egybehangzóan azt mutatják igen széles 30 MeV-től mintegy 400 MeV-ig terjedő energiatartományban, hogy a nukleonok között ható erők fele részben kicserélődési, felerészben pedig közönséges erőből tevődnek össze [2]. A magerők potenciálja tehát

$$\frac{1}{2}(1 + P^M)V(r)$$

alakban írható, ahol P^M a Majorana-féle helykicserélő operátor, $V(r)$ pedig a potenciál távolságfüggését írja le. (Kicsiny energiáknál az s szórás túlnyomó, ezért nincs semmi lehetőség a közönséges és kicserélődési erők megkülönböztetésére.) Ez a tapasztalati eredmény éles ellentmondásban van azzal a *Kemmer, Feenberg, Volz* és mások által felállított és már említett telítettségi feltétellel, mely szerint a kötési energia és a sűrűség telítettsége közönséges erőknek 15—20 %-nál nagyobb részvételét semmiképpen sem engedi meg. Ismét érthetlenné vált tehát a telítettség eredetének oka.

A nagyenergiájú szórás kísérletek azonban más meglepetéssel is szolgáltak. Ezek a kísérletek ugyanis *nem* 1S , hanem más 3P , 1D ... állapotokban nyomát sem mutatták a töltésfüggetlenség annyi más tapasztalat által támogatott elvének. A proton-proton és neutron-proton kölcsönhatások a nagyobb energiatartományokban egymástól élesen különböző képet mutatnak.

Az eddigiek alapján világos, hogy ha nem akarunk sok igen lényeges ténnyel ellentmondásba kerülni, olyan feltevéssel kell élnünk a kétnukleon kölcsönhatására vonatkozóan, mely lehetővé teszi a kísérleti adatok töltésfüggetlen értelmezését, lehetővé teszi a telítettség értelmezését és nem vezet semmilyen ellentmondásra más tényekkel. Ilyen feltevést tett közzé 1951-ben egy azóta sokat diszkutált dolgozatban *Jastrow* [3]. *Jastrow* feltételezi, hogy a nukleonok között azok szingulett állapotában egy nagyon rövid hatótávolságú, de igen erős (végtelen erős) taszítás lép fel. (Az a feltételezés, hogy ez a taszítás éppen a szingulett állapotban lép fel egyáltalán nem kötelező, sőt egy ilyen erős taszítás spinfüggése igen valószínűtlen.) *Jastrow* hipotézisének érdekességét mármost nyilván az adja meg, hogy segítségével bizonyos lehetőséget kapunk nemcsak a töltésfüggetlenség, hanem ezzel egyidejűleg minden külön feltevés nélkül, a telítettség magyarázatára is.

Fokozza e kérdés érdekességét, hogy 1952-ben *M. Levynek* sikerült — azóta igen sokszor diszkutált dolgozataiban — egyszerű feltevések alapján egy olyan elemi kölcsönhatási törvényt levezetni, mely relativisztikus okoknál fogva

ugyanilyen végtelen magas repulsiv kölcsönhatásra vezet bizonyos kis — a magerők hatótávolságánál jóval kisebb — távolságban és mely törvény a π -mezonok megfigyelt sajátságaival teljes egyezésben van [4]. A repulsiv gömb sugarára Levy és mások a tapasztalati tények gondos elemzése után majdnem ugyanazt a számszerű értéket kapták, mint ami Jastrow említett hipotézisében fenomenológiai úton be lett vezetve. A Levy-potenciál alakja olyan komplikált, — spinfüggő és tenzoreroket is tartalmaz — hogy összetett magokra való alkalmazásáról szó sem lehet. Meg kell elégednünk a repulsiv kölcsönhatás alkalmas módon való figyelembevételével.

Ugyanezen irányba mutat J. Werlenek egy 1954-ben publikált dolgozatában található eredménye is. Werle teljesen klasszikusan valószínűsíti a következő tételt [5]. Ha φ egy skaláris potenciál, úgy egy a φ térben mozgó m tömegű részecskére ható effektív potenciál relativisztikus számítással:

$$\varphi + \frac{1}{2mc^2} \varphi^2,$$

ahol c a fénysebesség. Ha a φ potenciál vonzó, úgy rögtön látszik, hogy a második tag taszítást ír le. Éspedig rövid hatótávolságú taszítást. Ezen eredményekről azonban csak nemrégiben szerezhettünk tudomást és így e dolgozatban ez még nem volt figyelembevehető [6]. Mint később jelezni fogjuk, itt közölt számításainkban a taszítás csak a kinetikus energia meghatározásánál lett figyelembevéve.

II. A következőkben mármost megkísérlünk egy olyan magmodell felállítani, mely a kétnukleon kölcsönhatására vonatkozó tapasztalati tényekkel számot vet és az összetett magok egyes tulajdonságairól ezek alapján valamilyen — legalább kvalitatív — képet tud nyújtani. Feltevéseink a következők kell legyenek az eddigiek szerint.

1. A nukleonok közötti elemi kölcsönhatás alakja:

$$J_{ik} = \frac{1}{2} (1 + P_{ik}^M) V_{ik}(r), \quad (1)$$

ahol P_{ik}^M a Majorana-féle helykicserélő operátor, $V_{ik}(r)$ pedig jelentsen most egy centrális, skaláris Yukawa-potenciált.

$$V_{ik}(r) = -g^2 \exp[-\mu|r_i - r_k|]/|r_i - r_k|, \quad (2)$$

ahol g a nukleon töltés, μ a π -mezon m_π tömegével, az

$$m_\pi = \frac{\mu \hbar}{c} \quad (3)$$

egyenlettel van összekapcsolva, $|r_i - r_k|$ pedig az i -ik és k -ik nukleon távolságát jelenti.

2. A nukleonok közti kölcsönhatás további tulajdonsága, hogy minden nukleon körül egy r_r sugarú végtelen magas taszító potenciál van, mely megakadályozza, hogy két nukleon tetszőleges közel kerüljön egymáshoz. Lénye-

gesnek kell itt tekinteni azt, hogy ez a taszítás (taszító potenciálhegy) végtelen magas.

A mag összes energiáját mármost a következőképpen számíthatjuk célszerűen. A potenciális energiát az (1) kölcsönhatás alapján figyelmen kívül hagyva a taszítógömb létezését, melyet éppen végtelen magas volta miatt igen kényelmetlen lenne itt figyelembevenni. A kinetikus energiát a Fermi-statisztika szerint fogjuk számítani, azonban itt figyelembe kell vennünk, hogy a nukleonok egy $2r_t$ sugarú gömbön belül taszítják egymást.

A mag teljes energiája

$$E = E_{pot} + E_{kin} \quad (4)$$

Hartree-Fok közelítésben a potenciális energia alakja:

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \sum_{i < k}^A \iint \psi_i^*(l) \psi_k^*(n) I_{ik} [\psi_i(l) \psi_k(n) - \psi_i(n) \psi_k(l)] dl dn,$$

ahol l, n a nukleonok összes (hely, spin és töltés) koordinátáit jelentik, az integrálba a spinkoordináták szerinti összegezést is bele kell érteni. Felbontva a teljes ψ hullámfüggvényeket a szokásos módon

$$\psi(k) = \varphi(x_k) \psi(s_k) \varrho(\tau_k) \quad (5)$$

hely, spin és töltéskoordinátáktól függő részekre és beírva a potenciál (1)-es alakját, kapjuk:

$$E_{pot} = \frac{1}{4} \sum_i \sum_k^+ \iint \varphi_i^*(x_i) \varphi_k^*(x_k) V_{ik} [\varphi_i(x_i) \varphi_k(x_k) + \varphi_i(x_k) \varphi_k(x_i)] dx_k dx_i, \quad (6)$$

ahol a második összegezőjelben levő $+$ jel azt jelenti, hogy csak azon i, k párokra kell összegezni, melyek spinjei és töltései közül legalább az egyik különbözik. A többi tag a spin és töltésfüggvények orthogonalitása miatt kiesik. Feltételezzük a számítás egyszerűsítése céljából a Hartree-közelítés szelvényében, hogy a (6) formulában a második integrál kicsiny az elsőhöz képest.

Ezekután egyszerű számítással kapjuk a potenciális energiára:

$$E_{pot} = -\frac{g^2}{4} \iint \varrho \Phi dt + \frac{g^2}{4} \iint \varrho^{(i)} \Phi^{(i)} dt,$$

ahol g a nukleon elemi mezontöltése, ϱ a magsűrűség, míg

$$\varrho^{(i)} = \sum_{k=1}^{N_i} |\varphi_k(x_i)|^2.$$

hol N_i a Wigner-féle particiók számokkal áll egyszerű összefüggésben és minden magra könnyen megadható. A Φ -k pedig kielégítik a

$$\Delta \Phi - \mu^2 \Phi = 4\pi g \varrho$$

$$\Delta \Phi^{(i)} - \mu^2 \Phi^{(i)} = 4\pi g \varrho^{(i)}$$

összefüggéseket. Mindkét sűrűséget egy R sugarú gömbben állandónak, azon-

kívül zérusnak véve kapjuk az energiára:

$$E_{pot} = \frac{g}{8} \mu g^2 [A^2 - \Sigma N_i^2] \frac{F(\mu R)}{(\mu R)^6},$$

hol

$$F(x) = -1 + x^2 - \frac{2}{3} x^3 + e^{-2x} (1 + x)^2.$$

Az (1) erőfeltevés praktikusán nagyon keveset változtat a potenciális energia A^2 -vel való arányosságán.

III. Ezekután rátérünk a kinetikus energia kifejezésének megállapítására. Mint említettük itt kell figyelembe vennünk, hogy két nukleon között egy végtelen magas r_t sugarú potenciállal van. Ezt szemléletesen úgy is figyelembe vehetjük, hogy a nukleonokhoz egy v_0 sajátterefogatot rendelünk, mely térfogatban más nukleon nem tartózkodhat.

Az atommagot nukleonok teljesen elfajult Fermi-gázaként tekinthetjük. A v_0 sajátterefogat létezése megváltoztatja a nukleonok számára a Fermi-statisztika által egy adott térfogatban engedélyezett cellák számát. Egy V térfogatban levő N részecskét tartalmazó abszolút zérusfokú nukleongáz maximális impulzusára egyszerű számítás után kapjuk:

$$P = - \frac{h}{2v_0^{1/3}} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \log^{1/3} \left(1 - \frac{Nv_0}{V} \right). \quad (7)$$

Innen a maximális kinetikus energia:

$$E_m = \frac{1}{8m} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{v_0^{2/3}} \log^{2/3} \left(1 - \frac{Nv_0}{V} \right) = \frac{\lambda}{v_0^{2/3}} \log^{2/3} \left(1 - \frac{Nv_0}{V} \right). \quad (8)$$

Végül egy N részből álló rendszer teljes energiájára kapjuk:

$$E = \frac{\lambda}{v_0^{2/3}} \int_0^N \log^{2/3} \left(1 - \frac{nv_0}{V} \right) dn. \quad (9)$$

Az integrál értéke explicite nem adható meg, lévén ez egy nem teljes gammafüggvény. Könnyű belátni, hogy a $v_0 \rightarrow 0$ határesetben valamennyi kifejezés a rendes Fermi-statisztikában ismert kifejezésbe megy át.

Érdeemes talán megjegyezni, hogy ha a taszító sugar nagyon kicsiny, úgy hogy

$$Nv_0 \ll V,$$

akkor az átlagos kinetikus energia a következőképpen adódik (v_0^3 -et tartalmazó tagokat elhagyva):

$$E = \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{1}{8m} h^2 \left[\frac{3}{5} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} + \frac{v_0}{8} \frac{N^{8/3}}{V^{5/3}} \right],$$

ahonnan azonnal látszik, hogy eredményeink a $v_0 \rightarrow 0$ esetben tökéletesen egyeznek a rendes Fermi-statisztika eredményeivel. A zárójelben lévő második

tag reprezentálja a kinetikus energia növekedését, melyet az a körülmény okoz, hogy a nukleonok rendelkezésére álló térfogat a taszító kölcsönhatás következtében lecsökken.

A következőkben a (8) formulának megfelelő pontos kifejezést fogjuk használni. A számításokat jelentékenyen komplikálja az a tény, hogy figyelembe kell vennünk a valóságos magoknál fellépő neutronfelesleget. Ez ismét modifikálja a kinetikus energia kifejezését. A neutronfelesleg által adott kiegészítés úgy határozható meg, hogy eddigi megfontolásunkkal kiszámítjuk Z részecske kinetikus energiáját, majd a hátralevő $A-Z$ részecskét kettesével helyezzük el a rendelkezésre álló cellákba, így határozzuk meg a teljes kinetikus energiát. A végeredmény:

$$E_{kin} = \lambda \frac{V}{v_0^{5/3}} \left[\frac{1}{2^{2/3}} \int_0^{-\log \gamma(R)} x^{2/3} e^{-x} dx + \gamma(R) \int_{-\frac{1}{2} \log \gamma(R)}^{-\log \frac{\beta}{\sqrt{\gamma(k)}}} x^{2/3} e^{-x} dx \right],$$

ahol λ értéke (8)-ból leolvasható, míg

$$\gamma(R) = \left(1 - \frac{2Zv_0}{V} \right)^{1/2}$$

$$\beta = \frac{Av_0}{V} - 1.$$

Az integrálokat egyszerű helyettesítéssel lehet erre az ismertebb alakra hozni. A kinetikus energiában szereplő nem teljes gamma függvényeket asszimptotikus és közelítő sorok segítségével lehet numerikusan kezelni.

Röviden összefoglaljuk most a sűrűség és energia-telítettségre vonatkozó eredményeket.

A nukleonok „saját” sugarát r_t -el jelölve és ennek különböző értékeket adva az atommag sugara a

$$\frac{\partial E}{\partial R} = 0$$

minimumfeltételből meghatározható. Itt $E = E_{pot} + E_{kin}$ az összes energiát jelenti. Az eredmények a következők voltak:

| r_t | R | r_0 |
|-------------------------|---------------|--------------------------|
| $0,3 \cdot 10^{-13}$ cm | $r_0 A^{1/3}$ | $1,4 \cdot 10^{-13}$ cm |
| $0,6 \cdot 10^{-13}$ cm | $r_0 A^{1/3}$ | $1,26 \cdot 10^{-13}$ cm |
| $1,2 \cdot 10^{-13}$ cm | $r_0 A^{1/3}$ | $2,4 \cdot 10^{-13}$ cm |

A magsugár ismeretében a g paramétert, mely a nukleonok közötti kölcsönhatásra mérvadó, szabadon választhatjuk.

Miután, mint az a táblázatból kitűnik, az $r_t = 0,6 \cdot 10^{-13}$ cm feltevés adja vissza a legjobb magsűrűséget, célszerű az energiát is ezen taszításugár fel-

tételezésével számolni. A szabad g paraméter értékét ez esetben $8,3e$ -nek (e = elemi töltés) választva, az $A = 40$ — 220 -ig terjedő tartományban a magkötési energiák $\pm 32\%$ -os hibával előállíthatók voltak. Ez az eredmény azt mutatja, hogy feltevéseinkkel sikerült a nukleonok energia- és sűrűségtelítettségét teljes mértékben reprodukálni.

A taszító sugárnak a választott értéke azonban nagyobb, mint azok, melyek segítségével a két-nukleon kölcsönhatás adatait eddig kiértékelték. Mindenesetre érdemes volna tudni, hogy a taszító kölcsönhatásnak ez a hatótávolsága milyen eredményekre vezet a két-nukleon problémánál. Remélhető ezenkívül, hogy ha — mint arról a bevezetésben már volt szó — a kölcsönhatási energiában is sikerül a taszítást leíró tagokat figyelembevenni, úgy kisebb r_t értékkel is hasonló jó eredményekre lehet jutni. Az erre vonatkozó számítások folyamatban vannak.

IRODALOM

- [1] L. pl. H. A. BETHE—R. F. BACHER: *Revs. Mod. Phys.* **8**, 193, 1936.
- [2] L. pl. S. FLÜGGE: *Erg. der exakten Naturwissenschaften* **26**, 291, 1952.
- [3] R. JASTROW: *Phys. Rev.* **81**, 165, 1951.
- [4] M. LEVY: *Phys. Rev.* **81**, 441, 1951.
- [5] J. WERLE: *Bull. Acad. Pol. III.* **1**, 281, 1953.

[6] Annak pontos bizonyítására nézve, hogy egy vonzó skalár térben relativisztikus okokból mindig fellép taszítás, lásd: G. Szamosi u. G. Marx *Annalen der Physik* (megjelenés alatt).

HOZZÁSZÓLÁSOK

PETRŽILKA ELSŐ ELŐADÁSÁHOZ

JÁNOSSY LAJOS:

Az indirekt eljárás nagyobb élettartamot adhat, mint a direkt eljárás, mert a levegőben ütközések következtében mezonok jönnek létre. A μ mezonok abszorpciója a magokban nem nagyon fontos, mert a μ mezonok kevésbé abszorbeálódnak. Ólom helyett szén kellene használni. Kéri cseh kollégáit, hogy a méréseket minden nehézség ellenére is feltétlenül folytassák, mert igen fontosak.

PETRŽILKA:

Megköszöni Jánossy Lajos hozzászólását és megjegyzi, hogy nagy nehézséget okozott nekik a kísérleteikhez szükséges nyersanyag hiánya. A kísérleteket valóban célszerűbb volna szénnel végezni, de csak most kaptak grafitot a cseh Akadémiától, a továbbiakban ezzel fogják a kísérletet folytatni. A grafitot magas nyomás mellett dolgozták fel grafittömbbé, így éppen úgy meg lehetett munkálni, mint pl. a fát.

SZALAY SÁNDOR:

Felhívja Petržilka professzor figyelmét a dicyándiamidra, ami préselhető és szén mellett nitrogént is tartalmaz.

JÁNOSSY LAJOS:

Ismerteti, hogy ők direkt módszerekkel dolgoznak. Továbbá utal arra, hogy szombaton d. u. be fogja a külföldi vendégeiknek készülékeiket mutatni.

PETRŽILKA MÁSODIK ELŐADÁSÁHOZ

JÁNOSSY LAJOS:

Az említett kísérlet lágy komponens csillagokra vonatkozik, a kísérletet meg kellene ismételni alumíniummal.

PETRŽILKA:

A kísérleteknél ők vas abszorbenst használnak és kérdi, lényeges-e alumínium abszorbenst használni. Kísérleteik vassal és szénnel előkészítésben vannak. Szükséges-e tehát ezenkívül az alumíniumot is felhasználni vagy nem? Nem lehetne-e számlálócsövekkel is kísérleteket végrehajtani.

JÁNOSSY:

Nem hiszi, hogy szükséges lenne alumínium. Kvalitatív eredményeket meg lehet kapni vassal és szénnel. Számlálócsövek alkalmazását nem látja szükségesnek.

SZALAY SÁNDOR:

Számlálócső helyett vegyenek ionizációs kamrát, mely individuálisan és proporcionálisan számlálja a részecskéket.

SZAMOSI GÉZA ELŐADÁSÁHOZ

MARX GYÖRGY:

Hozzászólásomban szeretném röviden megvizsgálni, hogy az előadó által használt magerő-potenciál mennyire fenomenológikus, vagy mennyire dedukálható a magerők relativisztikus térelméletéből.

Ismeretes, hogy a mezontér legegyszerűbb típusa, a skaláris tér a $g^2 e^{-\mu r}/r$ Yukawa-potenciálra vezet. A π -mezonoknak nukleonokon való szóródását és abszorpcióját vizsgálva azonban kiderült, hogy a magerő-teret leíró térfüggvény nem skaláris, hanem pszeudoskaláris. Ebben az esetben már jóval bonyolultabb kétnukleonpotenciál adódik, amelyeknek pontos alakját nem is ismerjük, csak tudjuk, hogy a távolságon kívül a spintől, szögtől és sebességtől is függ. Az elmúlt évben *M. Levy* pszeudoskalár csatolás esetén nemrelativisztikus közelítésben, de a magasabb kvantumelméleti korrekciókat is figyelembe véve, a potenciálra a következő képletet kapta:

$$V = g^2 \cdot \tau_1 \tau_2 \left[\frac{T_1 T_2}{3} + S_{12} \left(1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{\mu^2 r^2} \right) \right] \frac{e^{-\mu r}}{r} - f^2 \cdot \frac{K_1(2\mu r) + \frac{\tau_1 \mu}{2\pi} K_1(\mu r)^2}{r^2},$$

ha $r > r_0$, $V = \infty$, ha $r < r_0$. Itt $1/\mu$, ill. $1/\pi$ a π -mezon, ill. nukleon Compton-hullámhossza, K_n az imaginárius argumentumú Hankel-függvény. Látható, hogy a potenciálrészben kicserélődési jellegű és a magtól nagyobb távolságra exponenciálisan zérussá válik. Ha viszont a nukleonok egymáshoz nagyon közel kerülnek, a nemrelativisztikus közelítés jogosultsága ugyanis megszűnik. U. i. az erős magerő hatására a nukleonok relativisztikus sebességekig gyorsulnak fel és így a sebességfüggő tagok domináló szerepre tesznek szert. *Van Hove* 1949-ben kimutatta, hogy a relativisztikus korrekció a potenciál szingularitását erősen lecsökkenti. *Levy*nek 1952-es kvalitatív vizsgálatai pedig erősen valószínűvé teszik, hogy a relativisztikus tagok a π -mezontérben kis távolságon belül már taszításra vezetnek. Az alkalmazásokban *Levy* a taszítási távolságot empirikusan $r_0 = 0,53 \cdot 10^{-13}$ cm-nek vette fel. Az előadó említette *Werle* klasszikus úton nyert eredményeit. Véleményem szerint a *Werle* által kis hatótávolságban talált taszítás éppen a *Levy* által talált taszítás klasszikus megfelelője. A *Werle*-féle módszer u. i. pszeudoskalár csatolás esetére alkalmazva u. olyan mértékű taszító szingularitást ad, amilyent *Levy* kvantumelméleti vizsgálatai szolgáltatottak.

Noha a legutóbbi vizsgálatok alapján úgy látszik, hogy a *Levy*-potenciál mind a szórásjelenségeket, mind a telítődési karaktert kiadja, nyilvánvaló, hogy összetettebb számításoknál nem alkalmazható rendkívül bonyolultsága miatt. Ezért van nagy jelentősége a *Jastrow* által jóval *Levy* előtt bevezetett és lényegében az előadó által is használt

$$V = -A e^{-\mu r}, \text{ ha } r > r_0, \quad V = \infty, \text{ ha } r < r_0, \quad r = 0,6 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

potenciálnak. *Jastrow* kimutatta, hogy ezzel a szóráskísérletek magyarázhatók, most pedig megtudtuk, hogy a potenciál a telítettséget is leírja. 1951-ben a potenciál teljesen fenomenológikus jellegű volt. Fel szeretném azonban a figyelmet hívni arra, hogy a fenti *Levy*-potenciál térelméleti dedukálása óta a *Jastrow*-potenciál is mintegy teoretikus megalapozást nyert. Hiszen könnyen látható, hogy a *Jastrow*-potenciál megőrzi a *Levy*-potenciál lényeges sajátosságait: az exponenciális távolságfüggést, a részbeni kicserélődési jellegét

és a kis-hatótávolságon fellépő erős taszítást. Ezért véleményem szerint a Jastrow-potenciált, melyet Szamosi Géza is használt, a bonyolultabb — és pontosabban is ismert — mezonelméleti potenciál jó és a gyakorlatban beváló közelítésnek tekinthetjük. Így a most elhangzott eredmények lényegében a magerők relativisztikus térelméletének használhatóságát is bizonyítják bizonyos mértékben.

Még egy fontos körülményre szeretném felhívni a figyelmet. Mindeddig csak a π -mezonteret vették figyelembe a magerők tanulmányozásánál. Már pedig szinte bizonyosra mondható a legutolsó két év tapasztalatai alapján, hogy a nehezebb τ -mezon és különösen a κ -mezon is a nukleonokkal erős kölcsönhatásban áll. Az év elején publikált eredmények szerint elegendő energiák esetén κ -mezonok ugyanolyan gyakorisággal keletkeznek nukleon-nukleon ütközések során, mint a π -mezonok és valószínűleg csillagot is keltenek. Ebből pedig arra kell következtetnünk, hogy a κ -mezontér nagyságrendben ugyanolyan erős kölcsönhatást létesít a nukleonok közt, mint a π -mezontér. Ez a kölcsönhatás azonban a κ -mezon nagyobb tömege miatt kisebb hatótávolságú. A hatótávot megadó Compton-hullámhossz:

$$\frac{\hbar}{m_{\kappa}c} = 0,3 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$$

(A τ -mezonnál $0,4 \cdot 10^{-13}$ cm.) Látható ebből, hogy a κ -mezonoknak minden valószínűség mellett döntő szerepük van a magerők kialakításában a 10^{-13} cm-nél kisebb távolságon. A nemrég felfedezett κ -mezon elméletének kidolgozása a közelítő feladata, ehhez azonban komoly segítséget nyújthat a magerők kis távolságokon való viselkedésének tanulmányozása.

JÁNOSSY LAJOS:

Kérdést intéz a hozzászólóhoz. Emlékezteti arra, hogy Fröhlich, Kemmer és Heitler már 1938-ban felírták azt a potenciált, melyet az előadó most Levy-potenciálnak nevezett. Nem érti tehát, hogy Levynek mi szerepe volt e potenciál felírásában és miért nevezik Levy-potenciálnak.

MARX GYÖRGY:

A kvantumelméleti perturbációszámítást *pszeudoskalár* mezontérrel számolta Levy a *magasabb* közelítésig, valamint rámutatott a *relativisztikus* korrekciók szerepére is, ebben különbözik a Fröhlich—Heitler—Kemmer-féle vektormezontérrel dolgozó számítástól.

JÁNOSSY:

Megállapítja, hogy végeredményben dipól-dipól kölcsönhatásról van szó és nem tetszik neki, hogy 20 évvel korábbi eredményeket figyelembe nem véve, a potenciál elnevezésében az újabb szerzőket veszik figyelembe. Hivatkozik arra, hogy Einsteinnek is komoly érdemei vannak a Lorentz-tanszformáció megalapozásánál és értelmezésénél, mégis Lorentz-transzformációról és nem Einstein-transzformációról beszélünk.

SZAMOSI GÉZA:

Utána néz, hogy ezen potenciált helyesen nevezik-e Levy-potenciálnak, vagy Kemmer—Heitler—Fröhlich után kellene-e elnevezni.

PAUNCZ REZSŐ:

Az előadó által az előadásban említett eltérések minden irányban vannak-e?

SZAMOSI GÉZA:

Megerősíti, hogy minden irányban van eltérés.

VOTRUBA ELŐADÁSÁHOZ

SOSZNOWSKI:

Röviden ismertet egy eljárást, melyen Danysz Prienszky kísérletezik, de az eredmény még nem ismeretes.

HORVÁTH JÁNOS:

Kéri az előadót, mondja meg, miért tartja a μ -mezonokat feleslegeseknek.

VOTRUBA:

Nem lehet a jelenlegi elméletbe beépíteni őket.

PETRŽILKA:

A csillagképződésnél fellépő — mezon — köteg értelmezésére nem használható-e a következő séma:

$$N + \pi \rightarrow N^* + \pi$$

$$N^* \rightarrow N + \pi.$$

VOTRUBA:

Nem látja helyesnek, mert az a többszörös mezonképződéssel kapcsolatos.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

ELEMI RÉSZEK SZÁMLÁLÁSA ELEKTRONSOKSZOROZÓVAL*

I. RÉSZ

NÁRAY ZSOLT

Központi Fizikai Kutató Intézet, Koszmikus Sugárzási Osztály, Budapest

Összefoglalás

Az alábbiakban az elektronsokszorozó néhány jellegzetes tulajdonságát tekintjük át, különös tekintettel a részecskeszámlálás szempontjaira. Ennek megfelelően a foto-elektronsokszorozók elvi felépítésének, valamint néhány általánosabban használt típusának rövid ismertetése után az erősítési karakterisztikát, az impulzus amplitudóeloszlást és a zaj-impulzusok okait vizsgáljuk meg.

1. §. Bevezetés

A fényérzékeny elektronsokszorozó (photomultiplier) kifejlesztése eredetileg igen kis fényintenzitások mérésének érdekében történt. (Lásd pl.: [1], [2], [3]). Az elektronsokszorozónak ilyen irányú mérésekben való felhasználása kapcsán kimutatható volt, hogy az egyes fotonok regisztrálására is alkalmas, megfelelő üzemi körülmények között.

Ugyanakkor az elemi részek detektálásának a gázkisülésekre alapozott technikája (GM számlálócső, ionizációs kamra) éppen a gázkisülések viszonylag nagy tehetetlensége folytán nem látszott általánosan alkalmazhatónak. Ilyen körülmények között az a tény, hogy egyes anyagok — szcintillátorok — elemi részek hatására fotonokat emittálnak, a foto-elektronsokszorozót közvetve elemi részek detektálására is alkalmasnak látszott mutatni.

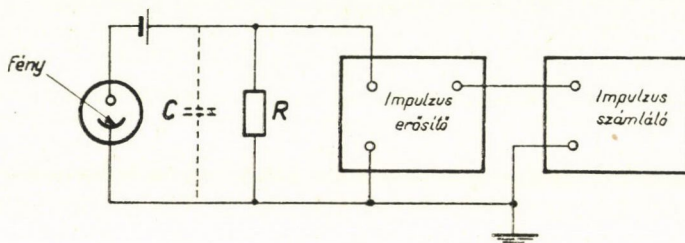
A sokszorozónak szcintillációs tulajdonságokat mutató anyagokkal történő felhasználása elemi részek számlálására az elmúlt években igen nagy fejlődésen ment keresztül és ma már általánosnak mondható. Meg kell jegyeznünk azt, hogy az elektronsokszorozó a kis fényintenzitások mérésén és az elemi részek számlálásán felül számos egyéb igen bevált alkalmazási területtel is rendelkezik, melynek ismertetésére az alábbiakban nem térhetünk ki.

A következőkben megvizsgáljuk azokat a lehetőségeket, melyek egy foton regisztrálására alkalmasnak látszanak, miután ez egyrészt közvetlenül a foton számlálásának, — és így az igen kis fényintenzitások mérésének — másrészt szcintillátorok útján az elemi részek detektálásának alapproblémája.

* Érkezett 1954. V. 15. Ez az összefoglalás T. M. Лифшиц: Применение электронных умножителей для счёта элементарных частиц и квантов, УФН, 50, 365, 1952. felhasználásával készült.

Ha egy foto-elektromos tulajdonságokat mutató felületre,¹ az ú. n. fotokatódra, egy megfelelő energia — (hullámhossz) — tartományba eső fénykvantum jut, abból bizonyos valószínűséggel egy ú. n. fotoelektront vált ki. Egy elektronnak a fotokatódból való kiváltásához szükséges fotonok átlagos számának reciprokát a fotokatód megszólalási valószínűségének nevezzük. A fotokatód megszólalási valószínűsége a beeső fény hullámhosszától függ.

A fotoeffektus fénymérési célokra az ú. n. vákuum fotocellában kerül alkalmazásra. Elvileg a vákuum fotocella segítségével is regisztrálhatnánk egyes fotonokat, oly módon, hogy annak R munkaellenállásán (1. ábra) a



1. ábra

fotonok által a fotokatódból kiváltott elektronok hatására létrejövő impulzusokat megfelelő impulzuserősítővel felerősítjük és egy impulzusszámláló berendezés segítségével megszámláljuk. Az R munkaellenállással párhuzamos kapacitást egy fotoelektron

$$V_0 = \frac{e_0}{C} \quad (1)$$

feszültségre tölti fel, ahol $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb az elemi töltés és C a vákuumcella szórt- és elektróda kapacitásának, valamint az impulzuserősítő bemenő kapacitásának összege. A kondenzátor ezután $R \cdot C$ időállandóval sül ki és az impulzuserősítő bemenetén egy lényegében az időállandó nagyságrendjébe eső időtartamú jelet szolgáltat. A jel amplitúdója az (1) összefüggés alapján számítható, ha R értéke megfelelően nagy és a töltés periódusában az ellenállás kisütő hatása elhanyagolható. Általánosságban $C \cong 10 \text{ pF}$ -al számolhatunk és így egy fotoelektron által létrehozott feszültségimpulzus amplitúdójára $V_0 \cong 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ V}$ adódik. Ugyanakkor a fotocella munkaellenállásán a termikus zajfeszültség átlaga:

$$\sqrt{V^2} = (4kTR\Delta f)^{1/2} \quad (2)$$

értékű, ahol k a Boltzmann állandó, T az ellenállás hőmérsékletét abszolút fokokban, Δf pedig az erősítő sávszélességét jelenti. Ennek alapján az R ellenállásnak az az értéke, melyen V_0 -nál kisebb átlag amplitúdójú zajfeszültség

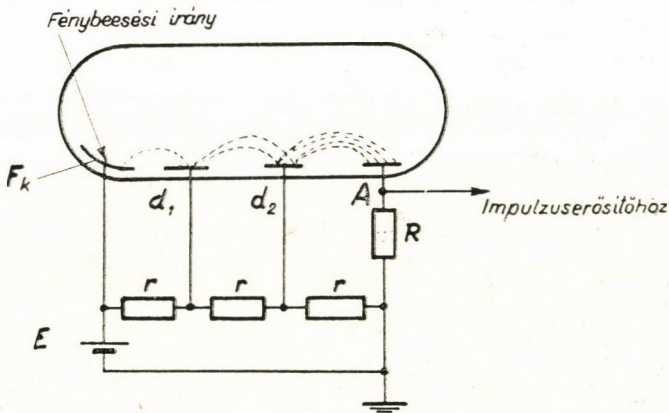
¹ A fotokatódokra vonatkozó számos publikáció közül az alábbiakat említjük meg. Alkali-film katódok [4], ötvözet katódok [5], [6], [7], $\text{Ag}-\text{Cs}_2\text{O}-\text{Cs}$ katódok [8].

jön létre, meghatározható. Az erősítő sávszélességének értéke oly módon állapítandó meg, hogy az impulzuserősítőben a jelek a kívánt nivóra erősödjenek fel, azonban a számlálandó fotonintenzitás mellett az egyes különálló fotonoktól származó impulzusok egybeolvadásának (integrálódásának) veszélye az erősítőben ne forogjon fenn. Így pl. 10^4 foton/sec intenzitásnál a sávszélességet felülbecsülve 10^6 Hz-nek választjuk és így R értékére (2) alapján nagyságrendben 10^{-2} Ohm adódik. Ezen érték mellett azonban a kapacitáson létrejövő impulzus amplitudója az ellenállás shuntölő hatása folytán lényegesen az (1) által számított érték alá esik.

Amint a fentiekből látható, az egyes fotonok regisztrálására az az út követendő, hogy az egy fotonnak megfelelő elektromos töltést növeljük, mielőtt az az erősítő munkaellenállására jut. Ennek megfelelően a fotokatódból kilépő fotoelektront néhány száz voltos feszültségkülönbségen felgyorsítjuk és azzal egy szekundéremissziós tulajdonságokat mutató felületet bombázunk. ([9]—[14]). Ez utóbbi felületből a bombázó primér elektron hatására átlagban egynél több szekundér elektron lép ki. Amennyiben ezeket a szekundér elektronokat az előbbi primér elektronhoz hasonlóan felgyorsítjuk és azokkal egy következő szekundéremissziós felületet bombázunk, az eredeti foton által kiváltott és elvileg tetszésszerű töltést képviselő elektronlavinát állíthatunk elő. A fentiekben vázlatosan ismertetett elv kerül az elektronsokszorozókban felhasználásra.

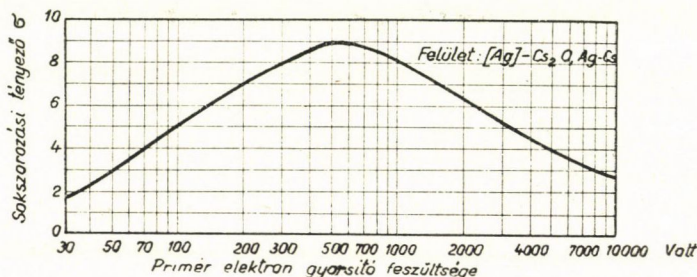
2. §. A fotoelektronsokszorozók felépítése

A 2. ábrán a fotoelektronsokszorozók elvi felépítése látható. A foton hatására F_k fotokatódból kilépő elektron megfelelő módon (ábránkon a papírsíkjára merőleges mágneses térrel) eltérítve a d_1 első szekundér emissziós felületre — az ú. n. első dinódára — jut, miközben a fotokatód és az első dinóda közötti potenciálkülönbségen felgyorsul. Az első dinódból kiváltott elektronok szerepe a továbbiakban lényegében megegyezik a fentiekben a



2. ábra

fotokatódról kiváltott primélektronról mondottakkal. A 2. ábrán az áttekinthetőség érdekében egy dinódán egy primér elektron által kiváltott szekundér elektronok átlagos száma az ú. n. σ átlagos sokszorozási tényező $\sigma = 2$ értéknek megfelelően van feltüntetve. Megjegyezzük azonban, hogy megfelelő ötvözetből készült dinódákkal kb. $\sigma = 9$ sokszorozási tényezőt is lehet elérni. (Ld. 3. ábra.)



3. ábra

A sokszorozók felhasználásánál az n számú dinóda feszültségének biztosítására E feszültségű telepről táplált $R_0 = (n+1)r_0$ belső ellenállású osztólánc szolgál. Az osztólánc R_0 belső ellenállása oly módon választandó meg, hogy annak $i = \frac{E}{R_0}$ árama a sokszorozó áramának cca tízszerese legyen, hogy a multiplierben fellépő áramimpulzusok a dinódafeszültségek értékét ne befolyásolják. A dinódák rendszerén megsokszorozódott töltés az A anódra jut és az ahhoz csatlakozó R ellenálláson

$$V = \bar{M} V_0 = \frac{\bar{M} e_0}{C} \quad (3)$$

amplitudójú impulzust hoz létre, ahol

$$\bar{M} = \sigma^n \quad (4)$$

az erősítés átlagértéke.

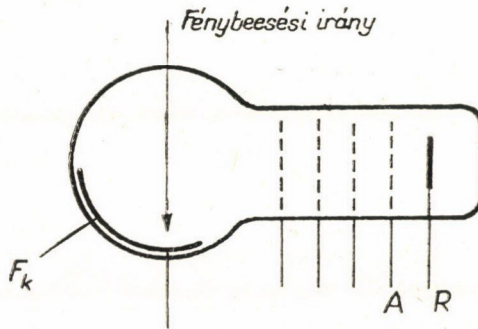
Megjegyzendő, hogy az n számú dinóda (a 2. ábrán egyszerűség kedvéért csak két dinódát tüntetünk fel) egyenletes feszültségeloszlását az r_0 feszültségosztó ellenállások segítségével általánosságban igen pontosan biztosítani kell, miután a sokszorozókon belül az elektronok pályájára (az esetleg jelenlévő mágneses téren kívül) elsősorban az elektromos tér gyakorol hatást. Az ú. n. elektrostatikus fókuszálású elektronsokszorozóknál (lásd 3. §.) általában az egymást követő d_k és d_{k+1} -edik dinódák közötti U_k fokozatfeszültség az összes fokozatokban egyenlő értékű, vagyis $U_k = U = E/n$. Valamelyik fokozatfeszültségnek U -tól különböző értéke a sokszorozón belül az elektronoknak a dinódákra való fókuszálását elronthatja és ez azt eredményezheti, hogy az egyes elektrodákról kiváltott elektronok a következő dinódát részben vagy egészen elkerülik. Ez esetben a sokszorozó sokszorozása elsősorban nem a

σ sokszorozási tényezőnek feszültség függése, hanem az elektronfokuszálás elromlása miatt változik. Ugyanez vonatkozik a mágneses tér értékének stabilizására is. A 2. ábrán látható sokszorozó felépítését tekintve a *Kubeckij* [15] által 1930-ban kidolgozott típusnak felel meg, mely a szekundéremisszió jelenségét uttörő módon használta fel kis fényintenzitások mérésére. A *Kubeckij* által kidolgozott típusnál a sokszorozó fokozatok száma $n=15$ volt.

3. §. Sokszorozó típusok

A következőkben röviden ismertetjük azoknak a sokszorozóknak az elvi felépítését, melyek az elemi részek és a fotonok detektálásánál általánosságban felhasználásra kerülnek.

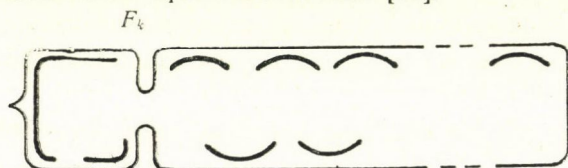
A sokszorozók kialakításában az elektronoknak a megfelelő dinódákra való fókuszálása, mint azt a fentiekben említettük, igen lényeges szerepet



4. ábra

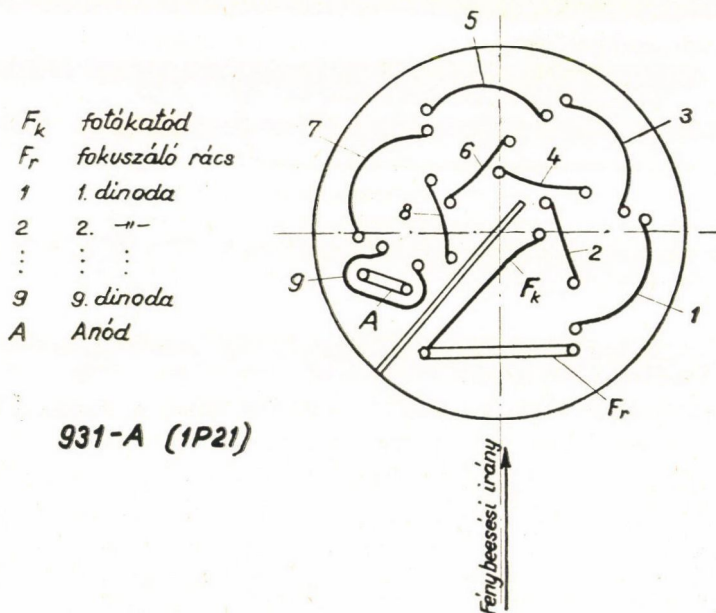
játszik. Ennek megfelelően a fejlődés tisztán elektrosztatikus fókuszálású sokszorozók kialakítására irányul. Ennek a sokszorozó típusnak legegyszerűbb alakja az ú. n. hálódinódás elektronsokszorozó. (4. ábra; [16], az ábrán az áttekinthetőség kedvéért csupán három hálót tüntettünk fel.) Az F_k fotokatódról kiváltott elektronok az ábra síkjára merőlegesen álló háló-dinóda felé mozognak. A dinóda oly módon van kialakítva, hogy a háló felületét a szekundéremissziós tulajdonságokat mutató anyaggal vonják be. A hálót érintő primér elektron a háló felületéről szekundér elektronokat vált ki, melyek a továbbiakban a következő háló felé mozognak és ott sokszorozódnak. Az elektronok összegyűjtésére az A anód szolgál. Ez utóbbi szintén háló; a rajta átrepült elektronok az R reflektoronsok szorozódva jutnak vissza az A anódra. Habár a háló típusú sokszorozó konstrukciós és üzemeltetési szempontból nagyfokú egyszerűsítést jelent, a hálók alkalmazása igen sok tekintetben hátrányos. Megvan u. i. a lehetősége annak, hogy ritkaszemű háló alkalmazása esetén a priméreelektronok a hálón sokszorozódás nélkül keresztülrepüljenek, ilyen módon a sokszorozón belüli eredő sokszorozódást csökkentve. Amennyiben

dinódaként viszont túlságosan sűrű háló kerül alkalmazásra, a primér elektronok egy része a hálón véglegesen elakadhat. Ez utóbbi hátrányok kiküszöbölésére a háló helyett ú. n. zsaluk kerültek alkalmazásra, azonban az említett hátrányok egy része ebben az esetben is fennáll. Az utóbbi elveknek megfelelően került kialakításra az EMI—5311 típusú sokszorozó. [17].



5a ábra

A háló típusú elektronsokszorozó azon túlmenően, hogy a sokszorozás hatásfoka és az impulzus időtartama [18] (lásd alább) tekintetében nem teljesen kielégítő, általában túlságosan nagy geometriai méretekkel is rendelkezik. Ez utóbbi hátrányos tulajdonságok kiküszöbölésére az elektrosztatikus foku-



5b ábra

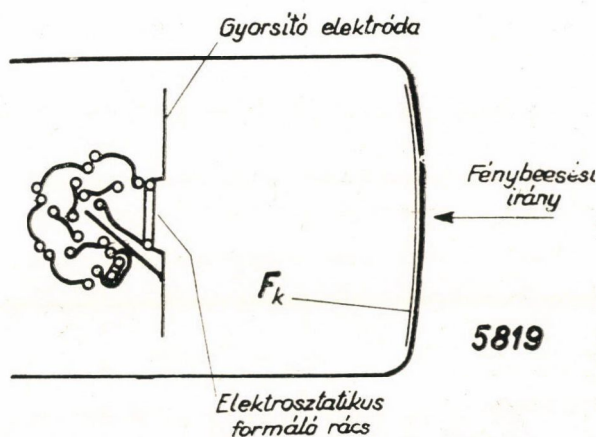
szálású sokszorozók kerültek kifejlesztésre, melynél a háló dinódák helyett sokszorozó felületek vannak alkalmazva. Az 5a, b és c ábrákon ennek megfelelően kialakított sokszorozók elvi felépítése látható.

A szovjet típusú FEU-LS sokszorozó¹⁾ vázlatos rajza az 5a ábrán látható. A fotókatód az üvegbúra belsejére van lecsapatva, olymódon, hogy annak teljes belső felületét elfoglalja, kivéve egy a fény belépésére szolgáló kis nyílást.

¹⁾ A szovjet multiplierek néhány típusának ismertetését lásd [28].

A sokszorozó $n = 18$ dinódával rendelkezik, átlagos erősítése $\bar{M} = 10^6$. Fotókatódjának maximális érzékenysége 4000 \AA és 7000 \AA -nél van. Tápfeszültsége 2000 V .

A 931-A típusú sokszorozóban [19] (5b ábra) az F_k fotókatódról kiváltott elektronok elektrosztatikus úton az első dinódára vannak fókuszálva, az onnan kiváltott szekunderelektronok a második dinóda felé haladnak tovább, megfelelően sokszorozódva, s. i. t. A dinódáknak egy kör kerülete mentén való elhelyezése következtében a sokszorozó geometriai méretei viszonylag kisebbek. Egyenletes elektródafeszültség esetén a sokszorozón belül a szekunder

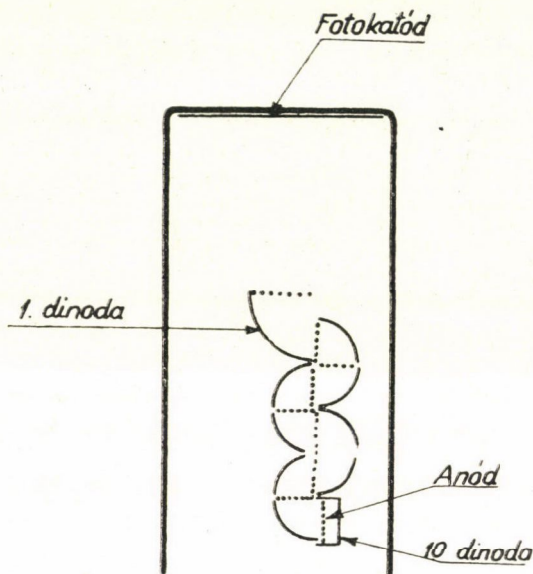


5c ábra

elektronok fókuszálása kielégítő, azonban a dinóda-feszültség egyenletességének megváltoztatására a sokszorozó fókuszálása igen kényes. Megemlítendő, hogy a fotókatódról kiváltott elektronoknak az első dinódára való fókuszálásában az F_r elektrosztatikus fókuszáló rács jelentős szerepet játszik, viszont hátrányos az a tény, hogy a fókuszálórács menetei a fotókatódot a beeső fotonok szempontjából bizonyos tekintetben árnyékolják. A multiplier fotókatódjának érzékenysége a sokszorozó hossz tengelyével párhuzamos irányban a 6. ábrán látható. [20]. Egyes 931-A típusú sokszorozóknál célszerűnek látszik a fotókatód és az első dinóda közötti feszültséget a többi fokozatfeszültségnél magasabbra választani. Ugyanakkor az elektrosztatikus fókuszálás javítása érdekében az utolsó dinóda speciális, az A anódot körülvevő kialakításánál fogva lehetőség nyílik az utolsó dinóda és az anód közötti feszültségnek a normális dinóda-feszültségnél kisebb értékre való választására. Ez utóbbi lehetőség azért lényeges, mert a sokszorozó utolsó fokozataiban fellépő nagyobb áramerősségek éppen az utolsó dinódákat igen nagy mértékben igénybe veszik. A 931-A-val lényegében teljesen megegyező geometriai felépítésű az 1P21-es sokszorozó, csupán a gyártás minőségi követelményei magasabbak és így ezen típus egyes

példányai között a szórás lényegesen kisebb. A fentieken kívül számos elvileg hasonló sokszorozó került laboratóriumi előállításra. [21], [22].

Szcintillációs kristályokkal végzett mérések céljaira igen sok tekintetben előnyösebb olyan sokszorozó alkalmazása, melynél az F_k fotokatód közvetle-



5d ábra

nül a sokszorozó üvegbúrájára kerül elhelyezésre. ([23]—[27] Ebben az esetben az eddigiekben ismertetett típusoktól eltérően, nem ú. n. belső fotokatódot, hanem felületi fotokatódot alkalmaznak. Felületi fotokatódoknál a foton a fotokatódot annak az üvegbúra felé eső részén éri, míg a fotoelektron a fotokatódnak a másik oldalán lép ki. Az 5819-es típusú sokszorozónál (5c ábra) a fotoelektron a fotokatódból kilépve egy lényegében a 931-A sokszorozóhoz hasonló sokszorozó rendszerbe jut. Ez utóbbi rendszer a 931-A-tól abban különbözik, hogy a fotokatód helyébe is sokszorozó felület kerül.

Az ismertetetteken kívül más dinódaelrendezésű sokszorozók is fokozott mértékben kerültek forgalomba. (5d ábra.)

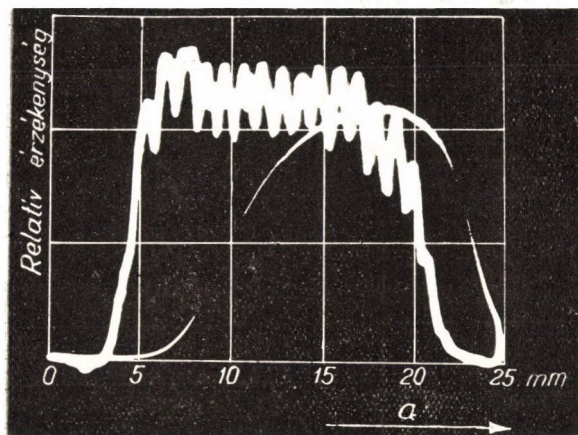
Ebben az elrendezésben a dinódák dobozalakúak. Minden dinóda előtt egy háló segíti elő az előző dinódáról kiváltott szekunder elektronok összegyűjtését.

Az anód háló alakú kiképzést mutat, a hálón átfutó elektronok 10 dinódnál sokszorozódva kerülnek az anódra. A dobozrendszerű multiplierek előnye, hogy a nagy potenciálkülönbségű elektródák távol kerülnek egymástól.

Hasonlóképp előnye a rendszernek, hogy a fokozatok száma minden különösebb nehézség nélkül változtatható.

A fenti elvi megoldásnak megfelelően készültek a K 1198, 6292, 6291 és K 1193 típusú multiplierek. [29].

Az előzőekben vázlatosan ismertetett multiplierek műszaki adatait az I. táblázatban állítottuk össze.



6. ábra

4. §. Sokszorozók tulajdonságai impulzus-üzemben

Az elektronsokszorozó elvi felépítésének és néhány típusának ismertetése után az alábbiakban részletesen megvizsgáljuk azokat a sajátságokat, melyek a foton és a részecskeszámlálás szempontjából lényegesnek látszanak.

Amint láttuk, a sokszorozó kifejlesztésének és alkalmazásának elsősorban az volt a célja, hogy egy foton olyan amplitudójú impulzust tudjon egy impulzuserősítő bemenetén létrehozni, mely az erősítő bemenő ellenállásának termikus zajfeszültség átlagát lényegesen meghaladja.

a) Erősítési tényező

A sokszorozóknak ily módon elsősorban áramerősítési szerep jut. Ennek megfelelően vizsgáljuk meg az elektronsokszorozónak éppen a dinódák statisztikus eloszlást mutató sokszorozási tényezője következtében, szintén statisztikus eloszlást mutató \bar{M} erősítési tényezőnek néhány sajátságát. Amennyiben az egyes fokozatokat $U = E/n$ feszültségre kapcsoljuk, a sokszorozón belül, E értékétől függetlenül az egyenletes fokozatfeszültség folytán fókuszálási zavarok nem keletkezhetnek. Így az \bar{M} erősítés a (4) összefüggés értelmében σ 3. ábra szerinti feszültségfüggésének megfelelően fog változni.

Lukjanov bebizonyította [30], hogy a dinódák szekunder emissziós tényezője a primér elektronok energiájának függvényében jól megközelíthető az alábbi formulával:

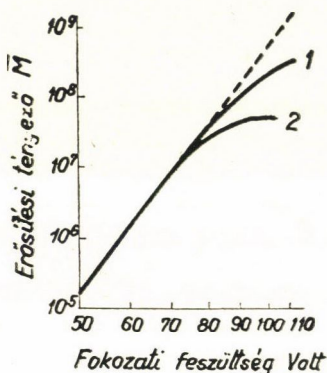
$$\sigma = A U e^{-\frac{U}{U_{\max}}} \quad (5)$$

ahol U_{\max} a σ maximumának megfelelő U fokozatfeszültség, A pedig állandó.

Ennek alapján egy n fokozatú sokszorozó átlagos erősítési tényezője (4) felhasználásával a fokozati feszültség függvényében a következő összefüggéssel tejezhető ki:

$$\bar{M} = \theta \sigma^n = \theta A^n U^n e^{-n \frac{U}{U_{\max}}} \quad (6)$$

ahol a $\theta \leq 1$ tényező az elektron-optikai rendszer fókuszálási hibáját fejezi ki. A (6) összefüggést logaritmizálva $\ln U$ és $\ln \bar{M}$ között közel lineáris összefüggést kapunk, ha $U \leq 100$ Volt miután $U_{\max} \sim 500$ Volt. Erre vonatkozó mérések eredménye a 7. ábrán látható. Igen nagy erősítés esetén a lineáristól való eltérés a sokszorozó utolsó fokozatában fellépő tértöltés következménye.



7. ábra

A tértöltésnek ez utóbbi hatása az utolsó dinóda és az anód közötti feszültség fokozásával kiküszöbölhető, amint az a 7. ábrán látható; az 1. görbét u. i. 200 Volt, a 2. görbét 100 Volt utolsó dinóda-anódfeszültség mellett vették fel.

A fentieknél nagyobb erősítések is elérhetők oly módon, hogy a sokszorozó E anódfeszültségét nem folytonosan, hanem néhány μsec időre kapcsoljuk a sokszorozóra. [31], [32]. Ebben az esetben a sokszorozó normális üzemi feszültségének 3–4-szeresével is dolgozhat. Ezáltal biztosíthatjuk, hogy szekundér emissziós tényezőinek maximális értéke mellett dolgozzék a sokszorozó. Ez utóbbi ú. n. impulzusüzemben azonban normális sokszorozóknál fokozott tértöltési hatások lépnek fel az utolsó fokozaton, miután ott viszonylag nagy értékű áramok folynak. Hogy ezeknek az áramoknak hatására a dinóda feszültség ne változzék, célszerű az osztólánc r ellenállásait az utolsó fokozatoknál néhányszor 10^2 cm-es kapacitásokkal leblokkolni. Amennyiben a tértöltés a sokszorozó üzemeltetése szempontjából nagymértékben hátrányos, olyan sokszorozó alkalmazása célszerű, melynél az utolsó dinóda és az anód közötti távolság kisebb.

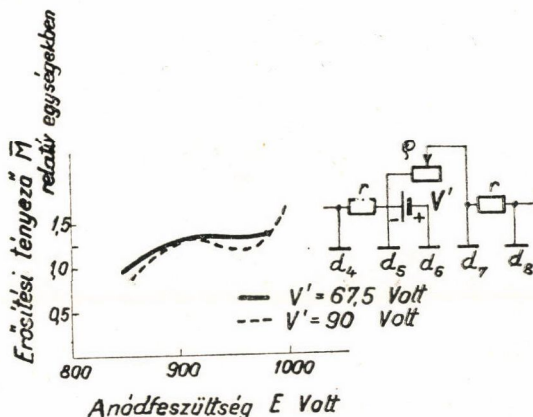
Ahhoz, hogy az elektronsokszorozó segítségével reprodukálható kvantitatív méréseket végezhessünk, szükséges, hogy annak erősítése a mérés teljes

periódusa alatt állandó legyen. Ez utóbbi kikötés az anódfeszültségnek állandó értéken való tartását követeli meg. A (6) összefüggés alapján megállapítható az erősítési tényező és tápfeszültség változás közötti összefüggés:

$$\frac{d\bar{M}}{\bar{M}} \cong n \frac{dU}{U} = n \frac{dE}{E} \quad (7)$$

ha $U \ll U_{\max}$.

Amint a (7) összefüggésből látszik egy n fokozatú sokszorozó esetében az E tápfeszültségnek 1%-os változása az erősítési tényezőnek $n\%$ -os változását eredményezi.



8. ábra

Az erősítési tényezőnek egy adott, de nem stabilizált E anódfeszültség esetén elérhető maximális értékét bizonyos mértékben csökkentve elérhető, hogy a sokszorozó erősítési tényezője az anódfeszültség függvényében a fentiekben megadottnál kisebb mértékben változzék. Ennél a megoldásnál a sokszorozó egyik fokozatát nem a stabilizálatlan feszültséget szolgáltató osztólánccról, hanem egy V' feszültségű telepről tápláljuk. A telep feszültsége oly módon van megválasztva, hogy E névleges értéke mellett ebben a fokozatban egy kb. 20%-os defokuszálás lépjen fel, miután V' értéke kisebb, mint E/n . Amennyiben a hálózati feszültség változása következtében E értéke csökken, az egyes dinódák sokszorozási tényezője ugyan kisebb lesz, azonban az említett fokozatban a fókuszálás javulása ezt kompenzálhatja. Ha viszont E értéke növekszik, úgy az egyes dinódák sokszorozási tényezője ugyan növekvő értéket mutat, de a telepről táplált fokozatban a fókuszálás további romlása ezt ellensúlyozza. A fentiekben vázolt kapcsolás és annak grafikusán ábrázolt eredménye a 8. ábrán látható. A multiplierek átlagerősítése üzem közben az egyes sokszorozófelületek kimerülése következtében bizonyos csökkenést mutat. Az átlagerősítés időbeni csökkenésének sebessége függ a multiplier anódáramának értékétől; pl. 2 órás üzem alatt a 10, 100, 1000 μA -es anódáram 5,

20, 60 μA -ra esik. [34]. Az impulzusszámlálás esetén, ha az átlag anódáram 0,1 A, a fenti ú. n. fáradási hatás elenyésző [35]. Újabb multiplierek ebben a vonatkozásban igen jó tulajdonságokat mutatnak. [36].

b) Amplitudó eloszlás

Mint azt a fentiekben már említettük, a sokszorozási tényező statisztikus ingadozásoknak van alávetve. A következőkben áttekintjük ennek a kérdésnek elméleti alapjait, megjegyezve azt, hogy annak kísérleti és elméleti vonatkozásait több szerző részletesen megvizsgálta. [37], [41]. A kísérletekben igen kis intenzitású fényforrást használva biztosítható, hogy minden egyes A amplitudójú elektronlaviná egyetlen fotontól származzék. Az A amplitudó egyenesen arányos az elektronlavinában résztvevő elektronok N számával, vagyis

$$A = A_N = \chi N \quad (8)$$

ha az A vagy annál nagyobb amplitudójú impulzusok számát

$$Z_N = Z(A_N) \quad (9)$$

kifejezéssel az egyenként N elektronból álló impulzusok számát a_N -el jelöljük, nyilvánvaló

$$Z_N = \sum_{r=N}^{\infty} a_r. \quad (10)$$

Miután a Z általában nagy érték, Z_N az A és N folytonos függvényének tekinthető, vagyis

$$a_N = Z_N - Z_{N+1} \sim -\frac{dZ_N}{dN} = -\chi \frac{dZ(A)}{dA}. \quad (11)$$

A kísérleti úton megállapítható volt a $Z(A)$ függvény:

$$Z(A) = Z(N) = Z_0 e^{-\frac{A}{\bar{A}}} = Z_0 e^{-\frac{\chi}{\bar{A}} N}$$

ahol Z_0 és \bar{A} állandók.

$Z(A)$ fenti kifejezését (11)-be helyettesítve

$$a_N = \frac{\chi Z_0}{\bar{A}} e^{-\frac{\chi}{\bar{A}} N}.$$

A fentiek alapján annak valószínűsége, hogy egy fotoelektron a sokszorozó kimenetén M elektronból álló impulzust kelt, feltételezve, hogy minden primér elektron regisztrálható impulzust hoz létre, kifejezhető

$$v_M = (1 - \beta) \beta^{M-1} \quad (12)$$

alakba, ahol

$$\beta = -\frac{\chi}{\bar{A}} \leq 1$$

Vagyis megkaptuk a sokszorozó erősítési tényezőjének eloszlási függvényét. A (8), (9), (10) összefüggések felhasználásával megkaphatjuk a kimenő impulzus amplitudójának középértékét, ami tekintve, hogy az összes impulzus

egyetlen primér elektrontól származik, egyszersmind a sokszorozó erősítési tényezőjével lesz egyenlő, mégpedig:

$$\bar{N} = \bar{M} = \frac{\sum_{N=1}^{\infty} N a_N}{\sum_{N=1}^{\infty} a_N} = \frac{1}{Z_1} \sum_{N=1}^{\infty} Z_N \rightarrow \frac{1}{Z_1} \int_0^{\infty} Z_N dN = \frac{1}{Z_1} \int_0^{\infty} Z(A) dA$$

ahol Z_1 -el az összipulzusszámot jelöltük. A fentiekben tehát sikerült az impulzusszám és az A amplitudó közötti függvényből a sokszorozó erősítési tényezőjének középértékét meghatározni, mégpedig mint a fenti kifejezésből látható, az a $Z(A)$ görbe alatti területtel arányos.

Az anódon megjelenő impulzus amplitudó eloszlása nemcsak az M statisztikus jellegétől, de a fotokatód által egy elemi rész hatására emittált elektronok m_0 számától, illetve ez utóbbi $\overline{\Delta m_0^2}$ fluktuációjától is függ.

Az i -edik fokozat erősítését, illetve annak fluktuációját m_i illetve $\overline{\Delta m_i^2}$ -el jelölve

$$\frac{\overline{\Delta N^2}}{\bar{N}^2} = \frac{\overline{\Delta m_0^2}}{m_0^2} + \frac{1}{m_0} \frac{\overline{\Delta M^2}}{M^2}$$

Ha a gyakorlati eseteknek megfelelően $m_2 = \dots = m_n = m$ feltétellezzel élünk

$$\frac{\overline{\Delta M^2}}{M^2} = \frac{\overline{\Delta m_1^2}}{m_1^2} + \frac{\overline{\Delta m^2}}{m_1 m (m-1)}$$

Mint látható m_0 növelésével a kimenő impulzusok viszonylagos szórása csökken. A kimenő amplitudók szórása olyan mértékben csökken, amilyen mértékben az egy elemi rész által kiváltott elektronok száma nő. Ez utóbbi érdekében nagy érzékenységgű fotokatódokat alkalmaznak.

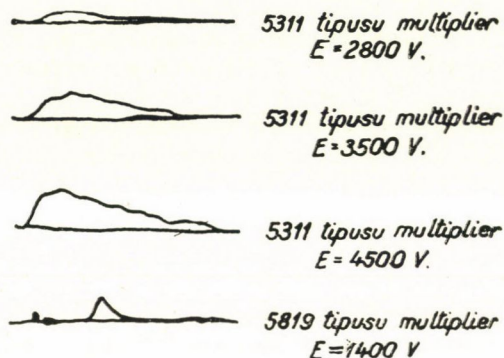
c) Impulzusidőtartam

A sokszorozók felhasználását elsősorban az a tény indokolja, hogy a regisztrálandó impulzusok szempontjából rendkívül nagy időbeni felbontóképességgel rendelkeznek. Az időbeni felbontóképességet lényegében az korlátozza, hogy a sokszorozó anódján megjelenő jelnek cca 10^{-9} sec nagyságrendű időtartama van. [42], [43]. Az a tény, hogy egy foton által kiváltott elektronlavinának a sokszorozó dinóda rendszerén való áthaladásához véges időre van szüksége, önmagában a felbontóképességet még nem korlátozná. Az impulzus véges időtartamának kialakulását az okozza, hogy az elektronlavina egyes elektronjai nem egy időben érik az anódot. Ez utóbbi tény okai a következőkben foglalhatók össze:

1. Az elektronok pályája a sokszorozón belül különböző hosszúságú,
2. U primérenergiájú elektronok a dinódákból 0—8 V-ig terjedő energiával rendelkező szekundér elektronokat váltanak ki,
3. a szekundér emisszióknak véges időkéseése a primér elektron becsapódásához képest, végül
4. tértöltési hatások a sokszorozó utolsó fokozataiban. [44].

A fentemlített tényezők közül a 3. minden bizonnyal elhanyagolható, miután különböző kísérletek [45], [14] alapján a szekundér emisszió késése 10^{-9} sec-nál kisebb kell legyen.

A 931—A típusú sokszorozóra vonatkozóan az 1. 2. és 4. tényezők szempontjait figyelembevevő elméleti számítás alapján az impulzus időtartamára 10^3 V anódfeszültség esetén $6 \cdot 10^{-10}$ sec adódik. [46] Megjegyzendő, hogy az elektronsokszorozókban alkalmazott Cs—Sb dinódák által emittált szekundér elektronok mintegy 85 %-ának energiája 0—3 eV-ig terjed. Az elektron kilépési energiájának ez a szórása 100 V fokozati feszültség esetén önmagában kb $2 \cdot 10^{-10}$ sec nagyságú időbeni szóráshoz vezet. Az elektronok futási

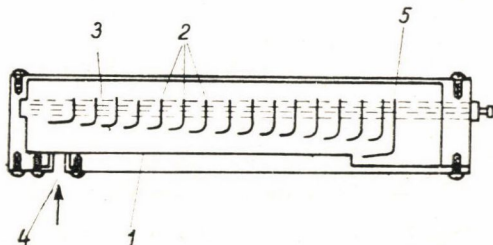


9. ábra

idejének szórása hálódinódás sokszorozókban lényegesen magasabb, mint pl. a 931—A-nál [19], miután ott egyes elektronok a hálón átrepülve a következő fokozatba a fokozati feszültségnek megfelelő kezdő sebességgel lépnek be. Így pl. az 5311-es sokszorozóban 3400 V anódfeszültség mellett az áramimpulzus növekedési ideje $5 \cdot 10^{-9}$ sec-re, az impulzus időtartama pedig $1 \cdot 10^{-8}$ sec-re rug. A tápfeszültséget ugyanennél a sokszorozónál $5 \cdot 10^3$ V-ra emelve, a fenti értékek $6 \cdot 10^{-9}$ illetve $1,2 \cdot 10^{-8}$ sec-ot tesznek ki. [18] Összehasonlítás végett a 9. ábrán egy szcintillátor által keltett impulzusok oszcillogrammjait látjuk, 5311 és 5819 típusú sokszorozóknál. Amint az oszcillogrammból látszik, az 5311 sokszorozóban az impulzus növekedési ideje közel megegyezik, az impulzus teljes időtartama 4—5-ször akkora, mint az 5819-es sokszorozónál. [18] Megállapítható, hogy az elektronok átfutási idejének szórása a sokszorozóban közel arányos a fokozatok számával. Ugyanakkor a fokozatfeszültséget növelve, a szekundér elektronok kezdősebességének szórása a fokozatfeszültség mellett kisebb szerepet játszik és így a futási idő szórására is kisebb hatással lesz. (Az utóbbi megállapítás elsősorban a nem hálódinódával rendelkező sokszorozókra áll.)

Ennek megfelelően olyan sokszorozókban, melyek igen nagy felbontóképességet igénylő méréseknél kerülnek felhasználásra, viszonylag nagy fokozati feszültség mellett kevés fokozat alkalmazása előnyös.

Az elektron pályák különbözőségének csökkentésére sikeres kísérleteket végeztek mágneses fókuszálású sokszorozókkal. [47] A kísérletek eredményeképpen kidolgozott sokszorozó a 10. ábrán látható. Ez utóbbi sokszorozó ezenkívül avval az előnyös tulajdonsággal is rendelkezik, hogy működését a külső mágneses tér kis mértékben befolyásolja. A 2. jelű dinódák tartására a 3. jelű szigetelőrúd szolgál. A dinódákkal szemben helyezkedik el az 1. árnyékoló-lemez. A mérendő részecskék ebben a sokszorozóban a 4. nyíláson keresztül belépve közvetlenül az első réz-berillium dinódára esnek és a 15 dinódából álló rendszeren felerősödve jutnak az 5. anódig el. A dinódák egymás közötti



10. ábra

távolsága az első fokozattól az anód felé haladva fokozatosan csökken. Így módon a tértöltés a pályákat nem torzítja el. A sokszorozó geometriai kialakításánál fogva különben is kisebb a lehetőség a pályák hosszának különbözőségére. Ennek megfelelően az anódon megjelenő impulzus emelkedési ideje 10^{-11} sec, az impulzus hossza pedig 10^{-10} sec nagyságrendbe esik. A multiplier cca 1000 Oersted térerősség esetén is működésképes.

A fentiek alapján megállapítható, hogy a sokszorozók jelenlegi fejlettségi fokukon a legtöbb mérés szempontjából kielégítő felbontóképességgel rendelkeznek, annál is inkább, miután 10^{-10} sec időtartamú impulzusok esetén az impulzus erősítése és regisztrálása ma inkább az elektronika vonalán jelent problémát.

d) Zaj impulzusok

Az elektronsokszorozóknak jellegzetes tulajdonsága, hogy anélkül, hogy a fotokatódra fotonok jutnának, az anódon impulzusokat észlelünk. Ez utóbbi ú. n. zaj-impulzusok vagy sötétáram a mérendő sugárzás szempontjából mintegy háttér jelentkezik. Ha a másodpercenkénti fotoelektronok száma N_f , az ú. n. zaj-impulzusok másodpercenkénti száma pedig N_z , a fotoelektronsokszorozó $N = N_z + N_f$ impulzust regisztrál másodpercenként. T mérési idő alatt a relatív hiba

$$\eta = \frac{\sqrt{N + N_z}}{(N - N_z)\sqrt{T}}$$

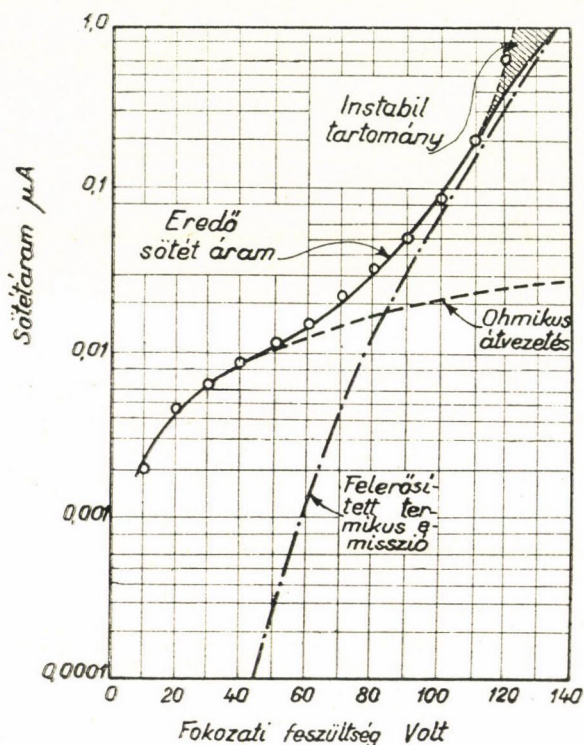
értékű.

Mint láthatjuk, a zaj-impulzusok jelenléte az elektronsokszorozóval végzendő mérések pontosságát illetőleg, a minimális mérhető N_f intenzitást bizo-

nyos mértékben korlátozza. Ennek megfelelően a zaj-impulzusok számának csökkentése, illetve hatásuknak más módon való kiküszöbölése látszik szükségesnek.

A sokszorozók zaj-impulzusait az alábbi tényezők hozzák létre:

1. A fotokatód termikus emissziója,
2. az elektródákon fellépő hideg emisszió,
3. az ohmikus átvezetések szivárgó áram.



11. ábra

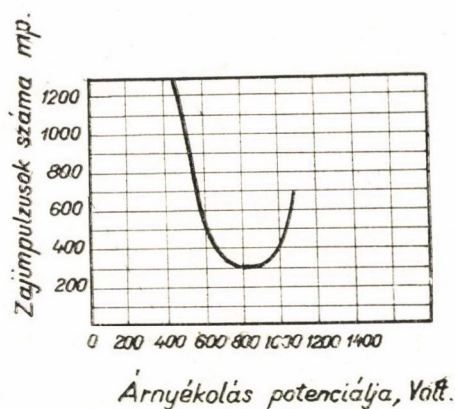
A fenti tényezők közül az impulzusszámlálás szempontjából a 3. kisebb jelentőségű, különösen az általánosan alkalmazott tápfeszültség értékek mellett. A 11. ábrán a sokszorozó anódján folyó sötétáramnak a sokszorozó E tápfeszültségének függvényében való ábrázolását láthatjuk, 931—A sokszorozóra vonatkozóan. Amint az ábrából látható 60 V-os fokozati feszültség mellett az ohmikus átvezetésen keresztül folyó áram dominál. $U = 100$ V fokozati feszültségnél a fotokatód termikus emissziója játsza a lényeges szerepet. 100 V-on felül a sötétáram értéke ugrásszerűen emelkedik és a sötétáram instabilitást mutat. Az instabilitás okait kutatva megállapítható, hogy a sokszorozó utolsó fokozataiban az egy foton által kiváltott elektronlavina következtében ott fellépő nagyobb áramsűrűség folytán a sokszorozón belüli gázmaradványok

ionizációja lép fel. Az ily módon keletkező pozitív ionok az anódtól a dinódák rendszerén keresztül a katód felé haladnak és abból esetleg újabb elektront váltanak ki. Ilyen körülmények között elegendően nagy tápfeszültség esetén egy, a fotoelektron által kiváltott elektronlavinából származó impulzust további impulzusok követnek, melyeket egymástól 10^{-7} sec nagyságrendű idő választ el. [48], [49], [50]. Meg kell jegyezni, hogy ez utóbbi, ú. n. ion-visszacsatolás nemcsak a

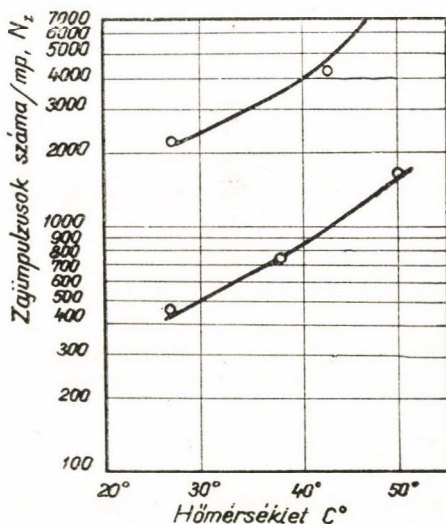


12. ábra

a zaj-impulzusok velejárója, hanem a mérendő sugárzás által kiváltott impulzusok következtében is fellép. Amennyiben a tápfeszültséget a fentiekben említett érték fölé emeljük, a katódot bombázó pozitív ionok energiája olyan mértékűvé fokozódhat, hogy azok a katódot szétbombázzák, ily módon a sokszorozó vakuumát tovább rontva, az ion-visszacsatolás számára még kedvezőbb feltételeket teremtenek. A 12. ábrában az 5819 típusú sokszorozóban [50] egy primér



13. ábra



14. ábra

impulzust követő impulzus csoport látható. A 931—A típusú sokszorozónál a zaj-impulzusok száma oly módon csökkenthető, hogy a fotokatód és az első dinódák környezetében az üvegbúrát kívülről aquadag réteggel vonjuk be, melynek potenciálját a katód feszültségéhez közeli értékekben választjuk meg. [51], [52], [53]. A 13. ábrán [51] a zaj-impulzusok másodpercenkénti számát ábrázoltuk az aquadag réteg potenciáljának függvényében 1000 V-os tápfeszültség esetén.

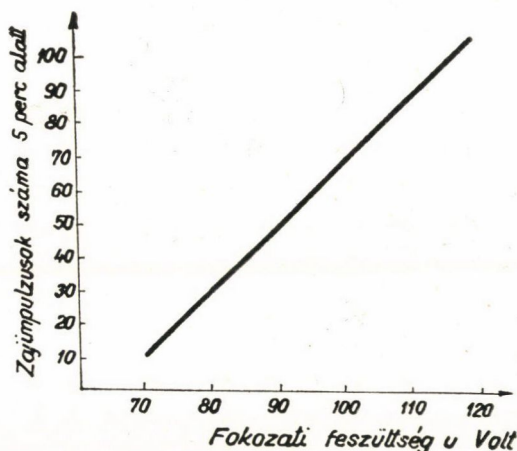
I. táblázat

| | FEU-LS | 931-A | 1P21 | 1P22 | 1P28 | 5819 | EMI 5311 | K 1198 | 6292 | 6291 | K 1193 |
|--|-----------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Fotókatód felülete [cm ²] | — | 1,9 | 1,9 | 1,9 | 1,9 | 11 | 5 | ~ 120 | ~ 20 | ~ 11 | ~ 2 |
| érzékenységi [μ A/lm] ¹ | — | 10 | 40 | 3 | 15 | 40 | 20 | 40—80 | 40—80 | 40—80 | 40—80 |
| érzékenységi max. helye [Å] | 4000 (7000) | 4000 | 4000 | 4200 | 3400 | 4800 | ~ 4800 | ~ 4800 | ~ 4800 | ~ 4800 | ~ 4800 |
| rendszere | belső | belső | belső | belső | belső | felületi | felületi | felületi | felületi | felületi | felületi |
| Fokozatszám | 18 | 9 | 9 | 9 | 9 | 10 | 11 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| Fokozati feszültség [Volt] | — | 100 | 100 | 100 | 100 | 90 | 160 | 105 145 | 105 145 | 105 145 | 105 145 |
| Maximális tápfeszültség [Volt] | 2000 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | — | — | — | — | — |
| Anód- utolsó dinóda feszültség [Volt] | — | 250 | 250 | 250 | 250 | 150 | 180 | 105 | 105 | 105 | 105 |
| Maximális anóddáram (átlagos) [mA] | — | 1,0 | 0,1 | 1,0 | 2,5 | 0,75 | 1,0 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Maximális sötétáram [μ A] | — | 0,25 | < 0,1 | 0,25 | — | 0,05 | 0,1 | — | — | — | — |
| Anód és az összes többi elektróda közötti kapacitás [pF] | — | 6,5 | 6,5 | 6,5 | 6,5 | 8 | — | 3,3 | 3,3 | 3,3 | 3,3 |
| Átlagerősítés | 10 ⁶ | 10 ⁶ | 2·10 ⁶ | 2·10 ⁵ | 2·10 ⁵ | 6·10 ⁵ | 10 ⁷ | 5·10 ⁵ 10 ⁷ | 5·10 ⁵ 10 ⁷ | 5·10 ⁵ 10 ⁷ | 5·10 ⁵ 10 ⁷ |
| Főméretek; hossz/átmérő | — | 92/32 | 92/32 | 92/32 | 92/32 | 140/56 | 210/50 | — | — | — | — |

¹⁾ μ A/lúmen kb. 0.0025 elektron/foton megszólalási valószínűségnek felel meg.

A zaj-impulzusok nagyobbrészt azonban fenti összeállításuknak megfelelően a fotokatódból származnak, miután az szobahőmérsékleten, termikus emisszió folytán elektronokat bocsát ki. Termikus emisszió értéke a fotokatód hűtésével nagymértékben csökkenthető. A szobahőmérséklet környezetében a zaj-impulzusok száma az időegységben a fotokatód $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ -kal való hűtésével kb. felére csökkenthető. A zaj-impulzusok számának változása $27\text{--}50\text{ }^{\circ}\text{C}$ tartományban két különböző fénysokszorozónál a 14. ábrán látható.

A Kubeckij-féle sokszorozóban Rodionov és Oserovics szerint a zaj-impulzusok száma $-183\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on percenként $12\text{--}45$ volt. Ha a hőmérséklet $-76\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra emelkedett, a zaj-impulzusok száma $320/\text{perc}$ értékre nő [54].



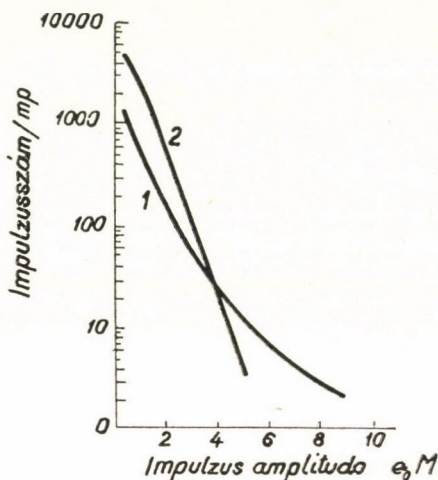
15. ábra

Engström szerint a 1P21-es sokszorozót $-175\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra hűtve, a zaj-impulzusok száma percenként $1\text{--}2$ impulzusra csökken, amennyiben 70 V fokozati feszültséget használunk. Hűtött sokszorozó esetén a 15. ábrán látható a zaj-impulzusoknak 5 percre vonatkoztatott száma a fokozati feszültség függvényében [1].

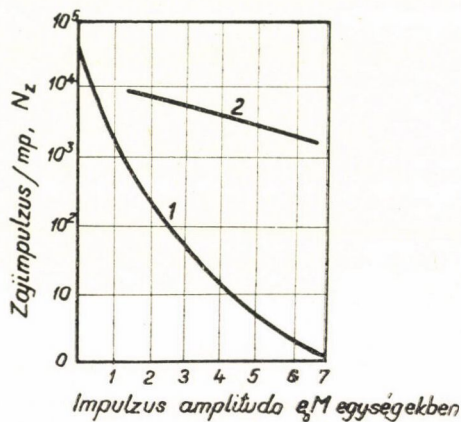
A téremisszióból származó zaj-impulzusok intenzitásának csökkentése oly módon biztosítható, hogy az elektródák kialakításánál kis görbületi sugarak igen gondosan kerülendők. Az utóbbi különösen a fotokatód és az első dinódákra vonatkozóan áll fenn, miután az ott téremisszió folytán fellépő elektronok további fokozatokon felerősödhetnek.

A zaj-impulzusok, hasonlóan a fotonoktól kiváltott impulzusokhoz, amplitudó eloszlást mutatnak. A 16. ábrában az alap-impulzusok integrális amplitudó eloszlása látható, az 1. görbe 931—A, a 2. görbe 5819 típusú elektronsokszorozóra vonatkozik. Megjegyzendő, hogy a zaj-impulzusok amplitudó eloszlása hűtés esetén lényegében nem változik, azonban a nagy amplitudójú impulzusok száma viszonylag lassabban csökken.

Miután a hűtés alkalmazása sok tekintetben hátrányosnak mondható, a zaj-impulzusok hatásának csökkentésére amplitúdó diszkriminátorokat használnak [55], [56]. Ez utóbbiakat az impulzuserősítő és az impulzusszámláló közé iktatják be és ezek csupán azokat az impulzusokat továbbítják a számláló felé, melyeknek amplitúdója egy bizonyos beállított határamplitudónál nagyobb. A 17. ábrán



16. ábra



17. ábra

a zaj-impulzusok számának változását látjuk a diszkriminátor határamplitúdójának függvényében. [55]. (1. görbe.) Amennyiben a diszkriminátor határamplitúdója $7e_0M$ -nél nagyobb, a zaj-impulzusok számlálása gyakorlatilag megszűnik. Az amplitúdó diszkriminátor segítségével a zaj-impulzusok száma ugyan csökkenthető, azonban ugyanakkor a mérendő sugárzás által létrehozott impulzusok közül azok, melyeknek amplitúdója nem haladja meg a határfeszültséget, a számlálás szempontjából elvesznek és a mérés pontossága csökken. Amennyiben a zaj-impulzusok és a mérendő impulzusok amplitúdó eloszlása egymáshoz igen közel esik, diszkriminátor alkalmazásával nem tudunk célt érni.

Ebben az esetben egy közös szcintillátorról két sokszorozót tartunk üzemben és csupán azokat az impulzusokat számoljuk meg, melyek a két elektronsokszorozó anódellenállásán egyidőben jelennek meg. Miután a zaj-impulzusok a sokszorozókban egymástól teljesen függetlenül keletkeznek, igen kicsi a valószínűsége, hogy a zaj-impulzusokat is számláljuk. Ebben az esetben a határamplitúdót $1e_0M$ -re választjuk. Ily módon a számláló érzékenységét lényegesen fokozni lehet.

További lehetőség mutatkozik fénykvantumok számlálásánál. Ebben az esetben ugyanis a mérendő sugárzás gyakran a teljes fotokatódfelületnek csu-

pán kis részére esik. Ilyenkor a fotokatódnak nem megvilágított része csupán a zaj-impulzusokat szolgáltatja. Amennyiben megfelelő defokuszálással a fotokatód érzékenységét a megvilágított rész kivételével lecsökkentjük, az $\frac{N_f}{N_z}$ viszony növelhető.

IRODALOM

- [1] R. W. Engström, Journ. Opt. Soc. Am. 37, 420, 1947.
- [2] P. S. Faragó és E. F. Pócza, Műegyetemi Közlemények, 1, 1949.
- [3] G. E. Kron, Astrophys. Journ. 103, 326, 1946.
- [4] H. E. Ives és H. B. Briggs, Journ. Opt. Soc. Am. 28, 330, 1938.
- [5] P. Görlich, Zs. f. Phys. 109, 374, 1938.
- [6] N. M. Hopstein és D. M. Koros, ZsTF 10, 2103, 1938.
- [7] N. S. Klebnikov, ZsTF 10, 1908, 1940.
- [8] W. Kluge, Physik. Zs. 34, 115, 1933.
- [9] Faragó P. és Pócza J., Elektronfizika, Akadémiai kiadó, Budapest 1954, 82 old.
- [10] A. Afansjew a és P. W. Timofeew, Z. techn. Phys. 4, 953, 1937.
- [11] H. Bruining u. J. H. de Boer, Physica 5, 17, 1938.
- [12] N. Schaetti, Helv. Phys. Acta 23, 108, 1950.
- [13] H. Salow, Ann. d. Physik. 5, 417, 1950.
- [14] C. C. Wang, Phys. Rev. 68, 284, 1945.
- [15] L. A. Kubeckij, Szabadalmi bejelentés №-24040, 1930. VII. 4.
- [16] G. Weiss, Zs. techn. Physik. 17, 623, 1936.
- [17] A. Sommer és W. E. Turk, Journ. Sci. Instr., 27, 113, 1950.
- [18] J. S. Allen és T. C. Englender, Rev. Sci. Instr. 22, 401, 1951.
- [19] G. A. Morton, RCA. Rev. 10, 525, 1949.
- [20] Náray Zs., Magyar Fizikai Folyóirat, Sajtó alatt.
- [21] N. Schaetti, Helv. Phys. Acta 23, 108, 1950.
- [22] Bay Z., Zs. f. Phys. 117, 227, 1941.
- [23] R. Sherr és J. B. Gerhardt, Rev. Sci. Instr. 23, 770, 1952.
- [24] M. H. Greenblatt, M. W. Green, P. W. Davison és G. A. Morton, Nucleonics, 10, 44, 1952.
- [25] J. Winkler és K. Anderson, Rev. Sci. Instr. 23, 765, 1952.
- [26] P. S. Faragó, Nature 161, 60, 1948, I.
- [27] P. S. Faragó és E. F. Pócza, Műegyetemi Közlemények, 1, 1949.
- [28] C. Lukjanov, Fotoelementi, Izdatijstvo Akademii Nauk CCCR Moszkva 1948, 192. old.
- [29] B. R. Linden, Nucleonics 11, 30, 1953.
- [30] S. Lukjanov, ZsTF 6, 1256, 1036.
- [31] R. F. Post és N. S. Schiren, Phys. Rev. 78, 80, 1950.
- [32] R. F. Post, Nucleonics 10, 46, 1952.
- [33] Jánossy L., Acta Mathematica 2, 165, 1951.
- [34] F. H. Marshall, J. W. Coltman és L. P. Hunter, Rev. Sci. Instr. 18, 504, 1947.
- [35] L. Reiffel, C. A. Stone és A. R. Branner, Nucleonics 9, 13, 1951.
- [36] ZsTF 22, 178, 1952.
- [37] K. P. Meyer, P. Huber, E. Baldinger, Helv. Phys. Acta 21, 188, 1948.
- [38] F. Sauter, Zs. F. Naturforsch. 4a., 682, 1949.
- [39] R. C. Hoyt, Rev. Sci. Instr. 20, 178, 1948.
- [40] R. Westö és T. Wiedling, Ark. Pys. I., 269, 1949.

- [41] *Dallos A.*, Acta Physica Hung. I. 1. 56, 1951.
- [42] *G. Papp*, Rev. Sci. Inst. 21, 568, 1948.
- [43] *A. Landby*, Phys. Rev. 80, 477, 1950.
- [44] *Faragó P. és Pócza J.*, Elektronfizika, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954. 100. old.
- [45] *M. H. Greenblatt és P. A. Miller*, Phys. Rev. 72, 160, 1947.
- [46] *R. D. Sard*, Journ. Appl. Phys. 17, 768, 1946.
- [47] *R. G. Smith*, Rev. Sci. Inst. 22, 166, 1951.
- [48] *J. S. Allen*, Pros. I. R. E. 38, 346, 1950.
- [49] *T. N. Godfrey, F. B. Harrinson és J. W. Kenffel*, Phys. Rev. 84, 1248, 1951.
- [50] *R. J. Lanter és R. W. Corvin*, Rev. Sci. Instr. 23, 507, 1952.
- [51] *B. A. Morton és J. A. Mitchel*, RCA. Rev. 9, 632, 1948.
- [52] *A. Drigo*, Nuovo Cim. 7, 267, 1950.
- [53] *C. Taylor*, Journ. Phys. Rad. 10, 255, 1949.
- [54] *S. F. Rodionov és A. L. Oserovics*, DAN 74, 461, 1950.
- [55] *G. A. Morton és R. W. Robinson*, Nucleonics 4, 25, 1949.
- [56] *R. J. T. Herbert*, Nucleonics, 10, 37, 1952.
- [57] *Faragó P. és Takács L.* Hung. Acta Physica 1, No. 6. 1943.
- [58] *Jánossy L.* ZsTF ill. magyarul Magyar Fizikai Folyóirat. Sajtó alatt.

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A NORMÁLSPEKTRUM ENERGIAELOSZLÁSI TÖRVÉNYÉRŐL*

MAX PLANCK

(A szerző más alakban előadta a Német Fizikai Társaság 1900 okt. 19. és dec. 14-i ülésén.
Verhandlungen, 2. 1900. p. 202 és 237).

Bevezetés

O. Lummer és E. Pringsheim [1] újabb szinképmérései és méginkább H. Rubens és F. Kurlbaum [2] mérései, melyek H. Beckmann [3] egy korábbi eredményét igazolták, megmutatták, hogy az energiaeloszlás törvénye a normálspektrumban nem általános érvényű. Ezt a törvényt először W. Wien kinetikus gázelméleti megfontolások alapján vezette le. Később én az elektromágneses sugárzáselméletből jutottam erre a törvényre.

Az elmélet tehát kiigazításra szorul és a következőkben kísérletet teszek, hogy ezt az elektromágneses sugárzás általam kidolgozott elmélete alapján megtegyem. Ehhez mindenekelőtt szükséges a Wien-féle energiaeloszlási törvényhez vezető végkövetkeztetések sorában azt a tagot megtalálni, amely módosításra alkalmas. Azután pedig az lesz a feladatunk, hogy ezt a tagot a sorból kiküszöböljük és megfelelő pótlást találjunk.

Utolsó, e tárgyról szóló értekezésemben [4] kifejtettem, hogy az elektromágneses sugárzáselmélet fizikai alapjai, beleértve a „természetes sugárzás” hipotézisét is, még egy kiélezett kritikával szemben is megállják a helyüket. Mivel tudomásom szerint a számítások nem hibásak, így továbbra is fennáll az a tétel, hogy az energiaeloszlás törvénye a normálspektrumban teljesen meg van határozva, ha sikerül egy besugárzott, monokromatikus rezgő rezonátor S entrópiáját U rezgési energiája függvényeként kiszámítani. Ekkor ugyanis az U energiának ϑ hőmérséklettől való függését a $dS/dU = 1/\vartheta$ összefüggésből kapjuk. Másrészt, mivel az U energia a megfelelő rezgésszámú sugárzás sűrűségével egyszerű összefüggésben** van, a sugárzási sűrűségnek hőmérséklettől való függését is megkapjuk. A normális energiaeloszlás az, melynél az összes különböző rezgésszámhoz tartozó sugárzási sűrűségek ugyanazzal a hőmérséklettel bírnak.

Így az egész probléma arra az egy feladatra korlátozódik, hogy S -t, mint U függvényét meghatározzuk. Ennek a feladatnak megoldására van szánva az alábbi vizsgálat leglényegesebb része. E tárgyról szóló első érteke-

* Megjelent német nyelven Annalen d. Physik, 4, 553, 1900.

** V. ö. alább [8] egyenlettel.

zésemben S -t közvetlenül, definíciószerűen, minden további indokolás nélkül, mint U -nak egyszerű kifejezését állítottam fel és megelégedtem annak az igazolásával, hogy az entrópiának ez az alakja mindazoknak a követelményeknek eleget tesz, melyeket a termodinamika megkövetel tőle. Akkor azt hittem, hogy ez az egyetlen ilyen kifejezés és ezáltal a Wien-féle törvény, mely belőle következik, szükségképpen általános érvényű. Egy későbbi, közelebbi vizsgálat [5] alkalmával mégis kitűnt, hogy más kifejezéseknek is létezni kell, melyek ugyanarra az eredményre vezetnek és hogy ezért mindenesetre egy további feltétel szükséges S egyértelmű meghatározásához. Egy ilyen feltételt véltem megtalálni a nekem akkor közvetlenül beláthatónak tűnő tételben, hogy N egyforma, ugyanazon stacionárius sugárzási térben lévő rezonátor közel termikus egyensúlyban lévő rendszerének végtelen kis irreverzibilis változásánál, összentrópiájának ezzel kapcsolatos megnagyobbodása $S_N = N \cdot S$ csak összenergiájától $U_N = N \cdot U$ és ennek változásaitól függ, nem pedig az egyes rezonátorok U energiájától. Ez a tétel ismét szükségképpen a Wien-féle energiaeeloszlási törvényhez vezet. Mivel azonban az utóbbit a tapasztalat nem erősíti meg, arra a következtetésre kényszerülünk, hogy ez a tétel sem lehet általánosságában helyes és ezért az elméletből ki kell küszöbölni [6].

Most tehát egy másik feltevést kell bevezetnünk, mely S kiszámítását lehetővé teszi. Ehhez az entrópiafogalom jelentésének közelebbi vizsgálata szükséges. A követendő gondolatmenetnél útmutatóul szolgál az előbb tett feltevés tartathatatlansága. A következőkben egy olyan eljárást ismertetünk, mellyel az entrópiának egy új egyszerű kifejezését és egyúttal egy új sugárzási formulát is nyerünk, mely az eddig megállapított tények egyikének sem látszik ellentmondani.

1. Egy rezonátor entrópiájának meghatározása energiájának függvényeként

1. §. Az entrópia rendezetlenséget tételez fel. Ez a rendezetlenség az elektromágneses sugárzáselmélet szerint egy rezonátor monokromatikus rezgései esetén, abban a szabálytalanságban nyilvánul meg még akkor is, ha egy tartósan stacionárius sugárzási térben van, hogy amplitudóját és fázisát állandóan változtatja, ha olyan időközöket veszünk figyelembe, melyek a rezgés-időhöz képest nagyok, de a mérés idejéhez képest kicsik. Ha az amplitudó és fázis teljesen állandó lenne, tehát a rezgések teljesen homogének lennének, az entrópia nem létezne és a rezgési energiát teljesen szabadon munkára fordíthatnánk. Az egyes stacionáriusan rezgő rezonátor állandó U energiáját eszerint, mint egy időbeli középértéket kell felfogni, vagy, ami ezzel egyértelmű, mint nagy számú N egyforma rezonátor energiáinak egyidejű középértékét, melyek ugyanabban a sugárzási térben vannak, egymástól elég távol, nehogy egymást közvetlenül kölcsönösen befolyásolják. Ebben az értelemben fogunk ezentúl beszélni egyetlen rezonátor U középenergiájáról. Akkor ilyen

N rezonátorból álló rendszer összes

$$U_N = N \cdot U \quad (1)$$

energiájának ugyanezen rendszer

$$S_N = N \cdot S \quad (2)$$

összentrópiája felel meg. S egyetlen rezonátor középentrópiáját jelenti. Az S_N entrópia onnan ered, hogy az U_N összenergia az egyes rezonátorokra egyenlően oszlik el.

2. §. A rendszer S_N entrópiáját egy tetszőleges additív konstansból eltekintve, arányosnak tételezzük fel annak a W valószínűségnek logaritmusával, hogy az N rezonátor összenergiája U_N -nel egyenlő, tehát:

$$S_N = k \cdot \log W + \text{const.} \quad (3)$$

Ez a megállapítás, véleményem szerint, alapjában véve a nevezett W valószínűség definíciójával van kapcsolatban, mert azokban a feltevésekben, melyek a sugárzás elektromágneses elméletének alapjául szolgálnak, semmi támpontunk sincs, hogy egy ilyen valószínűségről meghatározott értelemben beszéljünk. A tett megállapítás célszerűsége mellett szól elsősorban egyszerűsége és a kinetikai gázelmélet [7] egyik tételével való közeli rokonsága.

3. §. Feladatunk, hogy megtaláljuk annak a W valószínűségét, hogy az N rezonátor együtt U_N energiával rendelkezék. Ehhez szükséges, hogy U_N -t ne mint folytonos, korlátlanul osztható, hanem, mint egy véges rész egész számú többszöröseként előálló diszkrét mennyiséget fogjuk fel. Ha egy ilyen részt ε energiaelemnek nevezünk, akkor

$$U_N = P \cdot \varepsilon \quad (4)$$

írható, ahol P egy, általában nagy, egész számot jelent, míg ε értékével egyelőre nem foglalkozunk.

Nyilvánvaló, hogy a P számú energiaelemnek N rezonátor közt történő eloszlása csak véges, teljesen meghatározott számú módon történhetik. Egy adott eloszlást komplexiónak nevezünk. *L. Boltzmann* egy hasonló fogalomra használta ezt a kifejezést. Ha a rezonátorokat $1, 2, 3, \dots, N$ számokkal jelöljük, egymásután sorba leírjuk és mindegyik rezonátor alá egy tetszőszerinti eloszlásnál a rá eső energiaelemek számát írjuk, akkor az egyes komplexiókra a következő ábrázolást nyerjük:

| | | | | | | | | | |
|---|----|----|---|---|---|----|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 7 | 38 | 11 | 0 | 9 | 2 | 20 | 4 | 4 | 5 |

Itt N -t 10-nek, P -t 100-nak vettük. Az összes lehetséges komplexiók R száma nyilvánvalóan egyenlő azzal, ahányféleképpen az adott P elemet az N rezonátorra el lehet osztani. A tévedés elkerülése végett megjegyezzük, hogy két komplexiót különbözőnek tekintünk, ha a megfelelő számelosztások ugyanazokat a számjegyeket tartalmazzák, de különböző sorrendben.

A kombinatorikából ismeretes, hogy az összes lehetséges komplexiók száma

$$R = \frac{N \cdot (N+1) \cdot (N+2) \cdots (N+P-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots P} = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)! P!}.$$

Mivel Stirling tétele alapján első közelítésben:

$$N! = N^N,$$

következésképpen, a megfelelő közelítésben

$$R = \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N \cdot P^P}.$$

4. §. A további számítások alapjául szolgáló feltevés a következőképpen hangzik: annak a W valószínűsége, hogy az N rezonátor összenergiája U_N legyen, arányos — U_N energiának N rezonátorra történő eloszlásánál — az összes lehetséges komplexiók R számával; vagy más szavakkal: az egyik komplexió ugyanolyan valószínű, mint a másik. Hogy vajjon ez a feltevés a természetben valóban bekövetkezik-e, végső fokon csak tapasztalati úton lehet eldönteni. Viszont abban az esetben, ha a tapasztalat kedvezően dönt, ennek a feltevésnek az érvényességéből következtetni lehet a rezonátorrezgések speciálisabb természetére, nevezetesen az ilyenkor fellépő, *J. v. Kries* [8] megfogalmazása szerint „közömbös és nagyságuk alapján összehasonlítható eredeti mozgási terek” természetére. Mindenesetre, a kérdés jelenlegi állásánál még elhamarkodott lenne ebbe a témakörbe való további bocsátkozás.

5. §. A bevezetett feltevés értelmében a (3) egyenlőség alapján a tárgyalt rezonátorrendszer entrópiája az additív állandók alkalmas meghatározása mellett:

$$S_N = k \log R = k \{ (N+P) \log (N+P) - N \log N - P \log P \}. \quad (5)$$

(4) és (1) figyelembevételével:

$$S_N = k N \left\{ \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \log \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \log \frac{U}{\varepsilon} \right\}.$$

Tehát (2) szerint egy rezonátor S entrópiája, mint U energiájának függvénye:

$$S = k \left\{ \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \log \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \log \frac{U}{\varepsilon} \right\}. \quad (6)$$

II. A Wien-féle eltolódási törvény bevezetése

6. §. Az emisszió- és abszorpcióképesség arányosságáról szóló Kirchhoff-féle törvény után a *W. Wien* [9] által felfedezett és róla elnevezett eltolódási törvény, mely a sugárzás hőmérséklettől való függését kifejező Stefan–Boltzmann-féle törvényt speciális esetként magában foglalja, a hősugárzás szilárdan megalapozott elméletének legértékesebb alkotórésze. Ez *M.*

Thiesen [10] megfogalmazásában a következőképpen hangzik:

$$E \cdot d\lambda = 9^5 \psi(\lambda 9) \cdot d\lambda,$$

ahol λ a hullámhosszot, $E d\lambda$ a λ -tól $\lambda + d\lambda$ -ig terjedő színek tartományhoz tartozó „fekete”* sugárzás térbeli sűrűségét, 9 a hőmérsékletet és $\psi(x)$ az x argumentumnak, bizonyos függvényét jelenti.

7. §. Most meg akarjuk vizsgálni, hogy mit mond a Wien-féle eltolódási törvény rezonátorunk S entrópiájának U energiájától és saját frekvenciájától való függéséről. Mindjárt azt az általános esetet nézzük, mikor a rezonátor egy tetszőszerinti hőátersztő közegben van. E célból általánosítsuk a törvény Thiesen-féle alakját arra az esetre, mikor a sugárzás egy tetszőszerinti hőátersztő közegben c sebességgel terjed. Mivel nem a teljes sugárzást, hanem csak egy monokromatikus sugárzást kell vizsgálnunk, szükséges a különböző hőátersztő közegek összehasonlításakor a λ hullámhossz helyett, a ν rezgésszámot bevezetni.

Jelöljük tehát a ν -tól $\nu + d\nu$ -ig terjedő színek tartományhoz tartozó sugárzó energia térbeli sűrűségét $u d\nu$ -vel, akkor $E d\lambda$ helyett $u d\nu$ -t, λ helyett c/ν -t és $d\lambda$ helyett $c d\nu/\nu^2$ -t kell írunk. Ezáltal adódik:

$$u = 9^5 \cdot \frac{c}{\nu^2} \cdot \psi\left(\frac{c \cdot 9}{\nu}\right).$$

Az ismert Kirchhoff—Clausius-féle törvény szerint egy fekete felületről az időegység alatt hőátersztő közegbe kibocsátott, meghatározott 9 hőmérsékletű, és meghatározott ν rezgésszámú energia fordítva arányos a terjedési sebesség négyzetével, c^2 -tel; tehát a térbeli energiasűrűség u fordítva arányos c^3 -nel; így

$$u = \frac{9^5}{\nu^2 c^3} f\left(\frac{9}{\nu}\right),$$

adódik, ahol az f függvény állandói c -től függetlenek.

Ehelyett a következőt írhatjuk:

$$u = \frac{\nu^3}{c^3} f\left(\frac{9}{\nu}\right). \quad (7)$$

f a következőkben is, egyetlen változónak valamilyen új függvényét jelenti és ebből is látható, amint ismeretes, hogy egy hullámhossz élhosszúságú kockában lévő meghatározott hőmérsékletű és rezgésszámú sugárzás energiája: $u \lambda^3$ minden hőátersztő közegre ugyanaz.

8. §. Abból a célból, hogy u térbeli sugárzási sűrűségről egy, a sugárzási térben levő, ugyanazzal a ν rezgésszámmal stacionáriusan együttrezgő rezonátor U energiájára áttérhessünk, alkalmazzuk az irreverzibilis sugárzási

* Talán még megfelelőbb volna „fehér” sugárzásról beszélni, annak szakszerű általánosításaképpen, amit már most értünk tökéletesen fehér fényen.

folyamatokról szóló értekezésem [11] (34) egyenletében kifejezett összefüggést:

$$K = \frac{\nu^2}{c^2} U,$$

(K egy monokromatikus, lineárisan polarizált sugár intenzitása), mely az ismert

$$u = \frac{8\pi K}{c}$$

egyenlettel együtt a következő összefüggést adja:

$$u = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} U. \quad (8)$$

Ebből és (7)-ből következik:

$$U = \nu f\left(\frac{\mathcal{G}}{\nu}\right),$$

ahol c most már egyáltalán nem szerepel. Ehelyett azt is írhatjuk:

$$\mathcal{G} = \nu f\left(\frac{U}{\nu}\right).$$

9. §. Végül vezessük be a rezonátor S entrópiáját is, a

$$\frac{1}{\mathcal{G}} = \frac{dS}{dU} \quad (9)$$

egyenlet segítségével.

Akkor adódik:

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{\nu} f\left(\frac{U}{\nu}\right)$$

és integrálva:

$$S = f\left(\frac{U}{\nu}\right), \quad (10)$$

azaz, egy tetszőszerinti hőáteresztő közegben rezgő rezonátor entrópiája az egyetlen U/ν változótól függ és ezenkívül csak univerzális állandókat tartalmaz. Ez az általam ismert legegyszerűbb megfogalmazása a Wien-féle eltolódási törvénynek.

10. §. Ha a Wien-féle eltolódási törvényt ezen utóbbi megfogalmazásában az S entrópia (6) kifejezésére alkalmazzuk, belátjuk, hogy az ε energiaelemnek ν rezgésszámmal arányosnak kell lenni, tehát

$$\varepsilon = h\nu.$$

Ezáltal:

$$S = k \left\{ \left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) \log \left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) - \frac{U}{h\nu} \log \frac{U}{h\nu} \right\}.$$

Itt h és k univerzális állandók.

A (9)-be behelyettesítve kapjuk:

$$\frac{1}{g} = \frac{k}{h\nu} \log \left(1 + \frac{h\nu}{U} \right),$$

$$U = \frac{h\nu}{e^{k/g} - 1}. \quad (11)$$

Ezután (8)-ból következik a keresett energiaszámítás törvény:

$$u = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{k/g} - 1}, \quad (12)$$

vagy még, ha a 7. §-ban megadott helyettesítésekkel a ν rezgésszám helyett ismét λ hullámhosszát vezetjük be:

$$E = \frac{8\pi ch}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{k\lambda/g} - 1}. \quad (13)$$

A hőáteresztő közegben terjedő sugárzás intenzitásának és entrópiájának kifejezését, valamint az összes entrópia megnövekedésének tételét nem stacionáris sugárzásjelenségek esetére más helyen szándékozom levezetni.

III. Számértékek.

11. §. A két természeti állandó, h és k értéke a jelenlegi mérések alapján elég pontosan kiszámítható. *F. Kurlbaum* [12] azt találta, hogy, ha S_t -vel jelöljük az összes energiát, melyet 1 cm^2 -nyi $t^\circ \text{C}$ hőmérsékletű fekete test 1 sec alatt a levegőbe sugároz, akkor

$$S_{100} - S_0 = 0,0731 \text{ Watt/cm}^2 = 7,31 \cdot 10^5 \text{ erg/cm}^2 \text{ sec.}$$

Innen adódik, hogy az egész sugárzó energia térbeli sűrűsége a levegőben 1° abszolút hőmérsékletre:

$$\frac{4,7,31 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{10} (373^4 - 273^4)} = 7,061 \cdot 10^{-15} \frac{\text{erg.}}{\text{cm}^3 \text{ grad}^4}$$

Másrészt (12) szerint az egész sugárzó energia térbeli sűrűsége $g = 1$ esetén:

$$u = \int_0^\infty u d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{k}} - 1} = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \nu^3 \left(e^{-\frac{h\nu}{k}} + e^{-\frac{2h\nu}{k}} + e^{-\frac{3h\nu}{k}} + \dots \right) d\nu.$$

Tagonkinti integrálással:

$$u = \frac{8\pi h}{c^3} 6 \left(\frac{k}{h} \right)^4 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \dots \right) = \frac{48\pi k^4}{c^3 h^3} \cdot 1,0823.$$

Ha ezt egyenlővé tesszük $7,061 \cdot 10^{-15}$ -nel, akkor, mivel $c = 3 \cdot 10^{10}$,

$$\frac{k^4}{h^3} = 1,1682 \cdot 10^{15} \quad (14)$$

12. §. *O. Lummer* és *E. Pringsheim* [13] a $\lambda_m \vartheta$ szorzatot, hol $\lambda_m E$ maximumának megfelelő hullámhosszat jelenti levegőben ϑ hőmérsékleten, 2940 μ gradnak találták. Abszolút egységekben kifejezve:

$$\lambda_m \vartheta = 0,294 \text{ cm. grad.}$$

Másrészt, ha E -nek λ szerinti differenciálhányadosát nullával tesszük egyenlővé, (13)-ból következik

$$\left(1 - \frac{ch}{5k\lambda_m \vartheta}\right) \cdot e^{\frac{ch}{k\lambda_m \vartheta}} = 1.$$

Itt λ helyébe λ_m -t írtunk, mert λ_m -nél lesz a diff. hányados nulla. Ebből a transzcendens egyenletből:

$$\lambda_m \vartheta = \frac{ch}{4,9651 \cdot k}$$

adódik.

Következésképpen:

$$\frac{h}{k} = \frac{4,9651 \cdot 0,294}{3 \cdot 10^{10}} = 4,866 \cdot 10^{-11}$$

Innen és (14)-ből a természeti állandók értékeire a következőt kapjuk:

$$h = 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg. sec,} \quad (15)$$

$$k = 1,346 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{grad}} \quad (16)$$

Ezek ugyanazok a számértékek, melyeket a korábbi közleményemben megadtam.

Fordította: *Bakács Istvánné*

IRODALOM

- [1] *O. Lummer u. E. Pringsheim*, Verhandl. der Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2, 163, 1900.
- [2] *H. Rubens u. F. Kurlbaum*, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. Okt. 1900, 929.
- [3] *H. Beckmann*, Inaug. — Dissertation, Tübingen 1898. V. ö. még *H. Rubens*, Wied. Ann. 69, 582, 1899.
- [4] *M. Planck*, Ann. d. Physik, 1, 719, 1900.
- [5] *M. Planck*, u. o. 730.
- [6] Figyelembe kell venni ehhez azokat a bírálatokat, melyeket ez a tétel már kapott: *W. Wien* Rapport für den Pariser Congress 2, 40, 1900 és *O. Lummer* l.: idézett munka 2, 92, 1900.
- [7] *Boltzmann*, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (II) 76, 428, 1877.
- [8] *Joh. v. Kries*, Die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung, p. 36. Freiburg 1886.
- [9] *W. Wien*, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom. 9. Febr. 1893. p. 55.
- [10] *M. Thiesen*, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 2, 66, 1900.
- [11] *M. Planck*, Ann. d. Phys. 1. p. 99. 1900.
- [12] *F. Kurlbaum*, Wied. Ann. 65, 759, 1898.
- [13] *O. Lummer u. E. Pringsheim*, Verhandl. Der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2, 176, 1900.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Műszaki felelős: Tóth Ferenc

A kézirat beérkezett: 1954. VI. 7. — Példányszám: 1000 — Terjedelem: 9 (A/5) ív 28 ábra

Csongrádmegyei Nyomdaipari Vállalat, Szeged, 54-3863

Felelős vezető: Vincze György

Ára : 10'— Ft.

Előfizetés kötetenként 42'— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

| | Oldal |
|---|-------|
| <i>Csada Imre, Dezső Loránt és Herczeg Tibor</i> : Az 1954 június 30-i teljes napfogyatkozás megfigyelése | 251 |
| <i>Györgyi Géza</i> : Az elektromágneses tér energia-impulzus tenzora dielektrikumokban | 255 |
| <i>Gombás Pál</i> : A statisztikus módszerrel számított kinetikus energia Weizsäcker-féle inhomogenitási korrekciójáról | 279 |

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

Harmadik nap. 1953 augusztus 26, szerda

| | |
|--|-----|
| <i>V. Petržilka</i> : A μ -mezonok élettartamának méréséről | 297 |
| <i>V. Petržilka</i> : A kozmikus sugárzás csillagképző komponensei átmeneti effektusának méréséről | 301 |
| <i>V. Votruba</i> : Az elemi részek izotop spinjéről | 305 |
| <i>Szamosi Géza</i> : Taszító erők az atommagban | 313 |
| Hozzászólások | 321 |

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

| | |
|---|-----|
| <i>Náray Zsolt</i> : Elemi részek számlálása elektronsokszorozóval. I. rész | 325 |
|---|-----|

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

| | |
|--|-----|
| <i>Max Planck</i> : A normálspektrum energiaszétválasztási törvényéről | 347 |
|--|-----|

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

II. KÖTET

5. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1954

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadóiüléssein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendőek:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII., Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettő sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

TERMIKUS TISZTÍTÓBERENDEZÉS SZÍNKÉPTISZTA SZENEK ELŐÁLLÍTÁSÁHOZ*

BARDÓCZ ÁRPÁD és VORSATZ BRUNÓ

Magyar Tudományos Akadémia Központi Fizikai Kutató Intézete,
Spektroszkópiai Osztály

Bevezetés

A tudományos és gyakorlati spektroszkópia fejlődésével és terjedésével együtt jár egyes spektroszkópiai segédanyagok nagymennyiségű felhasználása és az azokkal szemben támasztott igények sokfélesége. Ezek között a spektroszkópiai segédanyagok között első helyen a spektroszkópiailag tiszta szén vagy grafit áll. Spektroszkópiailag tiszta szenet vagy grafitot legelterjedtebben 3—7 mm átmérőjű rúd, kisebb mértékben elterjedve 12 mm körüli átmérőjű, 3—5 mm vastag tárcsa alakban és végül por formájában használnak fel a spektroszkópiai gyakorlatban.

Aránylag akkor a legegyszerűbb a színképtiszta szén vagy grafit spektroszkópiai alkalmazása, amikor ellenelektrodként használják. Ilyenkor a bármilyen geometriai alakban jelenlevő vizsgálandó szilárd anyaggal szénelektrodot állítunk szembe és a szikrát vagy ívet e két elektród között keltjük. Különösen elterjedt újabban ez az eljárás sík felület szikráztatása esetében.

Ha a vizsgálandó anyag poralakban áll rendelkezésre, a gerjesztés céljaira kifűrt elektród furatába helyezzük és az ilyenkor rendszerint alkalmazott egyenáramú ívet ezen kifűrt alsó és tömör felső elektród között keltjük.

Oldatok elemzésénél többféle alakban használják a színképtiszta szenet. A *Scheibe—Rivas* [8] módszer alkalmazásánál a vizsgálandó oldat néhány cseppjét tömör szénrúd végére helyezik és az elektród által elnyelt oldatot gerjesztik. A *Bardócz és Varsányi* [34] által leírt oldatos elemző eljárásnál vízszintes tengelyre sugárirányban felerősített szénelektrodok vége először az alattuk elhelyezett vizsgálandó oldatba merül, majd tovább mozogva a szintén szén ellenelektrod elé jut, ahol megtörténik a gerjesztés. Az oldatos elemzés további korszerű módoszata a *Feldman* [26] féle hüvelyes elektród alkalmazása. Itt a gerjesztendő oldat hüvelyes alakra kiképzett felső szénelektrodba kerül, amelyen átdiffundálva jut az elemzőközbe. Forgó széntárcsát úgy használnak oldatelemzésre, hogy annak, mint egyik elektródnak alsó széle, forgás közben oldatba merül [14, 24]. A szikrát közötte és felső széle fölött elhelyezett rúd-ellenelektrod között keltik.

Színképtiszta szén- vagy grafitport akkor alkalmazunk, ha a vizsgálandó szilárd halmazállapotú anyag alakja nem alkalmas közvetlen gerjesztésre, de

* Érkezett 1954. V. 19.



ugyanakkor ki akarjuk használni a szilárd állapotban való gerjesztés előnyeit. Ekkor az anyagot brikettezni lehet. Ezt csaknem kivétel nélkül úgy végzik, hogy a por, darabos, forgács- vagy más alakban rendelkezésre álló anyagot megőrlik, finom, színképtiszta szén- vagy grafitporral összekeverik, utána brikettezik. A brikett a legkülönbözőbb alakú lehet. Használják a színképtiszta szén- és grafitport puffernek és hígító anyagnak is.

Az összes ismertetett esetekben a szénelektrodok kialakítása a legkülönbözőbb lehet. Majdnem azt lehet mondani, hogy ahány laboratórium, annyi fajta elektródot használnak. Az elektródok kialakításán kívül azokkal szemben más, szilárdsági, porozitási és homogenitási követelményeket is támasztunk.

Olyan spektroszkópai laboratóriumok színképtiszta szénanyaggal való ellátása, melyek az igen elterjedt és változó felhasználási módzatok következtében nagymennyiségű elektródanyagot fogyasztanak, sok esetben nehézkes, sőt egyes esetekben lehetetlen. Világviszonylatban csak aránylag kevés vállalkozás van, amely színképtiszta szénanyag előállításával foglalkozik, a kapható anyag sok esetben igen drága és minősége nem mindig kielégítő.

A spektroszkópai szén- és grafitellátás nehézségei nem újkeletűek, azok több mint két évtizedre nyúlnak vissza. Ennek azután az volt az eredménye, hogy számos kísérlet történt megfelelő spektroszkópai szénanyag laboratóriumi előállítására. Az utóbbi két évtized alatt kidolgozott különböző széntisztítási módszerekről *Gatterer* [17] és *Mitchell* [33] adnak jó áttekintést.

Termikus tisztítás alkalmazásakor az áramerősség, izzítási idő és a tisztítandó szénrúd méreteinek megfelelő megválasztásával igen különböző minőségű és tulajdonságú színképtiszta szenek állíthatók elő [3, 6, 17, 18, 20, 22, 23]. Ez igen fontos általános spektroszkópai feladatok megoldásával foglalkozó laboratórium számára, mert az igen különböző feladatokhoz szükséges különböző minőségű szeneket a kereskedelem még ezideig nem szállítja. Az egyes szállítók által szállított színképtiszta szenek vagy grafitok szilárdsága és porozitása adott és rendszerint csak a tisztasági fok tekintetében van lehetőség választásra.

Meg kívánjuk itt említeni, hogy a szenet és grafitot — azonkívül, hogy igen nagy tisztaságban állíthatók elő, porózusak, könnyen megmunkálhatók és igen magas olvadáspontjuk van — főként azért használják spektroszkópai célokra, mert igen kevés színképvonaluk van. Viszont a szénnel vagy grafittal való gerjesztés esetében a színképben zavaró ciánsávok jelentkeznek. Ezeknek a ciánsávoknak az erőssége a gerjesztés megfelelő beállításával csökkenthető, de nem küszöbölhető ki. A szén helyett e hátránya miatt egyes esetekben fém segéd-elektrodokat is használnak. A ciánsávok kiküszöbölésére vonatkozó vizsgálatok azonban azt mutatják, hogy ha a gerjesztendő anyaghoz megfelelő anyagokat keverünk [12, 31], illetőleg ha az ívnél, illetve szikránál megfelelő védőgázkörnyezetről gondoskodunk [9, 26, 28, 39], a ciánsávok igen erősen csökkenthetők, adott esetekben majdnem teljesen kiküszöbölhetők.

Ebben a dolgozatban áttekintést kívánunk adni a használatos spektroszkópai széntisztító eljárásokról, beleértve a legújabb eredményeket is. Az irodalmi adatok alapján végzett előkísérletek eredményeként ismertetünk egy színeképtiszta szenek folyamatos előállítására alkalmas széntisztító berendezést.

Tisztító eljárások színeképtiszta szenek előállítására

Színeképelemző célokot szolgáló szénelektród, illetve grafitlektród anyagokat a mai gyakorlat szerint, a rendelkezésre álló adatok alapján, háromféle módon tisztítanak. Az egyik tisztítási mód tisztán vegyi természetű [10, 11, 16], amikor a szénben levő tisztátalanságokat az elektrodokból oldás útján igyekeznek eltávolítani. A vegyi tisztító eljárások nagyon körülményesek és hosszadalmasak, és általában nem adják a kívánt tiszta terméket. Ennél a tisztítási módnál, mivel maguk a tisztító anyagok nem mindig mentesek a tisztátalanságoktól, a tisztítani kívánt szeneket szennyezhetik. A másik alkalmazható módszer a felhevítéssel való tisztítás, amikor a szén- vagy grafitlektrodokat magas hőmérsékletre hevítve az azokban levő tisztátalanságok legnagyobb részét elgőzölgnek. Az ilyen módon való tisztítás lehet helyi jellegű [4, 5, 7, 9, 27, 30], amikor az elektrodok végei között ívet keltve az elektrodnak csak felületi részéről gőzölgtetjük el a tisztátalanságokat. Az így tisztított elektrodok csak mérsékelt igények kielégítésére valók. A felhevítéssel való tisztítás másik módjánál az elektrodok egész tömegét felhevítjük, miáltal az egész elektrod megtisztul. Az elektrodok egész tömegében való felhevítése történhet kemencében [1] atmoszférikus nyomáson (esetleg semleges gázkörnyezetben), vagy vákuumban [15, 32]. Szénkemencében való izzításnál a tisztátalanságok újból kondenzálódhatnak a külső rétegben [18]. Más módon villamos áram átvezetésével hevíthetjük fel a szénrudakat [1, 3, 6, 17—23]. Ez az eljárás az egyszerűbb és az elterjedtebb.

Az ismertetett kétfajta tisztítási módon kívül egyesített termikus és vegyi tisztítást is alkalmaznak [2, 7]. Ebben az esetben a magas hőmérsékletre felhevített elektrodok valamilyen gáz, rendszerint klórkörnyezetben vannak. Magas hőmérsékleten a klórgáz a szén- vagy grafitlektrodok anyagában levő tisztátalanságokkal könnyen illanó kloridokat képez, amelyek a gázkörnyezet állandó cseréjével eltávoznak.

Az összes tisztítási módok között egyszerű és hatásos az ellenálláshevitéssel való tisztítás [3, 6, 17—23], mely esetben a 150—300 mm hosszú, 3—7 mm átmérőjű szén- vagy grafitrudakon erős áramot engedünk át, amely az elektrod anyagát a kívánt magas hőmérsékletre hevíti, miközben a tisztátalanságok gőz alakban eltávoznak. Ezen az elven működik az itt ismertetett tisztítóberendezés is. Ennél a tisztítási eljárásnál lejátsszódó fizikai folyamatok tárgyalásával az irodalomban többen foglalkoztak [3, 6, 17—23], ezért ezt a részt itt elhagyjuk.

A tisztításra kerülő szén- vagy grafitanyag tartalmazhat olyan összetevőket is, amelyek vegyi, fizikai vagy pedig a két eljárás egyesítéséből származó módszerrel sem távolíthatók el. Az ilyen tisztátalanságok főleg azoktól az elemektől származnak, amelyek mint igen magas olvadáspontú karbidok vannak jelen. Ilyen elem elsősorban a bór, amely a legnehezebben távolítható el. Hasonló anyagoktól mentes színképtiszta szén- vagy grafit-elektrodákat úgy lehet előállítani, hogy pl. bórmentes anyagból indulunk ki. Egészen nagytisztaságú szénanyag vízgáz, CH_4 , C_6H_6 stb. termikus bontása által állítható elő [13]. Ilyen esetben kötőanyagul vízgázból szintetikusán összetett szénhidrogének szolgálnak.

Régebbi termikus széntisztító berendezések

Az irodalom aránylag igen kevés adatot tartalmaz termikus széntisztító berendezések kivitelét illetően. *Russanow* [3] a tisztítandó 5 mm átmérőjű szénrudakat tömör, vízhűtésű vas-szorítószerszerkezetbe fogta. Az áramhozátvezetés ezeken a befogófejekén keresztül történt. *Preuss* [6] a függőleges elrendezésű szénrudak befogására grafitfömböket alkalmaz. A felső befogószerszerkezet rugóra van függesztve, hogy a szénrudak felhevítés alatti hosszváltozását követni tudja. *Gatterer* [17] az ugyancsak függőleges elrendezésű tisztítandó szénrudakat grafitpofák közé szorítja be. *Fox* és *Bardet* [18] széntisztító berendezésénél is függőleges a szénrudak elhelyezése. A befogás felül grafitpofákba történik, amelyeket vízzel hűtött vaspofák vesznek körül. A szénrudak alsó vége önfürdőbe merül. *Hoogland* [19] széntisztító berendezésénél a vízszintes helyzetben levő szénrudakat végükkel grafitfömböknek szorítja neki. *Mukherjee* [22] széntisztító berendezésénél a rudak elhelyezése vízszintes és a befogás rézbefogókkal történik.

Az első, előzetes kísérleti széntisztító berendezésünk igen nagymértékben a *Gatterer* [17] által leírt készülék mintájára készült el. Mivel *Gatterer* készülékének leírásából a részletek hiányoznak, azokat saját elképzeléseink szerint alakítottuk ki az alábbiak szerint.

A szénrudak tisztítás közben függőleges helyzetben, alsó és felső végükön grafitpofák közé vannak szorítva. A grafitpofák derékszögű négyszög kiképzésűek és a szénrudak befogásának a helyén a szénrúd átmérőjének megfelelően mélyítve vannak. A grafitpofák lapos vörösrézrúdból készült keretben helyezkednek el. A vörösrézkeret két részből áll, a két rész egymással csuklósan kapcsolódik, a két részt a csukló körül rugó húzza össze. Ez a rugó szolgál a tisztítandó szénrúd megszorítására. A vörösréz-keretek mindkét fele meghosszabbított szárú, amely szárak segítségével, a rugóerő ellenében nyithatók. Az áramhozávezetés a grafitpofákat tartó vörösréz-keretekhez történik. A felső befogó-keret egyik fele függőleges helyzetű és függőleges irányban elmozduló rúdra van erősítve. Ennek a rúdnak rugós felfüggesztése van, hogy a szén

izzítása közben, a felső szénbefogó-keret követni tudja a szénrúd hossz-irányú tágulását. Hogy különböző hosszúságú szénrudak könnyűszerrel legyenek befoghatók, a rugós felfüggesztés rugójának rögzítetten álló vége különböző magasságban fogható be.

A fenti módon elkészített szénizzító állvány transzformátorhoz csatlakozik. A transzformátor 380/150 volt feszültségű, 150 voltos oldalán 10 voltontként megcsapolással. Állandó teljesítménye 45 kVA, de egy percen át háromszorosan túlterhelhető. A transzformátor a hálózatra 600 Amperes mágneskapcsolón át csatlakozik, amelynek be- és kikapcsolása távolról vezérelhető.

Már a legelső kísérletek is azt mutatták, hogy ilyen módon összeállított szénizzító állvánnyal folyamatos üzemben szenet tisztítani nem lehet. A legelőször jelentkező nehézség az, hogy a $3000\text{ }^{\circ}\text{C}$ körüli hőmérsékletre hevített szénrudaktól származó főként sugárzó, de a vezetésből származó hő is a szerkezetet erősen felmelegíti. Fokozzák a felmelegedést a felfelé áramló magas hőmérsékletű gázok is. Ez a felmelegedés olyan mértékű, hogy néhány szénrúd kiizzítása után szabad kézzel egyik alkatrész sem érinthető, a grafit befogópofák teljes tömegükben izzanak. Ez a nagymértékű általános felmelegedés elsősorban a kezelés szempontjából kellemetlen. A kellemetlenséget egyrészt a felhevült szerkezettől származó sugárzó hő, másrészt pedig az okozza, hogy erősen felhevült alkatrészeket kell kezelni a szénrudak be- és kifogása miatt. A befogókeretek kezelőszárainak érintése csak hőszigetelő-anyagon keresztül történhet. A kézzel kezelendő alkatrészek rossz hővezető-anyaggal való beburkolásáról nem lehet szó, mert azok elégnének.

A nagy felmelegedés káros következményei, hosszabb üzem után a szerkezet tönkremenetelében mutatkoznak. A szegecselt és csavarozott kötések és az illesztett csuklók az állandóan változó hőigénybevétel és a felületi oxidképződés miatt meglazulnak. Ennek az a következménye, hogy különösen a felső befogó grafitpofák helyzete bizonytalanná válik, ami az izzítandó szénrudak bizonytalan befogását eredményezi. A nem megfelelő pontossággal befogott szénrudak izzítás közben törnek.

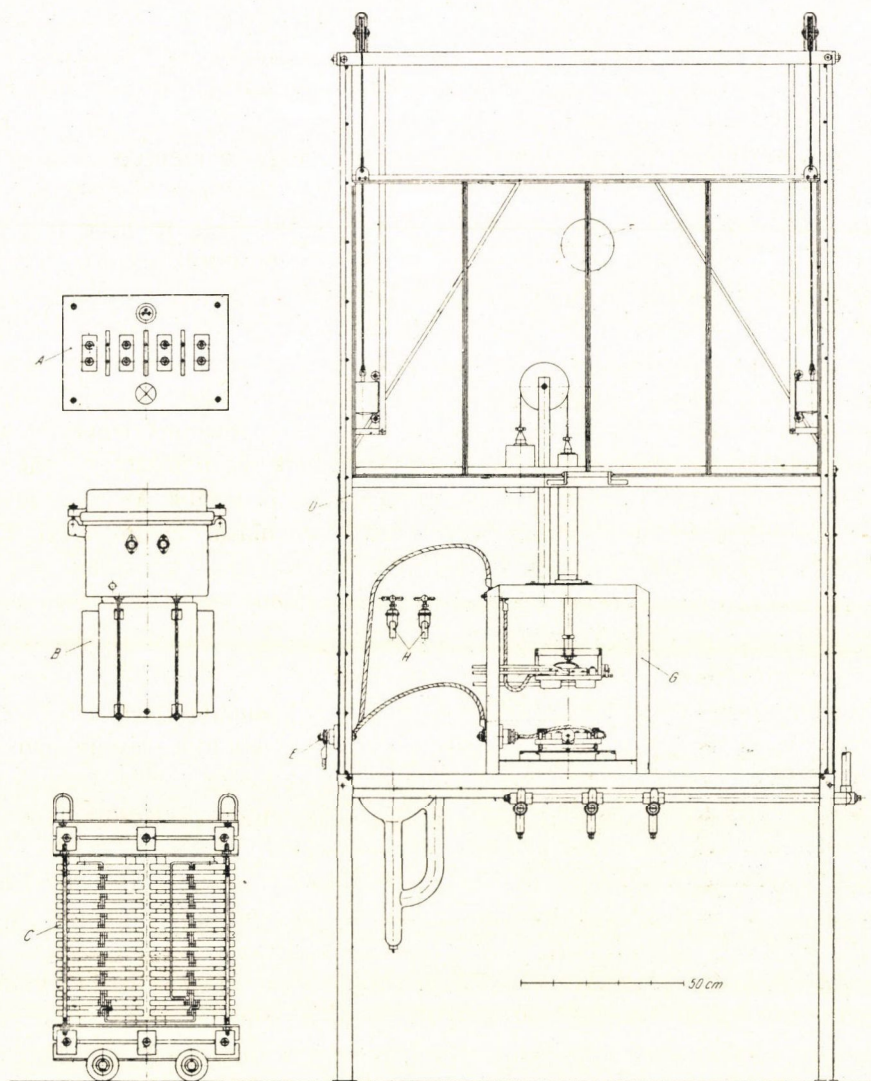
A szénizzító állvány ilyen kiképzésénél a befogó grafitpofák erős elhasználódásnak vannak kitéve. A grafitpofák egyrészt a közöttük és az izzított szénrúd közötti átmeneti ellenállás, másrészt az izzásban levő szénrudakkal való közvetlen érintkezés miatt, továbbá pedig a sugárzó hő következtében igen erős hőigénybevételnek vannak kitéve. Hozzájárul a grafitpofák felmelegedéséhez még az a körülmény is, hogy az őket tartó vörösréz-kerekekkel érintkezésük gyakorlatilag csak egyes pontokra korlátozódik, ahol kis ívek keletkeznek. A grafitpofák hőmérséklete folyamatos üzemben eléri a $800\text{--}900\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ot. Ennek a magas hőmérsékletnek a következtében az elégés jelentős és aránylag rövid idő elteltével (kb. 30–40 szén leizzítása után) annyira elvékonyodnak, hogy ki kell őket cserélni.

Az elmondottakon kívül a grafit befogópofának van az előbbinél lényegesen nagyobb hátránya is és ez a következő: Még a leggondosabb befogásnál sem kerülhető el, hogy a befogás helyén az átmeneti ellenállások miatt a szénrudak és a befogópofák között ív ne keletkezzék. Ez a kis ív a befogás helyén olyan magas hőmérsékletet eredményez, hogy a szénrúd és a grafitpofák összehegednek. Az izzítás megtörténte után, a szénrúd kivételénél ebből kisebb-nagyobb darab a grafitpofára hegedve marad. Ez a jelenség majdnem minden rúd izzításakor megismétlődik. Az izzított szénrúdról levált és a grafitpofákra hegedt széndarab mérete több mm-t tehet ki minden irányban. Ha a grafitpofák a szénrúd befogására mélyedéssel bírnak, a mélyedéseket a levált széndarabok kitöltik és a kifogástalan befogás elérése végett, a befogópofákat elvileg minden izzítás után tisztítani kell, ami csak azoknak a készülékből való kivétele mellett végezhető el. Még meg kívánjuk jegyezni, hogy a grafitpofákra tapadt széndarabok igen kemények és rendszerint csak úgy távolíthatók el, hogy velük együtt a grafitpofákból is leválik kisebb-nagyobb darab. Ez a grafitpofák befogómélyedésének eltorzulását eredményezi. Ezért célszerűbb befogómélyedés nélküli grafitpofákkal dolgozni. Az izzított szénrúd és grafitpofák összehegedése ilyenkor sem kerülhető el, de a befogást illetőleg nem vagyuk helyhez kötve.

A felsorolt kellemetlenségek egy részének a kiküszöbölésére a szénizzító állványt részben vízhűtésűre alakítottuk át. Ez az átalakítás még azt a célt is szolgálta, hogy a grafit befogópofák helyzetének korábbi bizonytalanságát kiküszöböljük. Ebből a célból mind az alsó, mind pedig a felső befogópofaszervezetet $200 \times 200 \times 15$ mm méretű vörösrézlemezre helyeztük. Az alsó lemez három, magasságában állítható lábon nyugszik és alsó felületén ráforasztott lemez-hűtőtáskával bír, amelyben hűtővíz kering. Felső felületére ráfekszenek a befogó grafitpofák az őket összeszorító vörösréz-keretekkel együtt. A befogó keretek csuklósan, a vörösréz lapba erősített csaphoz csatlakoznak. A felső asztal kiképzése teljesen hasonló az alsóhoz, azzal a különbséggel, hogy furattal van ellátva azért, hogy felső felületén levő befogópofák a szénrúd részére alulról hozzáférhetők legyenek. A furat miatt a felső asztallemezen két hűtőtáska van. A berendezés általános elrendezése hasonló a 2. és 3. ábrák elrendezéséhez.

A széntisztító állvány ezen módozatánál a felső befogópofák felfüggesztését is megváltoztattuk. A korábban használt rugós felfüggesztés helyett ellensúlyt alkalmaztunk (2. ábra). A felső vörösrézlemez asztalt tartó rúd sodronykötélen függ, amely csigakerekeken megy át és az egyensúlyt ellensúly tartja fenn. Az ellensúly nagysága olyan, hogy a szénrudak gyenge húzás alatt állanak.

További átalakítás abból állt, hogy a befogópofákat összeszorító vörösréz-keret nyitása nem a keretből kiálló és a felhevülésnek kitett szár, hanem külön nyitószervezet segítségével történt, amely izzítás alatt nem volt az állványon.



1. ábra. Termikus tisztítóberendezés szinképtiszta szén előállításához

- | | | |
|---------------------|---------------------|--------------------------|
| A = áramcsatlakozás | D = vegyi-fülke | G = széntisztító állvány |
| B = mágneskapcsoló | E = áramcsatlakozás | H = hűtővíz-csatlakozás |
| C = transzformátor | F = elszívónyílás | |

A széntisztító állvány fent leírt átalakítása igen lényeges javulásokat eredményezett. A két jól hűtött, befogópofatartó vörösrézlemez asztal hűtése a készülék átlagos hőfokának lényeges lecsökkentését eredményezte. A hűtés olyan erős volt, hogy egy-egy szénrúd izzítása után az asztalok szabadkézzel megérinthetők voltak. Az ilyen mértékben hideg asztalokra felfekvő grafit befogópofák és vörösréz befogókeretek gyorsan lehűltek. Mivel a felső grafitpofák, egy 25 mm átmérőjű furatnak megfelelő területet kivéve, sugárzó hőnek nem voltak kitéve, tarósságuk lényegesen megnövekedett. Az alsó grafitpofák ennél az elrendezésnél is ki voltak téve a sugárzó hő hatásának, ezért élettartamuk továbbra is rövid maradt. Még a következő szempontból is hátrányos helyzetben voltak az alsó befogópofák a felsőkhöz képest: mivel az izzítás alatt a szénrúd gyenge húzás alatt áll, ez a húzóerő a felső pofákat az asztalukra rászorítani, az alsókat az asztalukról felemelni igyekszik. Ennek következménye a felső pofák esetében jobb hűlés lesz. Ez az elrendezés sem csökkentette észrevehetően a szénrúd és a grafitpofák közötti összehegedést, amely viszont annyira döntően kellemetlen körülmény volt, hogy ki kellett küszöbölni.

A továbbiak szempontjából fontos még egy, ennél az átalakított berendezésnél észlelt jelenség megemlítése. Hosszabb üzemidő elteltével azt tapasztaltuk, hogy a grafitpofák felfekvésének helyén, a vörösréz asztalok felületén, erős bemaaródások voltak észlelhetők. Ezek a bemaaródások az alsó asztal felületén erőteljesebbek voltak, mint a felsőnél. Ezek a bemaaródások a tartóasztalok és grafitpofák közötti áramátmenetek, illetőleg az átmenet alkalmával képződött íveknek a következményei. Az áramcsatlakozás a vörösréz asztalokhoz történt. A grafitpofákat szorító vörösréz-keret két fele csuklósan csatlakozott a vörösréz asztalokba rögzített csaphoz. Az említett bemaaródási jelenségek azt mutatják, hogy az áramnak a grafit befogópofákhoz ilyen módon való vezetése nem kielégítő.

Mivel a fent leírt átalakítás még mindig nem tette lehetővé a kifogástalan és zavartalan üzemmenetet, további átalakításokra volt szükség. Ezek az átalakítások, egyes részletektől eltekintve, főként a grafitpofáknak hűtött vörösréz befogópofákra való kicseréléséből álltak. Ennek a részletkérdésnek megoldása a berendezés végleges kialakításához vezetett, amelyet részleteiben az alábbiakban ismertetünk.

Az új széntisztító berendezés

Az új széntisztító berendezés általános elrendezését az 1. ábra, a széntisztító állványt a 2. ábra, a befogószerkezet részleteit pedig a 3. és 4. ábrák mutatják.

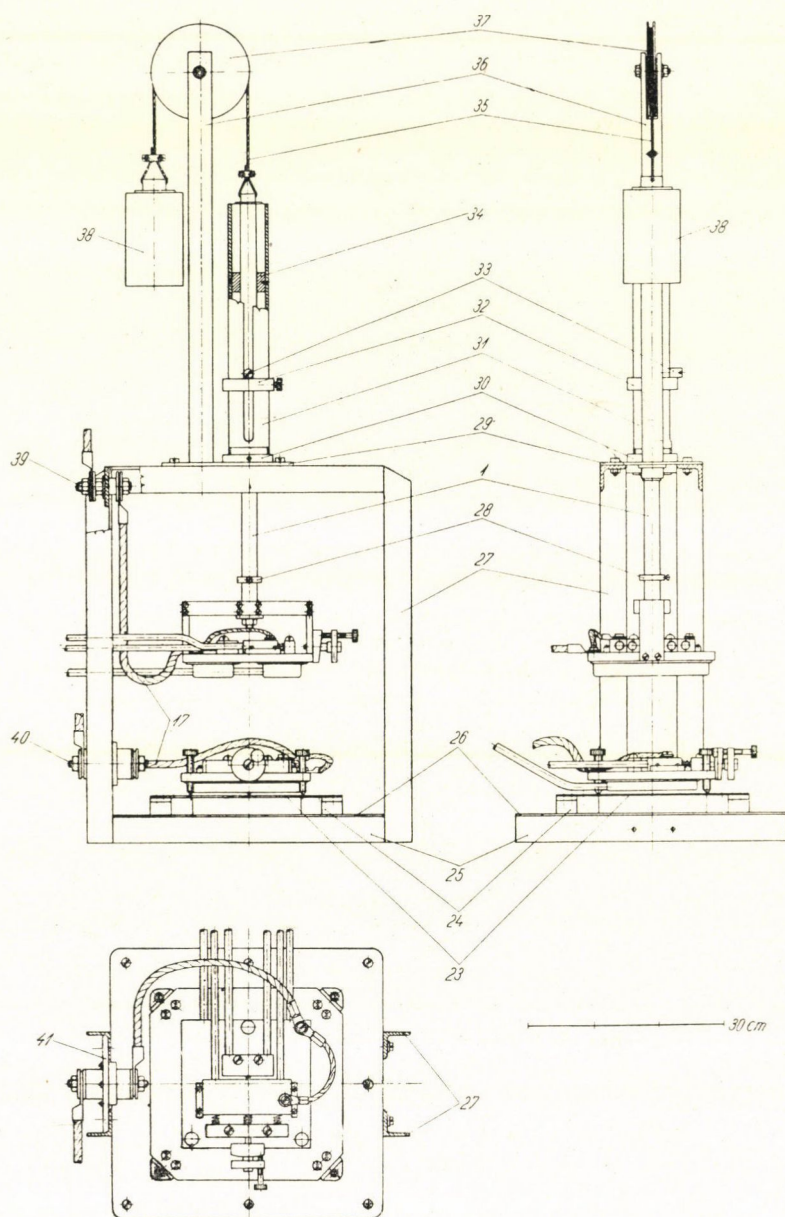
Az 1. ábrában a *G*-vel jelölt széntisztító állvány a *D* vegyi fülkében van elhelyezve. A vegyi-fülke mellett helyezkedik el a *C* transzformátor, amely a

B mágneskapcsoló segítségével kapcsolható a hálózatra. A hálózat végződése az *A* táblán vannak. A *C* transzformátor és *G* széntisztító állvány áramcsatlakozása *E*-nél történik.

Az áramcsatlakozás a 3. ábrán ábrázolt befogószerkezethez a 16, hajlékony vörösréz kábeleken át történik. A kábelek közvetlen csatlakozása a 10 és 12 befogópofákat hordó 13 vörösréz asztalokhoz történik. A vörösréz asztalok mérete $200 \times 200 \times 15$ mm. A tisztítandó szenet (19) a 10 és 12 befogópofák közé fogjuk be. A 12 befogópofák rögzítetten a 13 asztalokra vannak csavarozva. A 10 befogópofák ezzel szemben a 11 sinekből képzett vezetékek között elmozdíthatók. A 10 mozgó befogópofákat a bennük süllyesztve elhelyezett 21 rugók szorítják a befogandó szénrúdhoz. A 21 szorítórugók a 9 daraboknak támaszkodnak, amelyekbe részben szintén be vannak süllyesztve. További részletek a 4. ábrából vehetők ki. A 10 pofák mozgatása 20 orsó segítségével történik (lásd a 4. ábrát is), amely csavarmenettel csatlakozik a 10 pofákhoz. A 20 orsó végére a 6 jelű tárcsa van rögzítve, amelyben viszont a 7 jelű csavarmenettel ellátott támasztócsap van. A 7 jelű támasztócsap végével, az 5 jelű ferde, sík lappal határolt tárcsafelületre fekszik rá. A 6 tárcsa forgatása peremén levő 8 furatba dugható rúd segítségével történik. Ez a rúd az ábrában nincsen feltüntetve. A 7 támasztócsap felső helyzetében a 21 rugók megfeszítése ellenében a 10 pofa nem szorít, a 7 támasztócsap alsó helyzetében a 19 szénrúd megszorított állapotban van. A 7 támasztócsap azért van menettel ellátva és ezáltal állíthatóra kiképezve, hogy az 5 és 6 tárcsák távolsága és ezzel együtt a 10 és 12 pofák távolsága a mindenkori szénvastagsághoz hozzáidomítható legyen. A jobb áramcsatlakozás biztosítása végett a 10 mozgó befogópofák a 18 kábellel külön is csatlakoznak a 16 áramhozzávezetéshez.

A 13 jelű alsó vörösrézlapasztal a 22 csavartámaszokon nyugszik a 23 alaplemezen. Ilyen módon a 13 asztal a 23 alaplemezen tetszőlegesen elhelyezhető, ezenkívül pedig síkja a 22 csavaros támaszok által megengedett mértékben a vízszintestől eltérően beállítható. Erre az állíthatóságra azért van szükség, mert előfordulhat, hogy a tisztítani kívánt szénrudak nem egyenesek. Ilyenkor a 13 jelű alsó asztal megfelelő eltolásával, illetőleg síkjának megfelelő beállításával elérhető, hogy a szénrudak megfeszülés nélkül legyenek befogathatók. Előfordulhat az is, hogy a befogópofák az elhasználódás következtében nem egyenletesen kopnak el és a szénrúd ferde befogását eredményezik. Ezt is az előbbi módon lehet kiegyenlíteni. A szénrudak ilyen körülmények között való megfeszítésének kiküszöbölését célozza egyébként az az elrendezés is, hogy a felső és alsó befogószerkezet befogó nyílásai egymásra merőlegesek (3. ábra).

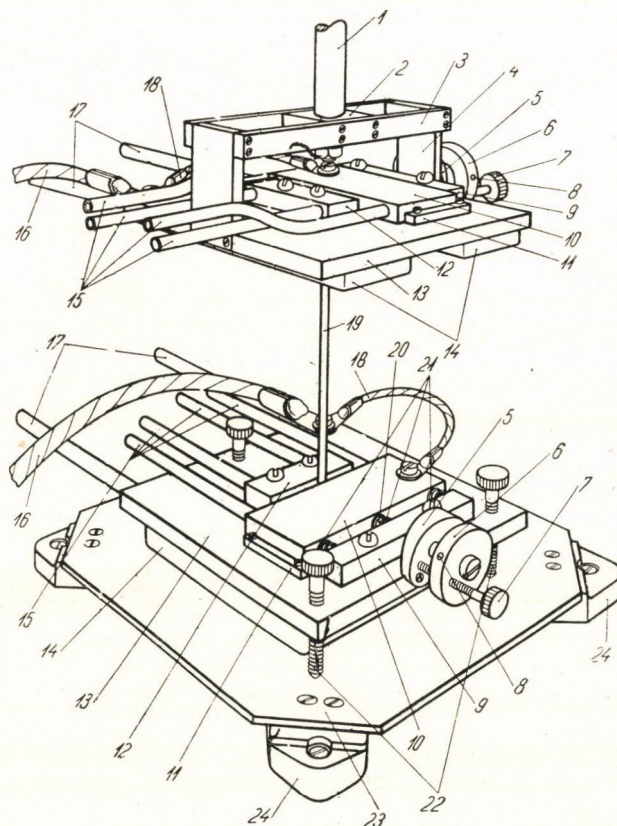
A 3. ábrán a 13 jelű felső és alsó vörösrézlemez asztalok között az a különbség, hogy a felsőnek közepén az átmenő szénrudak részére 25 mm átmérőjű furat van.



2. ábra. Tisztítóállvány szinképtisza szenek előállításához

A 3. ábra 13 jelű felső asztala a 2, 3 és 4 darabok közvetítésével az 1 rúdra van függesztve.

A 13 asztalok, továbbá a 10 és 12 befogópofák erőteljes vízárammal hűtve vannak. Az asztalok (13) alsó felére a 14 lemezből készült hűtőtáskák vannak forrasztva, amelyekben víz kering. A felső asztalnál az átmenő furat kikerülése végett két hűtőtáska van. A 14 hűtőtáskához a víz hozzá- és el-

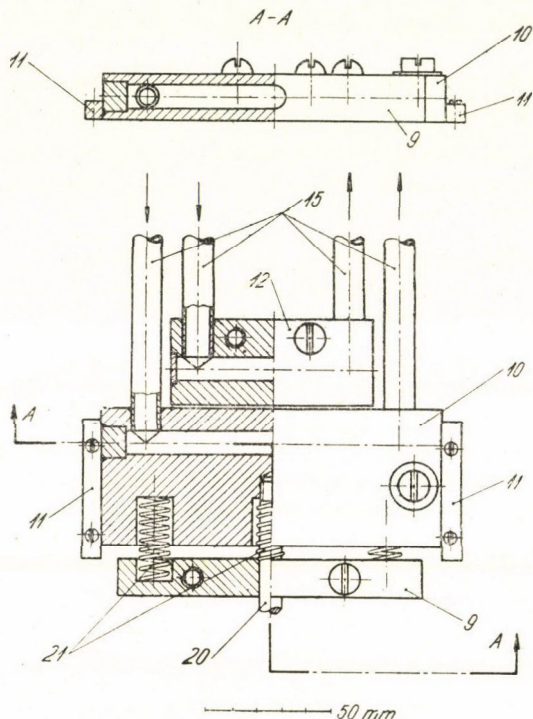


3. ábra. Széntisztító állvány befogószerkezete

vezetés a 17 vörösréz csöveken át történik. A 10 és 12 befogópofákhoz a hűtővíz a 15 vörösrézcső vezetékeken keresztül jut a pofákba, a hűtővízjáratot részleteiben a 4. ábra mutatja. A 4. ábrában a hűtővíz bemenetét és kijövetelét nyilak jelzik.

A 3. ábrán ábrázolt befogószerkezet a 2. ábra szerinti elrendezésben helyezkedik el a széntisztítóállványban. A 2. és 3. ábrák 23 alaplemeze a 24 porcellán szigetelőkön nyugszik. A 24 porcellánszigetelők viszont a 25 szögvaskeretre felfekvő 26 lemezen helyezkednek el. A 25 szögvas alapkerethez csatlakozik az ugyancsak szögvasból készült 27 kettős keret, amely a felső befogószerkezetet hordó 36 oszlopot tartja. A felső befogószerkezetet tartó 1

jelű rúd a 35 fonott sodronykötélre van felfüggesztve. Az egyensúlyt a 37 csigakerék közbeiktatásával a 38 ellensúly tartja. Az 1 jelű rúd a 34 és a 31 cső alsó részében (az ábrán nem látható) levő vezetékben pontosan, kis surlódással, vezetve van. A szóbanforgó vezetékeket hordó 31 cső a 29 lemezre van rögzítve. Ugyancsak a 29 lemezhez csatlakozik a 36 tartóoszlop is. A felső befogószerkezetet elfordulás ellen a 31 cső vezetékében mozgó 33



4. ábra. A széntisztító állvány vízzel hűtött befogópofái

csap biztosítja. A 31 csövön állíthatóan rögzíthető 32 gyűrű (a 33 csappal való ütközés folytán) a felső befogószerkezet alsó helyzetét, az 1 jelű rúdon állíthatóan rögzíthető 28 gyűrű pedig annak felső helyzetét szabja meg. Különböző hosszúságú szénrudak tisztításánál a 32 gyűrű különböző helyzetben rögzítendő.

Az izzítóberendezéshez az áramot a 2. ábra 39, illetve a 40 csatlakozópontján vezetjük be. A 39 pontban az áram-hozzávezetés közvetlenül a 27 kettős keretre rögzített lemezhez csatlakozik, így a készülék, az alsó befogószerkezet kivételével ennek a pontnak a potenciálján van. A 40 csatlakozópontnál az áramvezetés porcellánszigetelővel van elszigetelve a készülék többi részétől és kizárólag az alsó befogószerkezethez csatlakozik. Utóbbi a 24 porcellánszigetelők közbeiktatásával szigetelten áll.

Az 1. ábra szerinti vegyi-fülke a szokásos kivitelű. Fontos, hogy huzata jó legyen, hogy az izzításnál keletkező gázok és füst biztosan a húzókérményen át távozzanak és ne jussanak a munkahelyiségbe. Nagyobb mennyiségű ként tartalmazó szenek izzításánál keletkező kéndioxid különösen kellemetlen a kezelőszemélyzet részére. Izzítás közben a vegyi-fülke ajtaja lehúzott állapotban van.

A vegyi-fülkében elhelyezett *G* izzítóállványhoz (1. ábra) az árambevezetés a vegyi-fülke oldalára rögzített 4 mm vastag alumíniumlemezbe helyezett *E* szigetelőkön keresztül történik.

A hűtőcsöveket a *H* vízvezetéki csapokkal gumicsövek kötik össze. A víz-elvezetés a vegyi-fülkében levő lefolyón át történik.

A vegyi-fülke eleinte a szokásos módon üvegezett volt. Később a sugárzó hő és fény visszatartására az üveget szürke festékkel befestettük. Ennek folytán az üveg összetöredezett. Végül is üveg helyett 1 mm vastag alumíniumlemez alkalmaztunk szellőzőrésekkel. Hogy a tisztítóberendezés kezelője a tisztítási folyamatot ellenőrizhesse, a vegyi-fülke transzformátor felőli oldalán színes üveglap van.

A vegyi-fülke megfelelő burkolása balesetelhárítási szempontból is fontos, mert számos esetben előfordul, hogy a felhevült szén felrobban, darabjai több méter távolságra röpülve mechanikai és égési sérüléseket okozhatnak. Repülő széndaraboknak a fémlemez jobban ellenáll, mint az üveg.

Általános megjegyzések

Az ismertetett széntisztító berendezés teljes mértékben alkalmas arra, hogy vele folyamatos üzemben, üzembiztosan és kényelmes kezeléssel színeképtiszta szeneket állítsunk elő. A berendezés leírt formájában már két éve üzemben van és vele több ezer szénrudat tisztítottunk. A tisztításhoz szükséges időt az izzításhoz szükséges idő és a szénrudak cseréléséhez szükséges idő szabja meg. Egy kezelőszemélyzetet számítva egy darab szénrúd izzítása és cserélése mintegy három percet tesz ki.

A folyamatos munkalehetőséget döntő módon az a két körülmény tette lehetővé, hogy fém befogópofákat alkalmaztunk, és hogy a hűtést sikerült megfelelően megoldani. Fém befogópofák alkalmazásával elmaradnak mindazok a kellemetlenségek, amelyek grafitpofák alkalmazásával jártak. A vörösréz befogópofák vastagsági méretükben egyáltalában nem használnának el. Valamelyes elhasználódás a szénrudak befogásának a helyén mutatkozik. Ez az elhasználódás részben a természetes kopás következménye, részben pedig abból származik, hogy a befogás helyén elkerülhetetlenek a kis ívképződések, amelyek a pofák felületének a kimaródását eredményezik. Nagyobb mértékben járulnak hozzá a pofák elhasználódásához azok az ívek, amelyek a szénrudaknak a befogópofák közelében való elszakadása alkalmával keletkeznek. Hozzájárul az elhasználódáshoz a pofák befogófelületének időnkénti tisztítása

is. A többféle okból történő elhasználódás mértéke azonban olyan csekély, hogy folytonos napi üzem esetén havonta egyszer kell a befogófelületeket reszeléssel vagy marással utánamunkálni. A befogópofák élettartamának megnövelése végett azokra nem készítünk befogómélyedéseket, így a szénrudak különböző helyeken foghatók be. Teljesen elmarad a vörösréz befogópofák alkalmazása esetében a szénrudaknak a befogópofákhoz való hegedése, ami grafitpofák esetében igen kellemetlen volt. A befogás helyén már erősen elkopott befogópofákat nem kell eldobni, hanem ezüsttel ráforrasztott betétekkel zavartalanul tovább lehet használni. A 3. ábra szerinti 13 asztalok és a 10- és 12 befogópofák, valamint az ezekkel kapcsolatos többi alkatrészek hűtése annyira jó, hogy közvetlenül az izzítás megszűnése után szabadkézzel megérinthetők. A vízzel hűtött vörösréz alkatrészek egyáltalában nem oxidálódnak. A 13 asztalok nagy méreteik folytán a mögöttük elhelyezkedő alkatrészek részére jó sugárzás-védelmet nyújtanak. A 15 és 17 hűtővíz vezető csövek megfelelő hosszúságúra való kiképzésével a hozzájuk csatlakozó gumicsövek távol tarthatók a nagy hőmérsékletű helyektől. A gumicsövek további védelme árnyékoló alumíniumlemezek alkalmazásával biztosítható. Az izzítókészüléken kívül, de a vegyi-fülkén belül vezetett szigetelt vörösréz kábelek szigetelését úgy óvjuk meg az elégéstől, hogy azokat 0,2 mm vastag alumíniumszalag burkolattal látjuk el. Az izzítókereten belül csupasz vörösréz kábeleket alkalmazunk, amelyek oxidálódása olyan módon csökkenthető, hogy azokat azbeszt zsinórral tekercseljük be.

A korábbi megoldásoknál a befogópofákat feszítő rugók hősugárzás elleni védelme nem volt lehetséges. A jelenlegi megoldásnál a 3., illetve 4. ábrákon látható 21 feszítőrugók védelme teljesen megoldottnak tekinthető, azokkal ezideig még semmi baj nem volt.

A széntisztító berendezés kényelmes kezelése szempontjából igen előnyösnek bizonyult az ellensúlyos felfüggesztés, továbbá a befogópofák nyitásának, illetve zárásának az itt alkalmazott módja. A húzóerő, ellensúlyos felfüggesztés esetében igen finoman állítható be. A felső, mozgó befogószerkezet rugós felfüggesztése esetén változó hosszúságú szénrudak izzításánál a függesztőrugó nyugvópontját át kell helyezni. Rugós felfüggesztés esetén a felső befogószerkezet nem állítható be olyan egyszerűen bármely függőleges helyzetbe, mint ellensúlyos felfüggesztés esetében.

Hogy a felső befogószerkezet és a 2. ábra 38 ellensúlya a szénrudak tágulását illetőleg összehúzódását követni tudják, az 1 jelű (2. ábra) függesztő rúd igen pontos vezetésére és a 37 csigakerék golyócsapágyazására van szükség. Ha ezeket biztosítjuk, az aránylag nagy mozgó tömegek ellenére sem törnek el a szénrudak.

A tisztítandó szénrudak be- és kifogásának itt alkalmazott módja a korábbi eljárásokkal szemben lényeges előnyöket mutat. A 3. ábra 6 jelű tárcsáinak elforgatása a bennük levő 8 furatba helyezett rudacska segítségével

igen kis erőfeszítést kíván. Mivel az elforgató rúd a furatból kivehető, izzítás alatt nincs a készülékben és így nem melegszik fel.

A szénizzító berendezés a befogópofák időnkénti utánamunkálásán kívül alig kíván más karbantartást. Egyes ritka esetekben a hősugárzás elleni védelmet szolgáló alumíniumlemezeket vagy pedig a kábelek védelmét szolgáló azbeszt burkolást kell kiigazítani, illetőleg pótolni.

A szénizzító berendezés tisztántartása igen fontos követelmény, mert a szennyezett berendezésről könnyen juthatnak tisztátalanságok a már tisztított szénrudakra. Amint az irodalmi adatokból megállapítható [17] és amint azt a közvetlen tapasztalat is mutatja, az izzítás alkalmával keletkező és felfelé szálló füst különösen a készülék felső részén erős lerakódásokat okoz. Ezek a lerakódások főként a szénből távozó szennyezésekből származnak. Hosszabb üzemidő elteltével ezek a lerakódások vastag réteggel borítják különösen a 3. ábra 13 asztallemezének alsó részét és az azon levő 14 hűtőkákát. A minél gyakoribb tisztítás mellett a szennyezés veszélye kisebb.

Az izzítás folyamán lehulló szilárd részek, a szénrudak izzítás közben való eltörésénél keletkező apróbb széndarabok, valamint a szénrudak befogásánál fellépő, mechanikai igénybevétel által a szénrudak végeiről letöredező apró széndarabkák és szénpor különösen az alsó befogószerkezet 10 és 12 befogópofái között gyűlnek össze. Az így összegyűlt idegen részek nemcsak a szénrudak kifogástalan befogásának akadályozói, hanem gátolhatják mozgásában a 10 jelű mozgópofát is. Az említett tisztátalanságok minél gyakoribb eltávolítása a zavartalan üzemmenet fontos előfeltétele.

Abból a tényből kifolyóan, hogy a függőlegesen tisztított szénrudakat a fölöttük levő tisztítószerszerkezet alkatrészeiről lehulló tisztátalanságok szennyezhetik, felmerül a kérdése annak, hogy a tisztításnál a szénrudak függőleges vagy vízszintes elhelyezése-e célszerűbb. Tisztán elvi szempontból vizsgálva a kérdést meg kell állapítani, hogy megfelelően kiképzett izzítószerszerkezetnél, a szénrudak vízszintes elhelyezése mellett, a már tisztított rudak újból való szennyezésének az eshetősége kisebb. Ez szigorúbban véve főként a rudak középső részére érvényes, mert a befogáshoz közelálló rúdrészek, a befogás módjától függően, hasonló módon szennyeződhetnek, mint függőleges befogás esetén. Hogy itt melyik megoldásnak van meg a valóságos előnye, csak kísérletekkel lehet eldönteni. Mindenesetre vízszintes befogás esetén számolni kell a rudak behajlásával.

A széntisztító berendezés kialakításában és a kísérletek elvégzésében Varsányi Ferenc, Kántor Károly, Bajcsy József, Hausladen Tivadar és Pintér Ferenc működtek közre, akiknek köszönetünket fejezzük ki.

Összefoglalás

A dolgozat bevezetésében utal a szinképtisza szénnek és grafitnak, mint spektroszkópiai segédanyagnak fontosságára és nagy vonásokban ismerteti a különböző felhasználási módozatokat. A különböző széntisztítási eljárások ismertetése. Előzetes, szinképtisza szenek előállítását célzó kísérletek eredményei és a végleges kialakítású termikus széntisztító berendezés részletes leírása. A széntisztítóberendezés háromszorosán túlterhelhető 45 kVA teljesítményű transzformátorból, 600 amperes mágneskapcsolóból és vegyifülkében elhelyezett széntisztító állványból áll. A szenek tisztítás közben függőleges helyzetűek. A tisztítandó szenek befogása vízzel erőteljesen hűtött vörösréz pófákba történik. A felső befogószerkezet ellensúlyra függesztett, hogy a szenek tágulását izzítás közben ki lehessen egyenlíteni. A széntisztítás kivitelezésének és a berendezéssel szerzett tapasztalatok ismertetése.

IRODALOM

- [1] Heyne G., Z. ang. Chem. 43, 311, 1930.
- [2] Heyne G., Ang. Chem. 45, 612, 1932.
- [3] Russanow A. K., Zs. anorg. allg. Chem. 219, 332, 1934.
- [4] Zürer T. és Treadwell N. D., Helvet. Chim. Acta 18, 1181, 1935.
- [5] Moritz H., Zbl. Min. Geol. Pal. (A) Nr. 9, 284, 1935.
- [6] Preuss E., Chem. Erde 9, 365, 1935.
- [7] Standen G. és Kovach L., Proc. Amer. Soc. Test. Mat. 35, 79, II. 1935.
- [8] Scheibe G. és Rivas A., Ang. Chem. 49, 443, 1936.
- [9] Gerlach W. és Rollwagen W., Metallwirtschaft 16, 1083, 1937.
- [10] Cholak F. és Story R. V., Ind. Eng. Chem. Anal. Ed. 10, 619, 1938.
- [11] Staud A. H. és Ruehle A. E., Ind. Eng. Chem. Anal. Ed. 10, 59, 1938.
- [12] Ashton F. L., J. Soc. Chem. Ind. 58, 185, 1939.
- [13] Dobke G., 695 588 sz. német szabadalom, 1940.
- [14] Pierucci M. és Brabanti Silva L., Nuovo Cimento 17, 275, 1940.
- [15] Hanawalt J. D. és Nelson C. E., 2 260 746 sz. USA szabadalom 1941.
- [16] Cholak J. és Story R. V., J. Opt. Soc. Am. 31, 730, 1941.
- [17] Gatterer A., Spectrochim. Acta 2, 49, 1941.
- [18] Trombe F., Foex M. és Bardet J., Ann. Chim. 20, 701, 1945; C. R. Acad. Sci. Paris 220, 691, 1945; kivonat: Spectrochim. Acta 3, 255 és 629, 1949.
- [19] Hoogland P. L., Rec. Trav. Chim. Pays-Bas 65, 257, 1946.
- [20] Schmidt R., Rec. Trav. Chim. Pays-Bas 65, 265, 1946.
- [21] Deinum H. W., Rec. Trav. Chim. Pays-Bas 65, 270, 1946.
- [22] Mukherjea B., Indian J. Phys. 21, 119, 1947; kivonat: Spectrochim. Acta 3, 631, 1949.
- [23] Russanow A. K., Ércsek és ásványok szinképelemzése. Gosgeolizdat, Moszkva—Leningrád 1948.
- [24] Applied Research Laboratories, Spectrographer's News Letter 2, 1948, No. 9; 2, No. 10, 1949, 5, No. 11, 1953.
- [25] Feldman C., Anal. Chem. 21, 1041, 1949.
- [26] Smith D. M. és Wiggins G. M., Analyst. 74, 101, 1949.
- [27] Harvey C., Spectrochemical Procedures. Applied Research Laboratories, Glendale 1950.
- [28] Owen L. E., J. Opt. Soc. Am. 41, 139, 1951.
- [29] Ellenburg J. Y. és Owen L. E., Anal. Chem. 23, 1512, 1951.
- [30] Preuss E., Spectrochim. Acta 5, 327, 1952.
- [31] Keenan R. G. és White C. E., Anal. Chem. 25, 887, 1953.
- [32] Owens J. S., Ind. Eng. Chem. Anal. Ed. 10, 64, 1938.
- [33] Mitchell R. L., The Spectrographic Analysis of Soils, Plants and Related Materials. Commonwealth Bureau of Soil Science, Harpenden, England, 1948.
- [34] Bardócz Á. és Varsányi F., Acta Chimica Hungarica (közlés alatt).

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

5. nap, 1953. augusztus 28., péntek

ADALÉKOK A KRISTÁLYNÖVEKEDÉS MECHANIZMUSÁHOZ

Írta: GYULAI ZOLTÁN, akadémikus

Építőipari Műszaki Egyetem Mérnökkari Kísérleti Fizikai Intézet

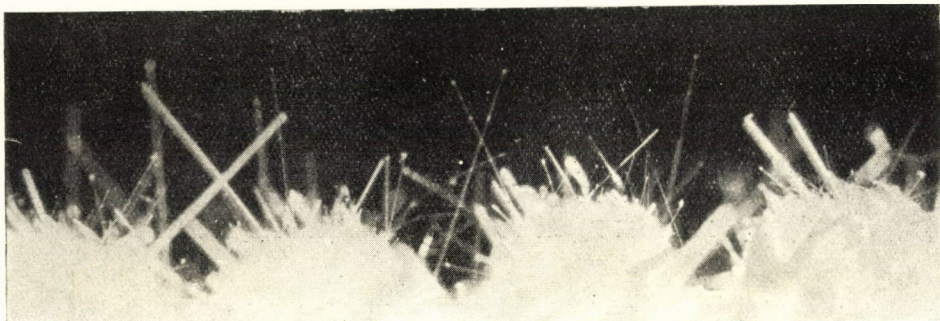
1. §. Egy korábbi munkámban [1] már beszámoltam arról, hogy bizonyos körülmények között a kőso hosszú, vékony túalakban kristályosodik. A növekedés feltételeit akkor csak kevésbé részleteztem, ezeknek a folyamatoknak a közelebbi ismerete viszont lehetővé teszi, hogy a kristálynövekedés mechanizmusának néhány vonását tisztábban lássuk.

Meggondolásaink alapjául a Kossel—Stranski féle gondolatok (Leipziger Vorträge 1928) fognak szolgálni, melyek nagyon szemléletesek. Azt a kérdést vetjük tehát fel, mi az oka annak, hogy a kőso, amely — mint ismeretes — nagy kubikus tömbökben kristályosodik, bizonyos esetekben tűkristályokban nő, melyeknél a kereszt- és hosszméretek viszonya az 1:50 000-et is túllépi.

2. §. Sok előzetes kísérletezés után a következő gyakorlati elrendezéshez jutottunk. Vettünk valamilyen porózus anyagot, pl. mázolatlan porcelánt, fayance-ot, különféle égetett kerámikus anyagokat, melyeket a cserépiparban használnak, továbbá cementet és gipszet. Kerámikus anyagnak különféle ipari fazekat és vázakat használtunk, melyeknek külső, zománcozott felületét lecsiszoltuk, hogy az edény finom pórusai szabaddá legyenek. Az ilyen módon kikészített lemezeket és kisebb edénydarabkákat átitattuk NaCl oldattal. Így a próbatestek pórusai megteltek sóoldattal. A próbatesteket ezután még két további egymástól különböző módon kezeljük. Egyrészt egy üveg-edénybe helyezük őket, melyet úgy fedünk le, hogy a szabad levegővel csak egy kis nyíláson keresztül érintkezzék, azonkívül az edénybe elhelyezünk egy pohárkában telített sóoldatot. A levegő páratartalma így megfelel a telített sóoldatnak. A fedő kis nyílásán keresztül a vízgőz kis mértékben, de állandóan diffundál a szabad levegő felé. Ez a diffúzió függ a légkör páratartalmától, mely az időjárás szerint állandóan változik. A próbatestek másik részét fűtetlen üvegtálban, vagy üveghengerben helyezük el, amikor is a környező levegő páratartalma most megegyezik a külső levegő páratartalmával.

A két edényben, azaz a nedves és a száraz (szabad levegő) környezetben most két különböző kristályforma növekedését figyelhetjük meg. A nedves környezetben vékony, egyenes NaCl tűkristályok nőnek, 1—10 mm hosz-

zúságban (1a. ábra). A száraz környezetben görbe, ugyancsak vékony, gyapjúszerű kristályok nőnek (1b. ábra).



a)



b)

1. ábra

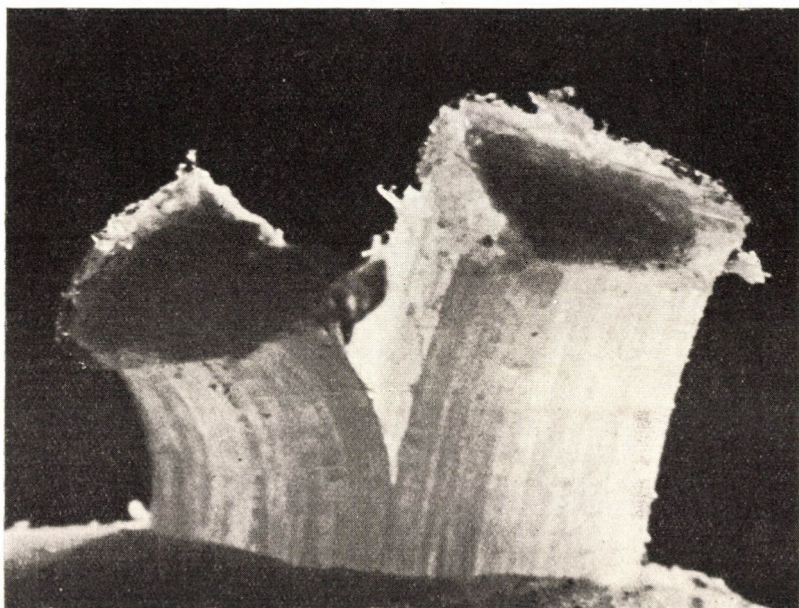
a) Egyenes NaCl tűk és b) gyapjúszerű görbe NaCl kristályok

Amint az 1a. ábra mutatja tehát, az egyik esetben csak egyenes, vékony tűk nőnek. Ha az alátét megfelelő — mint pl. egy zománcozatlan porcellán virágvázán — a tűk olyan sűrűn nőnek, mint a fű a mezőn. Az 1a. ábrán az egyes nagyobb görbülések a virágváza alakját követik, ezeken állnak az egyenes tűk, melyek idővel különféle vastagságot érnek el. A NaCl tűk vastagsága 1 mikrontól 10—20 mikronig terjed. A vékonyabb tűk fehér fénnel megvilágítva különböző színeket játszanak és gyakran oly vékonyak, hogy a levegőn állandó, lassú mozgásban vannak és ha vízszintesen állnak, saját súlyuk alatt lehajlanak. Az egyes tűk hossza 4—6 mm általában, de előfordultak 10 mm-esek is.

3. §. Ezekután felvetődik a kérdés: hogyan lehet ennek a két jellegzetes alakzatnak a felléptét értelmezni? Sok kísérlet után az az elképzelés alakult ki, hogy a vékony tűk csak akkor nőnek, hogyha a próbatest pórusaiban az oldat csupán egy adszorbeált rétegben van jelen. Ha a test pórusai

sok oldatot tartalmaznak, akkor a felületen az ismert sóvirágok jelennek meg, gyakran vastag csomókban és a tűkristályok ezen sóvirágból álló alapon csak később kezdenek nőni. Ha a próbatest nem túl sok oldatot tartalmaz, akkor a tűk tisztán, minden egyéb kristályforma nélkül jelennek meg.

A tűkristályok keletkezését a következőképpen lehet magyarázni: A test pórusaiból az oldat lassankint a felületre diffundál, ahol a víz elpárolgása

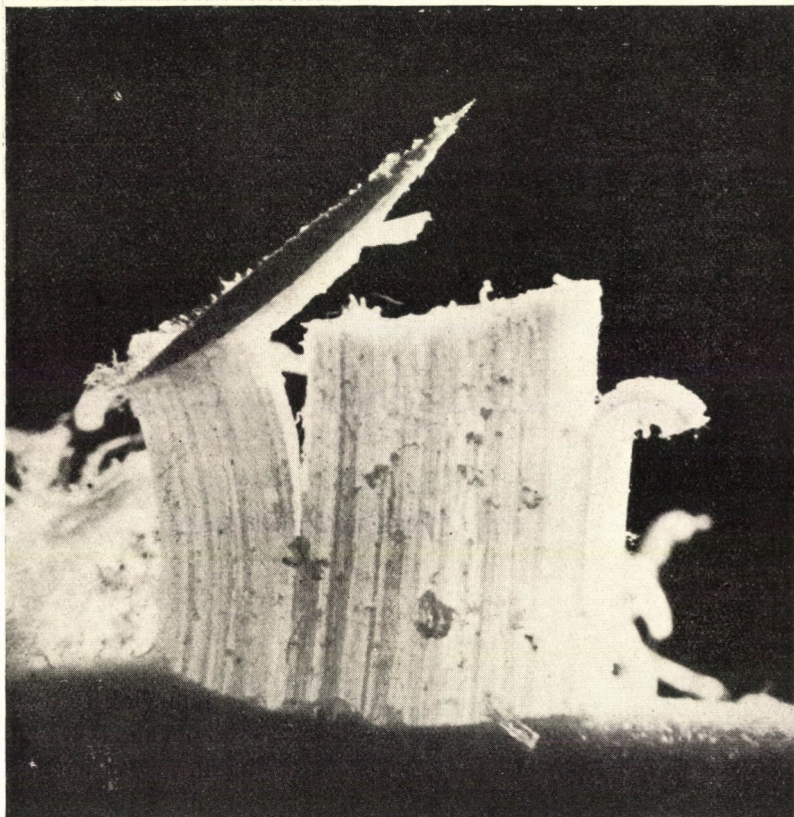


2a. ábra

A görbe kristályok alulról a tetőt felemelik

után egy kristály keletkezik. Ha a környezet közel telített vízgőz, a párolgás lassan történik. A kis kristály egy adszorbeált oldatréteggel vonódik be. A pórusok felől a diffúzió állandóan szolgáltat oldatot és a H_2O molekulák csak ott lépnek át a gőztérbe, ahol egyes ionok a kristályba beépülnek, azaz ott, ahol a vízmolekulák mintegy szabadon maradnak. A kristály tehát csak a kezdeti vékony tű szabad végén nő tovább. Ha azonban a próbatest szabad levegőn van, azaz telítetlen gőz környezetében, ahol a párolgás gyors, a H_2O molekulák az oldatból azonnal elpárolognak, amint a pórus szabad végére érkeznek, a Na^+ és Cl^- ionok tehát azonnal felszabadulnak és ránőnek alulról a jelenlevő kristályfelületre. Ez a folyamat mindaddig tart, míg a próbatest oldatot tartalmaz. Az így keletkező kristályok tehát mintegy alulról nőnek. Meg kell gondolnunk, hogy a próbatest felülete igen érdes csúcsokból áll, a növekedési kristály ezeknek a csúcsoknak mintegy a tetején áll. A hozzánöve rész a már kész kristályt mintegy felemeli. Ezért nem lesznek ezek a kristályok egyenesek (1b), hanem többé-kevésbé görbültek, gyapjúszerűek.

A 2. ábrán bemutatott fényképfelvételek bizonyítják, hogy a kristályok valóban alulról nőnek. Látható, hogy egy felső kristállit réteg, mely kezdetben a próbatestet beborította, később a magasba emelkedett. Ez a kép nyilvánvalóan mutatja, hogy kezdetben sok kristály képződött mindaddig, míg a pórusok sok oldatot tartalmaztak, azután nőttek a vékony kristályképződmények, jelen esetben a gyapjúszerű fonalak.



2b. ábra

Kísérleteink során sokat fáradoztunk azon, hogy olyan kísérleti bizonyítékot találjunk, mely igazolja, hogy a tűkristályok a felső végén nőnek. E kutatások eredménye a 3. ábrán bemutatott felvétel. Ezen az ábrán egy vékony tű található, melynek végén kis ágacska van. Ez a kristály légritkított térben nőtt, egy exszikkátorban, nedves környezetben napokon át figyeltük mikroszkópon keresztül. Megfigyeltünk olyan tüket is, melyek a mikroszkópban látszottak nőni, a kristályok meghosszabbodása azonban még nem bizonyítja, hogy a növekedés felülről történik. A 3. ábrán látható kristálynál azonban a kis hajlott ág a harmadik napon jelent meg a tű szabad végén.

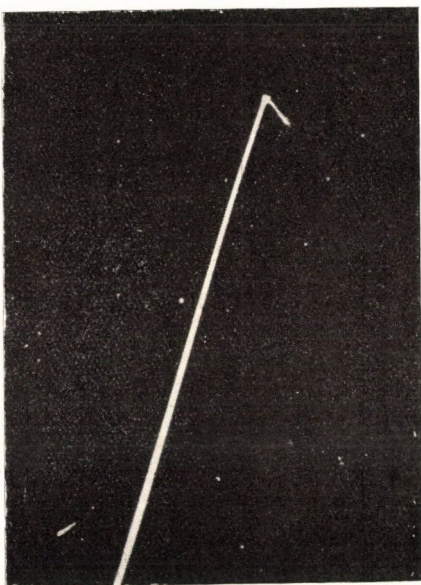
Ez az ág tehát két nap után nőtt. Az új ág növekedésének oka valószínűleg az, hogy a kristály végére egy porszemecske rakódott le. Ez a porszemecske zavart idézett elő, több oldatot vett fel magába és egy új kristálymag keletkezését hozta létre. A kép szerint, — ha tudjuk, hogy ez az oldalsó ág csak a harmadik napon jelent meg —, nincs kétség aziránt, hogy a hosszú tű végén további növekedés történt. A kristály-növekedéshez szükséges anyag hozzááramlása azonban csak a tüfelület adszorpciós rétegén keresztül történhetett.

Két jellegzetes eset van tehát, amikor vékony kristályok keletkeznek. Mindkét esetre jellemző, hogy az anyagutánpótlásnak lassan kell történnie, ezért hangsúlyozzuk az adszorbeált réteg szerepét. Intenzív párolgás esetén a gyapjúszerű képződmények alulról nőnek. Lassú párolgásnál, — ha a tér gőztartalmát telített sóoldat szabja meg — nőnek a vékony, egyenes tűk.

A kristálynövekedés mechanizmusa ebben az esetben a Kossel-féle elgondolás szerint a következő: Oszlopszerű kristály esetén egy ion beépülésére több lehetőség is van, de az energia értékek igen különböznek. Ha az adszorbeált réteg a kristály felületén a környezetével egyensúlyban van, akkor nincs párolgás. Ionok ott épülnek

be, ahol az energiaértékek a legnagyobbak. Kossel szerint ez az eset áll fenn az oszlop felső sarkaiban. Itt tehát ionok fognak ránőni, amelyek mellett új alkalom adódik ionok kedvező hozzánövésére, miközben az energia nyereség 0.8738-ra emelkedik, amint azt Kossel kimutatta. A kezdeti kis oszlop tehát csak ebben az irányban nő tovább. Ez a szinguláris energiaérték a csúcson biztosítja tehát a kristály egyenes növekedését.

Az ismertetett kísérletek szerint tehát a körülményeket úgy lehet beállítani, hogy a különféle helyeken uralkodó energiaértékek közül csak egy érvényesül. Ez esetben jól meghatározott alakot nyerünk. Ilyen egyenes tűk keletkeznek gőzből is, de keletkeznek oldatból is, hogy ha olyan állapotokat teremtünk a kristály körül, hogy csak egy kitüntetett érték érvényesül. NaCl oldatban ezt meg lehet valósítani úgy, hogy 64°-os oldatot engedünk pár fokkal lehűlni és erre a helyre, ahol éppen a temperatúraesés van, egy kristályt helyezünk. Ez esetben is vékony, hosszú oszlopokat nyerünk. A lényeges itt is az, hogy az oldat kicsiny lehűlése által egynéhány iont olyan állapotba



3. ábra

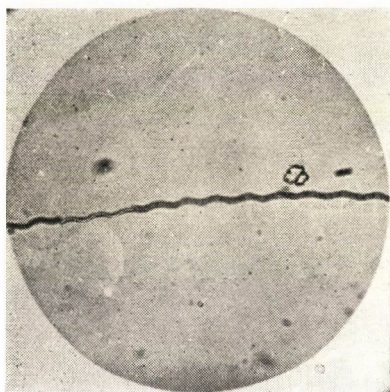
Tűalakú kristályra kétnapi megfigyelés után egy oldalág nőtt rá

hozunk, hogy azok kiválhatnak az oldatból. Ha egy NaCl tű van ott jelen, ezek is a tű végén fognak kiválni.

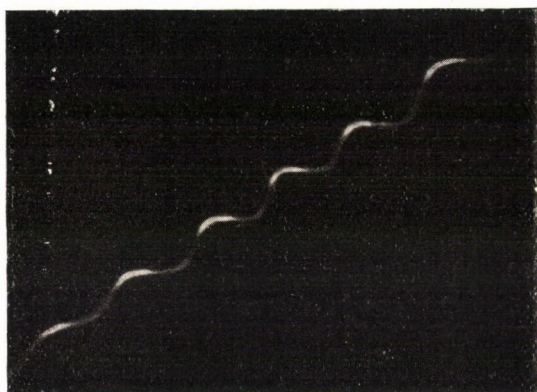
Az eddig ismertetett folyamatban a lényeges ismeretek mellett azonban részleteiben még finomságok vannak. Így pl. a vázolt feltételek megvalósításával időbelileg nem tudjuk megmondani, hogy mikor kell tűkristályoknak



a)



b)



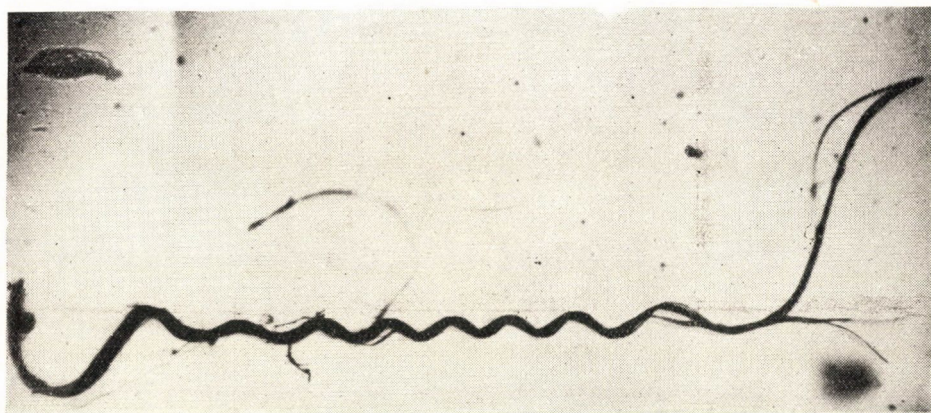
c)

5. ábra

Spirális alakú NaCl-kristályok

megjelenni. Sok megfigyelés után azt mondhatjuk, hogy általában egy éjszának kell eltelnie, hogy szép tűket kapjunk. Amíg azonban ez az állapot bekövetkezik, néha néhány napot, néha heteket kell várni. Általában 12 óra alatt 2—10 mm hosszú tűk nőnek. Ez másodpercenként több ezer ionból álló réteget, azaz igen gyors növekedést jelent. Újabb megfontolások alapján valószínűnek tartjuk [2], hogy az ionok kiválása nem egyenkint történik, hanem kisebb csoportokban. Ez a megfontolás azonban mitsem változtat azon, hogy minden új réteg az oszlop sarkán kezdődik.

4. §. Most a NaCl tük növekedésével kapcsolatban még néhány jelenségre óhajtunk rámutatni. Ha a külső feltételeket egyformán is állítjuk be, a kristályok növekedésében mégis igen nagy különbségek lépnek fel. Közelebbi tanulmányozás céljából hosszú üveghengereket állítottunk fel, melyekben alul sóoldat volt, felül több gipszlemez, vagy cementoszlop, melyek felül-

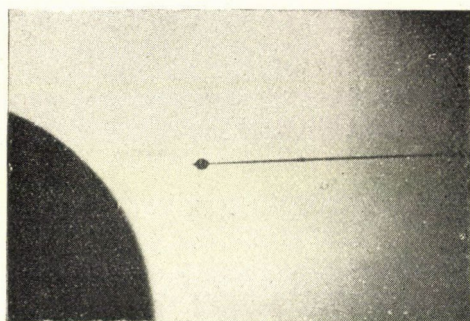


6. ábra

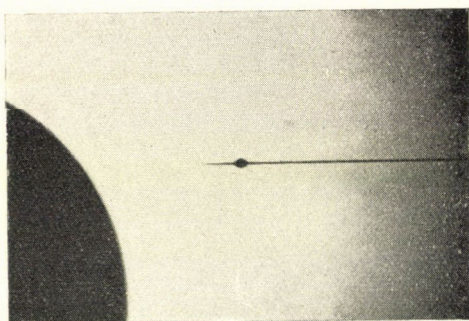
Spirális alakú NaCl-kristályok, mint egyes vékony kristályok kötegei

ről úgy voltak befedve, hogy a szabad levegővel való érintkezés számára csak egy kis nyílás maradt. Hosszabb idő elteltével meghatározott magasságban tüket kaptunk. Ennél alacsonyabban nem jött létre növekedés. Egészen fent sóvirágok (a gipszen) vagy gyapjúszerű kristályok keletkeztek, mivel ott a párolgás aránylag intenzív volt. A tüképződmények növekedése tehát a gőzsűrűsége igen érzékeny.

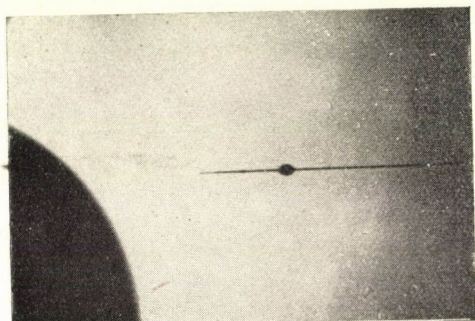
5. §. Spirális alakú kristályok. Szabad levegőn, ahol a párolgás intenzív, gyakran fellépnek spirális alakú kristályképződmények is. Az 5. ábrán



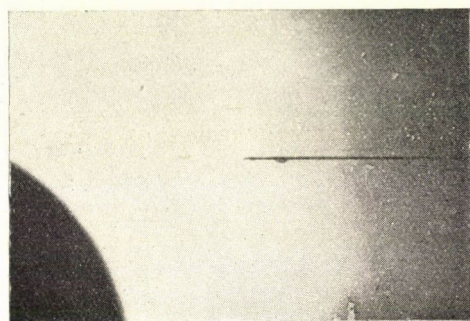
a)



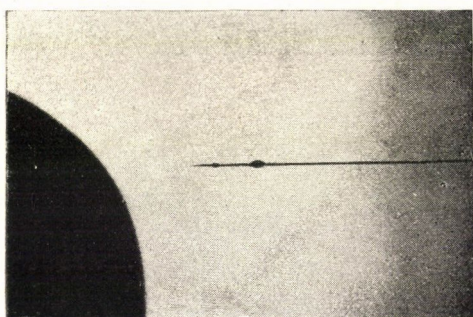
b)



c)



d)



e)

7. ábra

Folyadék kondenzálódása a NaCl tükristály végén. a) a csepp kialakult, b) a folyadékcsepp visszaugrott, c) újabb ugrás visszafelé, d) a folyadék elpárolog és ott maradt egy kis kristály e) egy eset, amikor egy csepp után egy második csepp képződött

látható több ilyen spirális, kisebb-nagyobb görbületi sugárral. Néha ezek a spirálok feltűnően szabályosak, ezért szükséges, hogy keletkezésükről számot adjunk. Több spirálist megvizsgáltunk mikroszkóp alatt és kiderült, hogy gyakran vékony kristályok egész nyalábjai fejlődtek spirális alakba (ld. a 6. ábrát). Kiderült az is, hogy a legtöbb spirális legalább két vékony tűből alakult ki. Néha nagyon nehéz a két kristályt a spirálisban felfedezni.

Ha azonban tudjuk, hogy legalább két tű alkot egy spirálist, akkor a spirális alakzat keletkezését a következőképpen képzelhetjük el. Közel egymáshoz keletkezik két kristály, melyek azonban az anyagutánpótlást a test két különböző pórusából kapják. Az egyiknél az anyagszolgáltatás valamivel bőségesebb. A két kristály azonban összenőtt, tehát csak úgy nőhetnek tovább, hogy az egyik mindig kissé előbbre nő és a két kristály összezsavarodik.

6. §. *Adszorpciós jelenségek.* Az előbbieken láttuk a NaCl tűkristályok termelési módjait. Ezekkel a tűkristályokkal különféle kísérleteket lehet végezni. Az első ilyen kísérlet a következő: Mikroszkóp alatt beviszünk egy tűkristályt egy vízcsepp közelébe. A vízcseppet vékonyra kihúzott üvegkapilláris segítségével állítjuk elő. (Mindezeknek a technikai kivitele mikromanipulátorokkal történik.) A következőket figyelhetjük meg: Ha a kristálytű vége elég közel kerül a vízcsepphez (néhány század milliméter), akkor a kristály végén vízcsepp képződik (7. ábra).

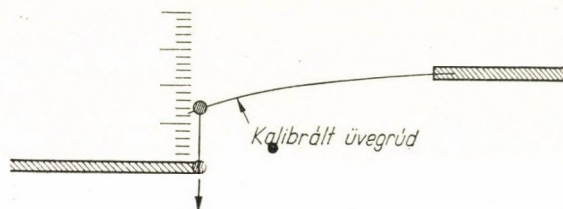
Ez a vízcsepp lassanként nagyobb lesz, kissé visszahúzódik, úgy, hogy a kristály vége látható lesz. Bizonyos idő múlva (20—30 másodperc) a vízcsepp hirtelen visszaugrik a 7. b) helyzetbe. A kristálytű végén látható, hogy az oldódás következtében hegyes alakot vett fel.

Ha a kristályt ebben a helyzetben hagyjuk, a csepp képződés ismétlődik. A visszaugrott folyadékcsepp elpárolog és a kristályon egy megvastagodás marad vissza, azaz a feloldódott anyag ismét kikristályosodott, amint az a 7. d) ábrán látható. Ha a kísérletet egy csepp telített sóoldattal ismételjük meg, akkor a kristály végén nem kondenzálódik folyadék. Ez logikus is, mivel az adszorpciós réteg a kristály felületén egyensúlyban van a telített sóoldat gőznyomásával. A tiszta víz gőznyomása nagyobb, ebben az esetben tehát folyadék csapódik le a kristály végén.

Ez a kísérlet alkalmas lehetne előadáson való bemutatásra, de ezen túlmenően a fentemlített jelenség, azaz, hogy a kristály végén lecsapódott vízcsepp egy bizonyos idő múlva ugrásszerűen visszamegy, az adszorbeált réteg viselkedésére nézve bizonyos jelentőséggel bír. A vízcsepp visszaugrását a következőképpen értelmezzük. A vízcseppből H_2O molekulák diffundálnak be az adszorbeált rétegbe. Az adszorbeált réteg egyre vastagabb lesz és amikor ez a vastagság egy bizonyos értéket eléri, a vízcsepp visszaugrik. A kristály felületén mindig van jelen egy adszorbeált vízréteg, ez a réteg azonban fizikai viselkedését illetően nem folyadék, szerkezete és megjelenési módja más. Ezt igazolják korábbi munkámban ismertetett kísérleteim is [1]. Ezt azért kell itt kiemelni, mert az adszorbeált rétegről gyakran mint folyadékrétegről beszélnek. Kísérletünk azt tanúsítja, hogy a kezdeti adszorbeált réteg csak később, mikor már elég sok vízmolekulát vett fel, azaz ha már bizonyos vastagságot elért, csak akkor tudja a vízcseppet előlről hátrahúzni. A vízcseppnek ez a visszahúzása egyszerűen a felületi feszültségre vonatkozó törvényszerűségeknek megfelelően történik. Az adszorpciós réteg lassan átalakul folyadékká.

Mikor ez a folyamat befejeződik, azaz amikor az előbbi adszorpciós réteg vékony oldatréteggé alakult, csak akkor ugrik vissza a vízcsepp. A réteg koncentrált sóoldatból áll, tehát felületi feszültsége nagyobb, mint a tiszta víznek, vagy a kevésbé tömény oldatnak a felületi feszültsége. Ennek következtében ez a folyadékréteg a vízcseppet visszahúzza. Ez a kísérlet annak bizonyítékául is szolgálhat, hogy a kristály felületén adszorbeált réteg eleinte nem úgy viselkedik, mint egy folyadék réteg, hanem csak akkor, ha már elég sok H_2O molekulát felvett, azaz ha már elég vastag lett.

7. §. *Szilárdsági mérések.* Másodsorban szilárdsági méréseket végeztünk ilyen vékony tűkristályokon. A szilárdsági mérések azért tarthatnak bizonyos



8. ábra

A NaCl tűkristályok szilárdságának mérése sematikusan

érdeklődésre számot, mert a NaCl kristály elméleti szakítási szilárdságát már régen kiszámították. Az elméleti érték szerint a szakítási szilárdság 1 mm^2 keresztmetszetre 200 kg súly. Joffé végzett természetes NaCl kristályokon szakítási szilárdsági méréseket és ő csupán 0,45 kg súlyt kapott. Az eltérés az elméleti értéktől igen nagy és Joffé ennek az okát a felületi rétegek sérüléseiben látta. Ha a felületi réteget víz alatt leoldotta, jelentékenyen nagyobb szilárdsági értékeket kapott; egy esetben, mikor a szakítási keresztmetszet átmérője 0,1 mm volt, elérte a 150 kg-ot.

A mi kristályaink szabadon nőnek a levegőben, remélhető tehát, hogy elég szabályosak. Mikromanipulátorokat építettünk, hogy minden művelet mikroszkóp alatt lehessen elvégezni. Az erőmérés alapgondolata a következő volt: Vékony üvegrudakat kis súlyokkal kihajlásra kalibráltunk. A NaCl tűket egyik végükön egy vastag rúdhoz, másikkal egy ilyen kalibrált üvegrúdhoz kitéttük (8. ábra). A tűkristályt mikromanipulátor segítségével mikroszkóp alatt húztuk és leolvastuk a kalibrált üvegrúd lehajlását a tű elszakadásának pillanatában. Ebből a lehajlásból a ható erőnek az értékét kiszámítottuk. A kristály vastagságát mikroszkóp alatt figyeltük meg. Az eredményt az 1. táblázat tünteti fel.

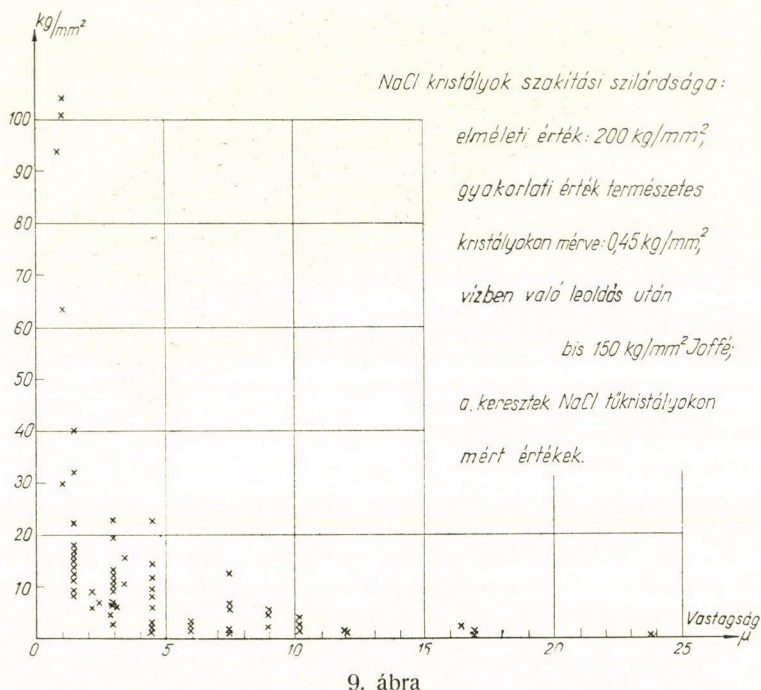
A szakítási szilárdsági értékek a 9. ábrában össze vannak állítva a NaCl-tűk vastagsága szerint. Ez az összeállítás szemléletesen mutatja a mérések eredményeit. Látható, hogy a legtöbb érték 10–20 kgr/mm² szakítási szilárdságot mutat, ami jelentékenyen nagyobb, mint a makrokristályok 0,45 kgr/mm² értéke. Továbbá látható, hogy a vékonyabb kristályok nagyobb

1. Táblázat

NaCl tűkristályok szakítási szilárdsága

| Sorszám | Vastagság μ -ben | Szakítási szilárdság kgr/mm ² -ben | Sorszám | Vastagság μ -ben | Szakítási szilárdság kgr/mm ² -ben |
|---------|-------------------------|---|---------|-------------------------|---|
| 1 | 17 | 0.34 | 47 | 3.0 | 4.66 |
| 2 | 23.8 | 0.85 | 48 | 1.5 | 29.8 |
| 3 | 23.8 | 1.00 | 49 | 3.0 | 2.75 |
| 4 | 17.0 | 0.76 | 50 | 3.0 | 7.0 |
| 5 | 17 | 0.95 | 51 | 1.5 | 12.0 |
| 6 | 17.0 | 0.48 | 52 | 3.0 | 6.0 |
| 7 | 17.0 | 0.55 | 53 | 3.0 | 12.0 |
| 8 | 10.2 | 1.29 | 54 | 4.5 | 27.65 |
| 9 | 11.9 | 0.13 | 55 | 1.5 | 11.73 |
| 10 | 11.9 | 1.41 | 56 | 1.5 | 17.60 |
| 11 | 51 | 1.07 | 57 | 9.0 | 5.43 |
| 12 | 51 | 1.07 | 58 | 1.5 | 22.2 |
| 13 | 17 | 0.83 | 59 | 0.8 | 93.75 |
| 14 | 10.2 | 2.78 | 60 | 7.5 | 5.51 |
| 15 | 10.2 | 3.70 | 61 | 2.2 | 6.11 |
| 16 | 3.4 | 15.6 | 62 | 6.0 | 1.66 |
| 17 | 3.4 | 10.4 | 63 | 6.0 | 2.77 |
| 18 | 3.15 | 5.55 | 64 | 4.5 | 2.46 |
| 19 | 3.0 | 2.77 | 65 | 4.5 | 2.09 |
| 20 | 4.5 | 5.94 | 66 | 1.5 | 8.00 |
| 21 | 4.5 | 8.01 | 67 | 1.5 | 11.11 |
| 22 | 4.5 | 14.8 | 68 | 3.0 | 11.66 |
| 23 | 12.0 | 0.50 | 69 | 4.5 | 1.77 |
| 24 | 6.0 | 1.50 | 70 | 1.5 | 13.37 |
| 25 | 7.5 | 0.64 | 71 | 9.0 | 2.28 |
| 26 | 7.5 | 1.17 | 72 | 4.5 | 1.72 |
| 27 | 4.5 | 11.8 | 73 | 3.0 | 11.11 |
| 28 | 7.5 | 12.2 | 74 | 1.5 | 13.33 |
| 29 | 9.0 | 4.81 | 75 | 3.0 | 11.11 |
| 30 | 16.5 | 2.42 | 76 | 3.0 | 19.44 |
| 31 | 6.0 | 1.50 | 77 | 3.0 | 2.77 |
| 32 | 4.5 | 2.07 | 78 | 1.5 | 15.55 |
| 33 | 3.0 | 9.33 | 79 | 3.0 | 4.44 |
| 34 | 1.5 | 32.00 | 80 | 7.5 | 1.06 |
| 35 | 3.0 | 6.66 | 81 | 3.0 | 13.33 |
| 36 | 1.0 | 66.0 | 82 | 3.0 | 11.33 |
| 37 | 1.0 | 108.0 | 83 | 3.0 | 22.66 |
| 38 | 1.0 | 100.8 | 84 | 1.5 | 8.00 |
| 39 | 7.5 | 1.65 | 85 | 1.5 | 18.66 |
| 40 | 12.0 | 0.3 | 86 | 3.0 | 12.00 |
| 41 | 6.0 | 3.33 | 87 | 2.0 | 18.00 |
| 42 | 2.2 | 8.88 | 88 | 1.5 | 40.00 |
| 43 | 4.4 | 1.97 | 89 | 3.0 | 10.00 |
| 44 | 1.5 | 14.93 | 90 | 34.5 | 0.57 |
| 45 | 1.5 | 9.33 | 91 | 1.5 | 10.66 |
| 46 | 2.5 | 7.07 | | | |

értéket mutatnak. A mérések pontosságára nézve a következő megjegyzéseket kell tennünk. A vastagság meghatározások éppen a vékonyabb kristályoknál kevésbé pontosak, mivel ezeknél elértük kisebb teljesítő képességű mikroszkópunk felbontóképességének határát. A kristályok átlátszóak és a képek éles-ségét zavarják a visszavert megtört és elhajlított sugarak is. Nem tudjuk a kristálykeresztmetszet két értékét külön lemérni, így gyakran az átlós irányt mérjük. Számításainkban a tüknek a keresztmetszetét négyzetesen vettük, bár



9. ábra A szakítási szilárdsági értékek a vastagság függvényében

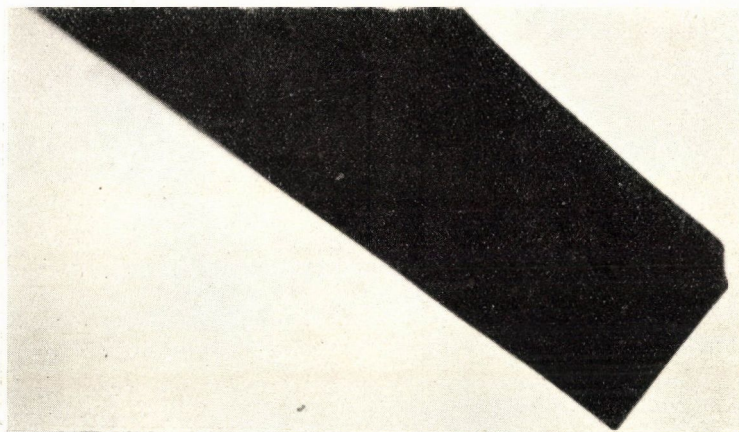
bizonyos, hogy ezek nem mindig négyzetesek. Valószínű, hogy az 1. táblázatban megadott kristályvastagság-értékek inkább nagyok. Ettől eltekintve azonban lényeges, hogy a kapott szilárdságértékek nagy szóródást mutatnak, mégpedig az elméletileg nyert értékek irányában. Bár méréseink a nem egészen megbízható vastagságmeghatározások miatt csupán közelítések, bizonyosra vehető, hogy a NaCl tükristályok reális szilárdsága sokkal nagyobb, mint a makrokristályoké és remélhető, hogy ilyen tükristályokkal elérhetővé válik a NaCl szilárdságának elméletileg számított értéke.

Az elektronmikroszkópikus felvételek még a kezdet kezdetén vannak. A 10. ábrán látható kép azt mutatja, hogy a kristály keresztmetszete parallelepiped. Összefoglalásul a következő eredményekhez jutunk:

A szakítási mérések diagramja sejteti, hogy a kisebb keresztmetszetű tük középtértekben nagyobb szakítási szilárdságot mutatnak, amit úgy lehet

értelmezni, hogy a vékonyabb kristályok szerkezetileg jobbak. Itt hivatkozom A. Smekal (Acta Physica Austriaca 7. 1953. 524—533) dolgozatára, amelyben ő karcolási kísérletekkel (Ritzversuch) vizsgálja, hogy mekkora tartomány lehet egy kristályban hibamentes (a dolgozatban az 1. és 2. ábrák).

Smekal eredményei szerint ionkristályokban a hibás helyek eloszlása olyan, hogy a tökéletes szabályosságú tartományok méretei ezred mm-nyi nagyságúak lehetnek, fémeknél kisebbek. Ezen meg gondolás szerint a véko-

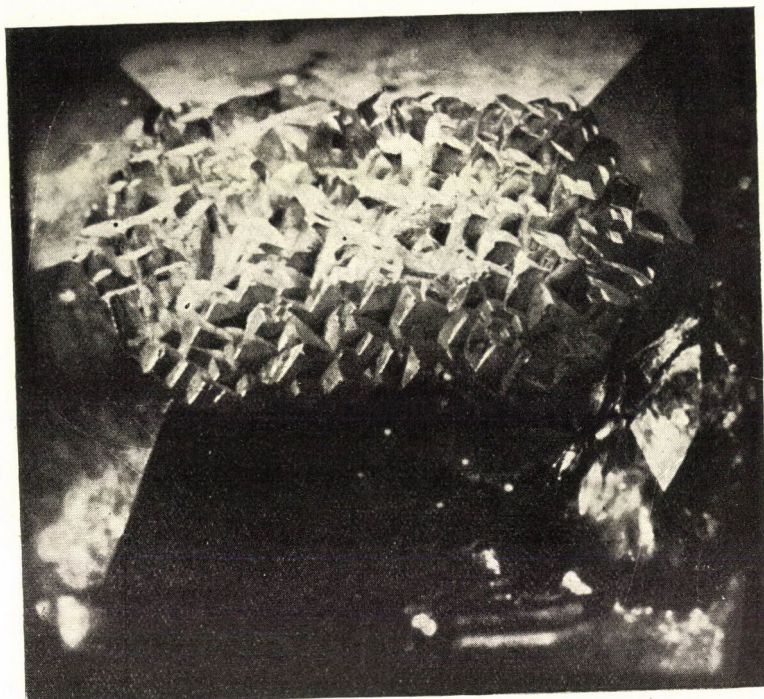


10. ábra

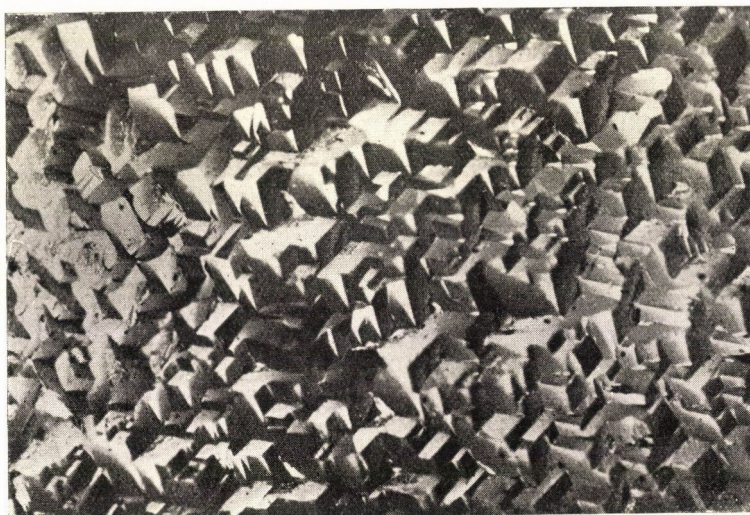
Elektronmikroszkóp felvétel egy tűkristályról. Mutatja a téglalakú keresztmetszetet

nyabb kristályokban kevesebb hibás helyre van kilátás a kis keresztmetszet miatt. Viszont a mi kristályaink több mm hosszúsággal bírnak, tehát korán el kell szakadniuk. Azonban annyit mondhatunk, hogy a hibás helyek eloszlása kétségtelenül statisztikus és a kristály növekedésével egy tisztítási folyamat is fellép és mivel a keresztmetszet is kicsiny, így a szennyeződések könnyebben a felületre tolódhatnak. Tehát az ábránkban a szilárdsági eloszlás erről az oldalról mélyebb indokolást és jelentőséget nyer. Az elméleti értéktől való eltérés tehát nemcsak mérési hibáktól, — különösen a mikromanipulátortól származó technikai hibáktól — származik, hanem strukturális jelentősége is van. Mindezekből a meg gondolásokból következik, hogy a tűkristályok reális szakítási szilárdsági értékei nagyobbak a táblázat értékeinél.

Egyes tűkristályokon egymásután több szakítási mérést is vittünk keresztül. Ennek célja az volt, hogy egyfelől ellenőrizzük az előbbi mérést, másfelől pedig várni lehetett, hogy ha egy hibás helyen szakadt el a kristály, a következő szakításkor már ez a hibás hely ki lévén iktatva, nagyobb értéket nyerünk. A 36-37-38. sz. mérésnél az egymásutáni szakítási értékek tényleg 60, 108, 108.8 kgr/mm². Egy esetben (44 és 45 sz. mérés) a második mérés kisebb értéket adott, az nyilván valami rezgési hibából származott. Viszont az 52, 53 sz. a 62,



a)



b)

11. ábra

a) Növekedésben levő kvarckristály képe. b) Sok csúcs a Z-tengelyre merőleges lapon

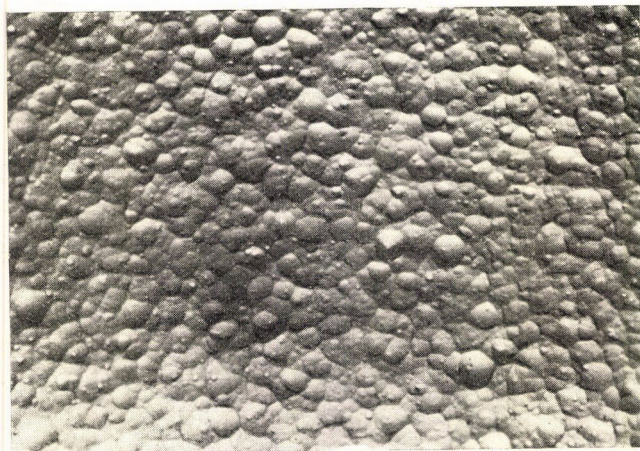
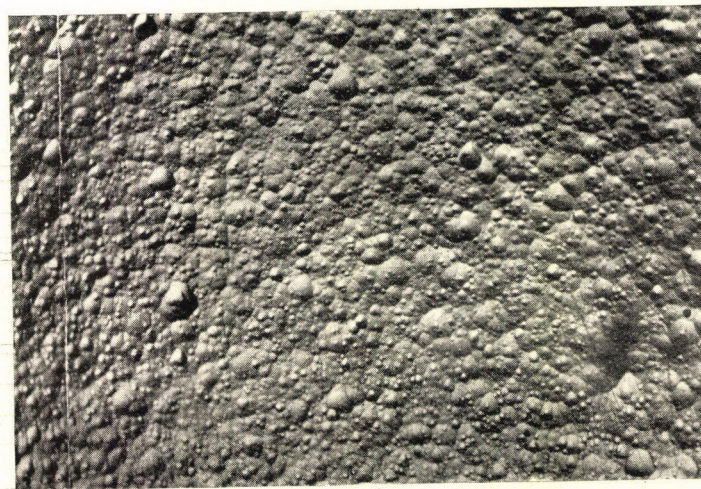
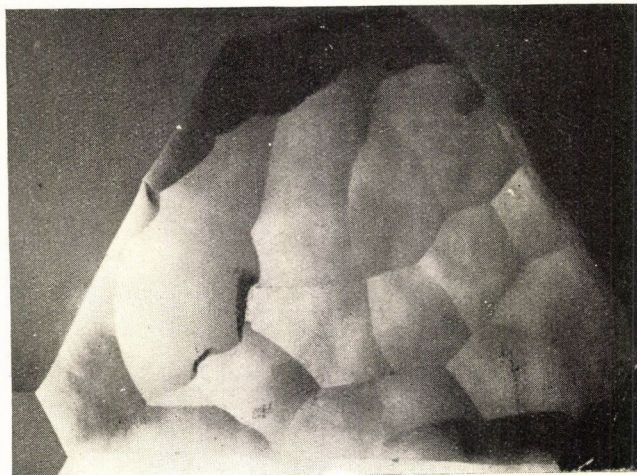
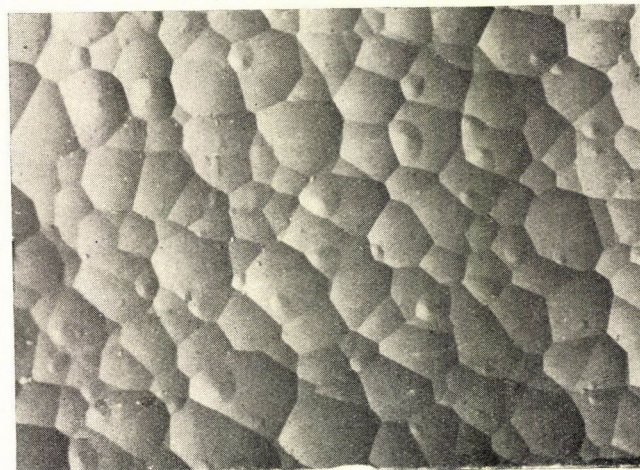


12. ábra

Növekedésben levő kvarckristály befejezett csúccsal

63, a 66 és 67 továbbá a 75 és 76 és végül a 84 és 85 sz. méréseknél a következő mérés adata mindig nagyobb volt, mint az előző érték. A 77. sz. mérésnél, ami harmadik mérés volt ugyanazon a tűn, a szakítási érték az előbbinek 7-ed részére jött ki, ami bizonyára a mikromanipulátornak egy durva elmozdulásából származott. Ebből látható, hogy ilyen durva esetek a mi eszközeinkkel nem voltak elkerülhetők.

III. *Növekedési ábrák mesterségesen növesztett kvarc-kristályokon.* Két évvel ezelőtt foglalkoztunk kvarckristályok előállításával. Ennek a munkának

*b)**a)**d)**c)*13. ábra Különböző finomságú csúcsnövekedések a mesterséges kvarckristályokon (*a, b, c, d*)

eredményeképpen egy sor különféle nagyságú kvarckristály áll rendelkezésünkre. Ezek a kristályokon különféle jellegzetes növekedési formákat látunk. E formákat a Kossel—Stranski féle szabályok szerint próbáljuk értelmezni, ugyanis szóbeli közlés alapján tudjuk [3], hogy minden kristályrendszerben a csúcsok szerepére vonatkozó Kossel-féle szabályok nagy vonásokban érvényben vannak.

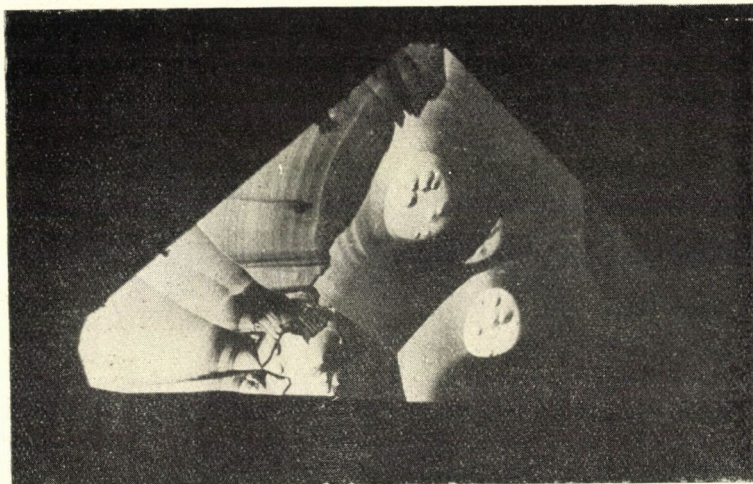
Kvarckristályok növelésénél kiindulási magként egy természetes kvarckristályból kivágott téglalakú darabkát helyezünk a készülékbe. Az új anyag erre rétegeződik rá és amint a 11. ábra képei mutatják, a magkristály elkezd egy tipikus kvarckristállyá kiegészülni. Az egyes lapok jelzéseit a kristálytanban szokásos módon adjuk meg (Lásd Wendl—Mauritz Ásványtan).

Bármilyen módon is vágjuk ki a magkristályunkat a természetes kristályból, azonnal kezdenek kialakulni az ú. n. prizma felületek (1010) és (0110) és a csúcsokat képező romboéder felületek, (1011) és (0111), amelyek úgy alakulnak ki, hogy a parallelepipedon lehetőleg gyorsan felvegye a kvarckristály normális alakját. Ez az általános tapasztalat. A 11. ábrán egy olyan kristály képe látható, ahol a főtengelyre merőlegesen lemetszett részen a romboéder-csúcsok már növekedésnek indultak. Látható, hogy a főtengely irányában sok romboéder csúcs van, amelyek, ha a kristályt tovább hagyjuk nőni, egyetlen csúcscsá nőnek össze. Ilyen nagy csúcsok esetében a kristályban könnyen keletkeznek zárványok és üres terek. Ez érthető is, mert az egyes csúcsok között könnyen gyűlik össze por az oldatból, ami a szabályos növekedést gátolja.

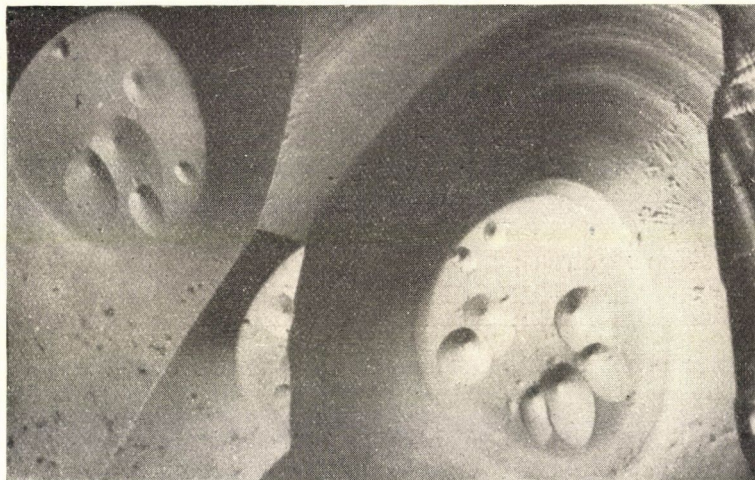
A 13. a, b, c, d ábrák szintén olyan metszeteket mutatnak, amelyek merőlegesek a főtengelyre, tehát amely metszeteken szintén egyes csúcsok nőnek. A csúcsok növése itt olyan sűrű, hogy ebben a nagyításban az egyes csúcsokat nem lehet megkülönböztetni. Ez a négy felvétel mind ugyanabban a nagyításban készült. Látszik, hogy a kiindulási felület fokozatosan mind finomabb csúcsokkal van borítva, amit úgy értelmezünk, hogy a kiindulási felület jobban volt előkészítve és ennek következtében az anyag hozzárakódása egyenletesebben történt, mint a 11. ábra kristályai esetében.

A megfigyelésekből tudjuk, hogy a növekedés főtengelyirányú sebessége nagy, amíg az egyes romboéder csúcsok nem nőttek össze egyetlen csúcscsá. Ha ez már megtörtént, a növekedés lassabban megy.

A romboéderfelületek maguk jellegzetes növekedési alakokat mutatnak, melyek a 14. ábrán láthatók. A 14. ábrában látható maga a teljes piramis alak és az egyetlen kristálycsúcs. Ezek a jellegzetes növekedési alakok köralakú rétegvonalak, melyek egy kis csúcs köré látszanak nőni. A 14. a) ábrán különböző tartományok láthatók, melyek valószínűleg a 13. c) és d) ábrákban látott tartományoknak felelnek meg, ahol az egyes önálló tartományok egymásba ütköznek. Ezek a különböző tartományok valószínűleg a 11. ábrán látható egyes csúcsok maradványai. Ezek azonban egy majdnem sík felületté nőttek össze. A 14. b) ábrán az egyes tartományokat felnagyítva adjuk. Úgy látszik, hogy ezek a közös tartományok, illetőleg rétegek mindig egy-egy pont



a)



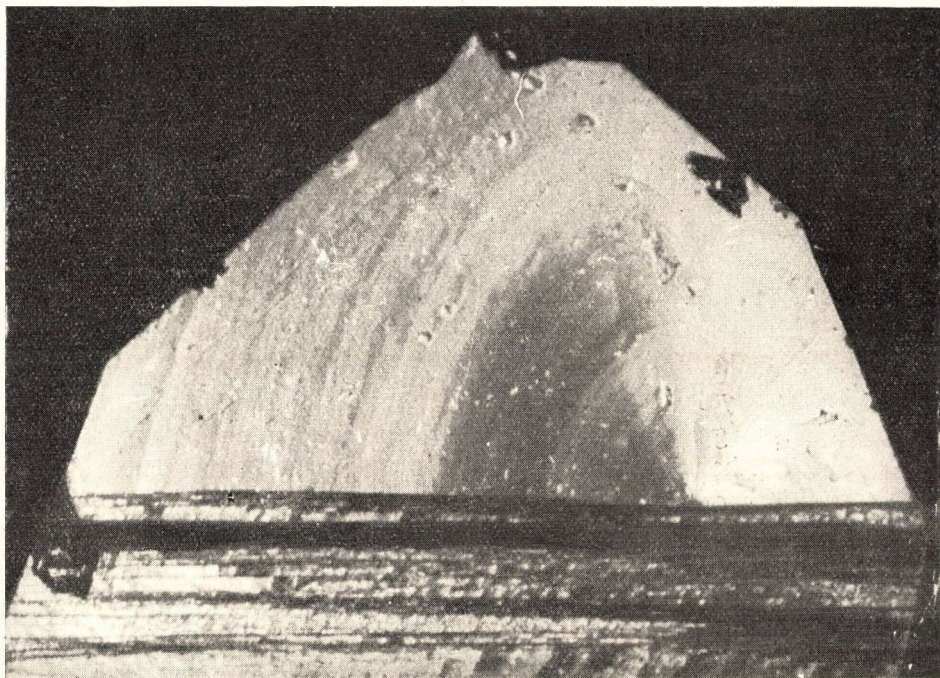
b)

14. ábra.

Kőralakú növekedési ábrák mesterséges kvarckristályok romboéder lapjain. a) Az egész romboéder felület a csúccsal. b) Ennek egy része kinagyítva

köré csoportosulnak, azaz egy réteg egy középpont körül alakul ki és az egyszer így kialakult réteg tovább nő. A középpontból kiindulóan egy újabb réteg indul el. Tehát az anyag hozzánövésében ezek a pontok fontos szerepet játszanak. Az egyes rétegek kőralakú kiképzése az egész romboéderfelületre kiterjed, vagy annak egy részére. Hogy a körfelületek kiterjedése az egész felületet igénybe veheti, az arra mutat, hogy a romboéderfelületek növekedése rétegszerűen történik. Ebben az esetben a rétegeknek közös középpontjuk van.

A 14. b) ábrából, melyen 14. a) egy része van nagyobb nagyításban felvéve, látható, hogy azok a pontok, melyek a körök középpontjainak tűnnek fel, mint kis kúpok emelkednek ki. E kúpok tengelyének — úgy látszik — egészen meghatározott iránya van, mely a kristály főtengelyével ferde szöget zár be. Hogy a kúp tengelyének és a kristály főtengelyének iránya milyen kapcsolatban állnak egymással, azt még pontosabban nem vizsgáltuk meg, de úgy látszik, valamilyen szabályszerűségről van szó.



15. ábra

Köralakú növekedési ábra természetes kvarc (ametiszt) kristály romboéder lapján

A köralakú rétegeket a következő módon értelmezzük. Kősókristályoknál az anyag a hexaéderfelületekre rakódik le rétegekben. Homeopoláris kristályoknál a felület síkjában egy lerakódási pont képződik és az anyag ezekre a pontokra rétegesen rakódik le, amint az *Straumanis* bismut és Zn kristályokon kimutatta. Itt, a kvarc esetében azt látjuk, hogy a romboéderfelületek egyes pontjai kiemelkednek, ezek a 14. a) és b) ábrák kis kúpjai és anyag ezen pontok körül köralakú rétegekben rakódik le.

Ha most a romboéder felületeken fellépő növekedési centrumokat összehasonlítjuk a *Straumanis* féle Zn és Cd ábrákkal, önkéntelenül felvetődik a kérdés, hogy nem hasonló esettel állunk-e szemben. A Kossel által homeopoláris kristály esetére felállított szabály alkalmazásával azt következtethetnők,

hogy a kvarckristály — bár ionkristályról van szó —, a romboéder felületeken mégis mint homeopoláris kristály nő, ami azt mondaná, hogy a SiO_2 molekulák előbb képződnek és csak ezután, tehát a neutrális molekula épül be a kristályba. Ez a lehetőség talán összefügg a kvarc molekulák azon tulajdonságával, hogy a kvarc könnyen átmegy amorf alakba és az itt talált alak talán éppen ennek a tulajdonságnak a megnyilvánulása a kristály növekedésekor. Ez a megállapítás, amennyiben beigazolódik, fontos szempontot nyújthat a mesterséges kvarckristályok előállítása körül. Természetesen a kvarckristályok növekedésénél is átmeneti határréteg épp úgy kialakulhat, mint NaCl kristályok esetében és a szerepe is ugyanaz lehet, mint ott. Kossel szerint várhatjuk, hogy az első lépés megtörténte után (ez a kis kúpok kialakulása) a felületen olyan helyzet alakul ki, ami a következő lépés megtörténését kedvezővé teszi. Ez a folyamat a kúp csúcsából, mint centrumból kiindulva köralakúlag folyik le az egész felületen.

Felmerül a kérdés, hogy a természetes kvarckristálynál ismeretes-e ez a köralakú növekedési képződmény?

Tokody múzeumigazgató információja szerint ezek az alakok természetes kvarckristályoknál is ismeretesek. Mielőtt ezt az információt kaptuk volna, a mi rendelkezésünkre álló természetes kvarckristályokon kutattunk ezek után. Nem túl nagy anyag átnézése után arra az eredményre jutottunk, hogy egy kvarcrozettán, mégpedig egy ametisztrozettán találtunk egyetlen példányt, amelynél felfedezhető a romboéderfelületen egy körös szerkezet. A természetes ametiszten ezek a körök sokkal finomabbak, sokkal nehezebben láthatók, amint azt a 15. ábra mutatja. A köralakú növekedésképződmény középpontja oldalra lent fekszik, tehát éppúgy nem esik egybe a kristálytani kristálycsúccsal, mint a mi mesterséges kristályainknál. Viszont itt a körbrák teljesen félkörös kifejlődést mutatnak és nyoma sincsen a kvarc vicinalisokra jellemző háromszögű eloszlásnak. Így ez a kérdés egyelőre még nem dönthető el egészen.

A prizmafelületeken is vannak jellegzetes növekedési képződmények, egyelőre azonban megelégszünk annyival, hogy az eddigi képek alapján remélhetjük, hogy kvarckristályok növekedésénél is a Kossel-féle növekedési szabályok fognak érvényesülni.

A tűkristályok termelésénél és a szakítási méréseknél köszönetet mondok *Fáthy Ferenc* adjunktusnak és *Kunffy Ilona* laboránsnőnek. A kvarckristályok előállításánál *Tarján Imre*, *Zimonyi Gyula* és *Újhelyi Sándor* voltak munkatársaim, akiknek e helyen is köszönetet mondok. A fényképfelvételeket *Levius Ernő* tanársegéd végezte nagy odaadással és nagy szakértelemmel, amiért e helyen is köszönetet mondok neki. A mikromanipulátorokat *Asztalos Károly* mechanikus készítette el.

IRODALOM

- [1] *Gyulai Zoltán*: Zschf. I. Phys. 125, 1, 1948.
- [2] *Gyulai Zoltán és Bielek Sándor*: Acta Physica Hungarica, 1, 199, 1952.
- [3] *László Tihamér*: Doktori disszertáció, Kolozsvár, 1946/47. Academia Republicii populare Române, Filiale Cluj 1—2. Anul IV. 1953.
- [4] *M. Straumanis*: Z. Physik. Chem. B. 13, 318. 1932.
- [5] *A. Kossel*: Leipziger Vorträge, 1928.

SUGÁRZÁSNÉLKÜLI ÁTMENETEK AZ F-CENTRUMOKBAN

M. TRLIFAJ, PRÁGA

Az elektronoknak F -centrumokban fellépő sugárzásmentes átmeneteire vonatkozó elmélet ma még csak kezdeti stádiumában van. Ezek az átmenetek lényeges kapcsolatban állnak a színcentrumokkal bíró ionos kristályok fotovezetésének a hőmérséklettől való függésével.

A sugárzásmentes átmenetek, különösképpen a rekombinációs folyamatok kvalitatív értelmezését az előző években *Adirovics* adta meg. A kvantitatív számolásokhoz azonban az *Adirovics*-féle modell túlságosan durvának mutatkozott, ezért mi a *Pekar*-féle modellt használtuk.

Ha *Pekar* szerint a kristály számára az effektív tömeg módszerét és a makroszkópikus megközelítést alkalmazzuk, akkor az F -centrum + rácsrezgések rendszerének Hamilton-operátorát a következő alakban írhatjuk fel:

$$(1) \quad H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} + V_c(\vec{r}) + V_{int}(\vec{r}, q_k) + H_{op}''.$$

Itt $V_c(\vec{r})$ az elektron potenciális energiáját a rácshiba elektrosztatikus terében, a $V_{int}(\vec{r}, q_k)$ pedig az elektronnak a kristályban lévő ionok optikai rezgéseivel való kölcsönhatásából származó potenciális energiát jelenti. Ez utóbbit a következő alakban írhatjuk:

$$(2) \quad V_{int}(\vec{r}, q_k) = e \int \frac{\vec{P}(\vec{r}_1) (\vec{r}_1 - \vec{r})}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|^3} \cdot d\vec{c}_1,$$

ahol $\vec{P}(\vec{r})$ a kristályanyag térfogategységének dipólmomentumát jelenti; H_{op}'' az optikai rezgések Hamilton-operátora.

Ha a $\vec{P}(\vec{r})$ vektort Fourier-sorba fejtjük, kapjuk a következő összefüggést:

$$(3) \quad \vec{P}(\vec{r}) \sim \sum_k q_k x_k(\vec{r}) \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|},$$

ahol az $x_k(\vec{r})$ függvények orthonormált rendszert képeznek, q_k a rezgő ionok normálkoordinátái, \vec{k} pedig az ismert határfeltételeket teljesítő vektorok. A (3) alapján a rezgő ionok H_{op}'' Hamilton-operátorát a következő alakban írhatjuk:

$$(4) \quad H_{op}'' = \frac{1}{2} \hbar \cdot \omega \sum_{\vec{k}} \left(q_k^2 - \frac{\partial^2}{\partial q_k^2} \right),$$

ahol ω a rezgő ionok körfrekvenciáját jelenti.

A Schrödinger-egyenleteknek az (1) operátorral való megoldása általános formában nem lehetséges. Ha azonban tekintetbe vesszük, hogy a rezgő ionok tömege sokkal nagyobb az elektron tömegénél, akkor az egyenlet megoldásánál alkalmazhatjuk az adiabatikus megközelítést. Ebben a megközelítésben a rendszer hullámfüggvényeit a következő formában írhatjuk fel:

$$(5) \quad \psi(\vec{r}, q_k) = \psi(r, q_k) \cdot \Phi(q_k).$$

Ha ezt a függvényt a Schrödinger-féle egyenletbe az (1) operátorral behelyettesítjük és a nem adiabatikus tag

$$(6) \quad L\psi(\vec{r}, q_k) = -\hbar\omega \sum_k \frac{\partial \psi(r, q_k)}{\partial q_k} \frac{\partial \Phi(q_k)}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \hbar\omega \sum_k \Phi(q_k) \cdot \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, q_k)}{\partial q_k^2},$$

akkor két egyenletet kapunk. Az első egyenlet, mint az elektron hullámfüggvénye, leírja az elektronnak a szilárd ionok terében való mozgását, a második egyenlet pedig a $\Phi(q_k)$ -vel, mint a rezgő ionok hullámfüggvénye leírja a rezgő ionok mozgását.

Mivel mi a (6) alatti nem adiabatikus tagot elhanyagoltuk, a rendszer hullámfüggvénye az (5) alatti formában nem a rendszer pontos stacionárius állapotait írja le. Ezenkívül az elektron nem maradhat tartósan az adiabatikus állapotokban és az egyes adiabatikus állapotok között lengésekbe jön. Az elektronnak eme lengéseit sugárzásmentes átmeneteknek tekinthetjük. Az elektron két meghatározott adiabatikus állapot közötti lengéseinek frekvenciáját, azaz az elektron eme állapotok közötti egy másodperc alatti sugárzásmentes átmenetének W valószínűségét Dirac-konstansok variációja módszerével a következőképpen számolhatjuk ki:

$$(7) \quad W = \frac{2\pi}{\hbar} |(s_2 | L | s_1)|^2$$

ahol a $(s_2 | L | s_1)$ a (6) alatti nem adiabatikus operátor matrix-eleme az s_1 kezdeti állapot és az s_2 végállapot között.

A (7) alatti matrix-elem kiszámításához ismernünk kell az elektronhoz és a rezgő ionokhoz tartozó hullámfüggvényeket.

Az elektron $\psi(\vec{r}, q)$ függvényét a perturbációs számítás segítségével meg tudjuk határozni. Első közelítésben az elektron hullámfüggvényét az abszolút zéruspontra számítottuk ki, azaz olyan esetben, amikor az ionok kinetikai energiája zérus és az ionok egyensúlyi helyzetükben nyugalomban vannak. Magasabb hőmérsékleteken az ionok egyensúlyi helyzetük körül rezgésbe jönnek és az elektron potenciális energiájának az ionokkal való kölcsönhatás miatt előálló változását perturbációnak tekinthetjük. Az elektron $\psi(q, \vec{r})$ hullámfüggvénye számára a következő feltételt tehetjük:

$$(8) \quad \psi(r, q_k) = \psi_r(q_{k_0}, \vec{r}) [1 + \lambda V(\vec{r}, q_k)]$$

ahol λ variációs paraméter, amely a minimumkövetelményből meghatároz-

ható. $\psi(r, q_{k_0})$ az elektron hullámfüggvénye az abszolút zérusponton, a rezgő ionok hullámfüggvénye pedig első közelítésben egy bizonyos egyensúlyi helyzet körül rezgéseket végző oszcillátorok rendszerének hullámfüggvényeivel írható le.

A sugárzásmentes átmenetek valószínűségeit az F -centrum egyes állapotaira KCl- és KBr kristályok esetében számítottuk ki. Ugyanezekben az esetekben végeztünk vizsgálatokat az elektronok néhány F -centrumbeli fotoionizációs folyamatának megmagyarázására.

Pekar és Silbermann kimutatták, hogy az F -centrum alapállapota mellett még két diszkrét gerjesztett állapot létezik, a többi állapot azonban már az F -centrum disszociált állapotához tartozik. Eme állapotok közötti sugárzásmentes átmenetek valószínűségére végzett számítások azt mutatják, hogy

1. A fényabszorpció révén a második gerjesztett állapotba hozott elektron esetében, amikor is az ionok rezgései még nem elég erősek ahhoz, hogy az elektront magasabb gerjesztett állapotba hozzák, az alapállapotba való sugárzásmentes átmenetek valószínűsége a 0°K – 200°K hőmérsékleti tartományban nagyon kicsi a sugárzásos (emissziós) átmenet valószínűségéhez képest. Olyan hőmérsékleteken, amelyeken az elektron nem hozható magasabbfokú gerjesztett állapotba, az abszorpciós F -sáv vörös oldalán olyan emissziós sávot figyelhettünk meg, amelynek maximuma a Pekar-féle számítások szerint KCl és KBr esetében 1 eV nagyságrendnél van.

2. A számítások azt mutatták, hogy a harmadik gerjesztett állapotba való sugárzásmentes átmenet valószínűsége az említett hőmérsékleti tartományban nagyon nagy a közvetlenül a polaronállapotba való sugárzásmentes átmenet valószínűségéhez képest. Így tehát az elektronnak az F -centrumból való kiszabadulását nem tekinthetjük *Mott* szerint valamely kétfokozatú folyamatnak, hanem úgy kell elképzelnünk, hogy az elektron sugárzásmentesen jut el az összes lehetséges gerjesztett állapoton keresztül a polaronállapotba. Ez teljesen összhangban van *Silbermann* felfogásával, aki a kvantumkibocsátás hőmérséklet-függéséből ugyanerre a következtetésre jutott.

A kvantumkibocsátás hőmérséklet-függésére vonatkozó elméleti számítások még folyamatban vannak. Ezek eredményeit később közölni fogjuk.

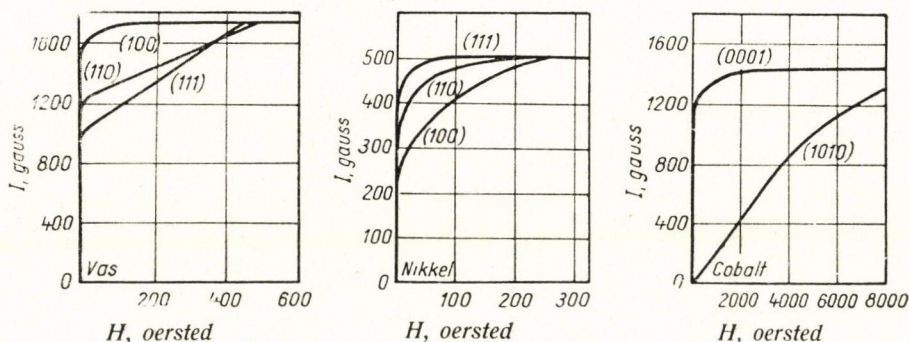
Fordította: Nagy János.

FERROMÁGNESES ANYAGOK ENERGIA-ANIZOTRÓPIÁJÁNAK KVANTUMELMÉLETÉRŐL

PÁL LÉNÁRD

Központi Fizikai Intézet, Ferromágneses Osztály

A ferromágneses monokristályok mágnesezési görbéinek analízise azt mutatja, hogy a kristálytani tengelyekhez képest különböző irányokban felvett mágnesezési görbék nagymértékben különböznek egymástól (1. ábra). A mágnesezési görbéknek ebből az anizotrópiájából arra lehet következtetni, hogy a ferromágneses kristály szabad-energiájának mágneses része két tagból: egy



1. ábra

Ferromágneses egykristályok mágnesezési görbéinek anizotrópiája.

izotrop és egy anizotrop tagból áll. A ferromágneses monokristályok mágnesezési görbéinek anizotrópiájáról az első kísérleti munka csaknem ötven évvel ezelőtt, 1904-ben jelent meg [1]. Weiss magnetit és pirotin monokristályok mágnesezési görbéinél észlelte először a fentemlített anizotrópiát. Később Beck [2], Webster [3], Honda, Kaya, Masuyama [4] és még sokan mások végeztek ilyen irányú kísérleti vizsgálatokat a legkülönbözőbb ferromágneses anyagokon.

A kérdés elméleti tisztázására csak jóval később került sor. Ezen a téren N. Akulov [5] végezte az úttörő munkát. 1928-ban, kandidátusi disszertációjában megmutatta, hogy a ferromágneses anyagok energia-anizotrópiájának az okát a kristály rácspontjaiban elhelyezkedő elemi mágnesek multipol jellegű kölcsönhatásában kell keresni. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy ez a koncepció, bár kvalitatíve helyesen tükrözte a tényleges viszonyokat, mégsem volt alkalmas arra, hogy az energia anizotrop részének nagyságrendjét helyesen adja meg. Mint Becker [6] és mások megmutatták, az elemi mágnesek közötti klasszikus multipol kölcsönhatás egy-két nagyságrenddel kisebb értéket szolgáltat az energia anizotrop részére a kísérleti úton meghatározott értékhez képest.

Egészen világos, hogy a kérdés csak kvantummechanikai úton tisztázható. Magának a ferromágnesség jelenségének szabatos tisztázása is csak a kvantum elmélet alapján vált lehetővé. *Frenkel* [7] és *Heisenberg* [8] megmutatták, hogy a hidrogén molekula Heitler—London-féle modelljének kristályrácsra való általánosításánál bizonyos feltételek mellett (amelyeket itt részletezni nem kívánunk) energetikailag kedvezőbb az elektron-spinnek párhuzamos orientációja. Ez azt jelenti, hogy a kristály spontán módon telítésig mágnesesződne, ha csupán a spinmomentumokat párhuzamosító kicserélődési erők működne. A kristály felületének lemágnesező hatása eredményezi a kisebb spontán mágneses tartományok (domének) létrejöttét bizonyos ú. n. könnyű mágnesezési irányokban.

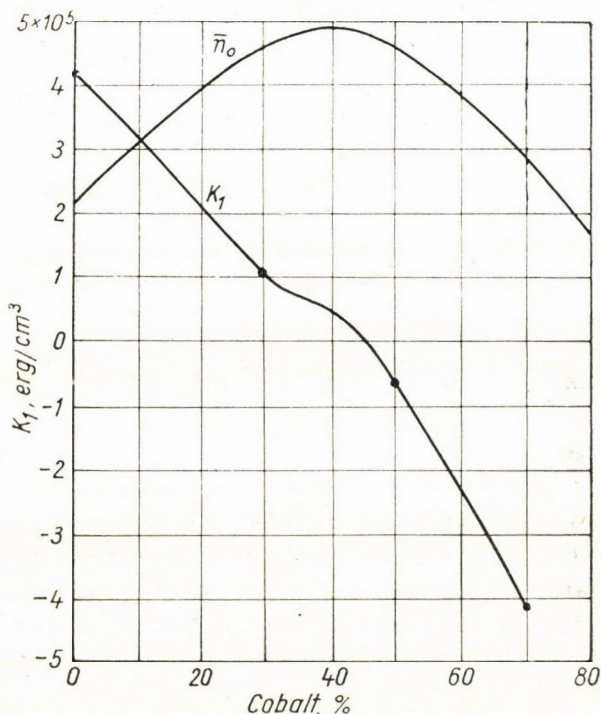
Könnyű megmutatni, hogy a Heitler—London-féle modellnek, bizonyos egyszerűsítő feltevések mellett, kristályokra való alkalmazása esetében az energia operátor mágneses részére a következő kifejezést írhatjuk fel:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{1}{2} \sum_{l>m}^N 2M(R_{lm}) (\hat{S}_l \cdot \hat{S}_m) - 2\beta H \sum_{l=1}^N \hat{S}_l^z, \quad (1)$$

ahol $M(R_{lm})$ az l -ik és m -ik atom elektronjai közötti kicserélődési integrál, \hat{S}_l az l -ik atomhoz tartozó spin-operátor. H a külső mágneses tér, melynek irányával koordináta-rendszerünk \overline{OZ} tengelye egybeesik, β pedig egy Bohr-magneton. A fentemlített egyszerűsítő feltevések a következők: *a*) eltekintünk az egyes atomok sajátfüggvényeinek átfedésétől, *b*) nem vettük figyelembe az egy atomon belüli elektronok közötti kicserélődéseket, *c*) a d -elektronok sajátfüggvényeit s -állapotban lévő elektronok sajátfüggvényeivel helyettesítettük, *d*) elhanyagoltuk a vezetési elektronok és a be nem töltött héjak elektronjai közötti kölcsönhatást és *e*) természetesen nem vettük figyelembe az elektronok mágneses kölcsönhatását.

A fenti kifejezés izotróp a spin-tér forgás-transzformációval szemben úgy, hogy a kicserélődési kölcsönhatás, amely a ferromágnesség jelenségének közvetlen oka, izotróp energiaspektrumra vezet. Egészen nyilvánvaló, hogy az irány szerinti elfajulást bizonyos tenzor jellegű erők szüntethetik meg. Ilyen tenzor jellegű erők származtathatók az elektronok mágneses kölcsönhatásának figyelembevételével. A mágneses kölcsönhatás figyelembevételével egész sor szerző végzett számításokat. Ezek közül a szerzők közül megemlítjük *Bloch* [9], *Van Vleck* [10], *Vonsovsky* [11], *Brooks* [12] és *Tjáblikov* [13] nevét. Megjegyzendő, hogy *Tjáblikov* rendkívüli szellemes munkája kivételével, a legtöbb szerző a mágneses kölcsönhatást, mint kis perturbációs kölcsönhatást tekintette, ami sajnos nem jogosult, habár a mágneses kölcsönhatás energiája nagyságrendben két-három nagyságrenddel kisebb, mint a kicserélődési kölcsönhatás energiája. A helyzet ugyanis az, hogy a ferromágneses kristály mágneses kölcsönhatással nem perturbált energia-nívói igen közel vannak egymáshoz, úgyhogy az egyes nívók közötti különbség nagyságrendben egyezik a perturbáló mágneses kölcsönhatás energiájával. Ezt a

nehézséget rendszerint úgy szokták megkerülni, hogy feltételezik rendkívüli nagy külső mágneses tér jelenlétét, ami széthúzza a perturbálatlan állapotnak megfelelő energianívókat olyannyira, hogy elvben a mágneses kölcsönhatást fel lehet fogni, mint kis perturbációs tagot. Számításainkban mi eltekintünk ilyen mesterkélt feltevésektől és megmutatjuk, hogy követve *Holstein* és *Primakoff* [14] módszerét, energia-operátorunk diagonálisra való transzformálásánál nem kell alkalmazni perturbációs számítást.



2. ábra

Co—Ni homogén ötvözetrendszer anizotrópia-állandója és egy atomra eső átlagos mágneses momentuma különböző Co koncentrációk mellett.

A mágneses kölcsönhatás lehetséges formái a következők: a spin mágneses momentumok közötti kölcsönhatás, a spin és a pálya mágneses momentumok közötti kölcsönhatás és végül a pálya mágneses momentumok közötti kölcsönhatás. Az energia-operátor mágneses részének meghatározásánál nagy elvi nehézséget jelent az a tény, hogy a nem relativisztikus kvantummechanika nem adhat teljes képet a fentemlített kölcsönhatások természetét illetően. Így rendszerint bizonyos egyszerűsítő feltevésekhez kell folyamodni.

A spin mágneses momentumok közötti kölcsönhatás nem játszik döntő szerepet az energia anizotróp részének kialakításában, egyrészt nagyságrendileg kisebb értékre vezet a kísérletileg megállapítottnál, másrészt bizonyos esetekben kvalitatíve is rosszul tükrözi a viszonyokat. Például, mint ahogy disszer-

tációmban [15] is megmutattam, a kobaltvas homogén ötvözetrendszerben az energia anizotróp része éppen a maximális egy atomra eső átlagos spin mágneses momentumnak (\bar{n}_0) megfelelő kobalt koncentrációnál (cca 45% Co) válik nullává (2. ábra). Az energia anizotróp részének létrehozásában a döntő szerepet a spin és pálya mágneses momentumok kölcsönhatása játssza. Mint ismeretes, a kristályrács elektrosztatikus terében a pályamomentumok csak határozott orientációkat vehetnek fel, a kristálytani tengelyekhez képest, ilyen módon a spin-momentumok a pályamomentumokkal való kölcsönhatás révén mintegy érzik a kristály szimmetriáját. A pálya momentumok közötti kölcsönhatásnak pedig olyannak kell lennie, hogy az eredő pálya mágneses momentum zérussal legyen egyenlő. Hogy az utóbbi milyen mechanizmus folytán biztosítódik, mind a mai napig nyitott kérdés.

Van Vleck [10] megmutatta, hogy reális reprezentálni a spin-pálya kölcsönhatást ekvivalens rövidhatótávolságú dipol-dipol, kvadrupol-kvadrupol, stb. kölcsönhatásokkal. Ha már most kiegészítjük az (1) alatti energia-operátort a spin-pálya kölcsönhatást reprezentáló multipol tagokkal, úgy a következő kifejezéshez jutunk:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}} = & -\frac{1}{2} \sum_{l \geq m}^N 2M(R_{lm})(\hat{S}_l \cdot \hat{S}_m) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{l \geq m}^N P(R_{lm}) \{(\hat{S}_l \cdot \hat{S}_m) - 3(\hat{S}_l \cdot \vec{R}_{lm})(\hat{S}_m \cdot \vec{R}_{lm}) R_{lm}^{-2}\} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{l \geq m}^N Q(R_{lm}) R_{lm}^{-4} (\hat{S}_l \cdot \vec{R}_{lm})^2 (\hat{S}_m \cdot \vec{R}_{lm})^2 - 2\beta H \sum_{l=1}^N \hat{S}_l^z, \end{aligned} \quad (2)$$

$P(R_{lm})$ és $Q(R_{lm})$ a megfelelő csatolási tényezők. Sajnos ezen csatolási tényezők elméletileg egyelőre nem határozhatók meg, így értéküket a kísérleti adatok alapján kell megbecsülni. *Van Vleck* [10] hasonló kifejezést használt, de a sajátérték meghatározásánál nem alkalmazott következetes módszert. A kicserélődési kölcsönhatásból származó részt a Weiss-féle kifejezéssel helyettesítette, ami számításainak bizonyos fenomenologikus jelleget kölcsönöz. Az első végig következetes kvantummechanikai számítást *Tjáblikov* [13] adta hexagonális rendszerű kristályok esetére. A mi általunk közölt eljárás bizonyos értelemben általánosítása *Tjáblikov* eredményeinek, amennyiben mi számításainkat kiterjesztettük a szabályos rendszerű kristályok esetére is.

Az energia-operátornak csupán azon sajátértékeit kívánjuk meghatározni, amelyek a ferromágneses kristály olyan állapotaihoz tartoznak, amelyekben az

$$\hat{\Omega} = \sum_{l=1}^N \hat{S}_l^z$$

operátor átlagértéke alig különbözik a maximális sajátértékétől. Ez azt jelenti, hogy a kristály az abszolút telítettségnek megfelelő állapothoz közel van, a továbbiakban ezt az állapotot kvázi-telítettségű állapotnak nevezzük.

Célszerű bevezetni a következő új operátorokat:

$$\begin{aligned}
 \hat{S}_l^+ &= \hat{S}_l^x + i \hat{S}_l^y \\
 \hat{S}_l^- &= \hat{S}_l^x - i \hat{S}_l^y \\
 \hat{n}_l &= S - \hat{S}_l^z.
 \end{aligned}
 \quad (3)$$

A kristály állapotát jellemzik a következő tulajdonságokkal bíró, ortonormált, teljes függvényrendszert alkotó állapotfüggvények:

$$\begin{aligned}
 \hat{n}_l \psi_{n_1 \dots n_l \dots n_N} &= n_l \psi_{n_1 \dots n_l \dots n_N} \\
 \hat{S}_l^+ \psi_{n_1 \dots n_l \dots n_N} &= (2S)^{1/2} \left(1 - \frac{n_l - 1}{2S}\right)^{1/2} n_l^{1/2} \psi_{n_1 \dots n_{l-1} \dots n_N} \\
 \hat{S}_l^- \psi_{n_1 \dots n_l \dots n_N} &= (2S)^{1/2} (n_l + 1)^{1/2} \left(1 - \frac{n_l}{2S}\right)^{1/2} \psi_{n_1 \dots n_{l+1} \dots n_N}
 \end{aligned}
 \quad (4)$$

ahol n_l a spin-deviáció operátorának, \hat{n}_l -nek sajátértéke. Bevezetjük a második kvantálásból jólismert emissziós és abszorpciós operátorokat:

$$\begin{aligned}
 \hat{a}_l^* \psi_{n_1 \dots n_l \dots n_N} &= (n_l + 1)^{1/2} \psi_{n_1 \dots n_{l+1} \dots n_N} \\
 \hat{a}_l \psi_{n_1 \dots n_l \dots n_N} &= n_l^{1/2} \psi_{n_1 \dots n_{l-1} \dots n_N}.
 \end{aligned}
 \quad (5)$$

Ezek segítségével:

$$\begin{aligned}
 \hat{S}_l^+ &= (2S)^{1/2} \left(1 - \frac{\hat{a}_l^* \hat{a}_l}{2S}\right)^{1/2} \hat{a}_l \\
 \hat{S}_l^- &= (2S)^{1/2} \hat{a}_l^* \left(1 - \frac{\hat{a}_l^* \hat{a}_l}{2S}\right) \\
 \hat{n}_l &= \hat{a}_l^* \hat{a}_l
 \end{aligned}
 \quad (5')$$

Ha most a kvázi telítettségnek megfelelő állapotra szorítkozunk, amikor is

$$\frac{1}{2} \frac{I_S(0, \infty) - I_S(T, H)}{I_S(0, \infty)} = \frac{\bar{\hat{n}}_l}{2S} = \frac{\hat{a}_l^* \hat{a}_l}{2S} \ll 1
 \quad (6)$$

úgy a következő elhanyagolásokat eszközölhetjük:

$$1. \quad \left(1 - \frac{\hat{a}_l^* \hat{a}_l}{2S}\right)^{1/2} \simeq \left(1 - \frac{\bar{\hat{n}}_l}{2S}\right)^{1/2} \sim 1.$$

2. A $2S\bar{\hat{n}}_l$ mellett elhagyható az $\bar{\hat{n}}_l \hat{n}_m$, ha eltekintünk a spindeviációk közötti korrelációktól. Ugyanis ebben az esetben

$$2S\bar{\hat{n}}_l - \bar{\hat{n}}_l \cdot \hat{n}_m = 2S\bar{\hat{n}}_l \left(1 - \frac{\bar{\hat{n}}_m}{2S}\right) \sim 2S\bar{\hat{n}}_l.$$

3. Mivel átmeneti effektusokat nem vizsgálunk, elhagyjuk azokat a tagokat is, amelyek az \hat{a}_l operátorok hármasszorzatait tartalmazzák.

Ezen elhanyagolások figyelembevételével, valamint a (3–5) összefüggések felhasználásával az energia-operátor a következő alakra hozható:

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{H}} = E_0 + \sum_{l > m}^N \{A(R_{lm})\hat{a}_l^* \hat{a}_m + B(R_{lm})\hat{a}_l^* \hat{a}_l\} + 2\beta H \sum_{l=1}^N \hat{a}_l^* \hat{a}_l + \\ + \frac{1}{2} \sum_{l > m}^N \{C^+(R_{lm})\hat{a}_l^* \hat{a}_m^* + C^-(R_{lm})\hat{a}_l \hat{a}_m\} + \\ + \frac{1}{2} \sum_{l > m}^N \{D^+(R_{lm})\hat{a}_l^* \hat{a}_l^* + D^-(R_{lm})\hat{a}_l \hat{a}_l\},\end{aligned}\quad (7)$$

ahol $A(R_{lm})$, $B(R_{lm})$, $C^\pm(R_{lm})$, $D^\pm(R_{lm})$ a koordináták bonyolult kifejezései. Ennek a kifejezésnek a diagonálisra való transzformálása két lépésben történik. Először az \hat{a}_l operátorok Fourier transzformáltjának segítségével a (7) alatti kifejezést átalakítjuk. Meg kell jegyeznünk, hogy az átalakításnál nem vettük figyelembe a kristály véges-méretűségét, s ezzel mintegy $1/N$ nagyságrendű hibát követtünk el, ahol N a kristály atomjainak száma. Az átalakítás eredménye:

$$\hat{\mathcal{H}} = E_0 + \sum_{\lambda} U_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}^* \hat{a}_{\lambda} + \frac{1}{2} \sum_{\lambda} V_{\lambda}^+ \hat{a}_{\lambda}^* \hat{a}_{-\lambda}^* + \frac{1}{2} \sum_{\lambda} V_{\lambda} \hat{a}_{\lambda} \hat{a}_{-\lambda} \quad (8)$$

$$\hat{a}_l = N^{-1/2} \sum_{\lambda} \hat{a}_{\lambda} e^{-i\vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_l}, \quad \hat{a}_l^* = N^{-1/2} \sum_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}^* e^{i\vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_l}. \quad (8')$$

A második lépés két célszerűen választott lineáris transzformáció alkalmazásából áll, amelyek eredményeként a kvázi-telítettségi állapotnak megfelelő spektrum a következő alakba írható:

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{H}} = E_0 + \Delta E_0 + \sum_{\lambda} E_{\lambda} \hat{C}_{\lambda}^* \hat{C}_{\lambda} \\ \hat{C}_{\lambda}^* \hat{C}_{\lambda} = N_{\lambda} \quad (N_{\lambda} = 0, 1, 2, \dots)\end{aligned}\quad (9)$$

$$\Delta E_0 = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} (E_{\lambda} - U_{\lambda}) \quad \text{és} \quad E_{\lambda} = (U_{\lambda}^2 - |V_{\lambda}|^2)^{1/2},$$

ahol

$$\begin{aligned}U_{\lambda} = 2S \sum_h M_h (1 - \exp i\vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_h) + \frac{1}{2} S \sum_h P_h (1 - \exp i\vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_h) + 2\beta H - \\ - \frac{1}{2} S \sum_h \{3P_h + (4S^2 - 4S + 1)Q_h\} z_h^2 R_h^{-2} (1 - \exp i\vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_h) + \\ + \frac{1}{2} S \sum_h (SQ_h - 3P_h) + \\ + \frac{1}{2} S (4S^2 - 4S + 1) \sum_h Q_h z_h^4 R_h^{-4} (1 - \exp i\vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_h) - \\ - \frac{1}{2} S (10S^2 - 7S + 1) \sum_h Q_h z_h^4 R_h^{-4} + \\ + \frac{1}{2} S \sum_h \{9P_h + (6S^2 - 8S + 1)Q_h\} z_h^2 R_h^{-2}\end{aligned}\quad (10)$$

és

$$\begin{aligned}
V_{\lambda}^{\pm} = & \frac{3}{4} S \sum_h P_h (R_h^{\pm})^2 R_h^{-2} (1 - \exp i \vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_h) + \\
& + \frac{1}{4} S (6S^2 - 5S + 1) \sum_h Q_h z_h^2 (R_h^{\pm})^2 R_h^{-4} - \\
& - \frac{1}{4} S (4S^2 - 4S + 1) \sum_h Q_h z_h^2 (R_h^{\pm})^2 R_h^{-4} (1 - \exp i \vec{K}_{\lambda} \cdot \vec{R}_h) + \\
& + \frac{1}{4} S \sum_h (SQ_h - 3P_h) (R_h^{\pm})^2 R_h^{-2}
\end{aligned} \quad (11)$$

míg

$$R_h^{\pm} = x_h^{\pm} i y_h.$$

Tekintettel arra, hogy a kicserélődési energia mintegy három nagyságrenddel nagyobb, mint a mágneses kölcsönhatás energiája, azaz $U_{\lambda} \gg |V_{\lambda}|$ úgy $E_{\lambda} - t |V_{\lambda}| U_{\lambda}^{-1}$ hatványai szerint sorbafejtve és csupán a $|V_{\lambda}| U_{\lambda}^{-1}$ -ben lineáris tagokat megtartva az energiaspektrum a következő egyszerű kifejezésre hozható:

$$\begin{aligned}
E_{N_{\lambda}} \sim E_0 + \sum_{\lambda} U_{\lambda} N_{\lambda} \\
(N_{\lambda} = 0, 1, 2, \dots)
\end{aligned} \quad (12)$$

és

$$\begin{aligned}
E_0 = & -S^2 \sum_{l > m}^N M(R_{lm}) - 2\beta SNH + \frac{1}{2} S^2 \sum_{l > m}^N P(R_{lm}) + \frac{1}{8} S^2 \sum_{l > m}^N Q(R_{lm}) - \\
& - \frac{1}{2} S^2 \sum_{l > m}^N \{3P(R_{lm}) + \frac{1}{2} Q(R_{lm}) - SQ(R_{lm})\} z_{lm}^2 R_{lm}^{-2} + \\
& + \frac{1}{8} S^2 (4S^2 - 4S + 1) \sum_{l > m}^N Q(R_{lm}) z_{lm}^4 R_{lm}^{-4}.
\end{aligned} \quad (13)$$

Mielőtt a kristály szabad energiáját meghatároznánk, ki kell számolnunk az U_{λ} kifejezésében bizonyos, a kristály-szimmetriától függő összegeket. Mivel mind a kicserélődési, mind a multipol erők rövid hatótávolságúak, az összegezésnél csak a közeli szomszédokra szorítkoztunk. Ha még feltesszük, hogy $|K_i| \ll 1$, ami nem túl magas hőmérséklet mellett igaz, akkor az U_{λ} -ra a következő kifejezéseket kapjuk hexagonális és köbös rendszerű kristályok esetében:

$$U_{\lambda} \sim U_0 + U_x^2 K_{\lambda x}^2 + U_y^2 K_{\lambda y}^2 + U_z^2 K_{\lambda z}^2, \quad (14)$$

ahol az U_0 , U_x , U_y és U_z forgás-transzformációkkal szemben nem invariáns mennyiségek. Részletesen nem érdemes felírni őket, mivel eléggé bonyolult kifejezések.

A szabadenergiát a következőképpen kapjuk:

$$F = E_0 + kT \sum_{\lambda} \ln \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{U_{\lambda}}{kT} \right) \right\} \quad (15)$$

Az U_{λ} kifejezését behelyettesítve és az összegezést integrálásra váltva, könny-

nyen megmutatható, hogy:

$$F = E_0 + \frac{1}{2} \frac{N}{2\pi^2} (kT)^{5/2} (U_x U_y U_z)^{-1} L(\vartheta), \quad (16)$$

ahol

$$L(\vartheta) = \int_0^\infty \ln(1 - e^{-\vartheta - z}) \sqrt{z} dz$$

és

$$\vartheta = \frac{U_0}{kT}.$$

Hasonló kifejezést kapunk a szabályos rendszerű kristályok esetében is. Különválasztva a szabad-energia anizotróp részét, megengedett elhanyagolásokkal hexagonális kristályok esetében a következő eredményhez jutunk:

$$F_h^{(a)} \sim K_1(T) \cos^2 \Theta + K_2(T) \cos^4 \Theta + \dots, \quad (17)$$

ahol Θ a hexagonális tengely és a mágneses intenzitás vektora közötti szög, K_1 és K_2 pedig az úgynevezett anizotrópia állandók

$$K_1(T) \sim K_{01} \{1 - T^{3/2}(\alpha_1 T + \alpha_0)\} \quad (18)$$

$$K_2(T) \sim K_{02} \{1 - T^{3/2}(\beta_1 T + \beta_0)\}. \quad (19)$$

Szabályos rendszerű kristályok esetében:

$$F_k^{(a)} \sim K(T) \{S_1^2 S_2^2 + S_2^2 S_3^2 + S_1^2 S_3^2\}, \quad (20)$$

ahol S_1, S_2, S_3 a mágneses intenzitás vektorának iránykoszinuszai a szabályos rendszerű kristály kristálytani tengelyeivel egybeeső koordináta rendszerben, míg

$$K(T) \sim K_0 \{1 - T^{3/2}(\gamma_1 T + \gamma_0)\}. \quad (21)$$

A (18), (19), (21) kifejezésekben előforduló állandók pedig:

$$\alpha_0 = \frac{1}{12\pi^{3/2}} \left(\frac{k}{2SM} \right)^{3/2} \zeta(3/2) \frac{9P - \frac{1}{2}(78S^2 - 47S + 7)Q}{S \left\{ 3P - \frac{1}{8}(36S^2 - 28S + 5)Q \right\}} \quad (22)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{12\pi^{3/2}} \left(\frac{k}{2SM} \right)^{5/2} \zeta(5/2) \frac{3(4S^2 - 4S + 1)Q}{S \left\{ 3P - \frac{1}{8}(36S^2 - 28S + 5)Q \right\}}$$

$$\beta_0 = \frac{10}{12\pi^{3/2}} \left(\frac{k}{2SM} \right)^{3/2} \zeta(3/2) \frac{S^{-1/5}}{S(S^{-1/2})},$$

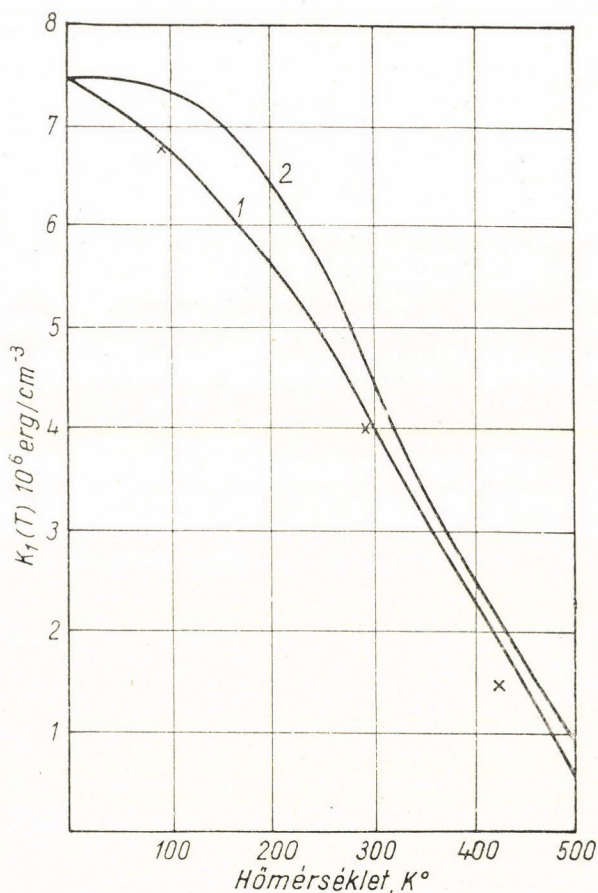
$$\beta_1 = -\frac{14}{17} \frac{1}{12\pi^{3/2}} \left(\frac{k}{2SM} \right)^{5/2} \zeta(5/2) \frac{1}{S} \quad (23)$$

$$\gamma_0 = \frac{10}{8\pi^{3/2}} \left(\frac{k}{2SM} \right)^{3/2} \zeta(3/2) \frac{S^{-1/5}}{S(S^{-1/2})},$$

$$\gamma_1 = -\frac{1}{8\pi^{3/2}} \left(\frac{k}{2SM} \right)^{5/2} \zeta(5/2) \frac{1}{S}, \quad (24)$$

ahol $\zeta(x)$ a Riemann-féle zetafüggvény. A kísérleti eredményekkel való összehasonlítás előtt rá kell mutatnunk arra, hogy eredményeink nem mondanak ellent a termodinamika Nernst-féle tételének, amennyiben

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{dF^{(a)}}{dT} \rightarrow 0,$$



3. ábra

A kobalt első anizotrópia-állandójának hőmérséklettel való függése. Az 1 görbét a (18), (19)-es kifejezések alapján számítottuk, a 2 görbét pedig Vonsovsky [11] formulája alapján. x-el jelöltük K. Honda és H. Masumoto (Sci. Rep. Tohoku Univ. 20. 323. 1931.) kísérletileg meghatározott mágnesezési görbéi alapján L. M. Bozorth (Journ. Appl. Phys. 8. 575. 1937.) által számított anizotrópia állandó értéket.

ami pl. nem mondható el a Van Vleck által kapott kifejezésről. Van Vleck formulája az anizotrópia állandó hőmérsékleti függésére helytelen következtetéseket enged meg. Szabályos rendszerű kristályok esetében a Van Vleck által adott kifejezés olyan, hogy

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{dF^{(a)}}{dT} \rightarrow +\infty,$$

ami rendkívüli súlyos szépséghiba. Hexagonális kristályok esetében pedig a kísérleti tapasztalattal ellentétben nem tudja megmagyarázni a K_1 jelváltását kobalt esetében. Meg kell jegyeznünk, hogy a kobalt első anizotrópia állandójának hőmérsékleti függésére *Vonsovsky* először vezetett le használható kifejezést. Sajnos az általa alkalmazott módszer erősen bírálható. Bár számításait az abszolút zéruspont környezetében végzi, mégis a gerjesztett állapotok figyelembevétele határozza meg eredménye alakját. Mivel kobalt esetében az első gerjesztett állapot és az alapállapot energiája közötti különbség kb. 10^{-12} erg, úgy nagyon valószínűtlen, hogy alacsony hőmérsékleten a gerjesztett állapotok játszanának főszerepet. Az általunk kapott eredmények alacsony hőmérsékleten elég jól egyeznek a kísérleti adatokkal. Kiadódott, hogy szabályos rendszerű kristályok esetében az anizotrópia állandó mintegy tízszer gyorsabban csökken a hőmérséklettel mint a telítettségnek megfelelő mágneses intenzitás. Ez az eredmény kitűnően egyezik *Kirenszkij* [16] és *Titov* [17] mérési eredményeivel.

Nikkel esetében az összehasonlítás nehezebb, mivel a nikkel Curie-hőmérséklete nem túl magas, viszont extrém alacsony hőmérsékleteken csupán két mérési adat áll rendelkezésre.

Kobalt esetében, ha $P \sim 3 \cdot 10^{-6}$ erg és $Q \sim 6 \cdot 10^{-17}$ erg, akkor formulánk leírja az első anizotrópia állandók kb. 250 C° körül kísérletileg észlelt előjel változását és általában jobban egyezik a kísérleti adatokkal, mint *Vonsovsky* formulája (3. ábra).

Hangsúlyozni szeretnénk, hogy bár tárgyalási módunk következetes volt, kiindulási energia-operátorunk a reális ferromágneses kristály viszonyait nem tükrözi teljes mértékben. A spin-pálya kölcsönhatásnak pontosabb figyelembevételéről egyik következő dolgozatunkban szeretnénk beszámolni.

IRODALOM

- [1] *P. Weiss*, Journ. de Phys. 3, 194, 1904.
- [2] *V. Beck*, Jahr. Sch. der Nat. Ges. in Zürich 63, 116, 1918.
- [3] *Webster*, Proc. Roy. Soc. 107, 496, 1925.
- [4] *Honda, Kaya, Masuyama*, Nature 117, 1926.
- [5] *N. Akulov*, Z. Phys. 52 389, 1928.
- [6] *R. Becker*, Z. Phys. 62, 253, 1930.
- [7] *J. Frenkel*, Z. Phys. 49, 31, 1928.
- [8] *W. Heisenberg*, Z. Phys. 49, 619, 1928.
- [9] *F. Bloch u. G. Gentile*, Z. Phys. 70, 395, 1931.
- [10] *J. H. Van Vleck*, Phys. Rev. 52, 1178, 1937.
- [11] *С. Вонсовский*, ЖЭТФ 8, 1104, 1938.
- [12] *H. Brooks*, Phys. Rev. 58, 909, 1940.
- [13] *С. Тябликов*, ЖЭТФ 20, 661, 1950.
- [14] *T. Holstein a. H. Primokoff*, Phys. Rev. 58, 1098, 1940.
- [15] *Л. Пал*, Диссертация, Москва, 1953.
- [16] *Л. Киренский*, ЖЭТФ 8, 198, 1938.
- [17] *Титов*, ЖЭТФ 6, 675, 1936.

ADALÉKOK A KRISTÁLYGÓCKÉPZŐDÉSHEZ ÉS KRISTÁLYNÖVEKEDÉSHEZ

R. KAISEV

a Bolgár Tudományos Akadémia levelező tagja,
Szófia, a Bolgár Tudományos Akadémia Fizikai Intézete, 1953. augusztus 5.

A kristályképződés és kristálynövekedés folyamatai a tudomány és technika sok területén döntő jelentőségűek, s ezért még mindig élénk elméleti és kísérleti kutatás tárgyát képezik.

E folyamatok modern elmélete *Gibbs*-tól származik (1876), aki megállapította a túltelített fázisok termodinamikai stabilitásfeltételeit és egy ilyen fázis stabilitásának mértékéül bevezette a megfelelő „góc” képződési munkáját. További eredményt csak *Volmer* ért el (1926), aki a *Gibbs*-féle elgondolás alapján a gócképződés sebességére egy elméletileg jól megalapozott kifejezést adott meg és bevezette a kétdimenziós góc fogalmát, miáltal lehetségessé vált a kristálynövekedés elméleti tárgyalása az ilyen gócok képződési sebessége alapján. Vele csaknem egyidőben *Kossel* és *Stranski* (1927) másik, egészen új utat nyitottak meg a kristálynövekedés elméleti tárgyalására, amennyiben ők a növekedési folyamat elemi lépéseit követték a kristályfelületen lévő egyes építőkövek leválasztási munkái alapján.

A *Gibbs*—*Volmer*-féle elmélet utat mutatott a gócképződés folyamatának kvantitatív leírására. A kristályfelületekre rakódó kétdimenziós gócok képződési sebessége alapján az elmélet a kristálynövekedés folyamataira is kiterjeszthető. Az elmélet azonban nem vette tekintetbe a kétdimenziós gócok képződésének pontos mechanizmusát, ezért teljesen csődöt mondott olyan kristályfelületeken végbemenő növekedési folyamatok esetén, ahol nem kétdimenziós gócképződéssel van dolgunk.

Másfelől *Kossel* és *Stranski* molekulár-elméleti megfontolásai következtetéseket engedtek a különböző krisztallográfiai felületek szerkezetére vonatkozólag, lehetővé tették a kristályok úgynevezett egyensúlyi formáinak meghatározását és általában a kristálynövekedésről szemléletes kvalitatív képet nyújtottak. Kimutatható volt pl. az, hogy a kristályfelületek növekedésének többnyire kétdimenziós gócokból kell kiindulnia és hogy új atomsorok képződésénél egy kétdimenziós kristályképződmény mentén is kell léteznie energiaküszöbnek, amely természetszerűleg sokkal kisebb, mint a három- vagy kétdimenziós gócképződés esetében.

Jó ideig úgy látszott, hogy e két szemlélet-mód között nincs semmi belső összefüggés, sőt éppen az volt a látszat, mintha egymással ellentétben volnának. Kezdeti nehézségek legyőzése után *Kaisev*-nek és *Stranski*-nak (1934) mégis sikerült *Volmer* és *Kossel*—*Stranski* látszólag ellentétes kiindulását egye-

sítenie. Ehhez viszont nem volt elegendő az egyes kristály-építőkövek leválasztási munkáinak szemlélete, hanem az úgynevezett közepes leválasztási munka, illetve közepes kémiai potenciál következetes alkalmazásával a probléma statisztikus tárgyalását kellett bevezetni. Ezzel a módszerrel *Kaisev* és *Stranski* (1934) és különösen *Becker* és *Döring* (1935), majd pedig ismét *Volmer* (a „Fázisképződés kinetikája“ c. monográfiájában 1939.) a kristálygőcképződés és kristálynövekedés teljes problémakörét exakt és szemléletes módon kezelhetővé tették és megadták a lehetőséget a problémakör messzemenő megoldására is. A közepes leválasztási munkák módszerét egészen a legutóbbi időkig különösen következetesen és eredménydúsan alkalmazzák *Stranski* és *Kaisev* e területhez tartozó legkülönbözőbb kérdések tárgyalására munkáiknak egész sorában.

Itt most röviden ennek az elméletnek legfontosabb vonásait kívánom bemutatni tömör összefoglalásban.

Tekintsük először is egy n építőköből álló kristályocska keletkezését $\mu > \mu_0$ kémiai potenciálú túltelített anyafázisból, ahol μ_0 a telített anyafázis kémiai potenciálját, illetve a végtelen nagy kristály kémiai potenciálját jelenti ugyanazon a hőmérsékleten. A $\mu - \mu_0 = \Delta\mu$ különbség az anyafázis túltelített-ségének a mértéke.

A kristályocskának az anyafázisból való izotermikus-reverzibilis képzéséhez szükséges munka a következőképpen adódik:

$$(1) \quad A(n) = G(n) - n \cdot \mu,$$

ahol $G(n)$ a keletkezett kristályocska termodinamikai potenciálját jelenti és egyenlő a kristályocskának az egyes építőkövekből történő $\sum_1^n \mu_i$ nagyságú izotermikus felépítési munkájával (μ_i jelenti az i -edik építőkö kémiai potenciálját.) Ennek a mennyiségnek az értéke természetesen függ a keletkezett kristályocska alakjától. Ez és vele az $A(n)$ munka is, adott n és μ esetében, akkor veszi fel a legkisebb értéket, ha a kristályocska az úgynevezett egyensúlyi alakkal bír. Ennek feltétele:

$$(2) \quad \delta G(n) = \sum \frac{\delta G(n)}{\delta n_i} \delta n_i = \sum \bar{\mu}_i \delta n_i = 0, \quad \sum \delta n_i = 0 \text{ esetén.}$$

Itt a $\frac{\delta G(n)}{\delta n_i} \delta n_i = \bar{\mu}_i \delta n_i$ kifejezés a kristályocska termodinamikai potenciáljának növekedését adja, ha δn_i építőkö beépül a kristály i -edik felületére. Ekkor δn_i értelemszerűleg ama építőkövek számával veendő egyenlőnek, amelyek az illető kristályfelület legfelső hálósíkját alkotják, ami azt jelenti, hogy csak zárt kristályformákat veszünk szemügyre. Ekkor a

$$(3) \quad \frac{\delta G(n)}{\delta n_i} = \bar{\mu}_i$$

érték az i -edik kristályfelület közepes kémiai potenciálját jelenti.

A (2) egyenletek az egyensúlyi alak számára a következő feltételt adják:

$$(4) \quad \bar{\mu}_i = \text{const},$$

ami azt jelenti, hogy egyensúlyi alak esetén valamennyi kristályfelület közepes kémiai potenciáljának ugyanolyan értékűnek kell lennie. Nem nehéz megmutatni, hogy ez a feltétel ekvivalens az ismert *Gibbs—Wulff*-féle tétellel, amely szerint a különböző kristályfelületekhez tartozó h_i centrális távolságok és e felületekhez tartozó σ_i specifikus felületi energiák között egyszerű arányosság áll fenn.

Kimutatható továbbá, hogy az egyensúlyi alak egy felületének μ_i közepes kémiai potenciálja a kristály-építőkövek n számától függ, és pedig nem túlságosan kicsiny n esetén érvényes a következő összefüggés:

$$(5) \quad \frac{\delta G(n)}{\delta n_i} = \bar{\mu}_i = \bar{\mu}(n)_i = \mu_0 + \frac{C}{n^{1/3}},$$

ahol μ_0 a végtelen nagy kristály kémiai potenciálját, illetve egy építőkö kémiai potenciálját jelenti az úgynevezett „félkristályhelyzet”-ben, C pedig egy konstans, amelynek értékét a rácsgeometria és a rácserők határozzák meg. Az (5) egyenlet alapján nem túlságosan kicsi n esetén integrálással kapjuk továbbá:

$$(6) \quad G(n) = n \cdot \mu_0 + \frac{3}{2} C \cdot n^{2/3}.$$

Az (1) és (5) egyenletből megkapjuk azt a munkát, amely szükséges $\Delta\mu = \mu - \mu_0$ túltelítettséggel bíró túltelített anyafázisból egyensúlyi alakban kiváló és n építőkövel rendelkező kristályocskának a képződéséhez:

$$(7) \quad A(n) = \frac{3}{2} C \cdot n^{2/3} - n(\mu - \mu_0).$$

A (6)-ból könnyen belátható, hogy a (7)-ben az első összeadandó a kristályocska

$$(8) \quad \Phi(n) = G(n) - n \cdot \mu_0$$

felületi energiáját jelenti, míg a második összeadandó a térfogatával arányos. Belátható továbbá, hogy az $A(n)$ érték az n növekedésével valamilyen $n = k$ értéknél maximumon megy át. Nyilvánvaló, hogy e maximum értéke a kristályképződéshez szükséges energiaküszöböt adja a túltelített anyafázisban. Ilyen alapon nevezzük gócnak a k építőköből álló kristálykát, amelynek a szóbanforgó túltelítettség esetén a maximális képződési munka felel meg. Az (1) szerint az $A(n)$ maximumára vonatkozólag a következő feltétel adódik:

$$\delta A(n) = \sum \frac{\delta(G(n))}{\delta n_i} \delta n_i - \mu \cdot \delta n = \sum (\bar{\mu}(n)_i - \mu) \delta n_i = 0 \quad n = k \text{ esetén,}$$

(hol $\delta n = \sum \delta n_i$); ebből következik, hogy

$$(9) \quad \bar{\mu}(k)_i = \mu.$$

Ez azt jelenti, hogy a góc felületeinek egymás között egyenlő közepes kémiai

potenciáljai a túltelített anyaoldat kémiai potenciáljával egyenlőek. Érvényes továbbá a gócra az (5) figyelembevételével:

$$(10) \quad \mu - \mu_0 = \bar{\mu}(k)_i - \mu_0 = \frac{C}{k^{1/3}}.$$

Ez nem más, mint az ismert *Thomson—Gibbs*-féle egyenlet egy valamivel általánosabb formában.

A (7) egyenletben a k értékének az n helyébe való behelyettesítésével, valamint a k -nak a (10) szerinti $\Delta\mu = \mu - \mu_0$ alapján való kiküszöbölésével megkapjuk a góképződési munkát:

$$(11) \quad A(k) = \frac{1}{2} \frac{C^3}{\Delta\mu^2}$$

és egy n építőkőből álló kristályocska képződési munkáját:

$$(12) \quad A(n) = A(k) \left\{ 3 \left(\frac{n}{k} \right)^{2/3} - 2 \cdot \left(\frac{n}{k} \right) \right\}.$$

E két utóbbi egyenlet jelenti tulajdonképpen a góképződési elmélet alap-egyenleteit.

Teljesen analóg módon kapjuk meg a kristályfelületekre beépülő két-dimenziós képződmények képződésére vonatkozó összefüggéseket:

Egy háromdimenziós kristálynak a felületére beépülő n' építőkőből álló kétdimenziós kristály képződéséhez szükséges munka:

$$(1') \quad A(n') = G(n') - n' \cdot \mu,$$

ahol μ a képződött kétdimenziós kristály termodinamikai potenciálját jelenti. Ez a munka függ a kristály alakjától és egyensúlyi alak esetén minimumot ér el. Erre ismét érvényes a következő feltétel:

$$(2') \quad \frac{\partial G(n')}{\partial n'_i} = \bar{\mu}'_i = \text{const.},$$

ami megkívánja, hogy az egyensúlyi alak minden szélének közepes kémiai potenciálja egymással egyenlő legyen. Érvényes továbbá az egyensúlyi kristály közepes kémiai potenciáljának az építőkövek számától való függésére:

$$(5') \quad \bar{\mu}(n')_i = \mu_0 + \frac{C'}{n'^{1/2}},$$

ahol μ_0 értéke ugyanaz, mint az (5)-ben és C' a rácsgéometria és a rácserők által meghatározott konstans.

Az n' építőkőből álló és egyensúlyi alakkal bíró kétdimenziós kristály kémiai potenciáljára nem túlságosan kicsi n' esetén érvényes

$$(6') \quad G(n') = n' \cdot \mu_0 + 2C' \cdot n'^{1/2},$$

úgyhogy képződési munkájára

$$(7') \quad A(n') = 2C' \cdot n'^{1/2} - n'(\mu - \mu_0)$$

adódik, ahol az első tag a képződött kétdimenziós kristály

$$(8') \quad \lambda(n') = G(n') - n' \cdot \mu_0$$

szabad szélénergiját jelenti.

Az $A(n')$ képződési munkának most $n' = k'$ esetén van maximuma, ahol a k' építőkőből álló kérdéses „góc”-ra a következő feltétel áll:

$$(9') \quad \bar{\mu}(k') = \mu,$$

ami azt jelenti, hogy a csíra minden szélének közepes kémiai potenciáljai egymás között és egyúttal a túltelített anyafázis kémiai potenciáljával egyenlők. Ha tekintetbe vesszük a (9) egyenletet, látjuk, hogy ezek a potenciálok az ugyanolyan túltelítettségnek megfelelő háromdimenziós kristály felületeinek közepes kémiai potenciáljaival is egyenlők.

Az (5') alapján érvényes még a kétdimenziós kristályra a következő összefüggés:

$$(10') \quad \mu - \mu_0 = \bar{\mu}(k')_i - \mu_0 = \frac{C'}{k'^{1/2}},$$

amely a kétdimenziós kristály *Thomson—Gibbs*-féle egyenletét fejezi ki.

Végül a (7') és (10') egyenletekből következik a kétdimenziós góc $A(k')$ képződési munkáját megadó kifejezés:

$$(11') \quad A(k') = \frac{C'^2}{\Delta\mu}$$

és az n' építőkőből álló kétdimenziós kristály képződési munkájának kifejezése:

$$(12') \quad A(n') = A(k') \cdot \left\{ 2 \left(\frac{n'}{k'} \right)^{1/2} - \left(\frac{n'}{k'} \right) \right\}.$$

Az (1)—(12) egyenletek a homogén túltelített anyafázis belsejében végbe-menő kristályképződésre érvényesek. Idegen alapfelületeken a kristályképződés rendesen lényegesen könnyebben megy végbe, mert ugyanazon túltelítettség esetén az $A(k^*)$ gócképződési munka ekkor lényegesen kisebb értékű, mint az $A(k)$ munka a homogén anyafázis belsejében történő kristályképződés esetén. Az erre vonatkozó számításokat elvégeztem és arra az eredményre jutottam, hogy e két munka viszonya egyenlő a megfelelő góctérfogatok viszonyával, amikor is az idegen alapon növekvő kristály egyensúlyi alakjára a *Gibbs—Wulff*-féle általánosított tétel érvényes, amely szerint az idegen fázissal érintkező felületekhez tartozó h_i^* centrális távolságok, összehasonlítva azokkal a h_i centrális távolságokkal, amelyek akkor adódnának, ha nem lennének idegen fázishatárok, a $\frac{\sigma_i - \beta_i}{\sigma_i}$ viszonyában megrövidülnek. Itt a σ_i a kristály illető felületének specifikus felületi energiáját, a β_i pedig a felület és az idegen alap között fellépő specifikus adhéziós energiát jelenti. Pl. idegen alapon egy köbös kristály képződési munkájára a következő kifejezést kapjuk:

$$(13) \quad A(k^*) = A(k) \cdot \left(1 - \frac{\beta}{2\sigma} \right).$$

Ebből a kifejezésből következik, hogy $\beta > 0$ esetén az $A(k^*)$ értéke kisebb, mint az $A(k)$ értéke, úgyhogy az idegen alap a kristályképződés számára kedvező. Sőt a $\beta = 2\sigma$ esetben, ami az idegen alapnak a ránövő kristály által történő úgyszólván tökéletes „nedvesítésének” felel meg, a munka $A(k^*) = 0$ lesz és a kristálynövekedés elhanyagolhatóan kicsiny túltelítettségek esetén is lehetséges.

Mint újabban *Bliznakov* munkatársam kimutatta, a gócképződési munkát az anyafázisból keletkező kristály felületeire tapadt idegen molekulák adszorpciója is befolyásolja. A viszonyok hasonlóak az idegen alapokon fejlődő kristálygócok képződésének viszonyaihoz. Ha pl. idegen molekulák adszorpciója révén a kristály és az anyafázis közötti határfelületi energiát csökkentjük, akkor ugyanazon túltelítettség esetén a gócképződési munka hasonlóképpen csökken és ezáltal a kristályképződés könnyebbé válik.

A gócképződés I sebességének kinetikai megfontolások alapján való kiszámítása, amit meglehetősen körülményes voltánál fogva itt most nem végez el, a következő alakú kifejezéshez vezet:

$$(14) \quad I = K \cdot e^{-\frac{A(k)}{k \cdot T}}$$

vagy tekintettel a (11) egyenletre:

$$(14') \quad I = K \cdot e^{-\frac{c^3}{kT\Delta u^2}},$$

ahol a hatvány előtti K faktor a különböző szerzőknél különböző értékű. Lényegében magában foglalja az egyes molekulák számát az anyafázisban és új építőköveknek a góca való beépülési valószínűségét.

Ez az eredmény tökéletes összhangban van *Volmer* korábbi feltevésével, aki a fluktuációs elmélet alapján a (14) egyenletet már korábban felállította, anélkül azonban, hogy a K faktor értékét közelebbről vizsgálta volna.

Kristálygócoknak kondenzált anyafázisból való képződése esetén a K faktornak még egy második exponenciális faktort is tartalmaznia kell, amelynek alakja $e^{-\frac{q}{kF}}$. Ez az anyafázisban gátolt anyagszállítást veszi számításba.

A (14') alatti kifejezés érvényességét sokszor megvizsgálták és többnyire igazolták is, így pl. *Danilov* túlhűtött olvadékok kristályosodása esetén.

Szeretnék itt néhány kísérletet megemlíteni, amelyeket az utóbbi időben *Seludko* és *Bliznakov* munkatársaimmal végeztünk, és amelyek a (14') alatti összefüggést szintén igazolták. Nevezetesen olyan kísérletekről van szó, amelyek indifferens katódon történő fémleválasztás első fázisainak közelebbi vizsgálatát célozták.

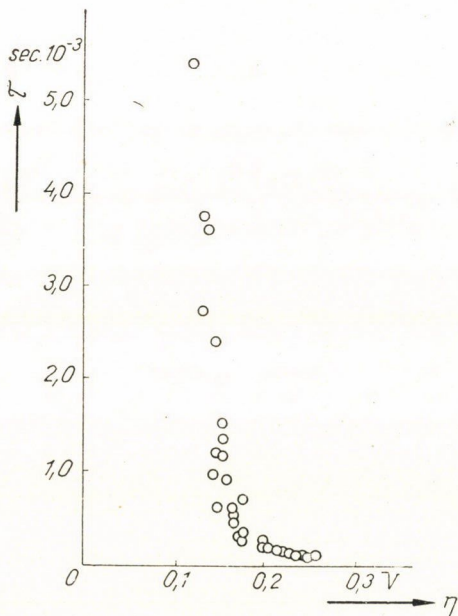
A (14') egyenletnek erre az esetre is érvényesnek kell lennie, ahol azonban most a túltelítettségre jellemző Δu -t a katód η túlfeszültségének és az e_0 iontöltésnek a szorzata helyettesíti:

$$(15) \quad I = K \cdot e^{-\frac{c^3}{k \cdot T(e_0 \cdot \eta)^2}} = K \cdot e^{-\frac{k'}{\eta^2}}.$$

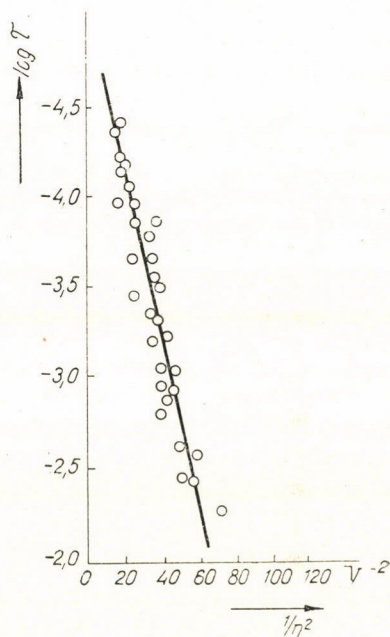
Megjegyzendő, hogy nem közvetlenül a gócképződési sebességet mértük, hanem azt a közepes τ időt, amely meghatározott katód-túlfeszültség beállásának pillanatától az első gócnak a katódon való képződéséig eltelt. Kézenfekvő annak feltételezése, hogy ez az idő fordítottan arányos a gócképződés valószínűségével. Ez viszont a magarészéről arányos $e^{-A(k)/kT}$ -val, úgyhogy:

$$(15') \quad \tau = K'' \cdot e^{\frac{k'}{\eta^2}}.$$

Így a $\lg \tau$ és $\frac{1}{\eta^2}$ között lineáris összefüggésnek kell fennállania. Elektrolitikus



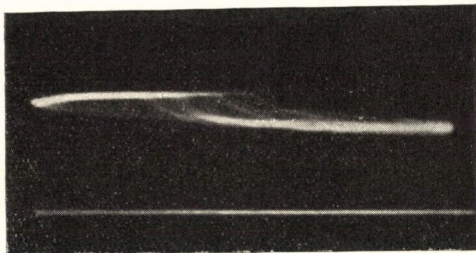
1. ábra



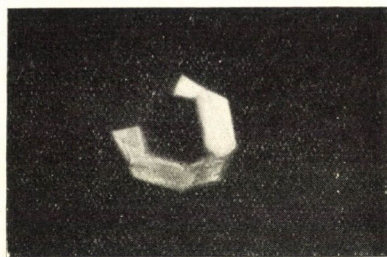
2. ábra

ezüstkiválasztás esetén a τ és η között kísérletileg talált összefüggést az 1. sz. ábra, a $\lg \tau$ és $\frac{1}{\eta^2}$ közötti megfelelő összefüggést pedig a 2. sz. ábra tünteti fel. Látható, hogy a 2. sz. ábra mérési pontjai nagyjából egy egyenesen fekszenek, ami a (15') helyességét bizonyítja.

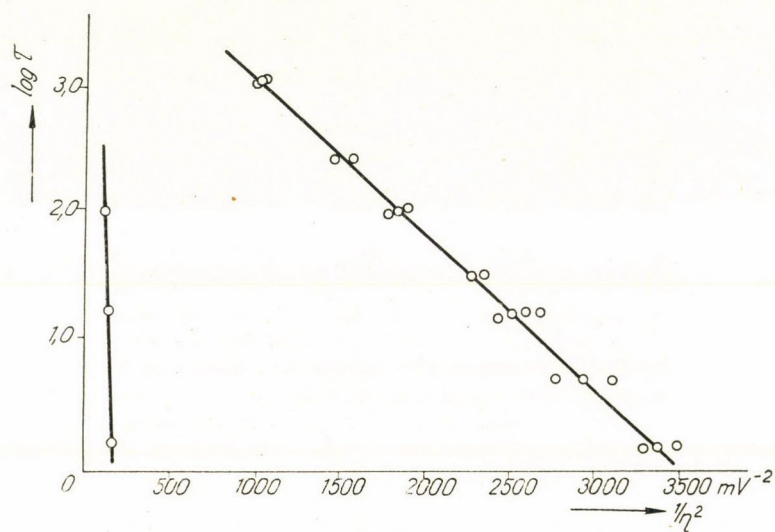
Az ezüstnitrát-oldat elektrolízisét kb. 10^{-6} cm² felületű Pt-mikroelektrod és 3 cm² felületű nagy Pt-elektrod között végeztük és pedig szimmetrikus derékszögű négyszögalakú váltófeszültséggel, úgy, hogy a váltakozó fémleválás és oldódás az eredmények közepelését lehetővé tette. A cellára adott feszültség görbét katódsugár oszcillográfon figyeltük meg és lefényképeztük. Az elektrolitikus fémkiválás kezdeti pillanata a feszültség hirtelen esésében mutatkozott meg (lásd 3. sz. ábra). A τ időt az oszcillogramm közvetlen kimérésével hatá-



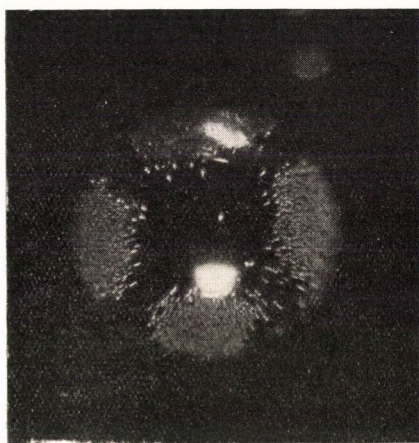
3. ábra



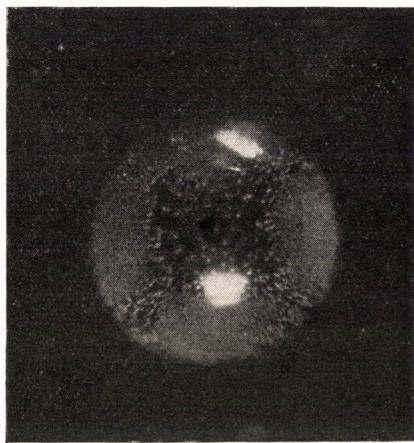
4. ábra



5. ábra



6. ábra



7. ábra

roztuk meg. Az időmértékegységet a váltófeszültség frekvenciájának változtatásával szabályoztuk. A katódnak a gócképződés pillanatáig konstans feszültségét ugyancsak az oszcillogramm kimérésével határoztuk meg. Ebből az η túlfeszültséget kiszámíthattuk úgy, hogy a mikroelektrod és a nagy ezüst-elektrod között előbb mért potenciálkülönbséget levontuk.



8. ábra

Seludko és Bliznakov kísérleteket végeztek egyes derékszögű négyszög-impulzusokkal is. Az eljárás abban áll, hogy egy impulzusgenerátor segítségével meghatározott nagyságú és időtartamú derékszögű négyszög alakú feszültségimpulzust állítottak elő az elektrolizáló cella elektródjai között (a Pt-mikroelektrod és a leválasztandó fémből készült anód között), de úgy hogy ennek lezajlása után az elektródok között egy konstans feszültség marad („előhívó feszültség“, „Entwicklungsspannung“). Ez a konstans feszültség még elegendő ahhoz, hogy lehetővé tegye a képződött góc továbbnövekedését, de nem vezet újabb gócképződéshez. Ezzel a módszerrel vizsgálatokat végeztek az ezüst és az ólom elektrolitikus gócképződésére vonatkozólag. Kiderült, hogy minden impulzus-időtartamhoz tartozóan létezik egy minimális η feszültség, amelynél a gócképződés megindul. Ez a kritikus feszültség adja meg a túlfeszültséget akkor, ha az anód a mikroelektrodra kiváló fém egyensúlyi potenciálján van. Az ezüsttel és ólommal végzett vizsgálatok azt mutatták, hogy a kritikus feszültségnél a mikroelektrodon mindig csak egyetlen góc képződik. Ez a góc előhívható és így megfigyelhető volt. (4. sz. ábra). A $\lg \tau$ és $\frac{1}{r_i^2}$ közötti összefüggést az 5. sz. ábra tünteti fel, a pontok itt is egyenesen fekszenek.

Jelenleg ugyanezzel a módszerrel magára a gócképződés sebességére vonatkozólag folynak vizsgálatok, amelyek az említett elméletet hasonlóképpen megerősítik.



9. ábra

zónáira is kiterjedő gócképződést. Ez különösen szépen látható a 6. és 7. sz. ábrákon. Jelenleg vizsgálatok vannak folyamatban azzal a céllal, hogy meghatározzuk a gócképződési munkát a Pt-egykristálygolyó különböző zónáira.

Az úgynevezett lineáris kristályosodási sebesség (V), mint azt először Volmer kimutatta, a növekvő kristályfelületre ráépülő kétdimenziós gócok képződési sebességére vezethető vissza. A számítás a következő eredményt adja:

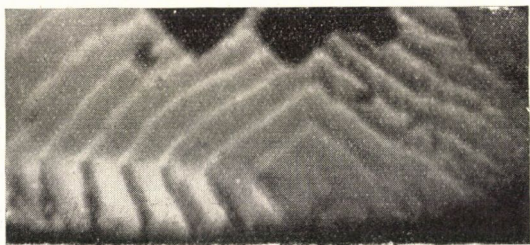
$$(16) \quad V = a \cdot e^{-\frac{A(k')}{kT}} = a \cdot e^{-\frac{b}{\Delta\mu}}.$$

Ennek a kifejezésnek a helyességét is sikerült egyes esetekben kísérletileg igazolni, így pl. Danilovnak szerves anyagok túlhűtött olvadékainak kristályosodásakor. A tapasztalat azonban azt mutatja, hogy a növekedés a legtöbb esetben véges sebességgel megy végbe akkor is, ha a túltelítettség sokkal kisebb, mint amit az elmélet megkíván. Ennek

a ténynek jelenleg még nincs általános magyarázata. 1948-ban azonban Frank kimutatta, hogy a kristályfelületen végződő csavaráttételeknek a növekedési akadályokat el kell hárítaniuk és így ezek spirálalakú növekedési frontok képződéséhez vezetnek. Azóta Franknak eme következtetéseit többszörösen megerősítették.

Azokkal a vizsgálatokkal kapcsolatban, amelyeket Budevski és Malinovski munkatársaimmal gömbalakú ezüst-egykristályok elektrolitikus növekedésére végeztünk ezüstnitrát oldatból, megállapítottuk, hogy a csavaráttételek az elektrokristályosodásnál is szerepet játszanak. A 8. sz. ábrán egy olyan spirálist

Érdekes eredményeket kaptam Mutafesiev munkatársammal legömbölyített Pt-egykristály katódokon keletkező elektrolitikus gócok vizsgálatakor. Kis túlfeszültségek esetén pl. higanygócok képződése túlnyomólag az oktaéderfelületeknek megfelelő zónákban lép fel. Csak nagyobb túlfeszültségek esetén találunk a kockafelületek



10. ábra

láthatunk, amely egy rombdodekaéder-felületre való növekedésnél egy spirál áttétel következtében keletkezett. A 9, 10, 11, 12 és 13. sz. ábrák hasonló spirálisokat mutatnak az ezüst-egykristály kockafelületein.

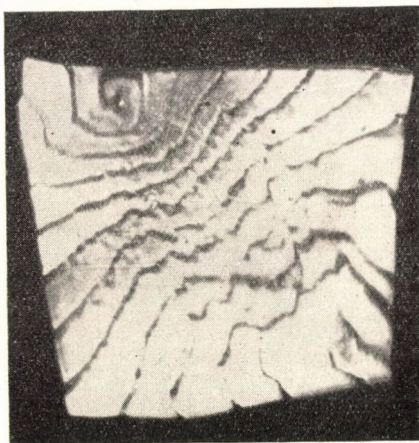


11. ábra



12. ábra

Ezzel kapcsolatban érdekes megemlíteni, hogy ilyen spirálisok vizsgálata fontos felvilágosításokat adhat az elektrokristályosodásra vonatkozólag. Így pl. ilyen módon megvan a lehetőség a magával a növekedési folyamattal összefüggésben lévő valódi túlfeszültség kiszámítására. Az elmélet szerint ugyanis összefüggés áll fenn a spirálisok egyes lépcsői közötti távolság és a túlfeszültség között. Így, mint sikerült kimutatnunk, e távolság kimérése alapján a kristály és az oldat közötti határfelületi energia plauzibilis értékének felhasználásával lehetővé válik a túlfeszültség nagyságrendjének megbecslése. Erre a mi esetünkben kb. 100—150 mikrovolt adódott, ami jóval belül van a polarizációs mérések mérési pontosságán.



13. ábra

Fordította Nagy János

ÚJABB VIZSGÁLATOK RÖNTGENSUGÁRRAL SZÍNEZETT NaCl KRISTÁLYOKON

TARJÁN IMRE

Orvosi Fizikai Intézet, Budapest.

Röntgenezett természetes NaCl kristályokon (vielicskai eredetű kőszó) végeztem abszorpciós és fotovezetési vizsgálatokat. Abszorpcióban a kristályok az irodalomból ismert módon viselkednek, fotovezetésben azonban az eddig ismert jelenségeken kívül új hatások is mutatkoznak, amelyek valószínűleg az F -sáv hosszúhullámú oldalán mutató abszorpciós mellékmaximummal vannak kapcsolatban. Hasonló viselkedésről számoltam be néhány évvel ezelőtt additive festett, olvadékból növesztett NaCl kristályok esetében. [1]

Bevezetés

A kristályrácsban lévő „hibahelyek“ vizsgálata a kutatás előterében áll. Vizsgálataikkal kapcsolatban ismert eljárás az, hogy a kristályban valamilyen könnyen tanulmányozható hibatípust hoznak létre és ennek tulajdonságai alapján vonnak le azután következtetéseket más meglévő hibatípusokra vonatkozólag. Ilyen mesterségesen létrehozott hibatípusok a színcentrumok. Legismertebb közülük az alkalihalogenid kristályokban létrehozott F -centrum. [2]

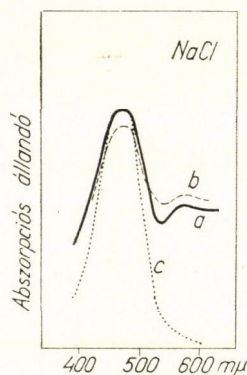
Ha alkalihalogenid kristályokat röntgenezzünk, vagy alkali fém jelenlétében hevítve hirtelen lehűtünk (ú. n. additív színezés), megszíneződnek, és a látható tartományban egy rezonancia abszorpciós sáv lép fel, amelyet az irodalom F -sávnak nevez. A sávmaximum szobahőmérsékleten — bármilyen módon történik a színezés — NaCl esetében kb. $460\text{ m}\mu$ -nál, KCl-nél $560\text{ m}\mu$ -nál fekszik. Azokat az azonos természetű hibahelyeket, amelyek a színezés folytán alakulnak ki és az F -sávot létrehozzák, F -centrumoknak nevezik. Jelenlegi felfogásunk szerint az F -centrum halogén hiányosságban fogságba esett elektron, amely egyik szomszédos alkali ionnal alkali atomot képez a rácsban.

Ha a színezett kristályt néhány-száz $^{\circ}\text{C}$ -ra melegítjük vagy az F -sávban megvilágítjuk, az F -centrumok által abszorbeált energia a fogságba esett elektront a vezetési sávba emelheti. Ezek az elektronok bizonyos út megtétele után újból fogságba esnek. Az F -centrumok is elfoghatnak elektront és ilyenkor a halogén hiányosságban fogságba esett két elektron egy másik centrumfajtát, az F' -centrumot alakítja ki. Az F' -centrumok elnyelési sávja az F -sáv hosszúhullámú oldalán fekszik és részben átlapolja az F -sávot. Az F' -centrumok kevésbé stabilak, mint az F -centrumok és már szobahőmérsékleten visszaalakulnak F -centrumokká, leadván egy elektront.

Ha az F , illetőleg F' -centrumokat tartalmazó kristály megvilágítása elektromos térben történik, a kristály fotovezetést mutat. Vizsgálataink e kristályok fotoelektromos tulajdonságaihoz kapcsolódnak.

Additive festett NaCl kristályokon végzett bizonyos korábbi vizsgálatok

Néhány évvel ezelőtt Gyulai Zoltán régebbi, nem közölt méréseiből kiindulva egy újabb jelenségről számoltam be. [1] Additive színezett, olvadékból növesztett NaCl kristályokon végeztem vizsgálatokat, amely kristályok abszorpciójában erősen jelentkezett ugyan az F -sávra jellemző maximum, az F -sáv hosszúhullámú oldalán azonban, valószínűleg Na-kolloidoktól eredő erős emelkedés is mutatkozott. Az egyik ilyen kristály abszorpciós görbéje látható az 1. ábrán (folyamatosan kihúzott vonal), amelybe pontozott vonallal



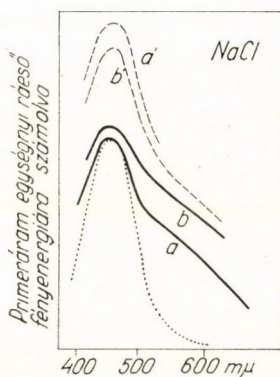
1. ábra.

A fényelnyelés spektrális eloszlása additive festett NaCl kristályon.

- a) „pihent” állapotban, illetőleg vörös megvilágítás után,
- b) kék megvilágítás után,
- c) röntgenezett kristályokon nyert „tisza” F -sáv, az a) görbével fedésbe hozva a maximumban.

összehasonlításul berajzoltam a „tisza” F -sávot is, amit úgy nyertünk, hogy az irodalomban szereplő, frissen röntgenezett kősón kapott értékek átlagát vettük. Abszorpcióban hasonló viselkedést tapasztaltunk, mint azoknál a kristályoknál, amelyeken csak az F -sáv észlelhető: az F -sávban való megvilágítás (kék megvilágítás, ívfény rézoxidammoniak folyadékszűrőn keresztül) hatására a sávmaximum csökkent, a hosszabb hullámok tartományában pedig az abszorpciós görbe kissé felemelkedett (szaggatott vonallal kihúzott görbe), ami az F -centrumok egy részének F' -centrumokká való átalakulásával magyarázható. Ha a kristályt sötétben 1–2 órán át pihentettük, vagy néhány percig a hosszúhullámú tartományban besugároztuk (vörös megvilágítás, ívfény 0,3 mm vastag ebonit-szűrőn át), a mérési hibákon belül visszaállt az eredeti állapot.

Új viselkedést tapasztaltunk azonban a fotovezetés spektrális eloszlásában. A mérési eredményeket a 2. ábra mutatja. A pontozott vonal most is a frissen röntgenezett kőszön kapott értékeket (irodalmi átlag) tünteti fel. Az *a* görbéhez úgy jutottunk, hogy mindenegyes mérés előtt a kristályt rövidrezárva néhány percen át vörös fénnel világítottuk meg, az *a'* görbét pedig úgy nyertük, hogy a vörös fénnel való megvilágítás után a rövidrezárt kristályt kb. 6—10 órán át sötétben pihentettük és e pihent kristályon mértünk. Ha a pihentetett kristályt újból vörös fénnel világítottuk meg, a kristály fokozatosan (kezdetben gyorsabban, később lassabban) az *a* görbének megfelelő állapotba tért vissza. Az *a* állapot visszaállításához kb. $4 \cdot 10^{-4}$ kal. abszorbeált fényenergia már elegendőnek bizonyult. További besugárzás, illetőleg hosszabb pihentetés az áramerősségeken gyakorlatilag már nem változtatott, így



2. ábra.

A fotoáram spektrális eloszlása additive festett NaCl kristályon.

- a) közvetlenül vörös megvilágítás után,
- b) közvetlenül kék megvilágítás után,
- a') vörös megvilágítás után „pihentetve”,
- b') kék megvilágítás után „pihentetve”.

mindkét görbe „telítési értékeket” tüntet fel. Míg az irodalomban található régebbi mérések szerint a hosszúhullámú megvilágítás a kristályt fotovezetés esetében is ugyanabba az állapotba vitte vissza, mint a többórás pihentetés, most különböző spektrális eloszlást észlelünk a két esetben. — Hasonló méréseket végezve kék elővilágítás (*F*-sávban való megvilágítás) esetében, a *b*, illetőleg *b'* görbékhez jutunk, amelyek szintén telítési állapotokhoz tartoznak. A pihent kristály tehát ismét más fotoáramokat szolgáltat és az elővilágítás után közvetlenül mért értékek is egy újabb állapotról tanuskodnak. Más hullámhosszúságú elővilágítást alkalmazva ismét más görbepárt kapunk. A különböző kristályegyek különböző viselkedést mutattak, ugyanazon kristályon azonban a mérési eredmények reprodukálhatóknak látszottak és bármelyik állapotról kiindulva megfelelő hullámhosszúságú elővilágítás alkalmazásával bár-

melyik állapot elérhető volt. Kétségtelen, hogy hullámhossztól függő új fényhatásról van szó, amely a fotovezetésben nyilvánul meg és nemcsak a megvilágítás után közvetlenül mért áramerősségekben, hanem a pihentetett kristályon mért vezetési értékekben is kifejezésre jut.

A jelenség értelmezéséhez további mérésekre van még szükség. Az adatgyűjtést szolgálják újabb vizsgálataink. — Minthogy a tájékozódó mérésekből úgy látszott, hogy röntgensugárral színezett kristályokon is észlelhető a fentebb leírt hatás, szükségessé vált ezek rendszeres vizsgálata. A röntgenezett kristályok abszorpciója egységesebb, áttekinthetőbb, mint az előzőleg vizsgált additíve színezett kristályoké és így áttekinthetőbb eredmények is várhatók.

Mérési eljárás

Különböző ideig röntgenezett természetes NaCl-kristályokat (vielicskai eredetű kőso) vizsgáltunk, amelyeknek egy részét röntgenezés előtt hőkezelésnek vetettük alá. A vizsgálatokat egyelőre még szobahőmérsékleten végeztük, a mérési határokat abszorpció és fotovezetés mérésnél egyaránt kb. 430—830 m μ -ig kiterjesztve.

A mérési berendezés az abszorpció- és vezetésmérésnél egyaránt a Pohl-iskola közleményeiből ismert kettősmonokromátorból állott, üvegoptikával. A fényforrás akkumulátorból táplált 36 W-os wolframspirállámpa volt függőleges helyzetű egyenes spirállal. Az elővilágítást is monokromatikus fénnel végeztük, amelyet egyszeres monokromátor szolgáltatott 500 wattos izzólámpával. Abszorpció-mérésnél fotomultipliert, illetőleg Cs-os fotocellát használtunk, a fényenergia abszolút meghatározása pedig Hefner-lámpával hitelesített termooszloppal történt. Minthogy az alkalmazott fényenergiák kicsinyek voltak és a termooszlophoz használt galvanométer érzékenysége nem volt kielégítő, kb. 480 m μ -nál rövidebb hullámhosszak esetében csak extrapolált energiaértékekkel dolgozhattunk. A kristály a vezetésmérés alatt üvegablakokkal ellátott, leföldelt sárgarézdobozban volt, amelynek evakuálásával a kristály jó szigetelését el lehetett érni. A kristályra helyezett néhány száz voltos feszültséget száraz telepek szolgáltatták. A fotoáramerősségeket egyfonalas elektrométerrel mértük, feltöltési módszerrel. A fotoáramok időbeli lefolyásának vizsgálata céljából (Stromzeitkurve felvétele) az elektrométer fonalát kb. 1 m távolságban fényérzékeny szalagra vetítettük, amely függőleges irányban egyenletes sebességgel mozgott az elektrométer előtt. Az időjeleket a mozgó szalagon izzólámpa hozta létre, amelynek fényét metronom egyenlő időközökben megszakította. Az elektrométer feszültség-érzékenysége a fényérzékeny szalagon 0,13 V/mm, az elektrométer kapacitása pedig a vezetékkel együtt 20 cm volt. Kevésbé pontos regisztrálásnál az elektrométer fonalát milliméterpapírra vetítettük és feltöltődéskor a fonál helyzetét egyenlő időközökben ceruzavonásokkal megjelöltük. — Az abszorpció mérést kb. 8·10·12 mm³ nagy-

ságú kristálydarabokon végeztük és ezekből hasítottuk a vezetésmérésnél használt kb. 3 mm vastag (elektródtávolság), 6 mm mélységű (a mérőfény útja a kristályban) 10 mm magas hasábokat. A vezetésmérésnél a fényfolt egyes esetekben teljesen elfedte a kristályt, más esetekben a kristály közepére eső fényfolttal dolgoztunk. A fényáteresztő felületeket abszorpció mérésnél tükörfényesre políroztuk (forgókorongra erősített selyemfelületen alkoholos „polírvörössel”), vezetésmérésnél pedig frissen hasított felületekkel dolgoztunk. A fényvisszaverődésből eredő hibákat a színes kristállyal együtt polírozott színtelen kristállyal való összehasonlítással tekintetbe vettük. A röntgenezés fekete papírba csomagolt kristályon történt, a fent említett egyéb műveleteket pedig vörös fényenél végeztük, így durva fényokozta változások a mérések előtt az F -centrumokban feltehetőleg nem történtek. A röntgenlámpa adatai: 100 kV, 15 mA, a kristály távolsága a berillium-ablaktól kb. 17 cm.* A pihent és közvetlenül elővilágítás utáni állapotok összehasonlítása céljából a méréseket kb. 5 órás időközökben párosan végeztük, olymódon, hogy először a pihent kristályon mértünk és ezután rögtön következett néhány perces elővilágítás, majd a következő mérés.

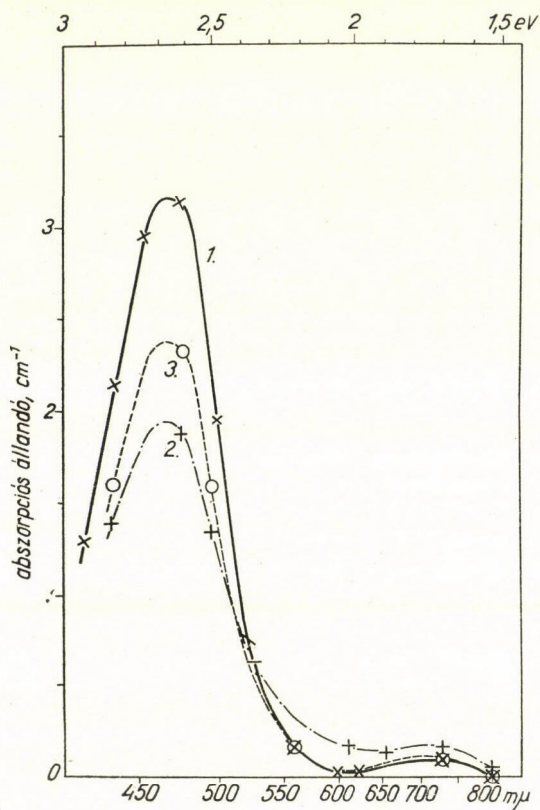
Vizsgálati eredmények

A vizsgálatok eredményeit a következőkben foglalhatjuk össze:

1. Kb. 20 kristálydarabon végeztünk méréseket és e kristályok egyikén mint tipikus eseten végzett vizsgálatok eredményeit részletesen ismertetjük. Röntgenezés előtt a kristályon semmiféle kezelés nem történt, a röntgenezés 6 órán át tartott. Az abszorpciómérések az irodalomból ismert eredményeket hozták: A kristály kezdeti abszorpcióját a 3. ábra 1. görbéje mutatja. Az F -sáv dominál, amelyek hosszúhullámú oldalán, kb. 720 $m\mu$ -nál jelentkezik az Ottmer által első ízben észlelt mellékmaximum is [3]. Ottmer vizsgálataival megegyezésben a mellékmaximum abszorpciós állandója kb. 25–30-ad része az F -sáv maximumában mért abszorpciós állandónak. Az F -sáv maximuma 466 $m\mu$ -nál fekszik, félszélessége kb. 81 $m\mu$ (426–507 $m\mu$). A vörös fényen való elővilágítás után kapott abszorpciós állandók a mérési hibákon (a nagyobb abszorpcióknál kb. 2–4%, a kisebb abszorpcióknál kb. 10–20%) belül most is megegyeznek a kezdeti, illetőleg a sötétben több órán át pihentetett kristályon mért értékekkel. — A kék megvilágítás hatására két folyamat észlelhető: az F -centrumok egyrésze (kezdetben rohamosan, később lassabban) elpusztul, a kristály színtelenedik és ennek megfelelően az F -sáv csökken. Ezen irreverzibilis folyamaton kívül mutatkozik az F -centrumok egy részének F' -centrumokká való átalakulásával kapcsolatban az előzőkben említett reverzibilis folyamat is, amely az F -sáv maximumában további csökke-

* A kristályok röntgenzését Orbán György prof. végezte, amelyért ezúton is köszönetet mondok.

nést, a hosszú hullámoknál pedig emelkedést hoz létre. Végeredményben tehát az 1. görbe a 2. görbébe megy át. Ha a kristályt sötétben 1—2 órán át pihentetjük, az F' -centrumok visszaalakulnak F -centrumokká és csak az elszíntelenedés következtében létrejött abszorpció-csökkenés marad vissza. A részben elszíntelenedett pihentetett kristály abszorpciós görbáját a 3. görbe



3. ábra.

A fényelnyelés spektrális eloszlása röntgenezett kőson

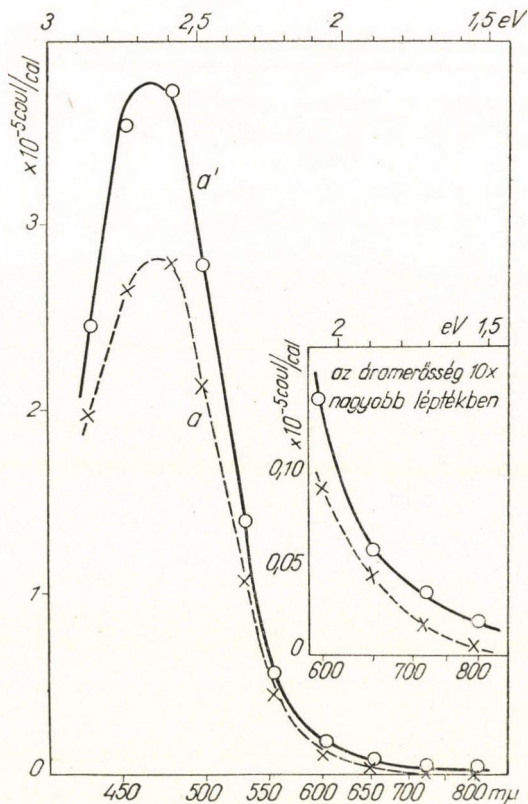
1. kezdeti állapotban,
2. közvetlenül kék megvilágítás után,
3. kék megvilágítás után „pihentetve“.

tünteti fel. A fentebb említett mérési hibákon belül ugyanehhez az abszorpciós görbéhez jutunk, ha a pihentetés helyett néhány perces erős vörös megvilágítást alkalmazunk.

Ottmer fentebb idézett dolgozatában az abszorpció méréseknél a hosszabb hullámú tartományban nagyobb mérési hibákról tesz említést. Hasonló „bizonytalanságot“ a váltogatott vörös-kék megvilágítások közben végzett méréseknél mi is észleltünk és Petroff említett vizsgálatai után, valószínűleg az F - és C -sávoknak megvilágítás hatására történő kisebb egymásba-alaku-

lásáról van szó, amelyet azonban egyelőre elfednek a mérési hibák. Ilyen értelemben beszélhetünk a vörös fényvel megvilágított és sötétben pihentetett kristályokon mért abszorpciós-állandó egyezéséről.

2. A fotovezetésméréseknél nyert eredményeket az I. és II. táblázat, illetőleg a 4. és 5. ábrák mutatják. A táblázatokban időrendi sorrendben tűn-



4. ábra.

A fotoáram spektrális eloszlása röntgenezett kősón a kezdeti állapotban.

- a) közvetlenül vörös megvilágítás után,
a') vörös megvilágítás után „pihentetve“.

tettük fel a mérési eredményeket. Az I. táblázat és a 4. ábra az első mérési sorozatok eredményeit tünteti fel, mielőtt a kristály kék megvilágítást kapott volna, a II. táblázat és az 5. ábra pedig a kék fény hatására részben elszíntelenedett kristályon mért fotoáram erősségeket mutatja. Azoknál a hullámhosszaknál, amelyeknél több mérést végeztünk, az ábra csak a mérések középértékét tünteti fel. Mindkét ábrában az *a*-val jelzett görbékhez úgy jutottunk, hogy minden egyes mérés előtt a rövidrezárt kristályt vörös fényvel (720 mμ) világítottuk meg, az *a'* görbék pedig a vörös megvilágítás után pihentetett kristályon mért értékeket tüntetik fel. A *b* és *b'* görbék a kék elő-

I. TÁBLÁZAT

Fotoáramerősségek az elszíntelenedés előtt.

A kristály mérete 4·8,3·15,6 mm³ elektródtávolság 4 mm, feszültség 560 volt. A mérőfénynek és elővilágításnál használt fényfolt egyaránt több cm hosszú, kb. 2 mm széles réskép, amely a 4·15,6 mm²-es lapra szimmetrikusan esik.

| Sorszám | Elővilágítás hullámhossza m μ -ban | Mérőfény hullámhossza m μ -ban | Fotoáramerősség egységnyi beeső fényenergiára számolva $10^{-5} \frac{\text{coul}}{\text{cal}}$ -ban | |
|---------|--|------------------------------------|---|--------------------------|
| | | | elővil. után pihent | közvetlenül elővil. után |
| 1 | 640 | 500 | 2,89 | 2,21 |
| 2 | 640 | 500 | 3,07 | 2,54 |
| 3 | 640 | 500 | — | 2,72 |
| 4 | 690 | 500 | 2,98 | 1,84 |
| 5 | 760 | 500 | 2,67 | 1,91 |
| 6 | 840 | 500 | 2,87 | 1,91 |
| 7 | 720 | 500 | 2,45 | 1,99 |
| 8 | 720 | 500 | 2,99 | 2,32 |
| 9 | 720 | 500 | 2,91 | 2,10 |
| 10 | 720 | 500 | 2,67 | 2,16 |
| 11 | 720 | 500 | 2,83 | 2,36 |
| 12 | 720 | 475 | 3,82 | 2,78 |
| 13 | 720 | 475 | 3,68 | 2,75 |
| 14 | 720 | 455 | 3,60 | 2,64 |
| 15 | 720 | 720 | 0,0345 | 0,0167 |
| 16 | 720 | 800 | 0,0176 | 0,0037 |
| 17 | 720 | 605 | 0,134 | 0,095 |
| 18 | 720 | 435 | 2,45 | 2,02 |
| 19 | 720 | 565 | 0,41 | 0,36 |
| 20 | 720 | 535 | 1,31 | 1,02 |
| 21 | 720 | 650 | 0,0598 | 0,043 |

Az 1—6 számú mérések eredményeit nem tüntettük fel a 8. ábrában. Ezek a mérések különböző hullámhosszúságú vörösfénnyel elővilágított kristályra vonatkoznak, a mérések csekély száma miatt azonban következtetés nem vonható le belőlük.

világítás (475 m μ) után közvetlenül, illetőleg a kék elővilágítás után pihent kristályon mért értékeket mutatják. Míg tehát az irodalomban szereplő esetekben a vörös megvilágítás a fotovezetésben is kezdeti, illetőleg pihent kristályon mért értékeket adja a mérési hibákon belül, addig a jelenlegi vizsgálatainknál, hasonlóan az additive színezett kristályokon nyert tapasztalatainkhoz, különböző spektrális eloszlást észlelünk a két esetben röntgenezett kristályoknál is. Fentebb lehetségesnek tartottuk, hogy abszorpcióban is mutatkozik különbség a kezdeti (illetőleg pihent kristályon mért) és a vörös fénnel elővilágított kristályokon mért értékek között, míg ez a különbség azonban abszorpcióban a mérési hibákon belül lehetséges, addig fotovezetésben jól észlelhető, kétségtelen különbségekről van szó. Lényeges változást a részleges elszíntelenedés sem hozott, csupán valamennyi érték az *F*-centrumok egy részének elpusztulása miatt csökkent. Nemcsak a közvetlenül vörös meg-

II. TÁBLÁZAT.

Fotoáramerősségek a részben elszíntelenedett kristályon.

A kristály méretére, feszültségére, stb. vonatkozó adatokat lásd az I. táblázatban.

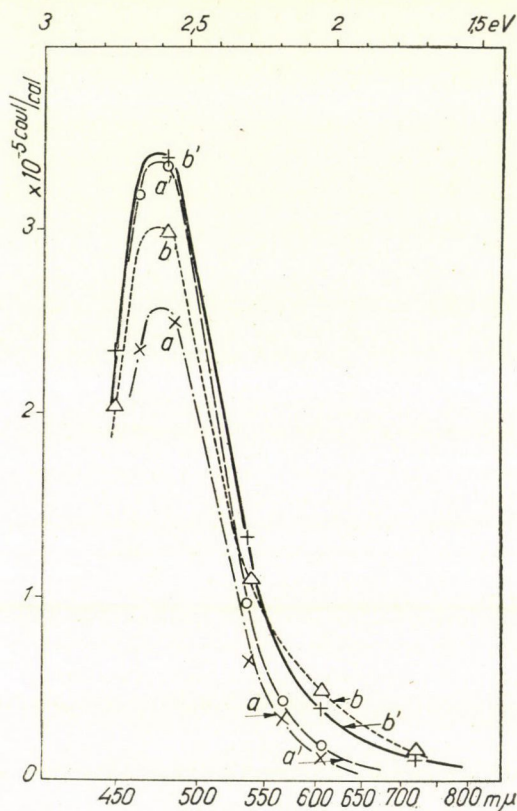
| Sorszám | Elővil. hullám-hossza $\mu\text{u-ban}$ | Mérőfény hullám-hossza $\mu\text{u-ban}$ | Fotoáramerősség egységnyi beeső fényenergiára számolva $10^{-5} \frac{\text{coul}}{\text{cal}}$ -ban | | Sorszám | Elővil. hullám-hossza $\mu\text{u-ban}$ | Mérőfény hullám-hossza $\mu\text{u-ban}$ | Fotoáramerősség egységnyi beeső fényenergiára számolva $10^{-5} \frac{\text{coul}}{\text{cal}}$ -ban | |
|---------|---|--|---|--------------------------|---------|---|--|---|--------------------------|
| | | | elővil. után pihent | közvetlenül elővil. után | | | | elővil. után pihent | közvetlenül elővil. után |
| 22 | 475 | 475 | 3,64 | 3,14 | 39 | 475 | 500 | — | 2,0 |
| 23 | 475 | 535 | 1,39 | 1,2 | 40 | 475 | 565 | — | 0,875 |
| 24 | 475 | 720 | 0,119 | 0,136 | 41 | 475 | 535 | — | 1,22 |
| 25 | 475 | 605 | 0,4 | 0,52 | 42 | 475 | 455 | — | 2,18 |
| 26 | 475 | 435 | 2,34 | 2,07 | 43 | 475 | 435 | — | 1,89 |
| 27 | 475 | 475 | 3,14 | 3,05 | 44 | 475 | 720 | — | 0,198 |
| 28 | 720 | 475 | — | 2,34 | 45 | 475 | 560 | — | 0,37 |
| 29 | 720 | 475 | 3,6 | 2,6 | 46 | 475 | 800 | — | 0,095 |
| 30 | 720 | 475 | 3,32 | 2,6 | 47 | 720 | 720 | — | 0,038 |
| 31 | 720 | 475 | 3,2 | 2,65 | 48 | 720 | 650 | — | 0,097 |
| 32 | 720 | 565 | 0,45 | 0,367 | 49 | 720 | 605 | — | 0,19 |
| 33 | 720 | 455 | 3,16 | 2,35 | 50 | 720 | 565 | — | 0,34 |
| 34 | 720 | 535 | 1,11 | 0,9 | 51 | 720 | 535 | — | 0,8 |
| 35 | 720 | 605 | 0,18 | 0,14 | 52 | 720 | 500 | — | 1,56 |
| 36 | 475 | 475 | — | 2,76 | 53 | 720 | 475 | — | 2,12 |
| 37 | 475 | 475 | 3,42 | 3,07 | 54 | 720 | 455 | — | 1,79 |
| 38 | 475 | 605 | 0,496 | 0,61 | 55 | 720 | 435 | — | 1,44 |
| | | | | | 56 | 720 | 800 | — | 0,011 |

A 9. ábrában csak a 22—38. sz. mérések eredményeit tüntettük fel. A későbbi mérések eredményeit nem rajzoltuk be, mert a mérések tartama alatt a váltogatott kék-vörös megvilágítások hatására a kristály tovább színtelenedett és a csökkenő fotoáramok feltüntetése az ábra áttekinthetőségét rontotta volna. A 39—56. sz. mérésekben egyébként csak közvetlenül vörös és közvetlenül kék megvilágítás utáni fotoáramok szerepelnek. Ebben a sorozatban is, miként a 22—38 sz. méréseknél a közvetlenül kék megvilágítás után kapott fotoáramerősségek magasabbak a közvetlenül vörös megvilágítás után kapott értékeknél.

világítás utáni és a vörös elővilágítás után pihentetett kristályon mért vezetési értékek különböznek egymástól, hanem ismét más fotoáramokat mértünk a két megvilágítás után pihent kristályon is. A különbség a vörös és a kék elővilágítás utáni pihentetett kristályon különösen erősen mutatkozik a hosszabb hullámoknál. A kék megvilágítás hatására létrejött $F-F'$ átmenet a vezetésben is jelentkezik, amennyiben a b görbe a maximumban kissé nyomottabb, a hosszú hullámoknál pedig emelkedett a többi görbéhez képest, rátevérdik azonban erre a hatásra egy másik hatás is, amely az egész görbét a többihez képest fölfelé, illetőleg lefelé tolja el.

3. Az idő-áramerősség görbék tipikus alakját látjuk a 6. ábrán. Az a görbe esetében vörössel elővilágított, az a' görbe esetében pedig vörös elővilágítás után pihent kristályból indultunk ki. Az a görbe gyenge esését valószínűleg a mérőfény hatására létrejött polarizáció okozza [5], az a' görbe erősebb lejtése pedig azzal magyarázható, hogy a kristály már gyenge mérő-

fény hatására is a pihent állapotból fokozatosan elővilágított állapotba megy át (4. ábrán a' görbéből az a görbébe). A mérőfény által okozott polarizáció méréseinket nem zavarta, mert a többszörös pihentetés alatt, illetőleg az elővilágítás hatására megszűnt. Ábráinkban a fotoáramok kezdeti értékeit (Einsatzwert) tüntettük fel.



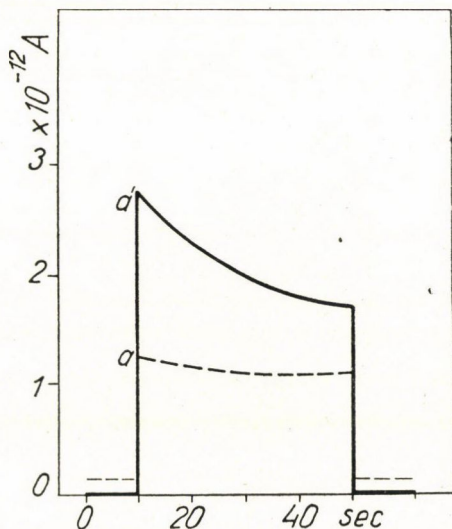
5. ábra.

A fotoáram spektrális eloszlása kék megvilágítás hatására részben elszintelenedett röntgenezett kőszon

- a) közvetlenül vörös megvilágítás után,
- b) közvetlenül kék megvilágítás után,
- a') vörös megvilágítás után „pihentetve“,
- b') kék megvilágítás után „pihentetve“.

4. Igen valószínűnek látszik már az eddigi mérésekből is, hogy a közvetlenül vörös megvilágítás után kapott áramerősségek az egész mérési tartományban mindig alacsonyabbak a vörös megvilágítás után pihentetett kristályon mért értékeknél. Az is általánosnak látszik, hogy ezen értékpárok hányadosa a hosszabb hullámoknál nagyobb, mint a rövidebbeknél (7. ábra). Utóbbi megállapítást másképpen is megfogalmazhatjuk. Minthogy a mérési

hibákon belül a pihentetett és vörössel megvilágított kristály abszorpciója megegyezik, a vezetésben mutatkozó különbség a két állapot között csak a fényelektromos folyamat kvantumhatásfokának és a fény hatására levált elektronok eltolódási útjának szorzatában beálló változással magyarázható [4]. E szorzatok tehát a pihent állapotban a közvetlenül vörös megvilágítás utáni állapothoz viszonyítva a hosszúhullámok felé haladva nőnek.



6. ábra.

A fotoáram időbeli lefolyása (Stromzeitkurve) egyetlen mérés alatt 720 m μ mérőfénynél

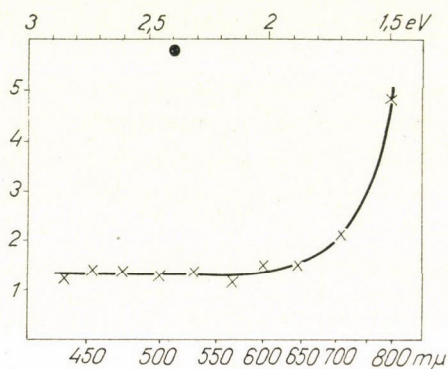
- a) közvetlenül vörös megvilágítás után,
- a') vörös megvilágítás után „pihentetve“.

A sötétáramokat is feltüntettük a mérőfény beesése előtt és után.

5. Amint a táblázatokból látjuk, az egyes állapotok reprodukálhatók és megfelelő elővilágítás alkalmazásával bármelyik állapotból kiindulva bármelyik másik állapot előállítható. A reprodukció azonban igen nagy hibákon belül áll fenn, és lehetségesnek tartjuk, hogy e nagy mérési hibák jelenleg még további finom jelenségeket takarnak. A hibáknak egyik forrása lehet pl. az is, hogy a sötétáramok mások a mérés előtt, mint közvetlenül a mérés után, ami azt jelenti, hogy valószínűleg a mérés tartama alatt is változnak. Főleg az elővilágítások után közvetlenül végzett méréseknél léphet fel zavarólag ez a körülmény, minthogy az elővilágítások után közvetlenül a sötétáramok általában nagyobbak, mint pihent kristályok esetében.

6. Vizsgálatokat végeztünk olyan kristályokon is, amelyeket röntgenezés előtt olvadáspontig melegítettünk (a kristály sarkai leolvadtak) és azután több napon át fokozatosan hűtöttünk le szobahőmérsékletre. Ezek a kristályok hasonló módon viselkedtek, mint az olvadékból növesztett kristályok: azonos körülmények között röntgenezve erősebben színeződtek, viszont gyorsabban

elszintelenedtek, mint a nem hőkezelt kristályok. A hőkezelt kristályok esetében nagyobb sötétáramokat és kisebb fotoáramokat mértünk, mint a nem kezelt kristályokon. Hasonló viselkedést mutattak azok a kristályok is, amelyeket röntgenezés előtt kb. $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra melegítettünk és ezután hirtelen hűtöttünk le (Abschrecken) és azok is, amelyeket röntgenezés előtt kb. 180 kg/cm^2 nyomásnak vetettünk alá. A fényelnyelés és a fotovezetés spektrális eloszlása



7. ábra.

A „pihent“ és közvetlenül vörös megvilágítás utáni állapotban mért fotoáram-erősségek hányadosa különböző hullámhosszaknál.

szempontjából azonban nem észleltünk eltérést a kezelt és nem kezelt kristályok viselkedésében. A kezelt kristályok is a fentebb leírt (1—5 bekezdésben) jelenségeket mutatták.

7. Különböző ideig röntgenezett kristályokon végzett vizsgálatokból úgy látszik, hogy rövid ideig tartó röntgenezés (gyenge színezés) esetén a fotovezetésben mutatkozó elkülönülés a pihent és közvetlenül elővilágítás utáni állapotok között kisebb, mint a hosszabb ideig röntgenezett (erősen színezett) kristályoknál. Az előbbieknél az a és a' görbék között az F -sáv maximumában kb. 10% -nál nagyobb különbséget nem észleltünk (voltak esetek, amikor a különbség a mérési hibákon belül maradt), viszont hosszabb ideig röntgenezett kristályoknál több esetben a különbség 40% -ot is elért. A régebbi vizsgálatok, főleg a Pohl-iskola és Gyulai Zoltán vizsgálataira gondolva, rövid ideig röntgenezett kristályokon történtek. Méréseink szerint ilyen esetekben a fentebb ismertetett fényhatás a mérési hibákon belül maradhat és valószínűleg ezzel magyarázható, hogy az irodalom erről a jelenségről nem tesz említést. A mérési eredmények erős szórása azonban, amelyekről Gyulai Zoltán régebbi méréseivel kapcsolatban szóban említést tett, lehetséges, hogy éppen az általunk leírt hatással vannak kapcsolatban.

8. Ennyit a mérési eredményekről. Ámbár korainak tartjuk még, hogy a leírt fényhatások értelmezésével foglalkozzunk, egy-két gondolatot azonban mégis felvetünk, amelyek a további vizsgálatok szempontjából felhasználhatók lehetnek.

A vörös megvilágítás utáni és a pihent állapotok közötti különbség fellépte csak olyan esetekben képzelhető el, amikor a kristály a vörös fényt abszorbeálja. Több órán át röntgenezett kristályaink az Ottmer-féle mellékmaximum jelenléte miatt a vörös fényt kisebb-nagyobb mértékben minden esetben abszorbeálták. Feltételezhető, hogy az ismertetett jelenség az Ottmer-féle mellékmaximummal kapcsolatban van.

Az Ottmer-féle mellékmaximum hosszan elnyúló abszorpciós emelkedés, amely valószínűleg több, egymást átlapoló rezonanciasáv szuperpozíciójának az eredménye. Létrehozásukban több centrumfajta vesz részt, amelyek Seitz szerint *F*-centrumok és ionhiányosságok társulásával vannak kapcsolatban [3]. Az egyes centrumfajták valószínűleg nemcsak az *F*-centrumok és ezekkel társult hiányosságok (pár-hiányosságok) számában, hanem az „alkotó részek” kölcsönös elhelyezkedésében is különböznek egymástól. E centrumfajtákról még nagyon keveset tudunk, annyi biztosnak látszik, hogy vannak közöttük olyanok, amelyekből fényabszorpció következtében elektron juthat a vezetési sávba. Erre engednek következtetni a pihentetett kristályon végzett vizsgálataink is, amelyek szerint hosszú hullámhosszknál fényelektromos priméráramot mértünk [6].

Elképzelésünk szerint a leírt jelenség létrehozásában lényeges szerepet játszanak éppen a bonyolultabb centrumokban lévő ionhiányosságok. Ha ugyanis egy „komplexum” lead egy fotoelektront, az elektronleválást, mielőtt még pótlódna a hiányzó elektron, könnyen követheti ionvándorlás következtében egy fölöslegessé vált halogénion-hiány eltávolodása a komplexumtól. Lehetségesnek tartjuk azt is, hogy a komplexumok elektron-elfogóként is működhetnek. Az elektronelfogást pedig, ha közben nem válik le fotoelektron, egy fölöslegessé vált alkaliion-hiányosság eltávolodása követheti. A különböző hullámhosszúságú fénnel történő megvilágítás tehát bonyolult folyamatokat indíthat el a kristályban, amelyek elektronok leválásával-elfogásával, magányos ionhiányosságok eltávolodásával, esetleg teljes felszabadulásával, majd újbóli társulásával járnak együtt, és bizonyos mennyiségű fényenergia abszorbeálása után egy dinamikus egyensúlyi állapot alakul ki. Elképzelhető, hogy mindez, jelenlegi kísérleti körülményeink között a komplexumok átlagos abszorpciójában mérhető változást nem okoz, a fotovezetésben viszont, az elektront-vesztő, vagy az elektront elfogó komplexumok, vagy a belőlük esetleg nagy számban felszabaduló magányos ionhiányosságok a fotoelektronok eltolódási útjában lényeges változásokat hoznak létre. Ha pl. a kristályt vörös megvilágítás éri, a vörös fényt abszorbeáló komplexumok egy része elektront veszít és ezek a pozitív töltésű komplexumok vagy a belőlük esetleg nagy számban felszabaduló halogénionhiányosságok elektron-elfogóként működnek és ezért észlelünk vörös megvilágítás után közvetlenül mindig kisebb fotoáramokat, mint a pihent kristályon. — A pihentetés alatt pedig nem történik más, mint a szabaddá vált magányos ionhiányosságok vándorlásuk köz-

ben ismét párokba verődnek, csatlakozva esetleg a meglévő F -centrumokhoz vagy nagyobb csoportosulásokhoz. Méréseink szerint a pihent állapot 6–10 óra alatt alakul ki, ami kb. elegendő ahhoz, hogy magányos ionhiányosságok ionvándorlás következtében párokat vagy nagyobb csoportosulásokat alakíthassanak ki. Minthogy a különböző hullámhosszúságú elővilágítás különböző állapotokat hoz létre, valószínű, hogy a különböző elővilágítások után pihentetett kristályban létrejött csoportosulások, illetőleg ezek eloszlása is különböző lesz a kristályban. Az egyes állapotok, különösképpen a pihent állapotok csak hozzávetőlegesen reprodukálható állapotok, ezért az egyes állapotokhoz tartozó fotoáramok is csak nagy hibán belül reprodukálhatók.

Idézett dolgozatomban a leírt jelenséget az additíve festett kristályban kialakuló kolloid-részecskékkal hoztam kapcsolatba és „kolloid-gerjesztés”-nek neveztem. Röntgenezett kristályokban kolloidképződésről nem tudunk, az elnevezés tehát nem mondható szerencsésnek. Egyelőre azonban, jobb hiányában, megmaradunk ezen elnevezés mellett.

Befejezésül is hangsúlyozni szeretném, hogy kísérleti megállapításainkhoz fűződő fenti elképzelésünk jelenleg még nem több egyszerű munkahipotézisnél, amely további vizsgálatokat, főleg különböző hőmérsékleten végzendő vizsgálatokat tesz szükségessé.

Összefoglalás

1. A fényabszorpció és fotovezetés spektrális eloszlását mértük különböző hullámhosszúságú fénnel ($720\text{ m}\mu$ és $465\text{ m}\mu$) elővilágított természetes röntgenezett NaCl kristályokon. Az abszorpciómérések az irodalomból jól ismert eredményeket hozták:

a) Kék megvilágítás hatására a kristály részben elszíntelenedett (irreverzibilis hatás).

b) Kék megvilágítás hatására egy reverzibilis hatás is mutatkozik, amely az $F-F'$ átmenettel értelmezhető.

c) Az $F'-F$ átmenetet vörös fénnel való megvilágítással gyorsíthatjuk. A vörös megvilágítás a kristály kezdeti (sötétben pihent kristály) abszorpcióját állítja vissza a mérési hibákon belül.

2. Míg az irodalomban leírt esetekben a fotovezetésben is hasonló viselkedés mutatkozik, mint az abszorpcióban, méréseink szerint *fotovezetésben a fenti jelenségekre egy más fényhatás is szuperponálódik*, amit egyelőre „kolloidgerjesztés”-nek nevezünk. Ennek eredményeképpen a fotovezetés spektrális eloszlása különböző aszerint, hogy mérés előtt a *rövidrezárt* kristályt milyen hullámhosszúságú megvilágítás éri. Különböző a fotovezetés spektrális eloszlása a sötétben pihentetett kristályon is, attól függően, hogy a *rövidrezárt* kristályt milyen hullámhosszúságú elővilágítás után pihentettük. A különböző állapotok kb. $\pm 10\%$ -on belül reprodukálhatók és megfelelő hullámhosszúságú elővilágítással bármelyik állapot előállítható.

A fotoáramok időbeli lefolyása minden esetben az ismert mechanizmussal magyarázható.

3. A vörös elővilágítás után pihentetett kristályon mért fotoáramerősségek nagyobbak a közvetlenül vörös megvilágítás után mért értékeknél. A százalékos eltérés a hosszabb hullámhosszknál nagyobb, mint a rövidebbeknél.

4. A röntgenezés időtartamának növelésével az additív fényhatás fokozódni látszik. Olyan kristályokon, amelyeken az *Ottmer*-féle mellékmaximum jól mutatkozik, az additív fényhatás is kétségtelenül jelentkezik.

Az újabb vizsgálatokat *Voszka Rudolf* munkatársammal végeztem, fáradságos, lelkiismeretes munkájáért köszönetet mondok.

IRODALOM

- [1] *I. Tarján*, Zs. f. Physik, 125, 497, 1949.
- [2] Összefoglaló munkák: *B. Gudden*, Lichtelektrische Erscheinungen, 1928. *J. H. de Boer*, Elektronenemission u. Adsorptionserscheinungen, Leipzig 1937. *F. Seitz*, Reviews of Modern Physics. 18, 385, 1946. *N. F. Mott*, *R. W. Gurney*, Electronic Processes in Ionic Crystals, Oxford (1948) *С. Пекар*, Исследования по электронной теории кристаллов, Москва—Ленинград (1951). — *В. Л. Лёвшин*, Фотолюминесценция жидких и твёрдых веществ, Москва—Ленинград (1951). L. még *Tarján*, Magyar Fizikai Folyóirat, 1, 39, 1953.
- [3] *R. Ottmer*, Zeitschrift für Physik 46, 798, 1928. Lásd még *F. Seitz*, fentebb idézett dolgozat (különös tekintettel *J. P. Molnár* idézett vizsgálataira) és *St. Petroff*, Zeitschrift für Physik, 127, 443, 1950.
- [4] *G. Glaser*, *W. Lehfeldt*, Gött. Nachr., Math.—Phys. Kl. N. F. 2, 91, 1936.
- [5] *B. Gudden*, *R. W. Pohl*, Zs. f. Phys. 31, 651, 1925.
- [6] Lásd még *J. J. Oberly*, *E. Burstein*, Phys. Rev., 79, 217, 1950. *J. J. Oberly*, Phys. Rev., 84, 1257, 1951, 86, 799, 1952.

HOZZÁSZÓLÁSOK

GYULAI ZOLTÁN ELŐADÁSÁHOZ *

R. KAISEV:

1. Ezüstnek ezüstnitrátból platinán való leválása esetén is nőnek egyes tűk és görbe kristályok. Ezeket *Wagramján* szovjet kutató vizsgálta.

2. Érdekes volna szakítási kísérleteket telített vízgőzben keresztülvinni. Ilyen módon talán még közelebb lehetne jutni az elméleti értékhez.

3. Az ionok hozzánövési munkája a kristály csúcsain fent és oldalt egyforma. A túalakú kristályok keletkezésére nézve tehát még pótmagyarázatra van szükség, — esetleg akadályok az adszorpciók rétegben.

4. A kvarckristályokon Gyulai által megfigyelt növekedési mellékformák esetleg csavarszerű áthelyeződések által magyarázhatók.

GYULAI ZOLTÁN válasza:

ad 1. Örvedetes hallani, hogy ezüstnél az elektrolitikusan leválasztott kristályoknak két tipikus formája van, ami egyezik az általam megfigyelt formákkal.

ad 2. Ilyen kísérletek — telített gőzben — már tervezve is voltak, de a kivitelükre még nem került sor.

ad 3. A különböző csúcsok az új ionok elhelyezkedése szempontjából egyformák, de az a véleményem, hogy esetleg felületi feszültségi okok hozzák létre, hogy a tű csak hosszában nő. Ugyanis, ha ugyanazt az anyagot egyszer a tű hosszában, egyszer pedig a tű végén oldalról helyeznénk el, valószínű, hogy a felületnövekedés a második esetben nagyobb lenne, mint az első esetben.

ad 4. Ezt lehetségesnek tartom.

SASVÁRI KÁLMÁN:

1. A NaCl tűknek a végükön való növése kérdésénél meg kell gondolni azt a lehetőséget is, hogy esetleg a tű végére egy kis vízcsepp csapódott le — hőmérséklet és nyomásváltozás következtében — és ez anyagot oldott fel, később elpárolgott és így keletkeztek az új irányítású kristályok.

2. A vízcseppnek a tű végétől való elhúzódása úgy is értelmezhető, hogy a befelé húzódtott vízcsepp a belső koncentráltabb folyadékrészt felhígítja és ezáltal a felületi feszültség csökken.

3. Igen nagy érdeklődésre tarthat számot az előnyös külső körülmények között növesztett kristálytűkön végzett szakítási szilárdságmérés eredményéből levonható következtetés. A méréseredmények, mint az előadásból kiderült, nagy szórást és nagy pontatlanságot áruznak el. Ennek ellenére kétségtelenül megállapítható, hogy a kristálytűk szakítási szilárdsága sokkal nagyobb, mint a makroszkópikus konyhasó kristályoké. Ebből arra következtethetünk, hogy a növesztett kristálytűkben sokkal tökéletesebb a kristályrács, mint a makro-

* Tarján Imre hozzászólása és korreferátuma lapunk más helyén önálló dolgozat keretében részben már megjelent, részben megjelenőben van.

szkópikus konyhasó kristályban. (Megjegyzem, érdemes lenne a kristálytükön hajlítási szilárdságmérést végezni, amivel az előbbi eredményeket más oldalról is még alá lehetne támasztani. A jelenlegi fölszereléssel, amellyel a szakítási szilárdságmérés készült, hajlítási szilárdságmérést is el lehetne végezni.)

4. A kristálytük kialakulását Gyulai professzor Kossel elméletével értelmezi. Vajon nem szerepelnek itt is diszlokációs jelenségek, mint az újabb kutatóknál oly sok helyen?

5. Ha a növesztett tüket meg lehetne annyira vastagítani, hogy a végükön v. keresztmetszetükön (eltörés után) is lehetne mikroszkópikus megfigyelést végezni, esetleg el lehetne dönteni itt is, hogy a diszlokációknak szerepük van?

A kvarckristályoknál különösen érdekesek a megfigyelt körös rétegek körvonalai. Valószínű, hogy közelebbi vizsgálattal ezek is felvilágosítást tudnak majd adni a növekedés mechanizmusára.

GYULAI ZOLTÁN válasza:

ad 1. Tudom, hogy ez nehéz probléma, de mégis azon a véleményen vagyok, hogy a mi sok megfigyelésünk alapján, különösen a megfigyelt esetben (pipa alak), ami exszikkátorban — telített sóoldat jelenlétében — volt beállítva, tehát lecsapódásra kevésbé volt alkalom, hogy a felhozott példa bizonyítja, hogy a növekedés a tű végén történik. Ugyanis a lezárt térben a tű felületén az adszorbeált réteg egyensúlyban van a környezet gőz (telített sóoldat) tenziójával.

ad 2. A Sasvári precízebb fogalmazásával teljesen egyetértek.

ad 3. Rugalmassági modulus mérések tervbe vannak véve.

ad 4. Az a véleményem, hogy a vastagabb kristályok már több hibát tartalmaznak. Ami a diszlokációs növekedést illeti, ez bizonyos esetekben jellegzetes lehet, de a 35-ben közölt dolgozatom felvételei mutatják, hogy sokszor a növekedés a csúcsokból indul ki. Tehát adott esetekben az egyik v. másik forma a döntő.

ad 5. A bemutatott kristálytükön eddig diszlokációs (csavarszerű) növekedést láthatóvá tenni nem lehetett, vastagabb tüket esetleg lehet növelni és ezek keresztmetszetét meg is lehet figyelni. Mivel azonban úgy látjuk, hogy igen szívesen nőnek különösen vékony tűk, kevésbé hiszem, hogy itt a diszlokációs növekedési forma szerepelne.

GOLL GYÖRGY:

Hozzászóló organikus anyagú kristályok növekedését tanulmányozta. A kristálynövesztési eljárás beható vizsgálata alapján hozzászólóban az alábbi növekedési mechanizmus magyarázat alakult ki: A növekedésre nézve az alap determináló tulajdonságain kívül döntő fontossággal bír a gőztér gőztenziója és alapgáz összetétele (levegő vagy más gáz, vagy csökkentett nyomás ill. vákum). Hozzászóló leginkább az oldószer gőzéire nézve állandóan telített térben vizsgálta a kristálynövekedést. Azt találta előadóval egyező megállapítással, hogy a megindult kristálynövekedés a kristálycsúcson folytatódik. A csúcson való növekedés magyarázatára azt találta, hogy ennek oka a görbült felületeken való gőztenzió növekedésében keresendő. A kristályképződés megindulásának helye ugyanis mindig az alapon levő olyan diszkontinuitás, melyen helyetfoglaló adszorpciós folyadékréteg a gáztér felé domború felszínt mutat. Hozzászóló szerint a nagy görbültségű adszorpciós rétegen előálló gőztenzió növekedése hozza létre az oldatnak azt a párolgását, mely végül túltelítéssel keresztül anyagkiválást okoz. A görbült felületeknek ez a gőznyomás-

növekedése okozza, hogy a kristálynövekedéskor ún. izotherm átpárolgási folyamat keletkezik, mely a nagy görbültségű helyekről oldószer gőzöket szállít a kisebb görbültségű helyekre. Az átpárolgási folyamat sebessége tehát ezzel a kristálycsúcson való bekonzentrálódást követő anyagkiválás nagysága, vagyis a kristálynövekedés sebessége ugyanazon kikristályosodó anyagnál a gőztér hőfokától és az oldószernek a gőztérben való diffúzió sebességétől is függ. A legtokéletesebb kristályalakokat a felülről növesztés módszerével lehet kapni, az izotherm oldószer átpárolgztatás alapján, csökkentett külső nyomás és alacsony hőmérséklet mellett. Az így kapott kristályok sokkal szilárdabbak, mint az oldószer elpárolgztatással alulról növesztettek.

GYULAI ZOLTÁN válasza:

Goll kísérletei és elgondolásai érdekesek és öröndetes, hogy túalakokat is kapott. Kísérleteit azonban olyan sokféle feltétel mellett és olyan sokféle eredménnyel folytatta, hogy azokról külön kellene a hozzászólónak beszámolni.

MORLIN ZOLTÁN:

Saját kísérleteim szerint az ionok NaCl porokban szobahőmérsékleten is vándorolnak. Ugyanis száraz porok összeállanak. Ez az összeállás magasabb hőmérsékleten intenzívebb, amit keménységméréssel kvantitatíve is megállapítottunk.

GYULAI ZOLTÁN válasza:

A tükristályoknál az ionok felületi vándorlása egy adszorbeált vízrétegben történik. A Morlin által említett eset ezzel hasonló, de a tükristályoknál a felületen inkább egy oldatréteggel lehet számolni.

ZIMONYI GYULA:

A kvarckristályok növekedésére vonatkozó vizsgálatok nagy jelentőséggel bírnak, mert egyrészt a kristálynövekedés mechanizmusára vonatkozó ismereteinket bővítette, másrészt előbbre vihetik a kvarckristályok mesterséges előállítására vonatkozó vizsgálatokat is, de ilyen irányú közlemény az irodalomban tudomásom szerint még nem jelent meg.

A tipikus növekedési formák szabályszerűsége könnyen érthetővé válik, ha meggondoljuk, hogy a kvarckristályban a Si atomok csavarvonal mentén helyezkednek el. Ha a Z tengelyre merőleges metszetenél valahol egy ilyen lánc növekedése megindul, akkor a Kossel—Straszki elmélet alapján azok a kúpszerű növekedési formák várhatók, melyeket a bemutatott felvételeken látunk. Könnyen magyarázható az is, hogy a Z tengelyre merőleges felületeken (l. 12. c. ábra) miért látunk inkább körkúp, a romboéder felületeken (l. 13. a. b. ábra) pedig miért inkább elliptikus kúphoz hasonló alakzatokat. Sajnos megfelelő nagyítású felvételek nem állnak rendelkezésre és így egyelőre nem lehet eldönteni, hogy a diszlokációs elméletnek megfelelő spirális növekedés kimutatható-e. A Kossel—Straszki elmélettel azonban talán könnyebben magyarázható meg az is, hogy nagyobb növekedési sebesség esetén a Z tengelyre merőleges metszeten miért megy át a kúpszerű növekedés olyan csúcsos növekedésbe, melyeknél a csúcsot határoló lapok (bár irányítottak látszanak) sem a nagy, sem a kis romboéder lapjainak irányával látszólag nem egyeznek meg. Nagyfokú túltelítettség esetén néhány óra alatt olyan tükristályok is növeszthetők, melyeknek vastagsága néhány század mm, hossza pedig 5—6 mm is lehet. Ezek a tükristályok mindig a felső végükön nőnek, a kristályok

vastagodása viszont a megfigyelt esetekben mindig az alsó részen indult meg.

GYULAI ZOLTÁN válasza:

A megfigyelt körös formák a kvarckristályok rhomboéder felületein esetleg vicinális felületekből származnak, bár nem egyeznek a mineralógusok által vicinálisnak nevezett alakokkal. Tény az, hogy a rhomboéder lapok növekedése más, mint a prizma lapoké.

HOZZÁSZÓLÁSOK R. KAISEV ELŐADÁSÁHOZ:

GYULAI ZOLTÁN:

Örömmel adok kifejezést, hogy Kaisev professzorral személyesen megbeszéléseket folytathatunk. Én mindig a Kossel-féle molekuláris szemlélődés szerint gondolkodtam és most örömdetes hallani, hogy a Kossel—Stranszky-féle és a Volmer-féle felfogások össze vannak egyeztetve. Most a következő kérdéseket teszem:

1. Ön beszélt a magképződési munkáról és kiemelte, hogy ez egyes esetekben zérus is lehet. Alkalmazható ez arra az esetre, amikor pl. rézsutfal kristályok egy elzárt oldatban egyetlen nagy kristállyá nőnek össze?

2. Ön a diszlokációs (vetődési) növekedésnél egy meghatározott maghosszúságról beszélt. Miért szükséges ebben az esetben egy bizonyos magasság, amikor a Kossel—Stranszky-féle szemlélődés szerint egyes ionok hozzánövése is lehetséges (azon a helyen, ahol a nyíl áll) és a folyamat ez esetben is épp úgy játszódna le?

KAISEV válasza:

1. Ez a folyamat a vízsulfát kristályok összenövése esetében nincs kapcsolatban a magképződéssel; ez inkább mint rekristallizáció fogható fel, ami valószínűleg hőmérsékletingadozások következtében lép fel.

2. A diszlokációs (vetődési) vonalakon egyes sorok alakulnak, és pedig a Kossel—Stranszky-féle felfogás értelmében. Ilyen módon a növekedő front mellett egy új front keletkezik. Amíg ez a front kisebb, mint az a kétdimenziós mag, ami az uralkodó túltelítettségnek megfelel, ez a front nem tud nőni. Ha azonban a front szélesebb lesz, akkor már tud nőni. Ez a spirálalakú növekedésnek a mechanizmusa.

HOZZÁSZÓLÁSOK TARJÁN IMRE ELŐADÁSÁHOZ:

GYULAI ZOLTÁN

Tarján Imre vizsgálataiból most látjuk, hogy a fotoelektromos centrumok szerkezetére nézve pontosabb képet tudunk magunknak alkotni. Régebben ez nem volt lehetséges, de emlékszem, hogy a saját méréseimnél is, röntgenezett NaCl esetében is, jelentkeztek apró hatások, amiket annak idején a mérési hibák keretében könyveltünk el, valójában kicsiny, de reális hatások voltak.

Bizonyos „komplexumok” kialakulásával hozhatók kapcsolatba azok az eltérő eredmények is, amelyek az elektronleválás kvantumszerűségére vonatkozó különböző vizsgálatokban mutatkoznak röntgenezett NaCl kristályok

esetében. *Tomkával* együtt közölt dolgozatunkban* frissen röntgenezett és 7—9 évvel előbb besugárzott kristályokon végzett vizsgálatokról számoltunk be. Frissen röntgenezett kristályok esetében „ideális kvantumegyenes“-t kaptunk, a régen röntgenezett kristályok esetében viszont a hosszú hullámoknál a „kvantumegyenes“ lehajlott. Ez a jelenség az évek folyamán kialakult összetettebb centrumoknak tulajdonítható, amelyeket a kolloidképződés első állomásainak tekinthetünk. Hasonló okot adhatunk meg *Arsenjewa* kvantumszerűségtől eltérő eredményeinek** a magyarázatára is. *Arsenjewa* által megadott abszorpciós görbe ugyanis lényegesen szélesebb, mint az említett dolgozatunkban közölt abszorpciós görbe. Feltehető tehát, hogy *Arsenjewa* által használt kőso olyan volt, hogy benne a röntgenezés után könnyen keletkeztek összetettebb centrumok és ezek okozták a kvantumszerűségtől eltérő eredményét.

SZIGETI GYÖRGY:

Érdekesnek tartanám a sötétáramok behatóbb vizsgálatát, továbbá a dielektromos állandó és dielektromos veszteség mérését a különböző állapotokban. Feltétlenül fontos lenne azonkívül a vizsgálatok kiterjesztése más hőmérsékleti tartományokra is.

BOROS JÁNOS:

Föltételezhető, hogy minden egyes abszorpciós maximum valamilyen kristályhibával kapcsolatos. Mivel azonban pl. NaCl-nál kb. 25—30 abszorpciós maximum, vagy ha úgy tetszik, zavaró nivó létezik, úgy gondolom, ennyifajta kristályhiba nem létezik, hanem inkább arról van talán szó, hogy bizonyos hibahelyeken az elektronok kötése többfajta energiával lehetséges. Erre különben nagyon jó példa F és F' centrumoknak az esete. Itt lényegében arról van szó, hogy egy halogén ion helyén 1, illetve 2 elektron van a hibahelyhez kötve. Tarján vizsgálatai olyan spektrum-tartományra vonatkoznak, amely az F -sávtól jobbra, tehát a hosszabb hullámok felé terjed. Ebben a tartományban egész sereg zavaró nivó létezik, amelyeknek feltétlenül szerepük van a Tarján által vizsgált jelenségekben. Ezek közül a jelenségek közül eddig közelebbről az $F-F'$ átalakulás és a fordított átalakulás ismeretes. Az Ottmer-féle mellékmaximummal kapcsolatosan Tarján úgy vélekedik, hogy ez többfajta centrumtól származik. Ez lehetséges is.

MEDVECZKY LÁSZLÓ:

Az előadásban azt hallottuk, hogy a kvantum hatások és az eltolódási út szorzata a kristályban a pihent állapothoz képest pl. vörös megvilágítás hatására megváltozik. A két tényező szerepének vizsgálatában érdekes eredményt lehetne várni mágneses térben való mérésektől. Történtek-e már ilyen vizsgálatok?

Említette az előadó, hogy bizonyos esetekben a kristályokat röntgenezés előtt hőkezelésnek vetette alá és ezek a kristályok az olvadékból növesztett kristályokhoz hasonlóan viselkedtek. Azt lehetne várni, hogy a hőkezelés a kristályt „javítja“. Az észlelt jelenségekből viszont a hibás helyek számának növekedésére lehet következtetni. Nem világos előttem, hogy melyik kristály a tökéletesebb, a természetes, vagy az olvadékból növesztett és továbbá, hogy a hőkezelés javít-e a természetes kristályon?

* Z. Gyulai, P. Tomka, Zs. f. Phys., 96, 350, 1935.

** A. Arsenjewa, Zs. f. Phys., 37, 701, 1926.

TOMKA PÁL:

Tarján Imre az előadásában ismertetett új vizsgálatokat frissen röntgenezett NaCl kristályokon végezte, tehát olyan kristályokon, amelyeken mi kvantumegyenest kaptunk. Kíváncos volna a vörös megvilágítás utáni és a „pihent” fotoáramoknak a kimérése régi röntgenezésű (a hosszabb hullámoknál megnagyobbodott abszorpciót mutató) NaCl kristályokon, mert a mi kvantumméréseinknek az előadásban ismertetett újrendszerű mérésekkel való párhuzamba állítása így lenne teljes.

Feltűnő, hogy az előadásban ismertetett új fényhatások az abszorpcióban legfeljebb csak olyan méretekben lépnek fel, hogy a mérési hibák az esetleges hatásokat elfedik. Kíváncos volna a mérési hibák csökkentésével részletesebb vizsgálatokat végezni az abszorpcióra vonatkozólag is.

TARJÁN IMRE válasza:

A hozzászólásokban említés történt a kvantumszerűsége vonatkozó mérésekről. Szeretnék egy gondolatot hozzáfűzni ezekhez a mérésekhez, különös tekintettel a *Gyulai—Tomka* dolgozatra. A szerzők régebben röntgenezett kristályok esetében „kvantumegyenest” helyett a hosszabb hullámoknál erősen lefelé hajló görbét kaptak. Méréseiket úgy végezték, hogy minden egyes abszorpciós és vezetési mérés előtt a rövidrezárt kristályt vörös fénnel világították meg. Érdemes most meggondolni, hogy milyen eredményhez juthatunk, ha a kvantumszerűsége vonatkozó méréseket pihent kristályon végezzük. A kvantumegyenestben mutatkozó törés ugyanis a hosszabb hullámoknál következik be és ugyancsak a hosszabb hullámoknál a pihent kristályon mért fotoáramok megemelkednek a vörös megvilágítás után közvetlenül mért áramerősségekhez képest (lásd a 7. ábrát). Ha tehát pihent kristályon végezzük el a méréseket, lehetségesnek látszik, hogy a régebben röntgenezett kristályok esetében is közelebb juthatnánk a kvantumegyenesthez.

Valóban igen lényeges lenne a kvantumhatásfok és az eltolódási út meghatározása külön-külön, ez azonban nem egyszerű probléma. *Flechsigt* kimérte a fotoáram függését a térerősségtől igen nagy térerősségek esetében is és így sikerült megmérnie az eltolódási utakat*. Arról azonban nem tudok, hogy mágneses térben végzett mérések érdekes eredményekre vezettek volna. Annak eldöntése céljából, hogy az előadásban ismertetett jelenséggel kapcsolatban az eltolódási utaknak vagy a kvantumhatásfoknak a megváltozásáról van-e szó, megismételtem *Flechsigt* méréseit. Eddig azonban nem sikerült a térerősség-fotoáramerősség görbe telítettségi szakaszáig eljutni. Úgy látszik, hogy még nagyobb térerősségek alkalmazására van szükség, mint amilyenekkel *Flechsigt* dolgozott. Ezeket a vizsgálatokat a jövőben megismételjük.

A természetes kristályok, amelyek sok év alatt növekedtek, tökéletesebbnek mutatkoznak, mint az olvadékból növesztett kristályok, utóbbiak viszont kevésbé szennyezettek a természetes kristályoknál. Az általunk alkalmazott hőkezelés durva beavatkozásnak tekinthető, amely a struktúrát inkább rontja, mint javítja. Kristályainkat ugyanis olvadáspontig melegítettük és valószínűleg ezért viselkedtek azok az olvadékból növesztett kristályokhoz hasonlóan. Ezzel az eljárással, valamint a felhevített kristály hirtelen lehűtésével, továbbá nagyobb nyomások alkalmazásával a hibák számát kívántuk növelni és megvizsgálni ezek befolyását az ismertetett effektussal kapcsolatban. Mint előadásomban említettem, a jelenség az ilyen „kezelt” kristályok esetében is hasonló

* W. Flechsigt, Zs. f. Phys. 46, 788, 1928.

módon játszódtott le, mint a tökéletesebb, nem kezelt természetes kristályok esetében. A természetes kristályokat is „tökéletesíthetjük“, ilyenkor azonban gondosabb hőkezelést kell alkalmaznunk és a temperálást az olvadáspontnál $200-300\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nál alacsonyabb hőmérsékleten kell végezni.

A sötétáramok és az egész ismertett jelenség vizsgálatát különböző hőmérsékleteken (más kristályokra is kiterjesztve) tervbe vettük és a tájékozódó mérések érdekes eredményeket ígérnek. Ezekről a vizsgálatokról később külön beszámolunk.

HOZZÁSZÓLÁSOK KAISEV ELŐADÁSÁHOZ:

SASVÁRI KÁLMÁN:

A mikrokristályos fémeknél ismeretes, hogy kedvező feszültség és hőmérséklet mellett egyes szemcsék — mások rovására — megnőnek és ennek következtében egy kristályt lehet előállítani.

KAISEV válasza:

Különösen akkor áll ez fenn, ha apró szemcsék vannak a fémben.

HOZZÁSZÓLÁS TRLIFÁJ ELŐADÁSÁHOZ:

NAGY ELEMÉR:

A Hamilton-operátor kifejezésében feltételeztük, hogy az elektronok a rácсионoknak csak optikai rezgéseivel állanak kölcsönhatásban, az akusztikus rezgésekkel nem. Tudjuk, hogy ez a közelítés annál jobb, minél magasabb a hőmérséklet. Alacsony hőmérsékleten viszont ez a közelítés sok esetben kvalitatíve nem kielégítő, amint arra pl. Meijer és Polden* mutattak rá.

Másodsorban szeretnék arra rámutatni, hogy a Coulomb-energia számításánál nem vehetjük azt fel, hogy a rácsszimmetria megmarad a rácshiba közvetlen közelében is. A hibahelyen lényeges polarizáció lép fel (hiszen az elektron és a negatív ion tere lényegesen különböző), aminek következtében a rácshiba közelében az ionok új egyensúlyi helyzetet vesznek fel. Erre a tényre Krumhansl és Schwarz** mutattak rá és ennek alapján az F -centrum abszorpciós maximumának helyét kb. $0,1\text{ eV}$ -os pontossággal tudták kiszámítani.

* Meijer, Polden: Physica, 19, 255, 1953.

** Krumhansl, Schwarz: Phys. Rev., 89, 1154, 1953.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

ELEMI RÉSZEK SZÁMLÁLÁSA ELEKTRONSOKSZOROZÓVAL

II. RÉSZ¹

NÁRAY ZSOLT

Központi Fizikai Kutató Intézet

Összefoglalás

Az alábbiakban a részecskeszámláló berendezések felépítésének elvi alapjaival, valamint üzemeltetésüknek mérés technikai kérdéseivel foglalkozunk. Ennek megfelelően ismertetjük az elektronsokszorozós részecskeszámláló berendezések technikai vonatkozásait és az alkalmazásra kerülő szcintillátorok tulajdonságait. A fenti kérdések megvizsgálása után kerül sor az elektronsokszorozós részecskeszámlálónak a különböző elemi részek számlálására való alkalmazásának rövid ismertetésére.

5. §. Elemi részek számlálására alkalmas elektronsokszorozós mérőberendezések felépítése

Az alábbiakban ismertetendő berendezések tárgyalásánál bizonyos mértékű különbséget kell tennünk aszerint, hogy a számlálandó elemi rész közvetlenül a multiplier fotokatódján abszorbeálódik, vagy egy szcintillátorba jutva fénykvantumokat kelt és ez utóbbiak váltják ki a fotoelektronokat a katódon.

Ennek megfelelően közvetlen, illetve szcintillációs számlálóberendezéseket különböztetünk meg.

A) Közvetlen számlálóberendezések

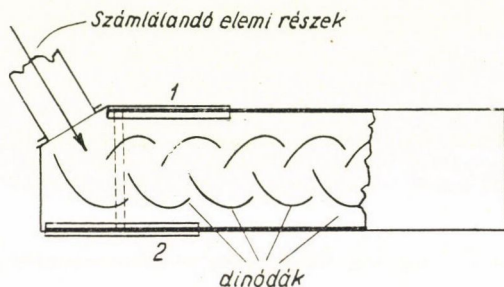
Közvetlen számlálóberendezéseket az elektromágneses sugárzás látható tartományába eső fotonok számlálására alkalmaznak, mivel az általánosan használt fotokatódok maximális érzékenysége általában ennek a tartománynak a környékén mutatkozik.

Ebben az esetben a berendezés felépítése lényegében megegyezik az 1. ábrával, azzal a különbséggel, hogy a fotocella helyére elektronsokszorozó kerül. A fotokatód megválasztásánál szem előtt kell tartani azt, hogy az a vizsgálandó sugárzás hullámhosszán lehetőséghez képest maximális érzékeny-

¹ Az ábrákat, formulákat, hivatkozásokat áttekinthetőség kedvéért az „Elemi részek számlálása elektronsokszorozóval I.” (Magyar Fizikai Folyóirat II. évf. 4.) megfelelő jelöléseit folytatva számoztuk.

séget mutasson*. Ugyanakkor biztosítandó az is, hogy a multiplier búrája a vizsgálandó sugárzást lehetőleg kismértékben abszorbeálja. [59].

Közvetlen részecskeszámláló berendezéseket másrészt olyan sugárzások vizsgálatára is alkalmaznak, amelyek a szokásos felépítésű sokszorozó üveg-búrájában nagymértékben abszorbeálódnak. Ez esetben pl. a vizsgálandó elektronok forrása az elektronsokszorozóval közös vákuumrendszerben van és így az elemi részek közvetlenül annak katódjára esnek ([60], [61]). Ez az eljárás azonban könnyebb áttekinthetősége mellett is számos nehézséget vet fel. Ezek között első helyen kell megemlíteni azt, hogy a fotokatód megszólalási valószínűsége — mivel a vizsgálandó sugárzás nagyobb energiája kö-



18. ábra

vetkeztében az elektronokat az első szekundéremissziós elektródának nem csupán a felületi rétegében, de teljes térfogatában hozza létre [62] és az ott kiválasztott elektronok a katód felülete felé haladva szóródnak — lényegesen kisebb és így a számlálás határfoka erősen romlik. Ettől eltekintve, az első szekundéremissziós felületből kilépő elektronok energiája bizonyos mértékben inhomogén és ez a sokszorozó fókuszálási határfokát lerontja. Amennyiben a sugárzás forrása a sokszorozó vákuumrendszerében van, úgy nehézségek mutatkoznak a berendezés üzemeltetésével kapcsolatban. Az általánosan használt szekundéremissziós felületek ugyanis a forrás cserélése esetén általában elkerülhetetlen levegőbeáramlás hatására kémiaiilag megváltoznak. Ez utóbbi nehézségek speciális dinódájú sokszorozó kidolgozásával elkerülhetők. Ha a sugárzás forrása a sokszorozó vákuumrendszerén kívül esik, akkor a nehézség a sugárzást kismértékben abszorbeáló vékony ablak (sugárablak) elkészítésével kapcsolatos.

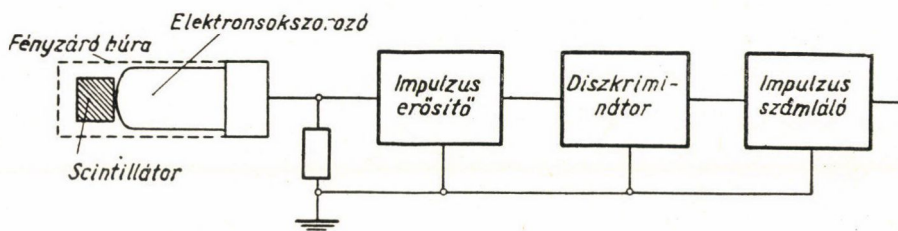
Közvetlen részecskeszámlálás céljaira épült sokszorozó a 18. ábrán látható. A vizsgálandó elemi rész általában egy erőter hatása alatt lép be a sokszorozóba. Az 1. és 2. elektródák a multipliert a külső tértől a fókuszálás biztosítására elektrosztatikusan árnyékolják. A sokszorozót ezüst-, vörösréz-, alumíniumnak berilliummal, vagy magnéziummal való ötvözeteiből készült

* Az általánosan használt fotokatód-típusok érzékenységeinek hullámhosszfüggését lásd [1].

dinódákkal látják el. A fenti sokszorozó működését a forrás cserélésekor beáramló levegő nem befolyásolja.

B) Szcintillációs számlálók

Az említett nehézségek csökkentésére kézenfekvő egy közbenső fokozatként szcintillátor beiktatása. A szcintillátorok elsősorban a bura üvegében nagyobb abszorpciót mutató részecskék regisztrálásának megkönnyítésére szolgálnak, miután az elemi részek hatására a fotokatód maximális érzékenységehez közelálló hullámhosszú fényt emittálnak, mely az üvegbúrán gyakorlatilag veszteség nélkül halad át. A gázkisülési technikával összehasonlítva ez igen nagy előny, ugyanis a szcintillátor által biztosított transzformáció gyakorlatilag egyszerűbb megoldás a részecskék közvetett megszámlálására, mint a gázkisülésű csövek igen kis abszorpciójú sugárlakka [63].



19. ábra

Ezen túlmenően is számos előnye van a szcintillációs részecskeszámlálásnak. Ezek között első helyen kell megemlítenünk azt a tényt, hogy a szcintillátorokban a mérendő sugárzás abszorpciója általában lényegesen nagyobb, mint a gáznemű közegben.

A szcintillációs részecskeszámláló elvi felépítése a 19. ábrán¹ látható.

Mint azt a sokszorozók alkalmazásának statisztikai vonatkozásaival kapcsolatban láttuk [4. §. (13), (14)], kíváncsi, hogy az egy elemi rész hatására a katódból kiváltott elektronok száma minél nagyobb legyen.

Ez utóbbi követelmény az alábbi tényezőkre bontható:

a) Az elemi rész energiája minél jobb határfokkal alakuljon át a szcintillátor atomjainak, ill. molekuláinak gerjesztése útján fényenergiává (transzformációs hatások).

b) A szcintillátorban keletkező fényenergia lehetőleg kis abszorpciót szenvedjen a szcintillátorban, ill. a sokszorozó üvegburájában (terjedési hatások).

c) A szcintillátor által kisugárzott fényenergia hullámhossza a fotokatód maximális érzékenységeinek megfelelő legyen (spektrumillesztés).

¹ A sugárzás forrásának a fényzáró búrán belül történő elhelyezése gyakorlatilag nagyobb nehézséget nem jelent.

d) A szcintillátorból kisugárzott fénymennyiségnek lehetőséghez képest nagy része jusson a fotokatódra (geometriai hatások).

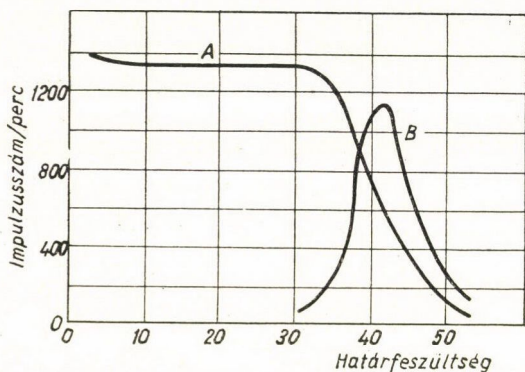
e) A fotokatód érzékenysége nagy legyen (megszólalási valószínűség). (Lásd I. táblázat.)

A fotomultiplierek régebbi típusai viszonylag kicsiny méretű fotokatódokkal rendelkeztek és azok az üvegbúra mögött bizonyos távolságban voltak elhelyezve. (Lásd pl. 931—A, 5b. ábra.) Ez a tény a geometriai hatások szempontjából nagyon hátrányos volt. Ennek megfelelően célszerű nagyméretű és az üvegbúra belső felületére közvetlenül elhelyezett fotokatódok készítése (lásd I. táblázat).

Ezzel kapcsolatban megjegyzendő, hogy a szcintillációs számláló eredetileg csupán erősen kollimált sugárzások vizsgálatára volt alkalmas. A fotokatód felületének növelésével, a szcintillációs kristályok növesztési technikájának fejlődésével és folyadékszintillátorok alkalmazásával azonban a szcintillációs számlálók alkalmazási területe a kevésbé intenzív sugárzások felé kiszélesedett.

Az egyes szcintillátorok különböző elemi részekre jellemző abszorpciót mutatnak. Általában célszerű a szcintillátorok kiválasztásánál minél nagyobb abszorpciójú anyagot keresni, illetőleg a szcintillátornak a sugárzás irányába eső méretét az abszorpció fokozására megnövelni. Ilyen módon a mérendő sugárzás abszorpciója kétség kívül növelhető, azonban az utóbbi törekvésnek határt szab az, hogy a szcintillátorok az elemi részek hatására bennük fellépő fotonokat bizonyos mértékben abszorbeálják, vagyis a terjedési hatások csökken. Ugyanakkor figyelembeveendő a szcintillátor növelésénél az a tény is, hogy a nagyobb méretű kristály elkészítése, valamint a multiplier-szcintillátor rendszernek ebben az esetben fénymentes lezárása nehézséget jelent.

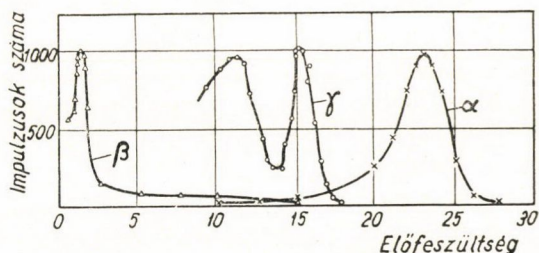
A szcintillációs részecskeszámlálók különösen előnyös tulajdonsága, hogy a megfelelő szcintillátor alkalmazása esetén az elektronsokszorozó az elemi rész energiájával proporcionális amplitudójú jelet szolgáltat az anódenálláson. Amennyiben tehát a szcintillátor által szolgáltatott fényimpulzusok nagysága proporcionális az őket létrehozó elemi rész energiájával, a sokszorozó linearitása folytán [1], [64], annak anódenállásán létrejövő jel amplitudójából a regisztrált elemi rész energiájára következtethetünk. Ha a mérendő nyalámban beérkező összes elemi rész



20. ábra

ugyanavval az energiával rendelkezik az amplitudóeloszlás a 20. ábrán látható

alakot mutatja ideális esetben. Az ábrán az A görbe az időegység alatt regisztrált impulzusok számát ábrázolja a határfeszültség függvényében. Gyakorlatban ez utóbbi a vizsgált elemi részek energiájánál nem függőleges, hanem kissé lassúbb esést mutat. Az elemi részeknek megfelelő átlagos amplitudót a fenti integrális eloszlás differenciális eloszlásának maximuma határozza meg. (Lásd 20. ábra B görbe). Például a 21. ábrán [65] a differenciális eloszlást látjuk plutoniumból származó α , indiumból származó β és cirkoniumból származó γ részecskékre vonatkozóan. Amennyiben a vizsgált részecskék energiája nem homogén, a differenciális eloszlás bonyolultabbá válik és kiértékelése csak nagy körülményekkel végezhető el. (Pl. a 21. ábra γ görbéjén a kisebb amplitudónak megfelelő maximum.)

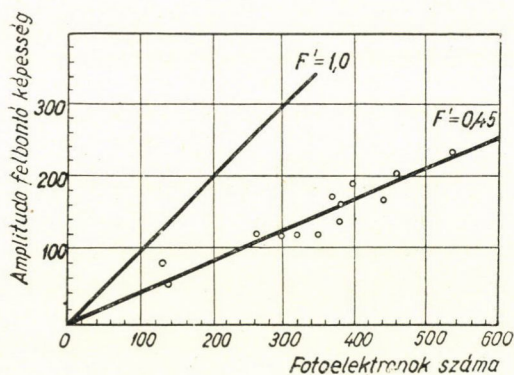


21. ábra

Az elektronsokszorozók proporcionális számlálóként való működésénél azonban bizonyos nehézségek lépnek fel, mert a sokszorozóban egy meghatározott energiájú elemi rész hatására különböző amplitudójú jelek keletkeznek. (Lásd 4. §.)

Az amplitudó szerinti felbontóképességet, mint a négyzetszórás reciprokát definiálva a 4. §. b) kifejezések jelöléseinek felhasználásával az alábbi összefüggés

$$F = m_0 F' = m_0 \Theta \left\{ \frac{1}{1 + \frac{\Delta m_1^2}{m_1^2} + \frac{\Delta m^2}{m_1 m (m-1)}} \right\} \quad (13)$$



22. ábra

adódik [67], ahol Θ a katód és az első dinóda közötti elektrostatikus fókuszálás hatásfoka.

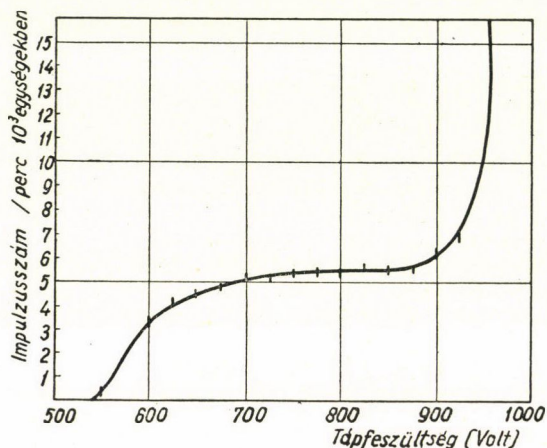
A (13) összefüggés alapján meghatározható a sokszorozóra vonatkozóan az F' , vagyis a felbontóképesség jósaági tényezője. Ez utóbbi ideális multiplier esetén egységnyi értékű kell, hogy legyen.

Az F' értékét 14 darab 5819 tip. fotomultipliernél úgy határozták meg, hogy a mérésben biztosítva volt a szcintillátor által létrehozott fényimpulzus szórásának viszonylag kicsi volta. A 22. ábrán a katódról emittált elektronok számának függvényében az amplitúdó szerinti felbontó-

rehozott fényimpulzus szórásának viszonylag kicsi volta. A 22. ábrán a katódról emittált elektronok számának függvényében az amplitúdó szerinti felbontó-

képesség van ábrázolva a fentemlített 14 multiplierre vonatkozóan. Az ábra alapján F' értéke meghatározható. Ha m_1 , ill. m , valamint $\frac{\Delta m_1^2}{m_1^2}$ ill. $\frac{\Delta m^2}{m(m-1)}$ értékét Morton [19] alapján behelyettesítjük $\Theta = 0,64$ és $F' = 0,45$ adódik.

A részecskeszámláló méréstechnikájának biztosítására megvizsgálásra került a szcintillációs számláló ún. plátója. ([60], [66], [124], [130]). A 23.



23. ábra

ábrán a multiplier üzefeszültségének függvényében az időegységben leszámolt impulzusokat ábrázoltuk. Az ábra [66] 931—A típusú sokszorozóval, polonium α sugarakkal, ZnS—Ag szcintillátorral lett felvéve. Amint látható, a plátó kb. 400 V hosszú és emelkedése kb. 2%. A görbének a 900 V tápfeszültség feletti hirtelen emelkedése részben a sokszorozó zaj-impulzusainak fokozott növekedésével magyarázható.

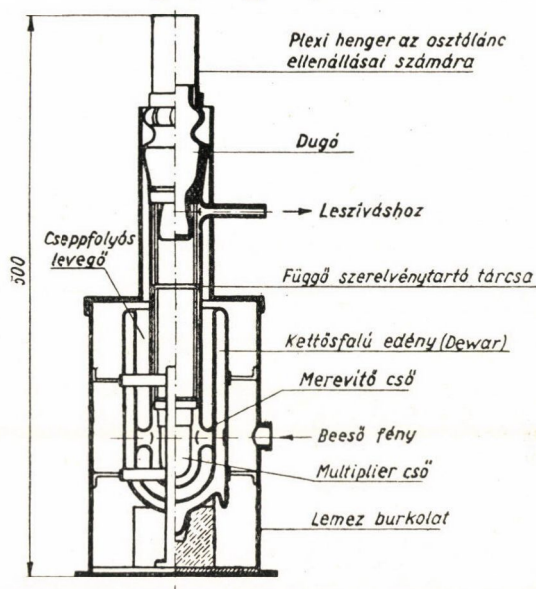
C) Mérőfej kialakítása

Az alábbiakban a részecskeszámláló berendezés sokszorozójának, az esetleg alkalmazott szcintillátorok geometriai elhelyezésének, valamint az erre a célra szolgáló foglalat kialakításának kérdéseit vizsgáljuk meg.

Elsőként egy közvetlen részecskeszámláló berendezés céljaira készült sokszorozó foglalatot, ún. mérőfejet ismertetünk.

A foglalat a zajimpulzusok számának csökkentésére a sokszorozó hűtését is lehetővé teszi. ([22], [68], [69].) A 24. ábrán látható foglalat 931—A típusú sokszorozók üzemeltetésére került kidolgozásra. A multipliercső egy száraz levegővel töltött üveghengerben lesz elhelyezve, mely a kettősfalú Dewar edényhez két merevítő üvegcsővel van hozzáerősítve. A fotokatód előtti oldalon az összekötő előtt a Dewar edény ezüstrétege el van távolítva. A sugárzás az összekötő csövön áthaladva jut a fotokatódra. A Dewar edénybe

cseppfolyós levegő kerül. A levegővel töltött cső záródugója az osztólánc ellenállások elhelyezésére alkalmas szigetelő hengerrel egybe van építve. A foglalat üzemeltetése oly módon történik, hogy a belső üvegcsövet először leszívjuk, majd foszforpentoxídon keresztül vezetett levegővel kb. 700 Hgmm nyomásig töltjük fel. A levegő nedvességtartalmának csökkentése elsősorban abból a szempontból szükséges, hogy a párasodást a hűtés folyamán a belső



24. ábra

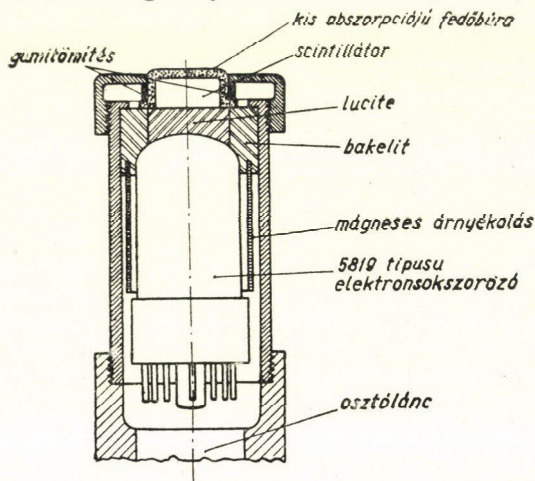
henger falán elkerüljük. Az utóbbi előnyös a sokszorozó kivezetések szigetelési viszonyainak megjavítása szempontjából is. A hőmérsékleti egyensúly a fenti berendezésben kb. 30 perc után áll be.

Mint a fentiekben láttuk, szcintillációs számlálóberendezéseknél fokozott gond fordítandó arra, hogy a kristályból kilépő fotonok közül minél több érje el a fotokatód felületét.

Vizsgálatokat végeztek annak megállapítására [70], hogy egy kocka alakú szcintillátor egyik határoló lapján a kristályban keletkező fényenergia hány százaléka lép ki. Megállapítható volt, hogy a kilépő energia a kristály törésmutatójával fordítva arányos (lásd 6. §.).

A geometriai hatásfok növelésére célszerű a szcintillátorból kilépő összes energiát a fotokatódra irányítani. Ezért különböző alakú tükröket alkalmaztak [71], [72]. A tükröző felület általában alumínium, mely a kristályt lehetőség szerint közvetlenül körülveszi. Egyes esetekben alumínium tükrő helyett magnéziumoxid reflektor kerül alkalmazásra. Esetenként a kristályt teljes egészében le kell fedni, hogy annak higroszkopikus voltából származó hátrányt kiküszöböljük. Ebben az esetben a kristályt borító búrán egy kis abszorpciójú

ablakot kell elhelyezni. A külső búra a szcintillátor-sokszorozó rendszernek fénymentes lezárását is biztosítja. A kristály és a sokszorozó fotókatódja közötti fényvesztések csökkentését biztosítja az az eljárás, melyben a kristályt a sokszorozó üvegbúrájának felületére olyan anyaggal ragasztjuk fel, melynek törésmutatója a kristály és a búra törésmutatója közé esik, ilyen ragasztó anyagként kanadai balzsam vagy megfelelő ásványolaj hártya [119] jöhet számításba. Eredményesen alkalmazható a 25%-os polisztirol oldat, [120], [121] terfenil vizes oldatában. Ez utóbbinak törésmutatója 1,58 és abszorpciója a látható spektrumban elhanyagolható.

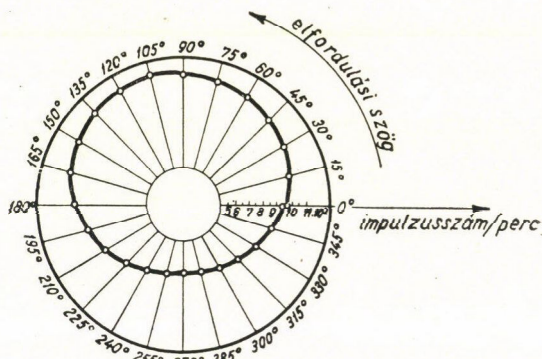


25. ábra

sege nem állandó annak teljes felületén és így az anódon megjelenő impulzus amplitudója attól is függ, hogy a szcintillátor által szolgáltatott fotonok a fotókatód melyik pontjára jutnak.

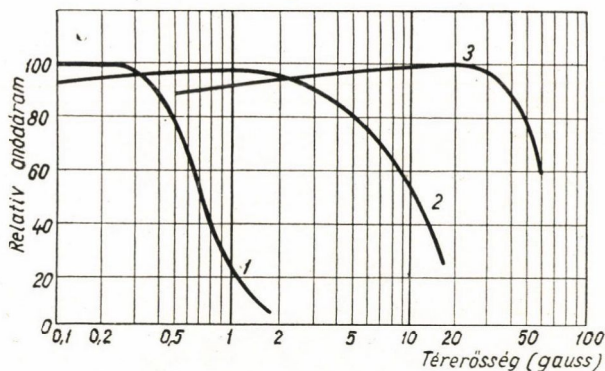
A katód érzékenységek helyfüggését oly módon lehet csökkenteni, hogy a szcintillátor és a katód közé egy fényvezető (pl. lucite) réteget helyeznek el. Ez utóbbi a szcintillátorban keletkező fényt annak keletkezési helyétől függetlenül a katód felületén egyenletesen elosztja. A fentiekben említett szempontok alapján kialakított foglalat a 25. ábrán látható.

Megemlítendő a sokszorozó foglalatban az, hogy annak úgy elektrosztatikus, mint mágneses árnyékoló szerepe is van. A 26. ábrán egy 5819 tip. multiplier impulzus számának függését látjuk a sokszorozó szimmetriatengelye körüli elforgatás függvényében. Az időegységben regisztrált impulzusok számának változása a földi mágneses térnek a multiplier fókuszálására való hatásának következménye. A foglalatot 1 mm vastag mumetallból készítve a mágneses tér hatása nagymértékben csökken. A 27. ábrán a fog-



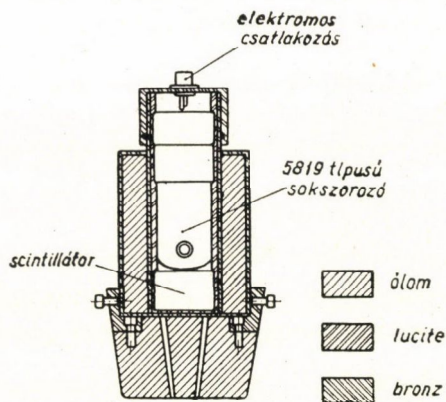
26. ábra

latat mágneses árnyékoló hatása látható. Az 1. görbe az árnyékolatlan, a 2. görbe az egyszeres árnyékolásra, míg a 3. görbe a kétszeres árnyékolásra vonatkozik [73]. Az ábrán a térerősség függvényében a sokszorozó anód-áramának változását látjuk.



27. ábra

Speciális számlálási feladatok végrehajtására a szcintillációs számlálót különlegesen kialakított foglalatba helyezik el. Pl. valamely rádióaktív anyag koncentrációját az élőszervezetben a 28. ábra szerinti fej segítségével lehet

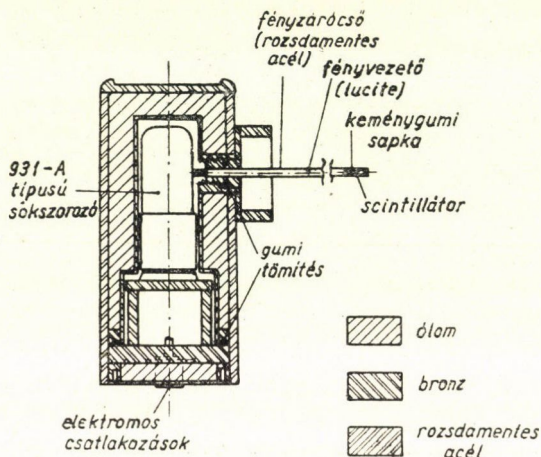


28. ábra

meghatározni. A foglalat alsó része egy konikus kollimátor. Ennek segítségével azt is meg lehet állapítani, hogy a rádióaktív anyag milyen mélységben van az emberi testben, miután a számláló az ún. fókusz síkban (kb. 1,5 cm átmérőjű körfelület) fokozott érzékenységgel rendelkezik.

Némely esetben a szcintillációs vizsgálatokat igen nagy nyomás, ill. igen magas hőmérsékleten lévő közegben vagy nagy sugárintenzitások környezetében kell elvégezni. Ebben az esetben fényvezető foglalat megoldást alkalmaznak a 29. ábrán látható módon. A mérendő intenzitásoknak megfelelő helyre csupán a luciteből készült fényvezető nyúlik be, amelynek a végére van

felragasztva a szcintillációs kristály. A fényvezetővel szemben támasztott követelmények: a szcintillátor által emittált spektrum tartományában kis abszorpció, nagy törésmutató a fény kilépésének elkerülésére, a vizsgált sugárzásra vonatkozó minimális transzformációs hatások. A sokszorozó katód a lucite polírozott felületéhez illeszkedik oly módon, hogy a fotomultipliert és a luciterudat egy fényzáró burkolat veszi körül [126].



29. ábra

B) Elektronikus berendezések

A következőkben a multiplierek részecskeszámlálóként való felhasználásakor szükséges elektronikus berendezéseket ismertetjük.

Az elektronsokszorozó osztólánc elemeinek megválasztására már az előzőkben kitértünk, megállapítva azt, hogy az osztólánc belső ellenállását a sokszorozóban fellépő impulzusok időegységbeni száma és azok nagysága korlátozza. Megjegyzendő, hogy ott nem az áram időbeli átlagára, hanem csúcsertékre kell gondolni. Ennek megfelelően kerülnek esetenként kondenzátorok alkalmazásra az utolsó dinódák áthidalására.

Az anódenállás megválasztásánál a megszámlálendő részecskeintenzitásnak, illetve a sokszorozót követő elektronikának is jelentős szerepe van. Amennyiben a sokszorozó anódján egy fotoelektron hatására létrejövő áramimpulzust az egyszerűség kedvéért, egy a multiplier τ átlagos impulzus hosszának (ld. 4. §.) megfelelő négyszögimpulzussal helyettesítjük, az R anódenálláson C shunt kapacitás esetén

$$v(t) = i_0 R [v_1(t) - v_2(t)] \quad (14)$$

feszültséglökést kapunk, ahol i_0 a sokszorozó áramimpulzusának amplitúdója,

$$v_1(t) = (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad \text{illetve} \quad v_2(t) = (1 - e^{-\frac{t-\tau}{RC}}) \quad (15)$$

$v_2(t)$ csak a $t > \tau$ időtartamban érvényes.

A fentiekből látható, hogy a multiplier jelének időbeni meghosszabbítás nélküli átviteléhez kell, hogy

$$RC \sim \tau. \quad (16)$$

A $v(t)$ impulzus amplitudójának értékét $v_1(t)$ sorbafejtésével közvetlenül

$$\{v(t)\}_{\max} = \frac{i_0 \tau}{C} = \frac{e_0 \bar{M}}{C} \quad (17)$$

alakban kapjuk, feltéve, hogy

$$\frac{\tau}{RC} \ll 1. \quad (18)$$

Amint látható, a jel torzítás nélküli átvételének (16) és a maximális jelamplitúdó biztosításának (18) feltétele egymásnak ellentmondó és a mérési feladat természete szabja meg, melyik feltétel kielégítése kívánatos inkább. A szokásos sokszorozóadatok ($C \sim 10 \text{ pF}$, $\tau = 10^{-8} \text{ sec}$) felhasználásával R -re (18) ill. (16) összefüggés alapján $R \ll 10^3 \Omega$ ill. $R \gg 10^3 \Omega$ adódik.

A sokszorozó anódján létrejövő jel az elektronikus berendezés többi részében általában katód-csatolt erősítőn keresztül jut el. Ez utóbbi eljárás gyakran szükségszerű, miután a berendezés elektronikus részét nagyobb kiterjedtsége miatt, illetve a multiplierfejnek számos esetben a kezelő személyzetre káros hatást gyakorló sugárintenzitások környezetében való elhelyezése folytán a fejtől távolabb kell elhelyezni.

A sokszorozó anódján egy a fotokatódon abszorbeált foton hatására létrejött jel amplitúdója azonban csupán néhány század Volt. (Szintillátor alkalmazása esetén egy elemi rész több fotont hozhat létre és ez esetben az amplitúdó a fent megadottaknak cca 10-szerese lehet.) A jelet ilyen amplitúdó mellett továbbítani a sokszorozót követő elektronikus berendezés fokozott zavarérzékenysége miatt igen kockázatos. Ennek elkerülésére a sokszorozó anód közvetlen közelében egy előerősítő fokozat kerülhet elhelyezésre és ezután következik az illesztő katódfollower. Ez utóbbi megoldás mellett a katódfollower pozitív jelek átvitelére szolgálhat, ami működése szempontjából előnyös, szemben azzal az esettel, mikor a katódfollower közvetlenül a sokszorozó anódjához csatlakozik és így negatív jeleket továbbít. A katódfollower által R_k katódellenállás, C_k terhelőkapacitás és g csőmeredekség mellett létrehozott τ_k növekedési idő

$$\tau_k = \frac{(2\pi)^{1/2} C_k R_k}{1 + g R_k} \quad (19)$$

(ha a cső erősítése $\mu \gg 1$) 10^{-8} sec nagyságrendbe esik.

Mint azt az előzőekben említettük, az elektronsokszorozó részecske-számlálóknak egyik legnagyobb előnye az, hogy az egyes részecskék által szolgáltatott impulzusok igen kis időtartamúak ($< 10^{-8} \text{ sec}$, feltételezve, hogy a szintillátor utánvilágítási ideje (ld. II. táblázat) ezen értéknél nem hosz-

szabb). Ezeket az impulzusokat eredeti időtartamuk megnövelése nélkül igen nehéz katódfolloweren át továbbítani. Ezért szokásos eljárás, hogy a multiplier anódellenállását egy koncentrikus kábel hullámellenállásának megfelelő értékűre választjuk. Ez esetben a jel átvitele, eltekintve a veszteségektől, torzítás nélkül biztosítható.

A sokszorozóból származó jel azonban impulzustechnikai felhasználásra, néhány speciális kapcsolástól eltekintve, nem alkalmas, mert amplitúdója kicsi. A jelamplitúdó növelésére különböző típusú erősítők kerülnek alkalmazásra.

Az erősítőkkel szemben támasztott követelmény impulzusszámlálás esetén: az időben statisztikus eloszlást mutató jeleknek integrálódás nélküli erősítése a jelek amplitúdóspektrumának különösebb torzítása nélkül. Proportionális számlálás esetén az utóbbi feltétel az amplitúdóspektrum és jelalak torzítatlan átvitelére módosul. Nyomatékosan hangsúlyozni kell azonban azt is, hogy amennyiben az impulzus amplitúdók meghatározása a mérés keretében jelentős szerepet játszik, az erősítőnek alacsony frekvenciás átvitelére fokozott gond fordítandó éppen azért, hogy a jelek alapnívója a jel hosszúság és a beütésszám fluktuációjától független legyen.

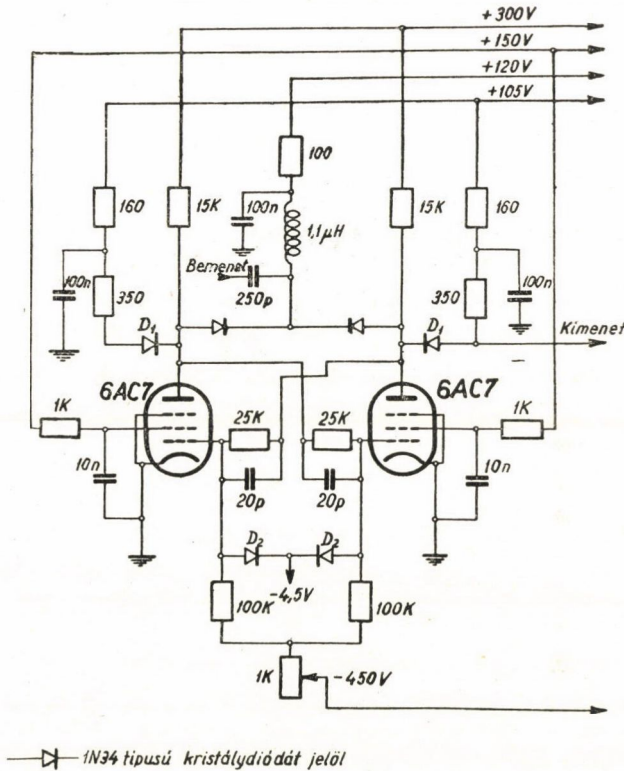
Legáltalánosabban az ún. RC csatolású erősítőt alkalmazzák. Az egyes impulzusok egybefolyásának (integrálódásának) elkerülésére az első fokozatok valamelyikében a többi fokozatokban alkalmazottnál százszor kisebb időállandójú $(RC)_{\min}$ csatolást alkalmazunk. Ebben az esetben az erősített jel emelkedési idejét az erősítő bemenetén megjelenő jel emelkedési ideje és az erősítő $\tau_e = \frac{0,35}{\Delta f(\text{Hz})}$ sec emelkedési ideje fogja megszabni (ahol Δf az erősítő sávzélessége), az esés idejét pedig $(RC)_{\min}$ időállandó.

A jelek alapnívójának a beütésszámtól függő ingadozását egy diódás nivåóbiztosítóval (d. c. restoration) lehet csökkenteni megadott impulzusszám esetén, azonban akkor is fennmarad a fluktuációtól származó alapnívó változás. Hasonlóképpen eredményes eljárás az impulzusok hosszának nagymértékű csökkentése az alacsonyfrekvenciás jelátvitelnek (esetleg egyenáramú csatolás útján való) megjavítása mellett.

Némely esetben a szokásos RC csatolású erősítők segítségével nem lehet kielégíteni az erősítő által létrehozott emelkedési idővel (sávzélességgel) szemben támasztott követelményeket. Ebben az esetben láncerősítők, illetve földelt rácsú erősítők alkalmazása általában kielégítő eredményeket szolgáltat [161], [162].

Az erősítő kimenetén megjelenő jelek közvetlen megszámlálásánál elektronikus leosztó beiktatása válik szükségessé, amennyiben az impulzusok számának pontos megállapítására törekszünk, tekintettel arra, hogy az impulzusszámlálók általában csupán néhány impulzus/sec intenzitások megszámlálására alkalmasak. Az általánosan használt impulzusleosztók cca $10^5/\text{sec}$ bemenő impulzus leosztására alkalmasak [163]. A fenti érték azonban sokszorozókkal

kapcsolatban nem biztosítja azok teljes kihasználását. Impulzusleosztóként általában két stabil helyzetű multivibrátor sorbakapcsolásából felépített berendezés szolgál. A leosztható impulzusok maximális számát a multivibrátor lezárására kerülő anódpontján lévő feszültség növekedési ideje korlátozza. Ez utóbbi idő az anódellenállások csökkentésével elvben csökkenthető, azon-

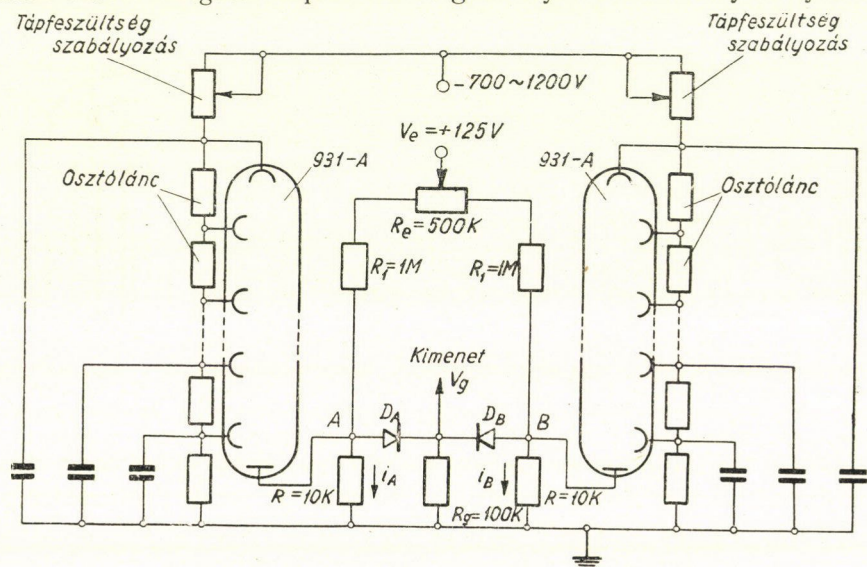


30. ábra

ban célszerűbbnek látszik az anódpontok feszültségváltozásának csökkentése, miután a kimenőjel általában a szükségesnél nagyobb [75], [76]. Ennek megfelelő kapcsolás a 30. ábrán látható. Ebben az esetben a D_1 ill. D_2 diódák az anódpontok, illetve rácspontok mozgását korlátozzák. A fenti kapcsolással cca $8 \cdot 10^6$ impulzus/sec osztható le.

A sokszorozós mérőberendezésekben gyakran szükségessé válik két, esetleg több sokszorozó által adott jel egyidejűségének megállapítása, részben azért, hogy a háttér (lásd 4. §.) nagyságát csökkentjük, részben pedig a mérendő probléma is esetenként szükségessé teheti ilyen jellegű vizsgálatok elvégzését. A jelek egyidejűségének megállapítására az ún. K -szoros koincidenca berendezések szolgálnak. Ez utóbbiak K független sokszorozó anód impulzusainak időbeni egybeesését állapítják meg, az ún. felbontóképesség

idejének nagyságán belül. Miután a berendezéseink kb. 10^8 impulzus/sec számlálására képesek, ez utóbbi berendezések τ_f felbontóképessége 10^{-8} sec nagyságrendbe kell hogy essen. A fentiekben vázolt feladatra több berendezést dolgoztak ki. Kifejlesztésüknél általánosságban az volt a cél, hogy a sokszorozó anódimpulzusai a koincidencia fokozatra erősítés nélkül kerüljenek, mert az erősítőkn belül a jelek késhetnek, illetve a késések elkerülése az erősítők sávszélességével kapcsolatban igen súlyos követelményeket jelent.



31. ábra

A fenti követelményeknek megfelelően kialakított kettes ($K=2$) berendezés [77] a 31. ábrán látható. Ez utóbbiban a sokszorozók anódpontjai egyrészt egy-egy kb. 10 Kohm nagyságrendű R anóellenálláson, másrészt egy-egy (D_A ill. D_B) kristálydiódán keresztül az R_g ellenállással (cca 10^2 Kohm) vannak a földre lekötve. Az R_g ellenállás a koincidencia kapcsolást követő elektronikus berendezés bemenőellenállása. A diódáknak az anóellenállásokkal közös pontja az R_e potencióméter csúszkáján keresztül V_e pozitív feszültségre van kapcsolva.

Vizsgáljuk meg, hogyan változik az R_g ellenálláson fellépő feszültség-rész abban az esetben, ha csupán az egyik multiplier anódján jön létre egy impulzus. Nyugalmi állapotban az ábrán rajzolt kapcsolási elemekkel és feszültségekkel az

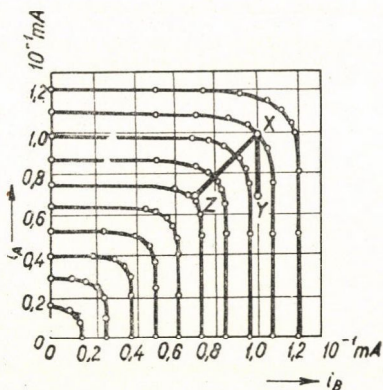
$$A \text{ pont feszültsége} \sim V_e \frac{R'}{\frac{R_e}{2} + R_1 + R'}, \text{ ahol } R' = \frac{R \cdot R_g}{R + R_g}. \text{ Ugyanakkor}$$

$$\text{az } R \text{ ellenállásban folyó áram } i \sim \frac{V_e}{\frac{R_e}{2} + R_1 + R'} = 0,1 \text{ mA. Amennyiben az}$$

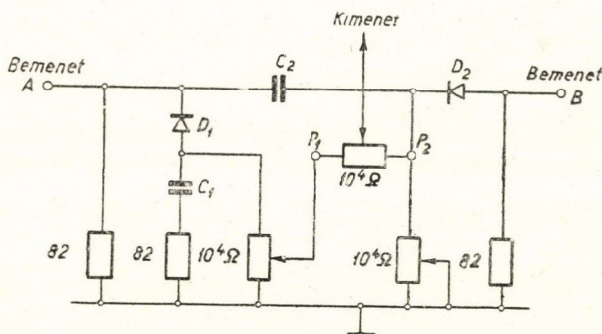
egyik sokszorozóban elektronlavina alakul ki, az A pont potenciálja csökken, miután R -en átfolyó sokszorozó áram a V_e telep kompenzáló áramával ellenkező irányú. Ennek következtében a D_A diódaáram is kisebb lesz. Miután azonban R_g nagyobb mint R , a V_g potenciál változása nem lesz jelentékeny. Ha azonban az impulzusok a két sokszorozó anódján egyidőben lépnek fel, a V_g potenciál hirtelen csökkenést mutat. A fenti koincidencia kapcsolásnak cca $0,1V$ amplitudójú impulzusok esetén $0,1 \mu \text{ sec}$ felbontóképessége van.

Megjegyzendő, hogy a kapcsolás működésében a szórt kapacitásoknak jelentős szerepe van. Ha az R_g ellenállással párhuzamosan szórt kapacitás C_g és C az anód szórt kapacitását jelenti, coincidencia esetén V_g felütési ideje $C_g \cdot R_g \sim 0,3 \mu \text{sec}$ ($C_g = 7,5 \text{ pF}$), míg az esés ideje $0,15 \mu \text{sec}$. A felbontóképesség az ellenállások csökkentésével növelhető. A kapcsolás helyettesítő ábrája alapján megszerkeszthető a V_g feszültség értéke i_A ill. i_B függvényében (32. ábra). Ha pl. i_A változik csupán (X és Y pont között) cca $0,03 \text{ mA}$ -t, V_g viszonylag keveset változik. i_A és i_B ugyanolyan nagy, de egyidejű változása (X és Z pont között) cca hatszoros feszültségváltozást idéz elő.

A fenti kapcsolat előnye, hogy többszörös koincidenciák ($K > 2$) esetén csupán a felhasznált elemek számának növelése szükséges.



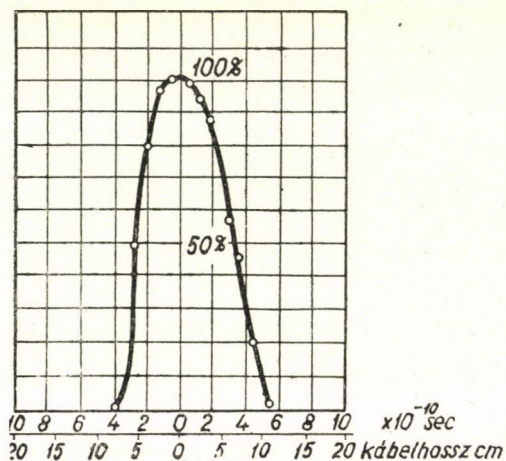
32. ábra



33. ábra

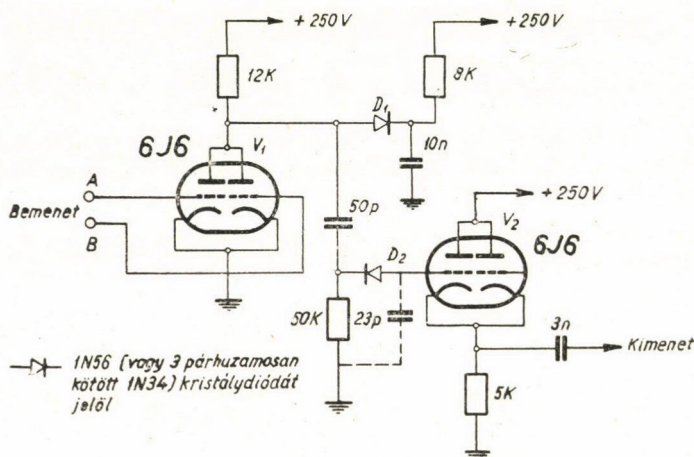
Egy másik coincidencia kapcsolás a 33. ábrán látható [78]. A sokszorozó jelei az A ill. B pontra csatlakoznak. Amennyiben a (negatív) impulzus csupán az A ponton lép fel, a C_1 ill. C_2 kondenzátorok egyforma feszültségre töltődnek, miután a diódákön keresztül mindkettő ugyanolyan időállandójú körben szerepel. Ebben az esetben a kimenő kapcsolokon (P_1, P_2) jel nem lép fel. A csak a B ponton megjelenő impulzus hatására a kondenzátorokon töltés

egyáltalában nem mutatkozik, tehát a kimenő pontokon jel nem jelenhet meg. Ha mindkét bemenő ponton egyidőben lép fel egy impulzus, úgy a C_1 kondenzátor az első esetnek megfelelő feszültségre töltődik, ugyanakkor a C_2 kondenzátor, — miután a D_2 dióda áteresztő irányú feszültségét a B impulzus



34. ábra

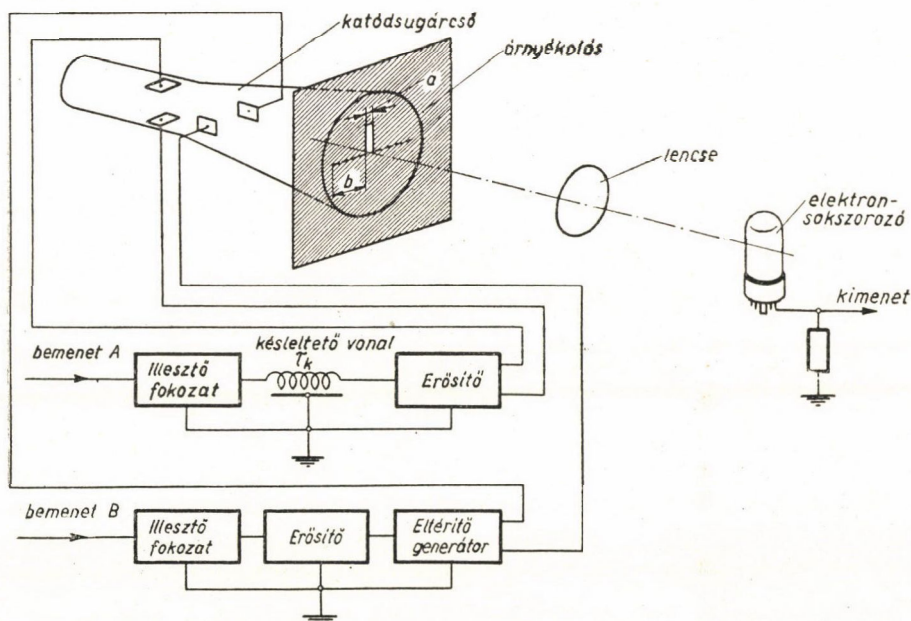
csökkenti és így a dióda kisebb áramot enged át, — feltöltődése kisebb mértékű. Ebben az esetben a koincidencia fokozat kimenő kapcsain jel mutatkozik. A kimenő jelet közös erősítővel lehet erősíteni. A kapcsolás felbontóképességének meghatározása oly módon történt, hogy az A és B pontokat egy közös sokszorozóról táplálták úgy, hogy az egyik jelet ismert idővel késleltették. A késleltetésre egy koncentrikus kábel szolgál. A 34. ábrán az impulzusszám változását látjuk a kábel hosszúságának függvényében. Mint az a 34. ábrából látható, az impulzusok száma a késleltetés (kábelhossz) függvényében változik és a felbontóképesség kb. $3 \cdot 10^{-10}$ sec (a felbontóképességet az 50%-os impulzusszám-esésnek megfelelő késleltetési idővel definiálva). A megadott felbontóképesség eléréséhez a multiplier kimenetén megjelenő impulzus által szállított minimális töltésmennyiség $1,6 \cdot 10^8$ Coul. kell, hogy legyen.



35. ábra

A Rossi-féle koincidencia berendezés felbontóképességének emelésére szolgál a 35. ábrán látható kapcsolás [79]. A Rossi kapcsolás alkalmazása

esetén az a hátrány adódik ugyanis, hogy a felbontóképességnek megfelelő idő alatt érkező negatív, kb. 10^{-8} sec időtartamú impulzuspár, az anódkapacitást a 60 V-os nyugalmi feszültséghez képest hozzávetőleg 20 V feszültségre tölti fel. A Rossi-csőnek csupán egyik rácsát negatívvá téve azonban a koincidenca kör anódján 90 V-os feszültség lép fel, vagyis 30 V-os kimenő impulzus adódik. Ilyen formában egy hosszú impulzus nagyobb jelet szolgál-



36. ábra

tathat, mint egy rövid koincidenca lökéspár. A fenti hátrányok kiküszöbölésére szolgál a dióda. Amennyiben a rácsok nem kapnak impulzust, a diódán a teljes anóddáramnak kb. a fele folyik és a $0.01 \mu F$ -os kondenzátor a cső-karakterisztikáknak megfelelő kb. 100 V-os értékre töltődik. A teljes csőáram ebben az esetben kb. 30 mA, melynek a diódán hozzávetőleg a fele folyik át. Miután a dióda ellenállása a vezetési irányban csupán 20 ohm, a pozitív kimenőjel abban az esetben, ha csak az egyik rács kap impulzust, $15 \text{ mA} \cdot 20 \Omega = 0,3 \text{ Volt}$. A koincidencajel azonban továbbra is kb. 20 V amplitúdójú. A berendezés felbontóképessége kb. $2 \cdot 10^{-8}$ sec. A koincidenca-jeleknek egy impulzusleosztóra való továbbítására egy jelnyújtó fokozat (D_2 , V_2) szolgál, mely kb. $0,5 \mu \text{ sec}$ -os jeleket szolgáltat.

Amennyiben kb. 10 V-os sokszorozójelek vagy megfelelő sáv szélességű impulzuserősítők rendelkezésre állnak, a fentiekől eltérő koincidenca kapcsolások alkalmazhatók [80]. A berendezés elvi felépítése a 36. ábrán látható. Az egyik sokszorozóból származó impulzus megfelelő erősítés után egy eltérítő

generátort vezérel, melynek írási sebessége kb. $v = 35 \text{ cm}/\mu \text{ sec}$. Ekkor az oszcillográfcső ernyőjén a fényfolt vízszintesen eltérül. Az oszcillográfcső előtt árnyékolás van. Ez utóbbi árnyékoláson egy, a függőleges eltérítő lemezek irányában eső szabályozható a szélességű rés van. A rés magassága úgy van beállítva, hogy a vízszintesen kitérített fényfoltot az árnyékolás éppen eltakarja. A másik sokszorozóról származó jelet egy kábel késlelteti oly módon, hogy a késleltetés τ_k időtartama éppen az eltérítőgenerátor beindulási τ' idejének, valamint a vízszintes irányban eltérített sugár futási idejének ($\tau'' = bv$) megfelelő legyen, vagyis $\tau_k = \tau' + \tau''$. Amennyiben a második sokszorozó egy az első sokszorozóval megegyező időben szolgáltat jelet, a sugár éppen a résnek megfelelő helyen fog függőleges irányban kitérülni. Ez utóbbi fényjelet egy az oszcillográfcső előtt elhelyezett multiplier regisztrálja. A fenti berendezéssel elérhető felbontóképesség cca $9 \cdot 10^{-10} \text{ sec}$.

Speciális csövek alkalmazásával is készíthetők nagy felbontóképességű koincidencia berendezések. Ez utóbbiak felbontóképességének nagyságrendje 10^{-8} sec [81]. A fentiekben ismertetett koincidencia-kapcsolásokon kívül számos más berendezés került kidolgozásra [82], [83], [84], [19], [85].

Mint említettük, a szcintillációs számláló alkalmazásakor számos esetben a sokszorozójel amplitudójának meghatározása is szükségessé válik. Az amplitúdó meghatározására ún. amplitúdó diszkriminátorok szolgálnak.

Az integrális eloszlás felvételéhez egy diszkriminátor elegendő, ugyanakkor a differenciális eloszlás meghatározása minimálisan két diszkriminátort igényel. A gyakorlatban a mérési idő megrövidítésére mindkét esetben több diszkriminátort alkalmaznak.

A diszkriminátor az integrális eloszlás felvételére lényegében egy feszültségérzékeny fokozatból áll, mely csupán a határamplitúdót meghaladó lökéseket továbbítja az elektronikus impulzus-regisztrálóhoz. A legáltalánosabban ismert ilyen kapcsolat az ún. Schmitt-kör [86].

Differenciális eloszlás felvételére két feszültségérzékeny fokozat kell, melyek közül a kisebb E_h határfeszültségű, a csatorna alsó, az $E_h + \Delta E_h$ nagyobb határfeszültségű a csatorna felső határát szabja meg. A csatorna szélessége: ΔE_h .¹ A két fokozatot normális körülmények között egy keverő fokozat követi, mely biztosítja, hogy a diszkriminátorból csupán azok a jelek kerüljenek továbbításra, melyeknek amplitúdója az alsó határfeszültségnél nagyobb, de a felsőnél kisebb.

A Schmitt-kör hátránya, hogy a vizsgált impulzusok száma nem növelhető a sokszorozó lehetőségeinek megfelelően. A jelhosszúság bizonyos mértékű határt szab alkalmazásának.

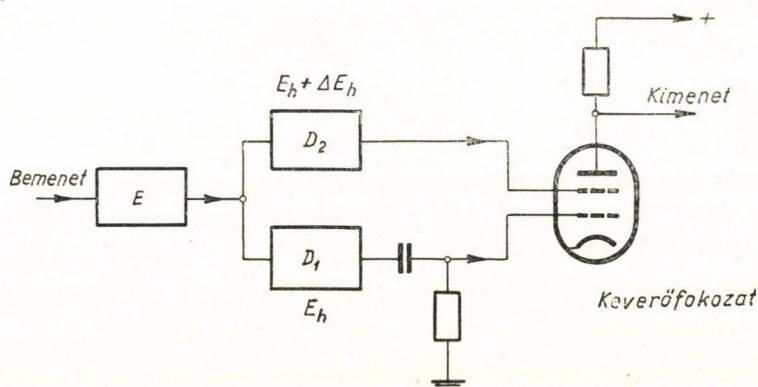
Ezen hátrányok elkerülésére ún. diódás diszkriminátorokat dolgoztak ki [88].

¹ Diszkriminátorok tervezésének elvi kérdéseit G. G. Ketty [87] vizsgálta meg.

Az E_j diszkriminálendő jel a dióda anódjára, az E_h határfeszültség egy szabályozható feszültségosztón keresztül a katódra van kapcsolva. A diódán csak abban az esetben folyik át áram, ha

$$E_j - E_h \geq C. \quad (20)$$

A vákuumdiódával elérhető, hogy C bizonytalansága 0,1 V, az üzemi szint pedig 200 V. Így az elérhető beállítási pontosság cca 1/2000-e a teljes amplitúdónak.



37. ábra

A diódás diszkriminátor úgy stabilitás, mint üzembiztonság tekintetében kielégítő eredményeket szolgáltat. Igen sok impulzus regisztrálására azonban ez az eljárás nem látszik alkalmasnak. Nagyszámú impulzus diszkriminálásánál előnyösen használható egy katódsugárcső, melynél a diszkriminálendő feszültséglökések az egyik eltérítő lemezpárra vannak kapcsolva, ugyanakkor az egyes amplitúdó csatornáknak a katódsugárcső ernyőjébe beforrasztott szondák felelnek meg¹ [89], [90]. Ez utóbbi elrendezés, habár relatív pontossága lényegesen kisebb mint a diódás elrendezése, különösen a millimikroszekundum tartományban alkalmazható előnyösen.

Az egysatornás analízátor két Schmitt-kör és egy antikoincidencia kapcsolás útján is felépíthető [91]. (37. ábra.) A berendezés a Schmitt-körrel kapcsolatban említetteket figyelembevevő üzemi körülmények között jól dolgozik.

A bemenőjelet az E erősítőn keresztül a D_1 , D_2 diszkriminátor párra továbbítjuk. Az erősítőcső előfeszültsége olymódon van beállítva, hogy csupán az impulzusok csúcsát erősíti tovább. Ezáltal elérhető, hogy a ΔE_j feszültségtartományt a D_1 , D_2 diszkriminátorok bemenetén nagyobb stabilitással állíthassuk be, miután $\Delta E_j' = \Delta E_j G$, ahol G az erősítő erősítése. Az erősítő egyenáramú csatolással, valamint egyen- és nagyfrekvenciára kiegyenlített negatív visszacsatolással rendelkezik. A D_1 diszkriminátor négyszögimpulzu-

¹ Pl. Du Mont K 1059 típusú katódsugárcső.

sokat állít elő, melyeknek időtartamát az eredeti jelnek az előfeszültséget meghaladó része szabja meg. Ez utóbbi differenciálva kerül a keverőfokozatra. A második diszkriminátor egy negatívjelet szolgáltat, amely hosszabb a D_1 diszkriminátor által szolgáltatott jelnél. A D_1 diszkriminátor egy erősítőcső vezérlőrácsát, a D_2 pedig a szupresszor rácsát működteti. Normális körülmények között a keverőcső előfeszültségével biztosíthatjuk, hogy azon keresztül áram ne folyjék. Általában a keverőcső anódján csupán abban az esetben jelenik meg jel, ha a D_1 diszkriminátor pozitív jelet szolgáltat, ugyanakkor a D_2 diszkriminátor nem ad negatív jelet a szupresszorra. Megjegyzendő, hogy a D_1 diszkriminátor egyszerűség kedvéért Schmitt-kör formájában állítható elő.

További elektronikus berendezések szolgálnak az ilyen módon szelektált impulzusok regisztrálására. Amennyiben a pontosság tekintetében kisebb kívánalmakat támasztunk, egy egyszerű RC integrálókörre visszük az impulzusokat, melynek áramát egy műszerrel mérjük. Az utóbbi eljárás feltételezi, hogy az egyes impulzusok amplitudója és időtartama azonos.

Amennyiben az impulzusok pontos megszámlálása válik szükségessé, egy impulzusszámláló fokozat készíthető [92], melynek segítségével az impulzusok egy telefonszámláló útján regisztrálhatók. Megjegyzendő, hogy ez utóbbi impulzusszámláló berendezés csupán néhány impulzus/sec intenzitások regisztrálására alkalmas.

6. §. Szcintillátorok

A szcintillátorok széleskörű alkalmazásának megfelelően azok előállítását [93]¹, [94]², [95]³, [96]⁴, valamint működésük elméleti alapjait [97] számos dolgozat tárgyalja.

A szcintillátorokkal szemben támasztott követelményeket részben az 5. §. a)–c) pont alatt foglaltuk össze. További szempont a szcintillátor megválasztásánál az optikai törésmutatónak lehetőség szerinti kis értéke, a szcintillátor időbeni stabilitása, valamint a könnyű előállíthatóság és megmunkálás.

A gyakorlati felhasználás szempontjából megjegyzendő, hogy egyes szcintillátorok hatásfoka úgy állapotuknak, mint hőmérsékletüknek függvénye. Például a naftalinkristályt -70°C -ra hűtve hatásfoka 1,4-szerese -180°C -on pedig 2,2-szerese a normális hőmérsékletnek megfelelő hatásfoknak [98]. Antracénél a hatásfok csökken a hőmérséklet növelésével [112]. A transformációs hatásfok növelése észlelhető a naftalin esetében akkor, ha a kristályos állapot helyett porrá őrölve kerül alkalmazásra [99].

¹ ZnS—Ag.

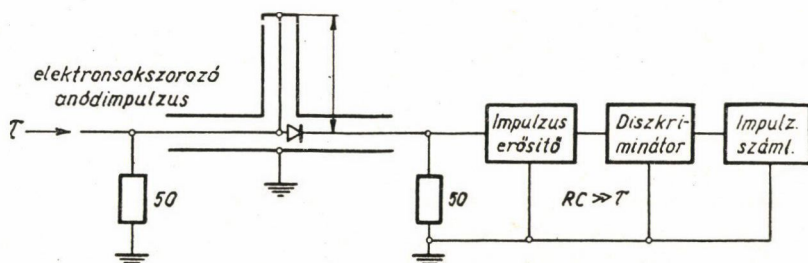
² Alkalihalogenid.

³ Stilben.

⁴ Antracén.

A sokszorozó maximális számlálási sebességének kihasználására célszerű olyan szcintillátorok alkalmazása, melyeknél a szcintillálás időtartama a sokszorozó lökeshosszának nagyságrendjébe esik.

A szcintilláció időtartamát az alábbi módszerrel [100] határozhatjuk meg: Az anódimpulzust egy rövidre zárt koaxális kábel leágazásából germánium diódával való egyenirányítás után egy erősítőtől, diszkriminátorból és impulzusszámlálóból álló rendszerre vezetjük. (38/a. ábra.) Az erősítő időállandóját



38 a. ábra

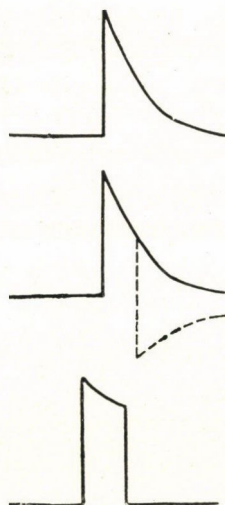
az impulzus τ időtartamánál lényegesen nagyobbra választva, az erősítő kimenetén létrejövő jel arányos az impulzusban fellépő összöltéssel. Az impulzusok amplitúdója független lesz a leágazás hosszától mindaddig, míg az eredeti és ellenkező fázisban visszavert impulzusok nem fedik át egymást. Feltételezve, hogy a szcintilláció intenzitása exponenciális

lecsengést mutat, az impulzus alakját $e^{-\frac{nt}{\tau}}$ függvénnyel írhatjuk le, ahol τ a szcintillátor időállandója, n pedig az elektronika nem linearitásának kifejezésére szolgál. Ha az eredeti és visszavert impulzusok nem fedik át egymást (38/b. ábra) az erősítő kimenetén megjelenő jel amplitúdója

$$A_1 = \int_0^{\infty} e^{-\frac{nt}{\tau}} dt = \frac{\tau}{n}. \quad (21)$$

Ha a leágazás hossza csökken, az — ellenkező fázisban — visszavert impulzus homloka az eredeti impulzushoz akkor ér vissza, mikor annak nagysága a maximális értékről e -ed részére esik. Az eredő jel ebben az esetben az erősítő kimenetén

$$A_2 = \int_0^{\frac{\tau}{n}} e^{-\frac{nt}{\tau}} dt = \frac{\tau}{n} \left(1 - \frac{1}{e} \right). \quad (22)$$



38 b. ábra

A diszkriminátor segítségével meghatározható egy adott szcintillátorra vonatkozóan az l távolság, melynél A_1 és A_2 aránya (21) és (22)-nek meg-

felelő. Ebből $\tau = n \frac{2l}{v}$, ahol v az impulzus terjedési sebessége a kábelben, n meghatározására külön hitelesítő mérés szolgál.

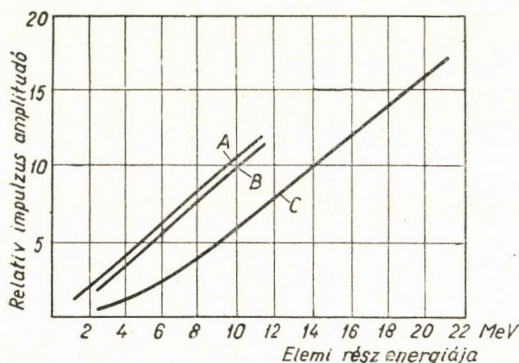
A szcintilláció időtartama a hőmérséklettől, illetve a gerjesztő elemi rész természetétől függ. Az ismertetett elrendezésben megvizsgálták a hőmérséklet befolyását a szcintillátor által szolgáltatott impulzus időtartamára. Így pl. normál hőmérsékleten γ sugarakkal történő gerjesztésnél antracénban az impulzus hossza $3,4 \cdot 10^{-8}$ sec, stilbenben $1,3 \cdot 10^{-8}$ sec. Antracén esetében -268°C -on a fényimpulzus időtartama $0,6 \cdot 10^{-8}$ sec-ra csökken [101]. Transzstilbenben szoba-hőmérsékleten $6 \cdot 10^{-9}$ sec, -169°C -on $4 \cdot 10^{-9}$ sec adódik [102]. Naftalinszcintillátorok esetében kimutatható volt, hogy γ sugarakkal történő gerjesztésénél az utánvilágítás ideje hozzávetőlegesen egy nagyságrenddel kevesebb, mint az α sugarakkal történő gerjesztésénél [103].

Röviden áttekintjük az általánosan használt szcintillátorok tulajdonságait megjegyezve, hogy a II. táblázatban a legjellemzőbb adatok összeállítását is megadjuk.

Szervetlen kristályok

A ZnS kristályokat elsősorban α részek vizsgálatánál alkalmazzák, Ag illetve Cu-val aktiválva. Hatásfokuk α részekre vonatkozóan kb. egy foton/10 eV energia. A ZnS por 80 mg/cm^2 , a ZnS—Cu por 200 mg/cm^2 vastag rétegig átlátszó. Az utóbbi időben részben hosszú utánvilágításuk (10^{-5} sec), részben előállításuk nehézsége folytán alkalmazásuk csökkent mértékű. Proporcionális számlálóként való felhasználásuk sem általános [104].

CdS—Ag kristályok α és β részek indikálásánál proporcionális számlálóként is használhatók. Szcintillációs időtartamuk a cinkszulfid kristálynak megfelelő.



39. ábra

NaJ—Tl különösen γ sugarak regisztrálására alkalmas [105], [106], de elektronok és ionok detektálására is felhasználható. Ugyanakkor proporcionális számlálóként is alkalmazható. A 39. ábrán a NaJ—Tl kristályban a bombázó deuteron (A görbe), hidrogén-ion (B görbe) és az α -rész (C görbe) hatására keletkező impulzusok relatív amplitudóját láthatjuk a részecskék energiájának függvényében [106]. Hátrányos,

hogy a kristály erősen higroszkópos, ezért légzáró foglalatban kell tartani. A kis energiájú részecskék a foglalatban nem tudnak áthaladni, ezért az NaJ kristály alkalmazása nagyobb energiájú részek mérésére korlátozódik.

II. TÁBLÁZAT

| A n y a g | Emissziós színekép (Å-ben)* | Abszorpciós színekép (a kristály színe) (Å-ben) | Viszonyla- gos hatások β-részeknél (antracén hatások az egység) | A szcintil- láció idő- tartalma (10 ⁻⁸ sec egységek- ben)** | Az érzékenység a mono- kromatikus sugárzás energiájá- nak függvényében | | | 1 MeV-re vonatkoztatott hatások különböző részecskéknél (α — alfarész, β — bétarész p — proton) | Sűrűség (g/cm ³) | Olvadáspont (°C-ban) | Törés- mutató | Megjegyzés |
|-------------------|--|---|--|---|--|---|-----------------|---|---------------------------------|-------------------------|------------------|---|
| | | | | | α | β | γ | | | | | |
| NaJ—Tl | 4100 (800) | 2930 (2340) színtelen | 2,0 | 25 | közel lineáris | lineáris | lineáris | β/p = 1,0 | 3,67 | 651 | 1,00 | higroszkópikus kristályok könnyen előállíthatók |
| KJ—Tl | 4100 (900) | 2870 (2360) színtelen | 0,5 | 100 | közel lineáris | lineáris | lineáris | β/α = 1,0 | 3,13 | 582 | — | kristályok könnyen előállíthatók |
| CaJ—Tl | fehér | színtelen | 1,5 | 100 | — | — | — | β/p = 1,0 | 4,50 | 621 | — | jó kristályok könnyen előállíthatók |
| LiJ—Tl | kékeszöld | színtelen | 1,0 | 100 | — | — | — | — | 4,06 | 446 | 1,00 | nagyon higroszkópikus |
| CdWO ₄ | 5200 zöld | sárga (az abszorp- ció kezdete 4500) | 2,0 | — | — | — | — | — | 7,90 | 1325 | — | kis kristályok könnyen előállíthatók |
| CaWO ₄ | 4300 kék | színtelen (az abszorp- ció kezdete 4000) | 1,0 | 600 | — | — | — | — | 6,06 | 1535 | — | kis kristályok könnyen előállíthatók |
| ZnS—Ag | kék | színtelen | 2,0 | 1000 | közel lineáris | — | — | β/α = 1,0 | 4,10 | 1850 | — | csak poralakban vagy finom kristályos alakban állítható elő |
| Antracén | 4400 | színtelen | 1,0 | 3,0 ± 0,5 (300° K) 1,2 ± 0,2 (77° K) | nem lineáris | lineáris 125—1900 KeV inter- vallumban | nem lineáris | β/p = 2,0 β/α = 8,0 | 1,25 | 217 | — | — |
| Stilbén | 4200 gyenge (360) 4080 erős (100) | színtelen | 0,6 | 0,6—1,2 | — | — | — | nem állandó | 1,16 | 124 | — | jó kristályok könnyen előállíthatók |
| Fenantrén | 4100 (100) 4300 (100) | színtelen | 0,3 | 0,8 | — | — | — | — | 1,03 | 100 | — | átlátszó kristályok nagyon nehezen állíthatók elő |
| Dibenzil | 3520 3710 3950 gyenge | színtelen | 0,6 | 1,6 | — | — | — | — | 1,00 | 52,5 | — | jó kristályok könnyen előállíthatók |
| Terfenil | 3900 4050 4300 | színtelen | 0,65 | 1,2 | — | — | — | β/α = 8,0 | 1,23 | 213 | — | érdes, jó kristályok könnyen előállíthatók |
| Naftalin | 3450 (250) | színtelen | 0,25 | 6,0 | — | — | — | nem állandó | 1,15 | 80 | — | szublimálódik, jó kristályok könnyen előállíthatók |

* A zárójelben a színekép szélessége van feltüntetve esetenként.

** A szcintilláció időtartama alatt az az idő értendő, melynek folyamán a szcintilláció intenzitása a maximális intenzitásról e⁻¹-szeresére csökken.

A LiJ—Tl kristályt [108], [109] különösen lassú neutronok számlálására alkalmazzák. Tulajdonságai erősen függnék a Tl koncentrációtól. Ezért homogén kristályokat csak cca 2 mm³ térfogatig lehet készíteni.

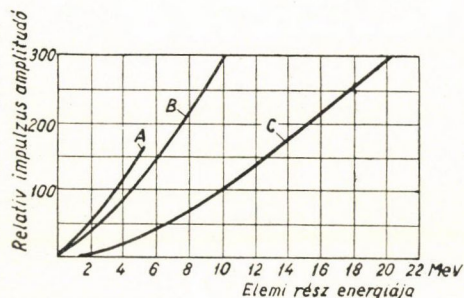
γ kvantumok vizsgálatára elsősorban nagy sűrűsége folytán CaWO₄ is alkalmazásra kerül [70].

Szerves kristályok

A szerves kristályok közül elsősorban antracén, stilben felhasználása szokásos. Antracén kristályok által protonok (A görbe), deuteronok (B görbe) és α részek (C görbe) energiájának függvényében adott impulzus-amplitudók összehasonlítása a 40. ábrán láthatók.

Antracén elektronok, γ kvantumok és neutronok vizsgálatára is alkalmazható. A szcintilláció időtartama 10^{-8} sec nagyságrendbe esik.

Nagyméretű kristályok előállítása a fenti anyagokból viszonylag könnyű, transzformációs hatásfokuk β -, γ - és röntgenkvantumokra vonatkozóan jó. A naftalin hatásfokának növelésére antracén tartalmát cca 1%-ra állítják be.



40. ábra

Nagy, érzékeny térfogat biztosítására szükséges nagyméretű kristályok alkalmazása. Ez utóbbiak elkészítése komoly nehézséggel jár. Ennek elkerülésére az utóbbi időben kristályszcintillátorok helyett lumineszkáló folyadékok kerültek alkalmazásra [110], [118]. Ezek előnyei közé tartozik, hogy viszonylag igen rövid szcintillációs időtartammal ($\sim 10^{-9}$ sec) rendelkeznek. A szcintillátorok előállításakor lumineszkáló (pl. terfenil) anyagot folyadékban (pl. xilén) oldanak fel. Ez utóbbiak hatásfoka kisebb, mint a szilárd foszforé, de nagyobb mint amennyi a lumineszcens anyag koncentrációja következtében várható lenne. A szcintilláció hatásfoka a lumineszcens anyag koncentrációjával eleinte nő, majd csökkenni kezd. Ebből arra következtethetünk, hogy a szcintilláció mechanizmusában az oldószer is szerepet játszik [113], [114].

A folyadékszcintillátorok alkalmazhatóságának megvilágítására a III. táblázatban összehasonlítjuk a γ kvantumok számlálása közben kapott eredményeket különböző folyadékok, illetve kristályok (kalciumwolframát és antracén) esetében.

Megjegyzendő, hogy szcintilláló folyadékoknál a transzformációs hatásfok a vizsgált rész energiájának függvénye.

III. TÁBLÁZAT

| Oldat vagy folyadék | Optimális oldatkoncentráció | Impulzus szám 1 mp alatt |
|--|-----------------------------|--------------------------|
| $\alpha\alpha'$ -dinaftil benzolban | telített | 16400 |
| <i>P</i> -terfenil benzolban | " | 15600 |
| <i>M</i> " " | " | 9400 |
| Fenil- β -naftiletílen benzolban | 2,7 | 6700 |
| β -naftiletílen benzolban | 5,0 | 5950 |
| α -naftilemin " | 2,8 | 5050 |
| $\beta\beta'$ -dinaftil " | 6,0 | 3900 |
| $\beta\beta'$ -dinaftiletén " | telített | 3200 |
| 1,3,5-trifenilbenzol benzolban | " | 2500 |
| β -naftol benzolban | 1,5 | 2200 |
| α -naftol " | 2,5 | 1700 |
| naftalin " | telített | 1460 |
| antracén " | 2,2 | 1460 |
| benzol | — | 910 |
| víz (desztillált) | — | 620 |
| kalciumwolframat (kristályos) | — | 12000 |
| antracén (kristályos) | — | 37000 |

7. §. Sugárzások vizsgálata elektronsokszorozó részecske-számláló berendezéssel

A sugárzásvizsgálat feladatai két részre bonthatók, egyrészt sugárzás detektálásának kérdésére, másrészt elemi részek tulajdonságainak vizsgálatára. Megjegyzendő, hogy a fenti két feladatkör egymástól élesen nem választható széjjel, amennyiben némely esetben elemi részek speciális tulajdonságait használjuk fel a detektálás pontosságának növelésére. Megjegyezzük, hogy az alábbiakban az igen kiterjedt alkalmazásoknak csupán vázlatos ismertetését adjuk az irodalom részletes megjelölésével.

a) Elektromágneses sugárzás

Az elektromágneses sugárzás detektálásának kérdését elkülönítve tárgyaljuk a vizsgálandó kvantumok energiája szerint. Ennek megfelelően infravörös-, látható-, ultraibolya-, röntgen- és γ -kvantumok számlálásával foglalkozunk. A felsoroltak közül az első kettőnél közvetlen részecskeszámláló berendezéseket alkalmaznak. Ez esetben a vizsgálandó sugárzás a sokszorozó búráján keresztül az elektronsokszorozó fotokatódjára van irányítva. A mérés pontosságára a felhasznált elektronsokszorozó fotokatódjának megszólalási valószínűsége jelentős kihatással van. Ez utóbbi meghatározására különböző eljárásokat dolgoztak ki [123]. Mérések szerint a látható tartományban a foto-

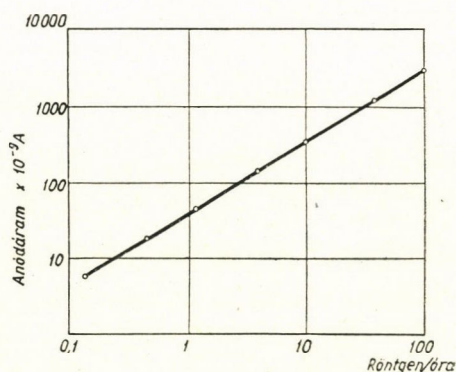
katód megszólalási valószínűsége maximálisan $10^0\%$ -os értéket mutat. (Lásd I. táblázat.) A mérés szempontjából jellegzetes az a tény, hogy egy elemi rész maximálisan egy fotoelektront hozhat létre. Ugyanakkor a sokszorozó anódján létrejövő impulzusamplitúdó a kvantum energiájától független és csupán a sokszorozó erősítésének statisztikus ingadozása következtében mutatkozik az amplitúdóban szórás. A látható tartományban Rodjonov és Oserovics [54] számláltak fotonokat. A szerzők antimon-cézium fotokatóddal rendelkező elektronsokszorozót használtak. Miután a zajimpulzusoknak a legkisebb intenzitást korlátozó hatását a mérés célkitűzései érdekében leghatásosabban a sokszorozó hőmérsékletének csökkentésével lehet csökkenteni, a multiplier foglalatát cseppfolyós levegővel hűtötték. A sokszorozó anódján létrejövő jelet cca 6000-szeres erősítésű lineáris erősítő után impulzusleosztóra és számlálóra, illetve egy katód oszcillográfra továbbították. A mérést cca $3 \cdot 10^5$ erősítés mellett 5000 Å hullámhosszúságú fénnel végezték. A fotokatód megszólalási valószínűsége cca $1^0\%$ volt. A hűtés segítségével a zajimpulzusok számát sikerült 12–45/sec értékre csökkenteni.

A fenti problémakör vizsgálatát több szerző végezte el. Ennek során 931—A, 1P28, 5819 és 6260 stb. típusú sokszorozókat alkalmaztak, [1], [22], [64], [69], megfelelő hűtéssel.

Az infravörös tartományban a számlálás speciális sokszorozók alkalmazásával végezhető el [22], azonban a multiplier sötétáramának kiküszöbölésére igen nagymértékű hűtést kell alkalmazni. Ebben a tartományban a fotokatódok megszólalási valószínűsége nagyon kicsi. (Lásd I. táblázat.)

Az ultraibolya tartományban egy Allen-féle elektronsokszorozó felhasználásával végeztek vizsgálatokat. A mérések 2900 Å-ig terjedtek. A távoli ultraibolyában 1P21 típusú sokszorozók fluoreszcens szcintillátorral való kombinációjával a mérés 850 Å-ig folytatható [125]. A mérés keretében különböző szcintillátorok (pl. nátriumszilikát, olaj, antracén, CaWO_4) hatásfokát is megvizsgálták.

γ -sugarak számlálására NaJ—Tl kristályokat alkalmaznak. Amennyiben igen nagy γ -intenzitásokat regisztrálunk, az elektronsokszorozó maximális megengedhető anódárama is szerepet játszik a mérési elrendezés megválasztásánál. A mérés ez esetben elvégezhető oly módon is, hogy a szcintillátort elhagyjuk és a γ -sugárzást közvetlenül a sokszorozó katódjára irányítjuk [103]. Az 1P21 sokszorozó 65 KeV energiájú γ -kvantumokkal felvett érzékenységi



41. ábra

görbéje a 41. ábrán látható. NaJ—Tl szcintillátorokat alkalmaznak 5—80 KeV röntgenkvantumok regisztrálására is cca 100%-os hatásfokkal [127]. Közvetlen részecskeszámláló berendezések is alkalmazhatók, ez esetben nehéz fém fotokatódokat kell használni. Folyadékok aktivitásának vizsgálata NaJ—Tl szcintillátorral 10^{-11} mikrocurie/liter határig végezhető [128].

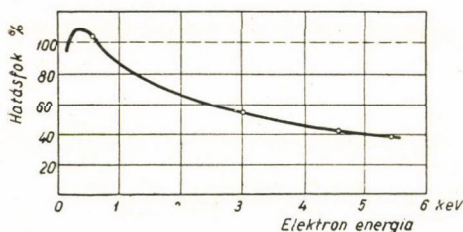
b) α -sugárzás

Ez utóbbiak detektálása különböző fajtájú szcintillátor alkalmazása mellett igen jó hatásfokkal végezhető el. Néhány mg/cm^2 vastagságú ZnS—Ag igen előnyösnek látszik, csakúgy mint a NaJ—Tl, illetve az antracén. Megjegyzendő, hogy a szcintillátorok vastagságának növelése a mérési eredmény bizonytalanságát eredményezheti, miután ekkor a sugárforrás által esetleg emittált γ -kvantumokat is jobb hatásfokkal számlálja a berendezés.

Közvetlen részecskeszámlálók is alkalmazásra kerülhetnek oly módon, hogy az α -részek közvetlenül egy speciális réz-berilliumos dinóda rendszerű sokszorozóra jutnak. Az α -sugarak detektálására alkalmas berendezések általában megfelelőek ionok számlálására is [132].

c) Elektron sugárzás

Szcintillátorokként általában szerves és NaJ—Tl kristályt alkalmaznak [135], [104], [106]. Ez utóbbi kristályok a legnagyobb sebességű elektronok hatótávolságát meghaladó vastagságban készültek.



42. ábra

Közvetlen számlálóberendezésekben a β részecskenyalábot közvetlenül az első dinódára irányítják [60], [133]. A regisztrált és a beeső elektronok hányadosát a 42. ábrán az elektronok energiájának függvényében ábrázoltuk. Az ábrán a 100%-ot meghaladó hatás-

fok mérési pontatlanságra vezethető vissza.

d) Neutronszámlálás

Neutronok regisztrálására olyan szcintillátorokat alkalmaznak, amelyek kis rendszámú elemeket tartalmaznak [109], [136]—[144], [151]. Ez utóbbikkal a neutronok magreakciókba lépnek, melyeket elektromos töltéssel rendelkező részecske emissziója kísér.

Lassú neutronok vizsgálatára a LiJ—Sn kristályok jó hatásfok mellett alkalmazhatók. A lassú neutron a Li atommag nagy hatáskeresztmetszettel fogja be, ezért a számláló hatásfoka cca 50%. A kristályok szcintillációs időtartama kb. $1\mu\text{sec}$. Termikus neutronok számára vékony réteg poralakú BO-t

is használnak terfeniltoulol oldatába merítve. Lassú neutronok kimutatására a neutron befogásakor keletkező γ sugárzás is alkalmazható [145]. Gyors neutronok számlálására hidrogén tartalmú szcintillátorokat alkalmaznak. Ez utóbbi számláló hatásfoka 1—10 MeV között 50% is lehet. A szerves kristályok alkalmazása esetén fokozott gond fordítandó arra, hogy ez utóbbi szcintillátorok γ sugárzás hatására a neutronok által okozott szcintillációknál nagyobb felvillanásokat hoznak létre.

e) Mezonok

A mezonok általában a szcintillátoron való keresztülhaladás alkalmával összenergiájuknak csupán kis részét vesztik el [146], [147]. A mesterséges mezonokra vonatkozó mérések [148] bizonyítják, hogy a szcintillációs számlálók itt is jól alkalmazhatók. A mezonok kimutatására egy koincidenzába kapcsolt szcintilláló kristálpár szolgál. A koincidenzá jellel egy eltérítő feszültséget indítva el, az oszcillográf ernyőjén a mezonbomlás folyamata jól megfigyelhető. A nagy energiájú részek azonosítása élettartamuk különbözősége alapján történik.

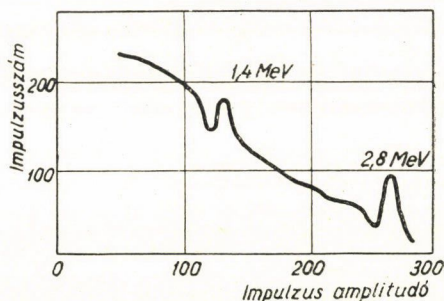
A következőkben a szcintillációs számlálóknak elemi részecskék energiájának mérésében való alkalmazását tárgyaljuk röviden.

1. Elektronmágneses sugárzás

Monokromatikus γ kvantumok energiaeloszlásának organikus szcintillátorokkal történő vizsgálatával kimutatható volt, hogy a sokszorozó impulzusok amplitúdói egy meghatározott felső határig folytonosan oszlanak el megfelelően a kvantumok által létrehozott Compton elektronok folytonos energiaeloszlásának [149]. A kvantum energiája elvileg a maximális elektron energiájának alapján mérhető, azonban a mérés pontosság tekintetében különösen inhomogén γ sugárzás esetén nem kielégítő.

Nagy atomszámú elemet tartalmazó szcintillátorral elérhető, hogy a sugárzás hatására a szcintillátorban fotoeffektus útján keletkező elektronok a sugárzás energiájának megfelelő helyen maximumokat adnak. A 43. ábrán a Na^{24} bomlásának kapcsán emittált γ -kvantumok energiájának meghatározásakor kapott amplitúdó eloszlási görbe látható [150].

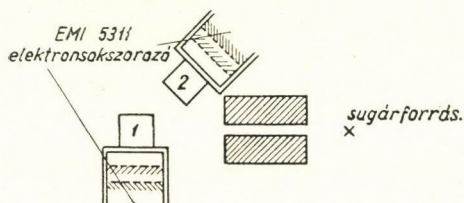
Széles energiatartományban eredményesen alkalmazható módszert dolgoztak ki, mely a Compton szórásra alapul. (44. ábra) [152]. Az 1 jelű



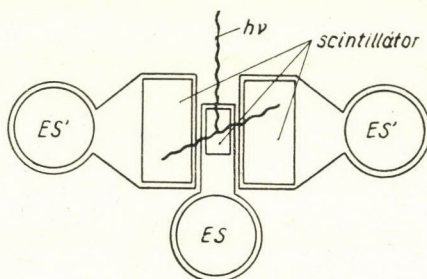
43. ábra

kristályt a kollimált γ nyaláb éri, ugyanakkor a 2 kristály a szórt sugárzás mérésére szolgál. Az elrendezés az elektronok energiatartományát, valamint a pontosságot tekintve jobb mint a fotoeffektuson alapuló eljárás.

Nagy energiájú kvantumok ($h\nu > 10 \text{ MeV}$) energiamérésére olyan kristályok szükségesek, melyek a párképződésben keletkező elektronok hatótávolságánál nagyobb méretűek. Ez a kíváncsalom pl. NaJ—Tl kristálynál nehezen elégíthető ki. (Lásd 6. §.)



44. ábra



45. ábra

Ez utóbbi nehézség kiküszöbölésére egy három sokszorozós mérést dolgoztak ki [153], [154]. Az analízáló kristályban (45. ábra) a kvantum egy elektronpárt hoz létre. A pozitron két γ kvantumra bomlik, melyeknek indikálására az ES' jelű sokszorozók szolgálnak. Az analízátor kristály jelének amplitudóját ES sokszorozóval mérjük. A kvantum energiája ebből számítható. A berendezés csupán a három (ES, ES', ES') multiplier jelének koincidenziája esetén regisztrál.

2. α sugárzás

Az energiamérés kristályos ZnS—Ag szcintillátorokkal végezhető el, ugyakkor poralakú cinkszulfid nemlineáris fényemissziót mutat az energia függvényében [156], [157].

A CdS kristályok esetében az arányosság az α rész energiája és a szcintillációk intenzitása között 5%-os pontosságú, amennyiben a vizsgált részecske energiája kisebb, mint 0,1 MeV. A 0,1 MeV-et meghaladó energiák esetén a linearitás még nagyobb mértékű. NaJ—Tl esetében, az arányosság csak 10 MeV energiák esetében áll fenn [158].

3. Elektronsugárzás

Antracén szcintillátor esetében a kristályban abszorbeálódó β részecskék minden 2,5 KeV energiájára a fotokatód egy elektront emittál. A számlálás határfoka cca 1—2%.

A β sugárzás spektrumának vizsgálatánál célszerű a kristályt két részre osztani és a sugárzás forrását a két kristály között elhelyezni [155].

4. Neutronsugárzás

Az energiamérés szempontjából nehézséget jelent, hogy a Li-nak nagyobb neutron energiák esetében csökken a hatáskeresztmetszete.

Ugyanakkor a szcintillátorok kis transzformációs hatásfoka következtében a mérés pontossága is csökken.

A mérés keresztülvitele egy a 44. ábrához hasonló elrendezésben antracén szcintillátorral történhet. Ez esetben a szerves szcintillátorban a neutron által létrehozott (recoil) proton energiáját és ennek irányát mérjük. Az amplitúdó diszkriminálást csupán a két sokszorozó koincidenciája esetén végezzük el. Ez utóbbi a neutron sugárzást kísérő γ kvantumoktól származó impulzusokat is kizárja a számlálásból.

IRODALOM

- [59] L. Dunkelman és C. Lock, Opt. Soc. Am. 41, 802, (1951).
- [60] J. S. Allen Rev. Sci. Instr. 18, 739, (1947).
- [61] L. del Rosario, Phys. Rev. 74, 304, (1948).
- [62] H. Bruining. Die Sekundär-Elektronen-Emission fester Körper, Berlin 1942.
- [63] M. Blau és B. Dreyfus, Rev. Sci. Instr. 16, 245, (1945).
- [64] F. Boeschoten, J. M. W. Milatz és C. Smit, Physica XX, 139, (1954).
- [65] J. Sharpe és D. Taylor, Jour. Inst. Rad. Engrs. 98, 209, (1951).
- [66] L. B. Robinson és J. R. Arnold, Rev. Sci. Instr. 20, 549, (1949).
- [67] R. M. Swank és W. L. Bock, Nucleonics, 10, 51, (1952).
- [68] Adám A.—Varga P. KFKI Közlemények, sajtó alatt.
- [69] L. Colli, V. Facchini és A. Rossi, Nuovo Cimento XI, 255, (1954).
- [70] R. H. Gillette, Rev. Sci. Instr. 21, 294, (1950).
- [71] F. H. Marschall, J. W. Coltman, A. I. Bennett, Rev. Sci. Instr. 19, 744, (1948).
- [72] R. L. Garwin, Rev. Sci. Instr. 23, 755 (1952).
- [73] R. W. Engstrom, R. G. Strovdenheimer, A. M. Glover, Nucleonics 10, 32, (1952).
- [74] W. B. Ithnax és M. Ter Pogossian, Rev. Sci. Instr. 22, 638, (1951).
- [75] W. M. Sessler és A. V. Masket, Rev. Sci. Instr. 21, 494, (1950).
- [76] Val. Fitch. Rev. Sci. Instr. 20, 942, (1949).
- [77] W. C. Elmore, Rev. Sci. Instr. 21, 649, (1950).
- [78] Z. Bay, Rev. Sci. Instr. 22, 397, (1951).
- [79] R. L. Garwin, Rev. Sci. Instr. 21, 569, (1950).
- [80] R. Hofstadter és J. A. McIntyre, Rev. Sci. Instr. 21, 52, (1950).
- [81] B. Smaller és E. Avery, Rev. Sci. Instr. 22, 341, (1951).
- [82] E. Baldinger, P. Huber és K. P. Meyer, Rev. Sci. Instr. 19, 473, (1948).
- [83] E. F. Shrader, Rev. Sci. Instr. 21, 883, (1950).
- [84] Bay Z. és Papp Gy., Rev. Sci. Instr. 19, 565, (1948).
- [85] H. Kallmann és C. A. Accordo, Rev. Sci. Instr. 21, 48, (1950).
- [86] A. B. van Rennes, Nucleonics, 10, 20, (1952).
- [87] G. G. Kelley, Nucleonics, 10, 34, (1952).
- [88] N. F. Moody, W. J. Battel, W. D. Howell és R. H. Talpin, Rev. Sci. Instr. 22, 551, (1951).
- [89] W. E. Glenn, Nucleonics, 4, 50, (1950).
- [90] W. E. Glenn, Nucleonics, 9, 24, (1951).

- [91] *J. S. Eppstein*, Journ. Sci. Instr. 28, 41, (1951).
- [92] *Zsdánszky K.*, KFKI Közlemények, sajtó alatt.
- [93] *R. Ward*, Preparation and Characteristics of Solid Luminescent Materials, New York (1948).
- [94] *R. Bowen*, Journ. Sci. Instr. 28, 221, (1951).
- [95] *R. F. Leininger*, Rev. Sci. Instr. 23, 127, (1952).
- [96] *B. Ross*, Proc. nat. Electron Conf. 6, 533, (1950).
- [97] *R. K. Swank*, Nucleonics, 12, 14 (1954).
- [98] *R. S. Glasen és R. W. Boom*, Phys. Rev. 75, 331, (1949).
- [99] *L. Herforth és H. Kallmann*, Ann. d. Phys. 4, 23, (1949).
- [100] *J. O. Elliot, S. H. Liebson, R. D. Myers és C. F. Ravilius*. Rev. Sci. Instr. 21, 631, (1950).
- [101] *S. H. Liebson és J. O. Elliot*, Phys. Rev. 78, 65, (1950).
- [102] *R. F. Post és N. S. Shiren*, Phys. Rev. 78, 80, (1950).
- [103] *J. D. Graves és G. E. Koch*, Rev. Sci. Instr. 21, 304, (1950).
- [104] *H. I. West, W. E. Meyerhof és R. Hofstadter*, Phys. Rev. 81, 141, (1951).
- [105] *R. Hofstadter*, Phys. Rev. 74, 100, (1948).
- [106] *C. J. Taylor, W. K. Jentschke, M. E. Remley, F. S. Eby, P. G. Kruger*, Phys. Rev. 84, 1034, (1951).
- [107] *Keszthelyi L.*, KFKI Közlemények, 2, 176, (1954).
- [108] *W. Bernstein és A. W. Schardt*, Phys. Rev. 85, 919 (1952).
- [109] *J. Schenk és R. L. Heath*, Phys. Rev. 85, 924, (1952).
- [110] *G. T. Reynolds*, Nucleonics, 10, 40, (1952).
- [111] *G. T. Reynolds, F. B. Harrison és G. Salvini*, Phys. Rev. 78, 488, (1950).
- [112] *H. Kallmann*, Phys. Rev. 78, 621, (1950).
- [113] *H. Kallmann és M. Furst*, Phys. Rev. 79, 857, (1951).
- [114] *H. Kallmann és M. Furst*, Phys. Rev. 81, 853, (1951).
- [115] *M. Furst és H. Kallmann*, Phys. Rev. 85, 816, (1952).
- [116] *M. Ageno, H. Chiozetto és R. Querzotti*, Phys. Rev. 79, 720, (1950).
- [117] *S. H. Liebson és R. J. Farrar*, Phys. Rev. 79, 733, (1950).
- [118] *C. O. Muchause és G. E. Thomas*, Phys. Rev. 85, 926, (1952).
- [119] *W. A. Schurkliff és R. C. Jones*, Journ. Opt. Soc. Am. 39, 912, (1949).
- [120] *R. L. Shipp*. Rev. Sci. Instr. 23, 773, (1952).
- [121] *D. O. Goldwell és J. R. Armstrong*, Rev. Sci. Instr., 23, 508, (1952).
- [122] *W. L. Minarik és H. G. Drickamer*. Rev. Sci. Instr. 22, 704, (1951).
- [123] *Faragó P. és Pócsa J.*, Elektronfizika, Akadémiai Kiadó Budapest, 1954. 106. oldal.
- [124] *A. H. Morrish, G. M. Williams és G. K. Darby*, Rev. Sci. Instr. 21, 884, (1950).
- [125] *F. S. Johnson, K. Watanabe és R. Tevsey*, Journ. Opt. Soc. Am. 41, 702, (1951).
- [126] *M. Ter. Pogossian és W. B. Ittner*, Rev. Sci. Instr. 22, 646, (1951).
- [127] *H. J. West, W. E. Meyerhof és R. Hofstadter*, Phys. Rev. 81, 141, (1951).
- [128] *C. P. Haigh*, Nucleonics, 12, 34, (1954).
- [129] *S. C. Curran és W. R. Baker*, Rev. Sci. Instr., 19, 116, (1948).
- [130] *J. D. Graves és J. P. Dyson*, Rev. Sci. Instr., 20, 560, (1949).
- [131] *A. S. Goldin, E. R. Rohrer és R. L. Macklin*, Rev. Sci. Instr., 21, 554, (1950).
- [132] *M. Healea és C. Hovtermans*, Phys. Rev. 58, 608, (1940).
- [133] *J. A. Dare és W. H. Raven, M. I. T. Nucl. Sci. Engng. Lab. Rep. 6*, (1948).
- [134] *A. S. Eisenstein*, O. N. R. Quart. Rep. 15. Dec. 1948.
- [135] *R. C. Sangster, M. I. T. Tech. Rep. 1655* (1952).
- [136] *W. Bernstein és A. W. Schardt*, Bull. Am. Phys. Soc. 26, 15, (1951).
- [137] *W. Bernstein és A. W. Schardt*, Phys. Rev. 85, 919, (1952).
- [138] *J. Schenk*, Nucleonics, 10, 54, (1952).

- [139] *R. O. Moon*, Phys. Rev. 73, 1210, (1948).
- [140] *C. O. Muchlavse és G. E. Thomas*, Phys. Rev. 85, 926, (1952).
- [141] *W. G. Moulton és C. W. Scherwin*, Rev. Sci. Instr., 20, 766, (1949).
- [142] *H. B. Frey*, Rev. Sci. Instr., 21, 886, (1950).
- [143] *J. Broser, H. Kallmann és R. Warminsky*, Research, 2, 87, (1949).
- [144] *K. H. Sun és W. E. Shoupp*, Rev. Sci. Instr., 21, 395, (1950).
- [145] *J. C. Duckworth, A. W. Herrison és A. Whitteker*, Nature, 165, 69, (1950).
- [146] *S. A. E. Johanson*, Ark. Fys., 2, 171, (1950).
- [147] *S. A. E. Johanson*, Ark. Fys. 3, 533, (1951).
- [148] *L. F. Wouters*, Nucleonics, 10, 48, (1952).
- [149] *W. H. Jordan és P. R. Bell*, Nucleonics, 5, 30, (1949).
- [150] *S. A. E. Johanson*, Nature, 165, 396, (1950).
- [151] *D. E. Alburger*, Rev. Sci. Instr., 23, 765, (1953).
- [152] *R. Hofstadter és J. A. McIntyre*, Phys. Rev. 78, 619, (1950).
- [153] *S. A. E. Johanson*, Nature, 166, 794, (1950).
- [154] *S. A. E. Johanson*, Phil. Mag. 43, 249, (1952).
- [155] *B. H. Kettele*, Phys. Rev. 80, (1950).
- [156] *J. Brosner és H. Kallmann*, Ann. d. Physic, 3, 317, (1948).
- [157] *J. Brosner és H. Kallmann*, Ann. d. Phys., 4, 85, (1948).
- [158] *R. H. Lovberg*, Phys. Rev., 84, 852, (1951).
- [159] *R. Giles*, Proc. Harvell Nucl. Phys. Conf. Sept. 1950. 80. old.
- [160] *L. E. Beghian, R. A. Allen, J. M. Calvert és H. Halban*, Phys. Rev. 86, 1044, (1950).

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A FÉNY KIBOCSÁTÁSÁRA ÉS ÁTALAKULÁSÁRA VONATKOZÓ HEURISZTIKUS SZEMPONTRÓL*

A. EINSTEIN

A gázokról és egyéb ponderábilis testekről alkotott elméleti elgondolások, valamint az üres térben végbemenő elektromágneses folyamatok Maxwell elmélete között mélyreható formális különbség van. Amíg ugyanis egy test állapotát igen sok, de véges számú atom és elektron helyzetével és sebességével teljesen határozottnak tekintjük, addig a tér elektromágneses állapotának meghatározásához folytonos térfüggvényeket használunk, annak teljes meghatározásához tehát véges számú mennyiség nem elegendő. A Maxwell-elmélet szerint minden tisztán elektromágneses jelenségnél — tehát a fénynél is — az energia folytonos térfüggvénynek tekintendő, egy ponderábilis test energiáját viszont a fizikusok mai felfogása szerint az atomokra és elektronokra kiterjesztett összegként kell előállítani. Amíg egy ponderábilis test energiája nem eshet szét tetszőleges sok és tetszőleges kis részre, addig egy pontszerű fényforrás által sugárzott energia a Maxwell-elmélet szerint (vagy általánosabban minden undulációs elmélet szerint) folytonosan oszlik el egy állandóan növekvő térfogatban.

A folytonos térfüggvényekkel dolgozó undulációs fényelmélet tisztán optikai jelenségek leírására kiválóan alkalmasnak bizonyult és ezt nem is fogják soha más elméletek helyettesíteni. Nem szabad azonban szem elől téveszteni, hogy az optikai megfigyelések időbeli középértékekre és nem pillanatnyi értékekre vonatkoznak és annak ellenére, hogy a kísérletek teljesen igazolták az elhajlás, visszaverődés, törés, diszperzió, stb. elméletét, elképzelhető, hogy a folytonos térfüggvényekkel dolgozó fényelmélet a kísérletekkel ellentmondásba kerül, ha a fény kibocsátására és átalakulására alkalmazzuk.

Én azt hiszem, hogy a „fekete sugárzás“, fotolumineszcencia, katód-sugarak előállítása ultraibolya fénnel és más a fény átalakulásával kapcsolatos jelenségcsoport érthetőbbé válik, ha feltételezzük, hogy a fényenergia a térben diszkontinuusan oszlik el. E feltételezés szerint egy pontszerű fényforrásból kiinduló sugár terjedésekor az energia nem oszlik el folytonosan a nagyobbodó térfogatban, hanem véges számú, térpontban lokalizált energia-kvantumból áll. Ezek mozgásuk közben nem oszlanak szét és csak mint „egész“ emittálódnak és abszorbeálódnak.

* Megjelent Annalen der Physik 17, 132, 1905.

Annak reményében, hogy a tárgyalandó szempontok egyes kutatók vizsgálataiban hasznosnak bizonyulnak, a következőkben ismertetem a gondolatmenetet és azokat a tényeket, amelyek engem erre az útra vezettek.

1. §. A „fekete sugárzás” elméletére vonatkozó nehézségről

A következőkben a Maxwell-elmélet és elektronelmélet álláspontjára helyezkedünk és a következő esetet vesszük. Legyen egy teljesen visszaverő falaktól körülvett térben bizonyos számú gázmolekula és elektron, melyek szabadon mozoghatnak és egymásra konzervatív erőket fejtenek ki, akkor ha egymáshoz nagyon közel kerülnek, azaz mint a gázmolekulák a kinetikus gázelmélet szerint egymással ütközhetnek*. Továbbá legyen bizonyos számú elektron a tér egymástól elég távol lévő pontjaiban olyan erők által rögzítve, melyek ezen pontok felé irányulnak és a kitéréssel arányosak. Ezek az elektronok is legyenek konzervatív kölcsönhatásban a szabad molekulákkal és elektronokkal, ha azok elég közel jutnak hozzájuk. A térpontokban rögzített elektronokat nevezzük „rezonátorok”-nak; ezek meghatározott periódusú elektromágneses hullámokat bocsátanak ki és ugyanolyanokat abszorbeálnak.

A fény keletkezéséről alkotott jelenlegi elképzelésünk szerint a tekintett térben lévő sugárzásnak, amelyet a Maxwell-elmélet alapján a dinamikus egyensúly esetére nyerünk, azonosnak kell lennie a „fekete sugárzás”-sal, — legalábbis ha feltételezzük, hogy minden számbaveendő frekvenciájú rezonátor jelen van a térben.

Egyelőre a rezonátorok által kibocsátott és elnyelt sugárzástól eltekinünk és az iránt érdeklődünk, hogy mi a dinamikus egyensúly feltétele a molekulák és elektronok kölcsönhatásánál (ütközésénél). A kinetikus gázelmélet szerint az egyensúly feltétele az, hogy egy rezonátorelektron átlagos kinetikus energiája legyen egyenlő egy tovahaladó gázmolekula átlagos kinetikai energiájával. Ha felbontjuk a rezonátorelektron mozgását három egymásra merőleges rezgőmozgásra, akkor egy ilyen lineáris rezgőmozgás energiájának középértékére (\bar{E}) a következő kifejezést kapjuk:

$$\bar{E} = \frac{R}{N} T,$$

ahol R az abszolút gázállandó, N a grammegyenérték-súlynyi mennyiségben lévő „valódi molekulák” számát, T az abszolút hőmérsékletet jelenti. Ugyanis az \bar{E} energia a rezonátor kinetikai és potenciális energiája időbeli középértékének egyenlősége miatt $2/3$ -szor akkora, mint egy szabad, egyatomos gázmolekula kinetikai energiája. Ha valamilyen oknál fogva — esetünkben sugár-

* Ez a feltevés egyenértékű annak kikötésével, hogy a gázmolekulák és elektronok átlagos kinetikai energiája termikus egyensúly esetén egyenlő. Ezen utóbbi feltevés segítségével — mint ismeretes — Drude elméleti úton levezette a fémek hővezető képességének és elektromos vezetőképességének viszonyát.

zási folyamatok miatt — egy rezonátor energiájának időbeli középértéke \bar{E} -nél nagyobb, vagy kisebb lenne, akkor a szabad elektronokkal és molekulákkal való ütközések egy középértékben 0-tól különböző energialeadáshoz, illetve energiafelvételhez vezetnének. Az általunk tekintett esetben dinamikus egyensúly csak akkor lehetséges tehát, ha minden rezonátor \bar{E} átlagos energiával rendelkezik.

Hasonló megfontolást teszünk most a rezonátorok és a térben jelenlevő sugárzás kölcsönhatására vonatkozólag. Planck erre az esetre levezette a dinamikus egyensúly feltételét [1], annak feltevésével, hogy a sugárzás egy teljesen rendezetlen folyamatnak tekinthető* és azt találta:

$$\bar{E}_\nu = \frac{L^3}{8\pi\nu^2} \varrho_\nu$$

\bar{E}_ν itt egy ν frekvenciával bíró rezonátor közepes energiája rezgéskomponensként, L a fény terjedési sebessége, ν a frekvencia és $\varrho_\nu d\nu$ a sugárzás ama részének térfogategységre eső energiája, amely rezgésszáma a ν és $\nu + d\nu$ közé esik.

Ha a ν frekvenciájú sugárzási energia egészében sem nem növekszik, sem nem csökken, akkor érvényes:

$$\frac{R}{N} T = \bar{E} = \bar{E}_\nu = \frac{L^3}{8\pi\nu^2} \varrho_\nu,$$

$$\varrho_\nu = \frac{R}{N} \frac{8\pi\nu^2}{L^3} T.$$

Ez a dinamikus egyensúlyra feltételként kapott összefüggés nemcsak a tapasztalattal való megegyezést nélkülözi, hanem azt is kimondja, hogy esetünkben

* Ezt a feltevést következőképpen lehet megfogalmazni: Fourier-sorba fejtjük az illető tér egy tetszőleges pontjában az elektromos erő Z komponensét a $t=0$ és $t=T$ időhatárok között (ahol T minden számbajövő rezgésidőhöz képest nagy időt jelentsen)

$$Z = \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu \sin\left(2\pi\nu \frac{t}{T} + \alpha_\nu\right),$$

ahol $A_\nu \geq 0$ és $0 \leq \alpha_\nu \leq 2\pi$. Ha elképzelünk ugyanabban a térpontban tetszőleges kezdeti időket véve hasonló sorfejtéseket, akkor A_ν és α_ν mennyiségekre különböző értékrendszereket nyerünk. A_ν és α_ν különböző érték kombinációinak gyakoriságára a következő alakú (statisztikus) dW valószínűségek léteznek:

$$dW = f(A_1, A_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots) dA_1, dA_2, \dots, d\alpha_1, d\alpha_2, \dots$$

A sugárzást akkor nevezzük teljesen rendezetlennek, ha

$$f(A_1, A_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots) = F_1(A_1) F_2(A_2), \dots, f_1(\alpha_1) f_2(\alpha_2) \dots$$

azaz ha egy határozott A , illetve α érték valószínűsége az A , illetve α más értékeitől független. Minél jobb közelítéssel teljesül az a feltétel, hogy A_ν és α_ν egyes értékpárjai bizonyos rezonátorcsoportok emissziós és abszorpciós folyamataitól függenek, annál nagyobb közelítéssel tekinthetjük az általunk kiszemelt esetben a sugárzást egy „teljesen rendezetlen” sugárzásnak.

nem lehet szó (éter és anyag közötti) valamilyen energia eloszlásáról. Ugyanis minél szélesebbre választjuk a rezonátorok rezgésszám-tartományát, annál nagyobb lesz a tér sugárzási energiája és határesetben

$$\int_0^{\infty} \varrho_r dr = \frac{R}{N} \frac{8\pi}{L^3} T \int_0^{\infty} r^2 dr = \infty.$$

2. §. Az elemi kvantum Planck-féle meghatározása

A következőkben meg akarjuk mutatni, hogy az elemi kvantum Planck-tól származó meghatározása bizonyos mértékig független az ő „fekete sugárzás“-ra vonatkozó elméletétől.

Az összes eddigi tapasztalatoknak megfelelő Planck-formula [2] ϱ_r -re így szól:

$$\varrho_r = \frac{\alpha r^3}{\beta r e^{\frac{r}{T}} - 1}$$

ahol

$$\alpha = 6,10 \cdot 10^{-56}$$

$$\beta = 4,866 \cdot 10^{-11}$$

$\frac{T}{r}$ nagy értékeinél, azaz nagy hullámhosszaknál és nagy sugárzási sűrűségek-nél ez a formula határesetben a következőbe megy át:

$$\varrho_r = \frac{\alpha}{\beta} r^2 T.$$

Felismerhető, hogy ez a formula az 1. §-ban a Maxwell-elméletből és elektronelméletből levezetett formulával megegyezik. A két formula együtthatóinak összehasonlításából nyerjük:

$$\frac{R}{N} \frac{8\pi}{L^3} = \frac{\alpha}{\beta}$$

vagy

$$N = \frac{\beta}{\alpha} \frac{8\pi R}{L^3} = 6,17 \cdot 10^{23}$$

ez azt jelenti, hogy egy hidrogénatom $\frac{1}{N}$ gramm $= 1,62 \cdot 10^{-24}$ g. Ez pontosan a Planck által talált érték, mely erre a mennyiségre más úton nyert értékekkel kielégítően megegyezik.

Ezért arra a következtetésre jutottunk: minél nagyobb egy sugárzás energiasűrűsége és hullámhossza, annál használhatóbbak az általunk használt elméleti alapok; kis hullámhosszaknál és kis energiasűrűségek-nél azonban ezek teljesen csődöt mondanak.

A következőkben a „fekete sugárzás“-t a tapasztalati tényekhez kapcsolva kell tekintetbe venni anélkül, hogy a sugárzás előállításáról és kiterjedéséről valamilyen képünk volna.

3. §. A sugárzás entrópiájáról

A következő megfontolást *Wien* egy híres munkája tartalmazza s itt csak a teljesség kedvéért közöljük.

Tekintsünk egy v térfogatot, amelyet sugárzás tölt ki. Tegyük fel, hogy a kiszemelt sugárzás észlelhető tulajdonságai teljesen meghatározottak, ha a sugárzás sűrűsége $\varrho(v)$ minden frekvenciára adott*. Mivel a különböző frekvenciájú sugárzások munkavégzés és hőközlés nélkül egymástól szétválaszthatóknak tekinthetők, a sugárzás entrópiája a következő alakban állítható elő:

$$S = v \int_0^{\infty} \varphi(\varrho, v) dv,$$

ahol φ a ϱ és v változók függvénye. φ -t egyetlen változó függvényeként állíthatjuk elő annak a tételnek a megfogalmazásával, hogy egy sugárzás entrópiája nem változik, ha teljesen visszaverő falak közt adiabatikusan összenyomjuk. Ezzel azonban nem akarunk foglalkozni, hanem mindjárt megvizsgáljuk, hogyan lehet a függvényt a fekete testek sugárzási törvényéből előállítani.

A „fekete sugárzás“-nál ϱ olyan függvénye v -nek, hogy az entrópia adott energiánál maximális, azaz

$$\delta \int_0^{\infty} \varphi(\varrho, v) dv = 0,$$

ha

$$\delta \int_0^{\infty} \varrho dv = 0.$$

Ebből következik, hogy $\delta\varrho$ -nak, mint v függvényének bármely választásánál fennáll

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} - \lambda \right) \delta\varrho dv = 0,$$

ahol λ v -től független. Fekete sugárzásnál tehát $\partial\varphi/\partial\varrho$ v -től független. A térfogategységben lévő fekete sugárzás dT -vel való hőmérsékletnövekedésére érvényes a következő egyenlet:

$$dS = \int_{v=0}^{v=\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} d\varrho dv$$

* Ez egy önkényes feltevés. Természetszerűleg addig ragaszkodunk hozzá, míg a kísérlet arra nem kényszerít, hogy elhagyjuk.

vagy mivel $d\varphi/d\varrho$ ν -től független:

$$dS = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} dE.$$

Mivel a dE egyenlő a bevezetett hővel és a folyamat megfordítható, igaz a következő összefüggés is:

$$dS = \frac{1}{T} dE.$$

A kettő összehasonlításából kapjuk:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} = \frac{1}{T}.$$

Ez a fekete sugárzás törvénye. Tehát a φ függvényből meg lehet határozni a fekete sugárzás törvényét és fordítva, a fekete sugárzás törvényéből integrációval meg lehet határozni a φ függvényt, tekintetbe véve, hogy φ $\varrho = 0$ -nál eltűnik.

4. §. Monokromatikus sugárzás entrópiájára vonatkozó határtörvény kis sugárzási energiasűrűségek mellett

A fekete sugárzásra vonatkozó eddigi megfigyelésekből következik, hogy az eredetileg Wien által a fekete sugárzásra felállított törvény

$$\varrho = \alpha \nu^3 e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$$

nem érvényes teljesen. A kísérletek ν/T nagy értékeire azonban igazolták a törvény helyességét. Ezt a formulát számításainkban alapul vesszük, nem tévesztjük azonban szem elől, hogy eredményeink csak bizonyos határokon belül érvényesek.

Ebből a formulából adódik:

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta \nu} \lg \frac{\varrho}{\alpha \nu^3}.$$

Az előző pontokban talált összefüggés felhasználásával:

$$\varphi(\varrho, \nu) = -\frac{\varrho}{\beta \nu} \left\{ \lg \frac{\varrho}{\alpha \nu^3} - 1 \right\}$$

Legyen adva egy E energiával rendelkező sugárzás, melynek frekvenciája ν és $\nu + d\nu$ között van. A sugárzás térfogata legyen v . Ennek a sugárzásnak az entrópiája:

$$S = v \varphi(\varrho, \nu) d\nu = -\frac{E}{\beta \nu} \left\{ \lg \frac{E}{v \alpha \nu^3 d\nu} - 1 \right\}.$$

Ha az entrópiának a sugárzás által betöltött térfogattól való függésének vizs-

gálatára szorítkozunk és a sugárzás entrópiáját S_0 -al jelöljük v_0 térfogat esetén, akkor kapjuk:

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta v} \lg \left(\frac{v}{v_0} \right).$$

Ez az egyenlet azt mutatja, hogy egy elég kis sűrűségű monokromatikus sugárzás entrópiája ugyanolyan törvény szerint változik a térfogattal, mint egy ideális gáz vagy egy híg oldat entrópiája. A most talált összefüggést a következőkben interpretáljuk, alapul véve a Boltzmann által bevezetett alaptételt, mely szerint egy rendszer entrópiája állapota valószínűségének függvénye.

5. §. Gázok és híg oldatok entrópiájának térfogattól való függésének molekulaelméleti vizsgálata

Az entrópia molekulaelméleti számításánál gyakran olyan értelemben használják a „valószínűség” szót, mely nem fedi a valószínűségszámítás által megfogalmazott valószínűség definícióját. Különösen az „egyenlő valószínűségű esetek”-et állapítják meg hipotetikus úton olyan esetekben, melyekben a felhasznált elméleti elgondolások eléggé határozottak ahhoz, hogy hipotetikus megállapítás helyett levezetést adjanak. Külön munkában szeretném megmutatni, hogy termikus folyamatokra vonatkozó vizsgálatoknál teljesen elegendő az ún. „statisztikus valószínűség” és ezáltal szeretném azt a logikai nehézséget áthidalni, mely a Boltzmann-féle alapelv véghezvitelének még útjában áll. Itt azonban csak az alapelv általános megfogalmazását és egészen speciális esetekre való alkalmazását szeretném adni.

Ha egyáltalán van értelme egy rendszer állapotának valószínűségéről beszélni, továbbá, ha minden entrópiánövekedés egy valószínűbb állapotba való átmenetnek fogható fel, akkor egy rendszer S_1 entrópiája a pillanatnyi állapota valószínűségének W_1 függvénye. Ha két olyan rendszerünk van, melyek egymással nincsenek kölcsönhatásban, akkor

$$S_1 = \varphi_1(W_1),$$

$$S_2 = \varphi_2(W_2).$$

Ha a két rendszert egyetlen rendszernek fogjuk fel, melynek entrópiája S és valószínűsége W , akkor:

$$S = S_1 + S_2 = \varphi(W)$$

és

$$W = W_1 \cdot W_2.$$

Utóbbi összefüggés kimondja, hogy a két rendszer állapotai egymástól független események.

Ezekből az egyenletekből következik:

$$\varphi(W_1 \cdot W_2) = \varphi_1(W_1) + \varphi_2(W_2),$$

amiből végül

$$\varphi_1(W_1) = C \cdot \lg(W_1) + \text{konst.},$$

$$\varphi_2(W_2) = C \cdot \lg(W_2) + \text{konst.},$$

$$\varphi(W) = C \cdot \lg(W) + \text{konst.}$$

A C tehát egy univerzális állandó: értéke, mint a kinetikus gázelméletből következik, R/N , ahol R és N állandókat ugyanúgy kell értelmezni, mint fent. Ha S_0 a kiszemelt rendszer bizonyos kezdeti állapotához tartozó entrópiát jelenti és W jelenti egy S entrópiájú állapot relatív valószínűségét, akkor általánosságban kapjuk:

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \lg W.$$

Most a következő speciális esetet tárgyaljuk: Egy v_0 térfogatban legyen n számú mozgó pont (pl. molekulák), ezekre vonatkozzék meggondolásunk. Ezeken kívül lehet még a kiszemelt térben tetszőleges számú valamilyen mozgó pont. A törvényről, mely szerint a kiszemelt pontok a térben mozognak, semmi mást nem tételezünk fel, mint hogy erre a mozgásra vonatkozólag nincs kitüntetett térrész (kitüntetett irány). Továbbá a kiszemelt (először említett) pontok száma legyen oly kicsiny, hogy el lehessen tekinteni a pontok kölcsönhatásától.

A tekintett rendszerhez, mely pl. ideális gáz vagy híg oldat lehet, egy bizonyos S_0 entrópia tartozik. Képzeljük el a v_0 térfogat v nagyságú részét és az n számú mozgó pontot képzeljük ebbe a v térfogatba anélkül, hogy más változás a rendszeren történne. Ehhez az állapothoz nyilvánvalóan más (S) entrópiaérték tartozik. Mi most éppen az entrópia különbséget akarjuk meghatározni a Boltzmann-féle elv segítségével.

Azt kérdezzük: mekkora az utóbbi állapot valószínűsége az eredetihez viszonyítva? Vagy: mekkora annak valószínűsége, hogy egy véletlenül kiragadott időpillanatban az n számú adott v_0 térfogatban egymástól függetlenül mozgó pont (véletlenül) a v térfogatban legyen?

A valószínűségre, mely egy „statisztikus valószínűség“, nyilvánvalóan a következő értéket kapjuk:

$$W = \left(\frac{v}{v_0} \right)^n$$

A Boltzmann-féle alaptételt alkalmazva kapjuk:

$$S - S_0 = R \left(\frac{n}{N} \right) \lg \left(\frac{v}{v_0} \right).$$

Említésre méltó, hogy ennek az egyenletnek a levezetésénél, melyből a Boyle—Gay—Lusac törvény és az ozmózis nyomás termodinamikailag* könnyen levezethető, a molekulák mozgását meghatározó törvényről semmit se kell feltenni.

6. §. *A monokromatikus sugárzás entrópiájának a térfogattól való függését adó kifejezés interpretációja a Boltzmann-féle alaptétel alapján*

A 4. §-ban a monokromatikus sugárzás entrópiájának térfogattól való függésére a következő kifejezést találtuk:

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta v} \lg \left(\frac{v}{v_0} \right).$$

Ha ezt a formulát a következő alakban írjuk:

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \lg \left[\left(\frac{v}{v_0} \right)^{\frac{N}{R} \frac{E}{\beta v}} \right]$$

és összehasonlítjuk a Boltzmann-alaptételt kifejező általános formulával,

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \lg W,$$

akkor a következő eredményhez jutunk: Ha ν frekvenciájú, E energiájú monokromatikus sugárzás a v_0 (teljesen visszaverő falú) térfogatba van zárva, akkor annak valószínűsége, hogy tetszőlegesen kiválasztott időpillanatban az egész sugárzási energia a v_0 térfogat v -vel jelölt résztérfogatában van:

$$W = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{\frac{N}{R} \frac{E}{\beta \nu}}$$

Ebből tovább következtetve: Kis sűrűségű (a Wien-féle sugárzási formula érvényességi határán belül) monokromatikus sugárzás hőelméleti szempontból úgy viselkedik, mintha egymástól független $R\beta\nu/N$ nagyságú energiakvantumokból állna.

Össze akarjuk még hasonlítani a fekete sugárzás energiakvantumainak közepes nagyságát, ugyanazon hőmérsékleten vett molekula súlypontmozgásának közepes kinetikai energiájával. Utóbbi $\frac{3}{2}(R/N)T$, míg az energiakvantum közepes nagyságára a Wien-formula alapján kapjuk:

* Ha E a rendszer energiája, akkor:

$$-d(E - TS) = p dv = T dS = R \frac{n}{N} \frac{dv}{v};$$

tehát

$$pv = R \frac{n}{N} T.$$

$$\frac{\int_0^{\infty} \alpha \nu^3 e^{-\frac{\beta \nu}{T}} d\nu}{\int_0^{\infty} \frac{N}{R\beta \nu} \alpha \nu^3 e^{-\frac{\beta \nu}{T}} d\nu} = 3 \frac{R}{N} T.$$

Ha tehát a monokromatikus sugárzás (elégg kis sűrűségű) az entrópia térfogati függését illetően úgy viselkedik, mint egy discontinuus közeg, mely $R\beta \nu/N$ nagyságú energiakvantumokból áll, akkor közelítő annak megvizsgálása, hogy a fény emissziójára és átalakulására vonatkozó törvények úgy foghatók-e fel, mintha a fény ilyen energiakvantumokból állna. Ezzel a kérdéssel szeretnénk a következőkben foglalkozni.

7. §. A Stokes-szabályról

Alakítsunk át monokromatikus fényt fotolumineszcencia segítségével más frekvenciájú fénné és az előzőleg elért eredményeink szerint tételezzük fel, hogy mind az előállító, mind az előállított fény $(R/N)\beta \nu$ nagyságú energiakvantumokból áll, ahol ν az illető frekvenciát jelenti. Az átalakulási folyamatot a következőképpen kell értelmezni: Minden ν_1 frekvenciájú gerjesztő energiakvantum abszorbeálódik és — legalábbis a kvantumok kis eloszlási sűrűsége mellett — egyedüli okát képezi egy ν_2 frekvenciájú energiakvantum létrejöttének; lehet, hogy a gerjesztő kvantum abszorbeálásánál egyidejűleg ν_3, ν_4 , stb. frekvenciájú fénykvantumok, esetleg másfajta energia is (pl. hő) keletkezik. Hogy milyen közbeeső folyamatok adják ezt a végeredményt, az mindegy. Ha a fotolumineszkáló közeg nem tekinthető állandó energiaforrásnak, akkor az energiamegmaradás tétele szerint egy keltett energiakvantum energiája nem lehet nagyobb, mint a gerjesztő kvantumé. Érvényesnek kell lenni tehát:

$$\frac{R}{N} \beta \nu_2 \leq \frac{R}{N} \beta \nu_1$$

vagy

$$\nu_2 \leq \nu_1.$$

Ez az ismert Stokes-féle szabály:

Különösen kiemelendő, hogy a gyengébb megvilágításnál az előállított fény mennyiségnek felfogásunk szerint arányosnak kell lenni a gerjesztő fényvel, mivel minden gerjesztő energiakvantum azonos körülmények között egy fentebb tárgyalt elemi folyamatot hoz létre függetlenül a többi gerjesztő energiakvantumtól. A gerjesztő fényintenzitásnak nincs egy olyan alsó határa, mely alatt a fény képtelen volna gerjesztőleg hatni.

A Stokes-féle szabálytól eltérések a jelenségek itt tárgyalt felfogása szerint a következő esetekben képzelhetők el:

1. Ha az átalakulásban résztvevő kvantumok száma térfogategységenként oly nagy, hogy az előállított fény egy energiakvantuma energiáját több gerjesztő kvantumtól nyerheti.

2. Ha a gerjesztő (vagy gerjesztett) fénynek nincsenek olyan energetikai adottságai, mellyel egy fekete sugárzásnak a Wien-törvény érvényességi tartományában rendelkeznie kell, pl. a gerjesztő fényt oly magas hőmérsékletű test állítja elő, hogy a számításba jövő hullámhosszra a Wien-törvény már nem érvényes.

Utóbbi lehetőség különösen figyelemre méltó. A kifejezett felfogás szerint ugyanis nincs kizárva, hogy egy „nem Wien-féle sugárzás” kis sűrűségek mellett is energia szempontjából másképp viselkedik, mint egy fekete sugárzás a Wien-törvény érvényességi határán belül.

8. §. Katódsugarak szilárd testek megvilágítása által történő előállításáról

Az a szokásos felfogás, hogy a fény energiája folytonosan oszlik el a térben, a fényelektromos jelenségek magyarázatánál rendkívüli nehézségekbe ütközik. Ezek *Lenard* egyik úttörő munkájában találhatók [3].

Azon felfogás szerint, hogy a gerjesztő fény $(R/N)\beta\nu$ nagyságú energia-kvantumokból áll, a katódsugarak megvilágítás által való létrejöttét a következőképpen értelmezhetjük: A test felületi rétegébe az energiakvantumok behatolnak és ezek energiája — legalábbis részben — elektronok kinetikai energiájává alakul át. Legegyszerűbb elképzelés, hogy egy fénykvantum teljes energiáját egyetlen elektronnak adja át. Fel akarjuk tételezni, hogy ez megtörténik, azonban nem zárjuk ki azt a lehetőséget, hogy az elektronok csak részben veszik át a fénykvantumok energiáját. A test belsejében kinetikai energiával rendelkező elektron energiájának egy részét elveszti, ha eléri a felületet. Ezenkívül fel kell tennünk, hogy minden elektronnak (a testre jellemző) P munkát kell végezni, midőn a testet elhagyja. Legnagyobb normálismenti sebességgel a felület közvetlen közelében erre merőlegesen gerjesztett elektronok lépnek ki. Ilyen elektronok kinetikai energiája

$$\frac{R}{N}\beta\nu - P.$$

Ha a test pozitív π potenciálra van töltve és null potenciálú vezetővel van körülvéve, továbbá ha π éppen meg tudja akadályozni a test töltésvesztését, akkor érvényes a következő összefüggés:

$$\pi\varepsilon = \frac{R}{N}\beta\nu - P$$

ahol ε az elektronok töltését jelenti; vagy

$$\pi E = R\beta\nu - P',$$

ahol E grammekvivalens súlynyi mennyiségű egyértékű ion töltését és P' ezen negatív töltés potenciálját jelenti a testre vonatkoztatva.*

Ha E helyébe $9,6 \cdot 10^3$ -t helyettesítünk, akkor $\pi \cdot 10^{-8}$ az a potenciál voltokban kifejezve, amelyre a test besugárzásnál vákumban feltöltődik.

Annak megállapítása végett, hogy a levezetett összefüggés a tapasztalattal nagyságrendileg megegyező eredményt ad, helyettesítsük be $P' = 0$, $\nu = 1,03 \cdot 10^{15}$ (a napspektrum ultraibolya határának megfelelően) és $\beta = 4,866 \cdot 10^{-11}$ értékeket. Azt kapjuk, hogy $\pi \cdot 10^7 = 4,3$ volt. Ez az eredmény nagyságrendileg megegyezik *Lenard* adataival [4].

Ha a levezetett formula helyes, akkor π -t a gerjesztő fény frekvenciájának függvényeként derékszögű koordinátákban ábrázolva egy egyenest kell kapni, melynek hajlásszöge a vizsgált anyag természetétől független.

Elképzelésünk — amennyire látom — nem áll ellentétben a *Lenard* által vizsgált fényelektromos hatás tulajdonságaival. Ha a gerjesztő fény minden energiakvantuma függetlenül az összes többtől, energiáját elektronoknak adja, akkor az elektronok sebességeloszlása, azaz az előállított katódsugár minősége független lesz a gerjesztő fény intenzitásától; másrészt a testet elhagyó elektronok száma a gerjesztő fény intenzitásával hasonló körülmények között arányos lesz [5].

Az említett törvényszerűségek valószínű érvényességi határaitól olyan megjegyzéseket lehetne tenni, mint amilyenek a Stokes-szabálytól való valószínű eltérésekre vonatkoznak.

Az eddigiekben feltettük, hogy a gerjesztő fény energiakvantumai — legalábbis azoknak egy része — teljes energiájukat egyetlen elektronnak adják át. Ha mellőzzük ezt a kézenfekvő feltevést, akkor fenti egyenletünk a következőbe megy át:

$$\pi \cdot E + P' \leq R\beta\nu.$$

A katódlumineszcenciára, mely a tárgyalt folyamatnak inverze, hasonló megfontolások alapján felírható:

$$\pi E + P' \geq R\beta\nu.$$

A *Lenard* által megvizsgált anyagoknál πE jelentősen nagyobb, mint $R\beta\nu$, mivel az a feszültség, melyen a katódsugaraknak át kell haladni, hogy látható fényt tudjanak előállítani, egyes esetekben néhány száz, más esetekben néhány ezer volt [6]. Fel kell tehát tételezni, hogy egyetlen elektron kinetikai energiája sok fénykvantum előállítására szolgál.

* Ha feltesszük, hogy az elektronnak egy semleges molekulából fény által történő kiszabadításánál bizonyos munkavégzés szükséges, akkor nem kell változtatni a levezetett összefüggésen, csak P' -t két tag összegének kell felfogni.

9. §. Gázok ultraibolya fénnel történő ionizációjáról

Fel kell tételeznünk, hogy egy gáz ultraibolya fénnel történő ionizálásánál minden egyes gázmolekula ionizálásához egy absorbeált energiakvantum szükséges. Ebből következik, hogy egy molekula ionizációs munkája (azaz az ionizáláshoz elméletileg szükséges munka) nem lehet nagyobb, mint az absorbeált hatásos fényenergia kvantum. Jelöljük a grammekvivalensre vonatkozó ionizációs munkát (elméleti) J -vel, akkor fenn kell állni:

$$R\beta\nu \geq J.$$

Lenard mérései szerint azonban a legnagyobb hatásos hullámhossz levegőre kb. $1,9 \cdot 10^{-5}$ cm, tehát

$$R\beta\nu = 6,4 \cdot 10^{12} \text{ Erg} \geq J.$$

Az ionizációs munkára egy felső határt a ritkított gázokban mért ionizációs feszültségekből nyerhetünk. Stark [7] szerint a legkisebb mért ionizációs feszültség (platinaanódokon) levegőre kb. 10 volt*. Ebből J felső határára $9,6 \cdot 10^{12}$ adódik, mely az előzőhöz igen közel esik. Egy másik következtetés is adódik, amelynek kísérleti vizsgálata azt hiszem igen nagy fontosságú. Ha minden absorbeált kvantum egy molekulát ionizál, akkor az absorbeált fény mennyiség L és az általa ionizált gázmolekulák száma j között a következő összefüggésnek kell fennállni:

$$j = \frac{L}{R\beta\nu}.$$

Ha elképzelésünk a valóságnak megfelel, akkor ennek az összefüggésnek minden olyan gázra érvényesnek kell lenni, mely (az illető frekvencián) nem mutat számottevő ionizációtól nem kísért abszorpciót.

Bern, 1905. március 17.

Fordította: *Voszka Rudolf*

IRODALOM

- [1] *M. Planck*, Ann. d. Phys. 1. 99. o. 1900.
- [2] *M. Planck*, Ann. d. Phys. 4. 561. o. 1901.
- [3] *P. Lenard*, Ann. d. Phys. 8. 169. és 170. o. 1902.
- [4] *P. Lenard*, Ann. d. Phys. 8. 165. és 184. o. I. tábl. 2. ábra.
- [5] *P. Lenard*, Ann. d. Phys. 8. 150. és 166—168. old.
- [6] *P. Lenard*, Ann. d. Phys. 12. 469. o. 1903.
- [7] *T. Stark* Elektromosság gázokban 57. o. Leipzig 1902.

* A gáz belsejében az ionizációs feszültség negatív ionokra mintegy ötször nagyobb.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Műszaki felelős: Tóth Ferenc

A kézirat beérkezett: 1954. VIII. 22. — Példányszám: 1000 — Terjedelem: 11¹/₂ (A/5 iv) 83 ábra + 1 melléklet

Csongrádmegyei Nyomdaipari Vállalat, Szeged, 54-4971

Felelős vezető: Vincze György

Ára : 10.— Ft.

Előfizetés kötetenként 42.— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

| | Oldal |
|---|-------|
| <i>Bardócz Árpád és Vorsatz Brunó</i> : Termikus tisztítóberendezés szinképtiszta szenek előállításához | 355 |

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

Ötödik nap. 1953 augusztus 28, péntek

| | |
|---|-----|
| <i>Gyulai Zoltán</i> : Adalékok a kristálynövekedés mechanizmusához | 371 |
| <i>M. Trlifaj</i> : Sugárzás nélküli átmenetek az <i>F</i> -centrumokban | 393 |
| <i>Pál Lénárd</i> : Ferromágneses anyagok energia-anizotrópiájának kvantumelméletéről | 397 |
| <i>R. Kaisev</i> : Adalékok a kristálygőcképződéshez és kristálynövekedéshez | 407 |
| <i>Tarján Imre</i> : Újabb vizsgálatok röntgensugárral színezett NaCl kristályokon | 419 |
| Hozzászólások. | 435 |

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

| | |
|--|-----|
| <i>Náray Zsolt</i> : Elemi részek számlálása elektronsokszorozóval. II. rész | 443 |
|--|-----|

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

| | |
|---|-----|
| <i>A. Einstein</i> : A fény kibocsátására és átalakulására vonatkozó heurisztikus szempontokról | 475 |
|---|-----|

307.226
V. 2. 1. 6.

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

II. KÖTET

6. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1954

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat iv terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII. Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra“ Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejték ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítik.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írnak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölik. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettő sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írnak.

7. A szövegek közti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelölik. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

KRISTÁLYFÚRÉSZ*

GÉMESI JÓZSEF és PÓCZA JENŐ

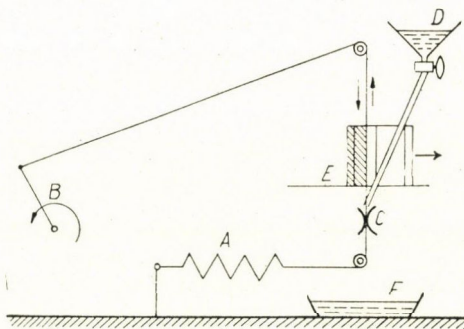
E. L. T. E. Mat-Fiz-Kém. Kar, Fizikai Intézet, Budapest

Különböző természetes és mesterséges kristályok technikai alkalmazásához meghatározott méretű és irányú metszetek szükségesek. Természetes kristályok korlátozott számban állanak rendelkezésünkre, mesterséges kristályok készítése pedig hosszú hónapok gondos munkájának eredménye. Legtöbb kristály rugalmas, dielektromos, piezoelektromos sajátságai mechanikai behatásra és a hőmérséklet ingadozásakor megváltoznak. Ezek a változások a minőséget és a felhasználás lehetőségét károsan befolyásolhatják. A kristálytechnológia egyik fontos feladata a gazdaságos és helyes kristályvágás.

Mechanikailag ellenálló és kemény kristályoknál, mint például a kvarcnál, jól bevált és közismert eljárás a forgó korongra szerelt gyémánttal történő vágás. Kisebb keménységű, mechanikailag nem ellenálló kristályoknál több, kevesebb sikerrel forgó papír- vagy celluloidkoronggal próbálkoztak. Ez az eljárás azonban elsősorban a túlzott felmelegedés következtében nem kielégítő. Akkumulátorból izzított dróttal végzett vágások a kristály felületének minőségét szintén károsan befolyásolhatják. Nem gazdaságos Oulitzky javaslata sem [1], amely szerint minden egyes példányból vágás nélkül, gondos csiszolással egyetlen lemezt kell készíteni.

Igen hasznos Hinz [2] ötlete, e szerint kiváló minőségű metszetek állíthatók elő a felület helyi feloldásával. Káliumnátriumtartarát vágására használt készülékének elrendezése az 1. ábrán látható. Az *A* rugóval kifeszített lenfonalat *B* csukló fűrészszerűen mozgatja. *C*-nél a *D* edényéből csepegő víz nedvesíti a fonalat. Az *E* asztalkára erősített kristály az asztalkával együtt a nyíllal jelzett irányban mozog. A lecsepegő vizet az *F* tartály gyűjti össze. Kivitelezési szempontból is egyszerű berendezésének nagy hibája, hogy sem a fonal kellő nedvesítését, sem a pontos irányvágást nem biztosítja. A szál káros oldalmozgásából eredő pontatlanság is elég nagy.

A vágási eljárás egyes részletei Busch, David és Staub [3. 4. 5.] cikkében is megtalálhatók.

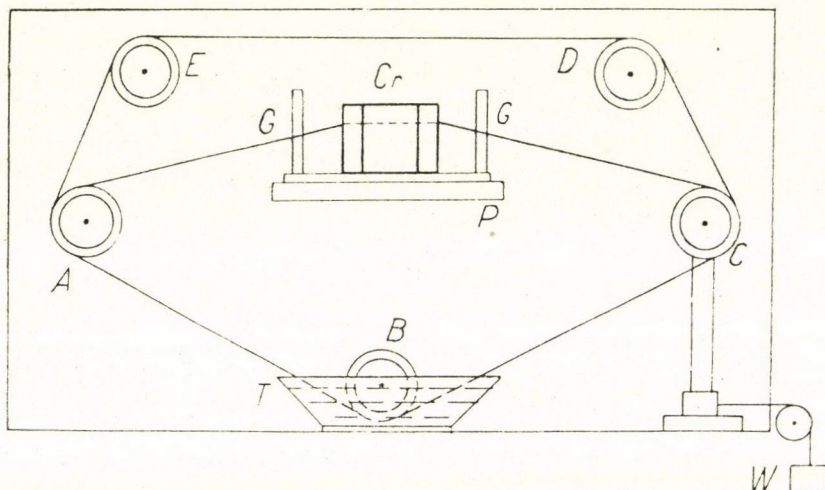


1. ábra.

* Érkezett 1954. ápr. 27.



A kristályvágás minősége és kivitelezése szempontjából nagy haladást jelent Cady [6] kristályfűrészje. Elrendezését a 2. ábra mutatja. *ABC* orsórendszeren erős végtelenített lenfonal fut végig. Végtelenítést úgy végzik, hogy a fonalrostokat külön-külön kötik össze és ezzel kerülnek el a végek összeillesztési helyén keletkező nagy csomókat. Az egyes orsókon négy vájat van, így egyszerre négy szelet vágható. Kevesebb számú szelet vágása esetén a használaton kívül álló fonalat a *DE* orsók tartják. Ezek réztengelyre húzott üvegszővek. Az *A* forgató orsót kis motor hajtja. A fonal sebessége 15 cm/sec.



2. ábra.

Az *AC* távolság kb. 40 cm. A *C* orsó az állványán lévő vájatban elmozdulhat és így *W* súllyal a kristályra gyakorolt nyomás szabályozható. Az alsó *B* orsó a *T* tálkában lévő vízbe ér. A tálka tetején (ez a rajzon nem látható) posztóval borított faléc fekszik és letörli a fonalról a fölösleges vizet. A kristály a berendezés hátlapjára szerelt *P* rézasztalkán áll, befogására szabályozható fogók szolgálnak. A szál vezérlését a *GG* rézpálcák végzik. A kristályt a lecseppenő folyadéktól úgy óvják meg, hogy felszerelés előtt vízhatlan anyaggal borítják be. Egy 5,5 cm² területű kristálylemez vágása körülbelül 1 óra 30 percre tart.

A *Bell System* laboratóriumában szintén végtelenített fonallal végzik a kristályvágást [7]. A tisztán kivitelezési változtatások mellett a Cady-berendezés annyiban módosult, hogy vágás közben a kristálytartó asztal mozog.

A Cady-kristályvágó sok előnye ellenére sem kifogástalan. A tálka tetejére helyezett posztóval borított lécs a felesleges víz eltávolítását nem végzi el tökéletesen, az irány betartásánál is vannak nehézségek. A szerző szerint ott, ahol kristály belsejében a keménység megváltozik, a szál könnyen oldalra csúszik. A kristályt borító vízhatlan réteg a vágási felületeknél nem zárhat

tökéletesen, a fonal mentén a kristályt a kellőnél több nedvesség érheti és a levágott metszetek szélei feloldódhatnak. A vágófonal kihasználása sem kielégítő. Az alig 4 m hosszú végtelenített lenfonalnak kb. 1/10-ed része állandóan az oldószerben van és ugyanaz a fonalrész minden 6 secumban újra a nedvesítő táliba kerül.

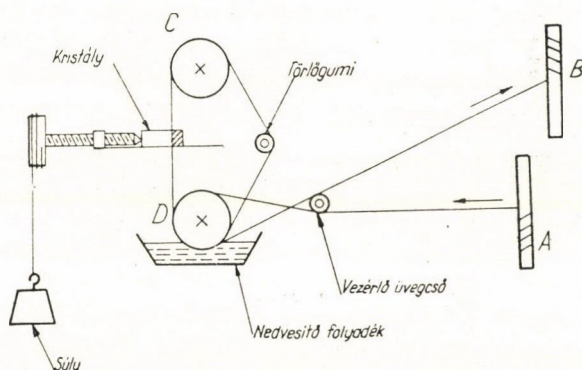
A kristályvágás következő kérdéseinek megoldása nem látszott megnyugtatónak:

1. a pontos és szabályozható irányvágás;

2. a végtelenített fonal összeillesztési helyén elkerülhetetlen néhány tizedmilliméteres vastagodás, aminek következtében vágás közben a vékonyabb metszetek könnyen megrepedtek és így a törési veszteség nagy volt;

3. a fonal kihasználása nem gazdaságos. A nagy sebesség mellett a néhány méter hosszú fonal rövid idő alatt tönkremegy, emiatt gyakran kell cserélni.

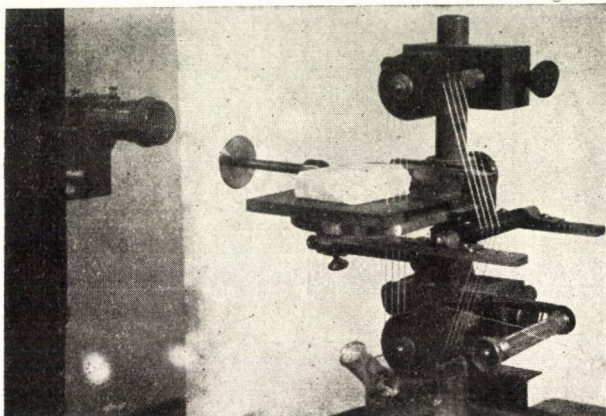
A jelzett hátrányok kiküszöbölésére az Eötvös Lóránd Tudományegyetem Fizikai Intézetében piezoelektromos kristályok vágására a 3. ábrán elvi elrendezésében látható kristályfűrész készült.



3. ábra.

A motorral hajtott A orsóról többszáz méter hosszú, 0,5 mm vastag horgolócérna (Horgony 20) CD tárcsákon keresztül B orsóra jut. A használt tárcsák átmérője 4 cm, tárcsatávolság kb. 20 cm. A nedvesítést a D orsó alatti tálkába helyezett folyadék végzi. A tálba oldalnyíláson keresztül beállított hőmérővel a folyadék hőmérséklete ellenőrizhető. A fonal sebessége 4–5 cm/sec. A két tárcsa között lévő keménygumihenger a szálról a felesleges oldószert letörli. A tökéletes letörést a gumihenger kerületén vágott 0,3 mm szélességű, 1 mm mélységű vágatok biztosítják. A hengerről lecsöpönő víz egy kis tálkával felfogható. A C és D tárcsákon a fonal a kívánt metszetreteknél megfelelő távolságban lévő vágatokban fekszik. A vágást a C tárcsáról lefelé haladó fonal végzi. A berendezéssel elvileg egyszerre tetszőleges számú és méretű metszet vágható. A metszetek számát a kristály méretei és minősége szabja meg. A kristályt síneken csúszó és elforgatható sárgarézt asztalka tartja. A rögzítés ragasztással történik. Jól bevált az orvosi gyakorlatban használt leukoplaszt pántokkal történő rögzítés. A vágófonal iránytartását az asztalkában a tárcsák méretének megfelelően kivágott nyílások biztosítják. A tárcsák és az asztalka fedőlapja a vágási méreteknél megfelelően

lően cserélhető. Az asztalkát 1 mm menetemelkedésű tolócsavar viszi előre. A csavar végére szerelt koronggal az előretolás sebessége szabályozható. A helyes vágási sebesség kristályonként más és más. Piezoelektromos tartarát-kristályoknál a káros felmelegedés miatt nem haladhatja meg a 0,5 mm/min-ot. A vágófonalak irányának beállítására szolgálnak az állványcsavarok. A beállítás és irányellenőrzés katetométer állványára szerelt távcsővel történik. A mű-



4. ábra.

ködő kristályfűrész első laboratóriumi kivitelezésében a 4. ábrán látható. A vágófonal a gyakorlatban erős igénybevétel esetén is legalább százszorosán felülmúlja a rövid végtelenített fonal élettartamát. Ez üzemi használat esetén jelentős megtakarítást jelenthet. Mint-hogy az orsók forgási iránya a motor átkapcsolásával megfordítható, két motorral megtakarítható az orsók cserélésére fordított idő is.

A törölőhenger a nedvesítő folyadék kellő adagolását biztosítja és nincs szükség a kéteseredményű nedvességvédő bevonat alkalmazására. Az asztalkába vágott nyílásokkal és a tolócsavar sebességének szabályozásával az előre megszabott irány még akkor is pontosan tartható, ha a kristály belsejének keménysége helyenként változik.

A berendezés a TÁKI kutatómunka keretében készült. Sikeresen alkalmaztuk nem piezoelektromos kristályok (többek között antracén) vágására is.

Gróma Gézáné egy. tanársegéd, kutatótársunk, a helyes vágás egyes mozzanatainak kikísérletezését, Kutvölgyi Kálmán műszerész a berendezés kivitelezését végezte.

IRODALOM

- [1] Oulitzky József Rádiótechnika 200—202 1951. szept.
- [2] Hinz. H. Zs. Ph. III, 617—632, 1939.
- [3] Busch G. Helv. Ph. Ac. 11, 269—298, 1938.
- [4] David R. Helv. Ph. Ac. 8, 431—484, 1935.
- [5] Staub H. Phys. Zs. 34, 292—296, 1923.
- [6] Cady G. W. Piezoelectricity 524—525, 1946.
- [7] Mason P. W. Piezoelectric crystals and their application to ultrasonic 162, 1950.

ALKALIHALOGENID KRISTÁLYFOSZFOROK ELŐÁLLÍTÁSA SZCINTILLÁCIÓS SZÁMLÁLÓK CÉLJAIRA*

TARJÁN IMRE és TURCHÁNYI GYÖRGY

Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

Kb. 3 cm átmérőjű NaJ (Tl) és KJ (Tl) kristályok készültek szcintillációs számlálók részére tégelysüllyesztéses és részben Kyropoulos módszerrel. A használt tégelyalak más kristályok növesztésénél is sikerrel alkalmazható. A beszámoló a növesztési eljárás ismertetésén kívül bizonyos megfigyeléseket is tartalmaz a tallium beépülésére és a lumineszkáló képességre vonatkozólag.

Bevezetés. A szcintillációs számlálóberendezéseket az utóbbi években a magkutató legkülönbözőbb területein használják korpuszkulák és kvantumok számlálására, valamint analizisre. A γ -sugarakkal szemben mutatott nagyobb érzékenyséjük és általában nagyobb feloldóképességük a Geiger—Müller számlálóberendezésekkel szemben előnyt jelent [1].

Fizikus kollégáink kérésére intézetünkben több szervetlen és szerves kristályfoszfort állítottak elő, amelyek szcintillációs számlálóokban felhasználhatók. Jelen beszámolónk talliummal aktivált NaJ és KJ előállításáról és a közben szerzett tapasztalatokról szól.

A berendezés és növesztési eljárás. Halogenid foszforoknak olvadékból** való előállításával több külföldi közlemény foglalkozik, amelyek főleg a tégelysüllyesztés és a Kyropoulos eljárást alkalmazták [2]. Növesztési kísérleteinket főleg a tégelysüllyesztés eljárással végeztük, a kristályosítandó anyagot leforasztott, előzőleg evakuált kvarccsőbe helyezve. Ezt az eljárást több körülmény indokolja:

1. NaJ és KJ — különösképpen a NaJ — szobahőmérséklet környezetében erősen higroszkopos, magasabb hőmérsékleten pedig bomlékony.

2. A tallium tartalmú vegyületek magasabb hőmérsékleten erősen párolognak és gőzeik az egészségre ártalmasak.***

3. A Kyropoulos-módszer itt igen sokszor többkristályképződéshez vezet.

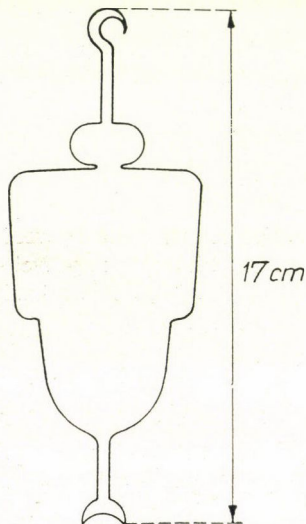
A kályha kétrészes, hengeres, felül zárt. Belső méretek: hossz $20 + 10$ cm, átmérője 5,6 cm. A kályhák elektromos fűtését úgy szabályoztuk, hogy a hőmérsékletgradiens az olvadásponthoz tartozó hőmérséklet környezetében és

* Érkezett 1954. V. 10.

** NaJ olvadáspontja kb. 651°C , KJ-é pedig kb. 700°C .

*** Pl. a talliumjodid tenziója 663°C -on 100 Hgmm, 763°C -on 400 Hgmm, 823°C -on pedig 760 Hgmm.

ez alatt $10\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ -nél nagyobb ne legyen. A kristályanyagot tartalmazó kvarctégely kb. 1 mm átmérőjű kantalhuzalon függött. A kályha tetején lévő nyílást azbesztpelhellyel tömitették, amely nem akadályozta meg a felfüggesztő szál mozgását. A szál felső vége vékony fonálban folytatódott, amelyet egy óramű tengelyére csavartunk. Az óramű tengelyének átmérője változtatható volt és így a tekét különböző sebességgel lehetett súlylyeszteni. A kályhák hőmérsékletét termoelemes hőmérsékletszabályozóval $\pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ -os hőmérséklet-ingadozáson belül tartottuk.

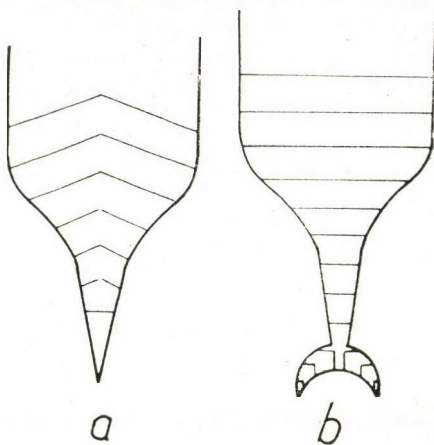


1. ábra.

Az egykristályok előállítására alkalmas kvarcteke.

Pro analízis tisztaságú anyagokból indultunk ki, amelyeket további tisztítás céljából megolvasztottunk, majd vizes oldatból átkristályosítottunk. Az így kapott anyagot kb. $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra való felmelegítéssel víztelenítettük. A talliumot kb. 1 súlyszázalék TIJ alakjában adtuk az alapanyaghoz. Az így elkészített keverék került a kristályosító kvarctekébe, amelynek méreteit és alakját az 1. ábra mutatja. A megtöltött kvarctekét kb. $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on 10^{-3} Hgmm-re leszívtuk és szívás alatt leforrasztottuk. A csőbe annyi porkeveréket helyeztünk, hogy az olvadék a cső kiszélesedéséig érjen. A cső leeresztésekor a fagyás a cső alsó végén indul el. Az elindulás legtöbbször polikristályos, de a különböző orientációjú kristályok közül a kapilláris általában csak egyet enged tovább és így biztosítható, hogy a csőben csak egyetlen egykristály nőjön tovább. Úgy látszik, hogy a cső alsó végének kiképzése az elinduló kristály orientációja szempontjából nem közömbös. A 2. ábra kétféle kiképzés esetén mutatja az első magkristályok gyakran előforduló orientációját és a növekvő kristályban a hasadási felületek elhelyezkedését. A kristályok felhasználása szempontjából előnyösebb a 2b. ábrában feltüntetett kiképzés, mert így a kész kristályból szükség esetén nagyobb darab hasítható.

Sok problémát okozott a kész kristály lehűtésekor bekövetkezett repedések, törések elkerülése. Bármily gondosan hűtöttük le szobahőmérsékletre a kristályt, vagy a kristály, vagy a



2. ábra.

A kristályosítási teke alsó végének kiképzése. Az ábrán jeleztük a kristály leggyakoribb elhelyezkedését.

kvarccső, esetleg mindkettő összerpedt. (3. ábra). A hibát úgy kerültük el, hogy a kristályosodás befejeztével, amikor még a kristály csak kb. 30 C°-al volt az olvadáspont alatt, a kályhát megfordítottuk és a tekét alsó végén felakasztva újból addig melegítettük, amíg a kristály széle meg nem olvadt. A falról leolvadt kristályt a szélesebb részbe ejtettük, ahol feszülés nélkül hűlhetett le. A lehülés kezdetén ajánlatos rázogatni a tekét, hogy a kristály ne fagyjon esetleg ismét a falhoz. A megolvadt rész a kb. 1 cm átmérőjű gömbalakú toldalékba folyt.

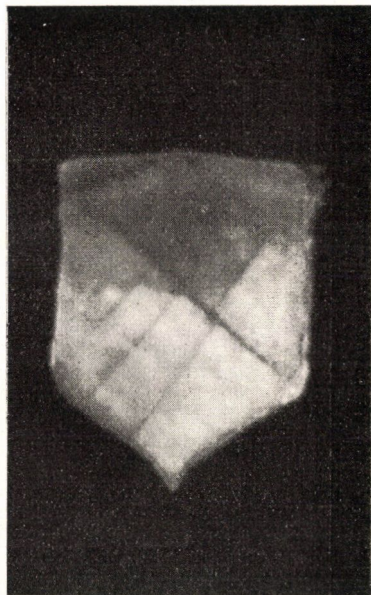
Növesztés közben időnként a tekét ívlámpával alulról átvilágítottuk és így a kályha alatt elhelyezett tükörben a kristály milyensége ellenőrizhető volt. 1 mm/óra leeresztési sebesség kedvezőnek bizonyult. A kész kristályok lehűtése 1—2 napig tartott.

A tekéből kivett NaJ kristályokat parafinolajban tároltuk, amelybe célszerű előzőleg melegen NaJ port szórni. A kristályok polírozása hasonló módon történt, mint az optikai célokra készült alkalihalogenid kristályoké.

A 4. ábra kb. 3 cm átmérőjű, 2—3 cm vastag NaJ (Tl) ill. KJ (Tl) kristályokat mutat.

Megfigyelések és megjegyzések. A különböző körülmények között növesztett kristályok lumineszcencia-képessége különböző. Kvantitatív összehasonlításra egyelőre nem volt alkalmunk, érdemes azonban megemlíteni néhány kvalitatív megfigyelést.*

A nagyobb sebességgel növesztett kristályok jobban lumineszkálnak, mint az egyébként azonos körülmények között lassabban növesztett kristályok. Ez összhangban van azzal az általános tapasztalattal, hogy lassúbb növekedéskor tökéletesebb kristályok növekednek, gyorsabb növekedésnél viszont nagyobb valószínűséggel épülnek be idegen elemek (jelen esetben tallium ionok) a rácsba. A nagyobb növesztési sebességnek azonban határt szab a kristály felhősödése és zárványok képződése. Az ilyen felhők a kristályokban a lumineszcencia-fényt erősen szórják, ezért szcintillációs számlálóknak nem dolgoznak jó hatásokkal. NaJ és KJ kristályok növesztését — különösképpen az előbbiét — különben is nagy gonddal kell végezni, mert úgy látszik, nem tartoznak a jól kristályosodó anyagok közé és inkább hajlamosak felhősö-

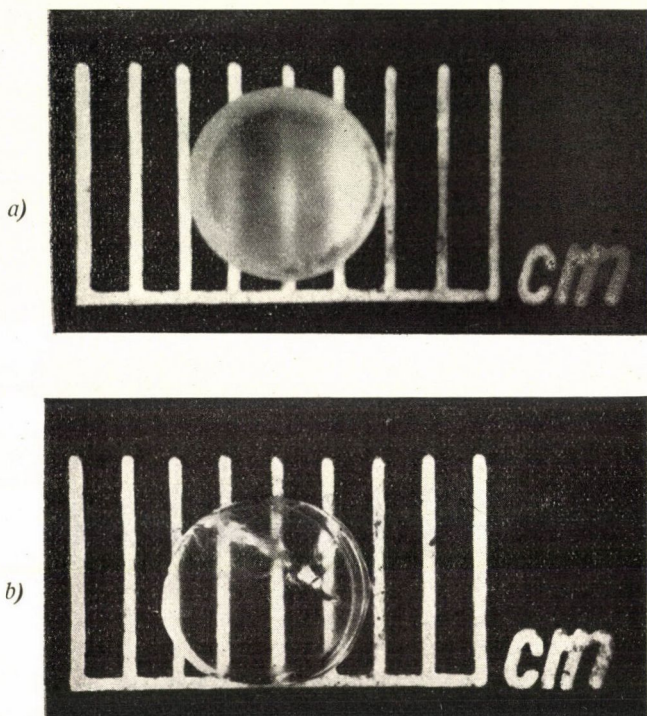


3. ábra.

Egy hosszirányban kettérepedt kristály a tekében. Az ábrán jól láthatók a kristály hasadási felületei (lásd 2a. ábra).

* A lumineszkálásra vonatkozó összehasonlító vizsgálatokat RCA 931-es multiplierrel Keszthelyi Lajos végezte, amiért ezúton is köszönetünket fejezzük ki.

désre, mint más alkali-halogenidek, mint pl. NaCl, KCl. Ennek oka lehetséges, hogy könnyen bomló természetükben van; bomláskor újabb és újabb „szennyeződések” termelődnek, amelyek a szabályos növekedést gátolják. Idegen szennyeződések kerülhetnek továbbá az olvadékba a kvarccső faláról is, amit



4. ábra. *a* — Egy nem teljesen polírozott, tégelysüllyesztés módszerével növesztett NaJ (Tl) kristály. A felvételen látható perem a teke kúpos aljától származik; *b* — Kyropoulos módszerrel növesztett KJ (Tl) kristály. A kristályon maratással és óvatos berepesztéssel előállított vonalak mutatják, hogy nem egykristály

jól észrevehető módon oldanak. Tallium jelenlétében pedig lehet gondolni a Na- és K-ionokhoz képest nagyméretű tallium-ionok szerepére is.

A lumineszkáló képességet a fázishatárnál lévő hőmérsékletgradiens is befolyásolja, pl. kb. $30^\circ\text{C}/\text{cm}$ esetben növesztett kristály lumineszkáló képessége kb. kétszer nagyobb volt, mint a kb. $8^\circ\text{C}/\text{cm}$ gradienssel növesztett kristályé. A nagyobb hőmérsékletgradiens egyes szerzők véleménye szerint tökéletesebb növekedést eredményez [3], azt vártuk volna tehát, hogy nagyobb gradienstől kapunk gyengébben lumineszkáló kristályt. Ennek ellenkezőjét tapasztaltuk. Az ok esetleg abban kereshető, hogy a beépült talliummennyiség és a lumineszkáló képesség között nincs egyszerű összefüggés. E körülmé-

* Na^+ radiusa kb. 1 \AA , K^+ -é kb. $1,3 \text{ \AA}$, Tl^+ -é kb. $1,5 \text{ \AA}$.

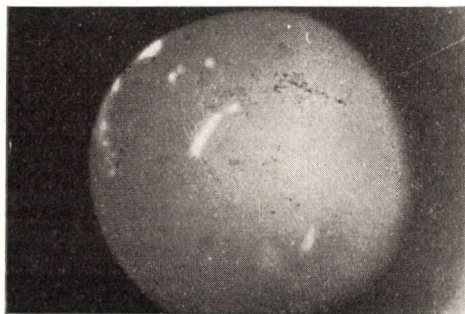
nyek nem tisztázottak még, de valószínűnek látszik, hogy nagyobb koncentrációjú beépülésnél nem minden beépült tallium képez lumineszcenciacentrumot. Nagyobb hőmérséklet-gradiensnél lehetséges, hogy kevesebb tallium épül be, de lumineszkálás szempontjából kedvezőbb helyzetben.

A tégelysüllyesztéssel növesztett kristályokban a lumineszkálási képesség általában alulról fölfelé haladva nő. Minthogy a tégelysüllyesztésnél a növekedés sebessége és a gradiens is mindvégig közel állandónak tekinthető, a lumineszkáló képesség növekedése a felső rétegekben valószínűleg a TIJ fokozatos bekonzentrálódásával van kapcsolatban. Itt szeretnénk megjegyezni, hogy 1%-nál nagyobb mennyiségű TIJ hozzákeverése a kiindulási anyaghoz szükségtelen. Ennek a mennyiségnek is csupán tört része épül be és a beépült mennyiséget, valamint a keletkezett centrumok lumineszkálási képességet a növesztés körülményei befolyásolják, amelyekről fentebb volt szó.

A Kyropoulos-módszerrel növesztett kristályaink a lumineszkáló képesség szempontjából közel homogének voltak. A Kyropoulos módszerrel a beépülést módosító körülmények a növekedés alatt változnak.

A TIJ a NaJ olvadáspontján erősen párolog, ami az oldat koncentrációját a növesztés tartama alatt befolyásolja. A növekedés sebessége kezdetben lassúbb, később gyorsabb, a hőmérsékletgradiens pedig kezdetben nagyobb, később a növesztés céljából fokozatosan csökkenteni kell. A beépülést és a lumineszkáló képességet különböző módon befolyásoló tényezők egyaránt fellépnek, elképzelhető tehát, hogy a lumineszkálás szempontjából a kristály közel homogén marad.

A tégelysüllyesztéssel növesztett egyes kristályoknál megfigyelhető, hogy a lumineszkálási képesség bizonyos helyeken megnövekszik [4]. Kialakulásukkal kapcsolatban a növesztés körülményeiben beálló helyi változásokra lehet gondolni, amit pl. hibás növekedés esetén a részleges visszaolvasztás, a növekedést gátló szennyeződések inhomogén eloszlása, stb. eredményezhet. A szennyeződések beépülésével kapcsolatban hasonló inhomogenitásokat pl. a dendrites növekedéseknél tapasztaltak [5]. A szennyeződések réteges beépülését *Kuznyecov* is említi [6].



5. ábra.

Egy polírozatlan NaJ (TI) kristály saját fényében felvéve, orto filmen, 5 perces expozícióval, 2 millicurie sugárzásnak kitéve.

A felvételeket *Hudák Lászlóné* kartársnőnk készítette.

IRODALOM

- [1] *Birks*: Scintillation Counters. 1953.
D. Blanc, J. F. Detreuf, P. Maignan: Részecskék detektálása szcintillációnál.
J. W. Coltmann: A szcintillációs számláló.
- [2] *Hofstaedter*: Phys. Rev. 74, 103. 1948.
W. Franzen, R. W. Pelle és R. Sherr: Phys. Rev. 79, 742. 1950.
R. B. Owen: Journal Scientific Instruments 28, 1951.
Az olvadékból történő növesztési eljárásokkal kapcsolatban lásd még:
Tarján I., Turchányi Gy., Voszka R.: Magy. Fiz. Folyóirat 2, 1. 1954.
- [3] *D. C. Stockbarger*, Faraday Society, Crystal Growth 299. o. 1949.
- [4] *Keszthelyi Lajos*: K. F. K. I. Közlemények 1, 82, 1953.
- [5] *Buckley*: Crystal Growth 486. o. 1952.
- [6] *В. Д. Кузнецов*: Кристаллы и кристаллизация 174. old. 1953.

KOHERENS FÉNYNYALÁBOKBAN HALADÓ FOTONOK KOINCIDENCIÁI*

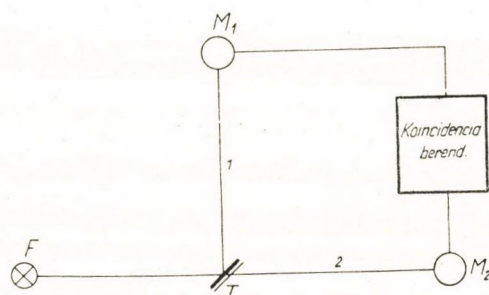
ÁDÁM ANDRÁS, JÁNOSSY LAJOS és VARGA PÉTER

Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Osztálya, Budapest

I.

1. §. Bevezetés

Vizsgálatunk célkitűzése megállapítani: vajjon koherens sugárnyalábokban haladó fotonok függetlenek-e. A kvantumelmélet kimondja, hogy ilyen fotonok a következő értelemben függetlenek egymástól: Ha egy fénysugarat egy részben áteresztő, részben visszaverő tükörrre ejtünk, a fénysugár egy visszavert és egy áteresztett sugárra bomlik, a két sugárnyalábot fotonszámlálókra ejtve, egyszerre csakis az egyik, vagy a másik fotonszámláló fog megszólalni. Az az elrendezés, amellyel ezt az állítást meg fogjuk vizsgálni a következő: (1. ábra)



1. ábra. A koincidenzia kísérlet sematikus elrendezése.

F fényforrásból a fény T részben áteresztő, részben visszaverő tükörrre esik. A tükörről visszavert 1 fénysugár M_1 fotoelektron sokszorozóra, az áteresztett 2 fénysugár M_2 fotoelektron sokszorozóra esik. Megfelelő koincidenzia berendezéssel észleljük a két sokszorozó koincidenenciáit.

A fotonkoincidenzia kísérletnek a kvantummechanika, illetve a hullám-részecske problémájával való kapcsolatát részletesen Jánossy [1] tárgyalta. Ugyanebben a cikkben a szerző rámutat a kérdés kísérleti vizsgálatának fontosságára.

* Érkezett 1954. VIII. 17.

2. §. Véletlen koincidenciák és a koincidencia felbontóképesség megválasztása

A fenti elrendezésben akkor is kapunk koincidenenciákat, ha a koherens fénysugarak nem okoznak szisztematikus koincidenenciákat. Ugyanis ha két lökés bizonyos τ időn belül érkezik (τ a koincidencia berendezés felbontóképessége), a berendezés megszólal, véletlen koincidenenciák jönnek létre.

Kísérletünknek azt kell megvizsgálnia, hogy koherens fénysugarakkal való megvilágításnál fellép-e a két elektronsokszorozó között több koincidencia, mint véletlen koincidencia.

Elsősorban azt kell megállapítanunk, hogy a sokszorozó kicsiny megszólalási valószínűsége ellenére lehetséges-e a szisztematikus és véletlen koincidenenciák között fellépő különbséget biztosan kimutatni.

Ha a sokszorozó megszólalási valószínűsége p , az átlagos fényintenzitás n foton/sec és a sötétáram-megszólalások száma másodpercenként N_s , akkor

$$N = pn + N_s \quad (1)$$

lesz a sokszorozó anódján másodpercenként megjelenő impulzusok száma. Méréseinknél a sokszorozót cseppfolyós levegő hőmérsékletére hűtöttük le. Így elértük azt, hogy a sötétáram-impulzusok száma a fénytől származó beütésekhez képest elhanyagolható volt. Ekkor $N = pn$. A véletlen koincidenenciák átlagos számát t ideig tartó mérésnél, mint ismeretes

$$K_r = 2N^2\tau t \quad (2)$$

képlet adja meg, ahol τ a koincidencia berendezés felbontóképessége. (Az egyszerűség kedvéért feltettük, hogy mindkét multiplier megszólalási valószínűsége, valamint az intenzitások egyenlők. A számítás ugyanígy megy akkor is, ha különböző megszólalási valószínűségeket, illetve különböző intenzitásokat veszünk figyelembe.)

Az összes észlelt koincidencia egyenlő a véletlen koincidenenciák száma plusz a szisztematikus koincidenenciák száma. A szisztematikus koincidenenciák számának meghatározásánál különbséget kell tenni a között, hogy egy foton azért nem szólaltatja meg mindkét elektronsokszorozót, mert az egyik elektronsokszorozóban véletlenül nem következik be elektronemisszió (annak a valószínűsége, hogy mindkét elektronsokszorozóban emisszió következzen be p^2) és a között, hogy a foton egyáltalán képtelen megszólaltatni mindkét elektronsokszorozót, mert kizárólag az egyik nyaláb mentén halad.

Ha feltesszük, hogy a fotonoknak ε -od része, vagyis εn foton képes szisztematikus koincidenenciát létrehozni, a szisztematikus koincidenenciák száma: $\varepsilon p^2 nt$. Az összes koincidencia pedig:

$$K = K_r + \varepsilon p^2 nt = 2N^2\tau t + \varepsilon p N t \quad (3)$$

Ha a fotonoknak nagy része szisztematikus koincidenenciát hozna létre, vagyis ha $\varepsilon \approx 1$ volna, viszonylag rövid mérési idő alatt meg lehetne állapítani, hogy vannak-e szisztematikus koincidenenciák. A koincidenenciaszámok közötti eltérést

szignifikánsnak mondhatjuk, ha

$$K > K_v + 3\Delta K_v \quad (4)$$

(ahol ΔK_v a véletlen koincidenciaszám hibája). Ugyanis a háromszoros hibánál nagyobb fluktuációk előfordulásának valószínűsége elhanyagolhatóan kicsi. Ha a (4) kifejezésbe behelyettesítjük a Poisson eloszlás alapján várt hibát: $(\Delta K_v)^2 = K_v$, megkapjuk, hogy mennyi ideig kell mérni.

$$\varepsilon p N t > 3\sqrt{2N^2\tau t}$$

és

$$t > \frac{18}{\varepsilon^2 p^2} \tau \quad (5)$$

Egy szokásos koincidencia kapcsolásnál könnyen el lehet érni a felbontóképességre $\tau = 2.10^{-6}$ sec értéket. Ha ezt az értéket, valamint $p = 3.10^{-3}$ [2] és $\varepsilon = 1$ -et behelyettesítjük az (5)-be, akkor $t > 4$ sec kapunk.

Az előbbiekből látható, hogy ha a fotonok nagyrésze szisztematikus koincidenciát hozna létre, néhány másodperces méréssel ki lehetne ezt mutatni.

Ha a fotonoknak csak kis része ad szisztematikus koincidenciát, vagyis ha $\varepsilon \ll 1$, akkor a szisztematikus koincidenciák előfordulásának a megállapításához viszonylag hosszú ideig kell mérni. Kérdés, hogy reális mérési idő alatt milyen megállapításokat lehet tenni. Ezt ε hibája szabja meg. (3)-ból

$$\varepsilon = \frac{K - K_v}{p N t} \quad (6)$$

és

$$\Delta \varepsilon = \pm \frac{1}{p N t} \Delta(K - K_v) = \pm \frac{\sqrt{2K_v}}{p N t} = \pm \frac{2}{p} \sqrt{\frac{\tau}{T}} \quad (7)$$

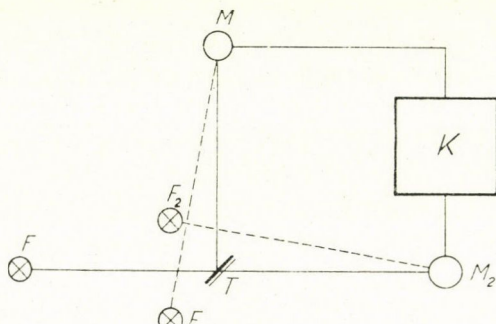
A fenti kifejezés levezetésénél a Poisson-eloszlás alapján a hibákat az átlagok gyökével helyettesítettük és $\varepsilon \ll 1$ miatt $K \approx K_v$ -t helyettesítettünk. Ha (7) kifejezésbe behelyettesítjük az előbbi értékeket és $t = 5$ órát, $\Delta \varepsilon = \pm 7.10^{-3}$ -t kapunk, vagyis 5 óra méréssel megállapítható lesz, ha a fotonoknak több mint 2%-a szisztematikus koincidenciát hoz létre.

Látható, hogy a sokszorozó viszonylag kis megszólalási valószínűsége mellett is egy szokásos koincidencia berendezéssel ($\tau \approx 2.10^{-6}$ sec) meg lehet állapítani, hogy van-e több koincidencia mint véletlen koincidencia, illetve, hogy vannak-e szisztematikus koincidenciák.

3. §. A mérés módszere

Azért, hogy eldönthessük fellépnek-e szisztematikus koincidenciák, a véletlen koincidenciák számát pontosan kell ismerni. A mérést úgy célszerű végezni, hogy a véletlen koincidenciákat közvetlenül mérjük. Ha a sokszoro-

zókát két külön fényforrással világítjuk meg, biztos, hogy csak véletlen koincidenciák lesznek. Célzerű koherens és inkoherens megvilágítással felváltva mérni és a koincidenciaszámokat közvetlenül összehasonlítani. (Lásd 2. ábra. F illetve F_1 , F_2 felváltva ég.)

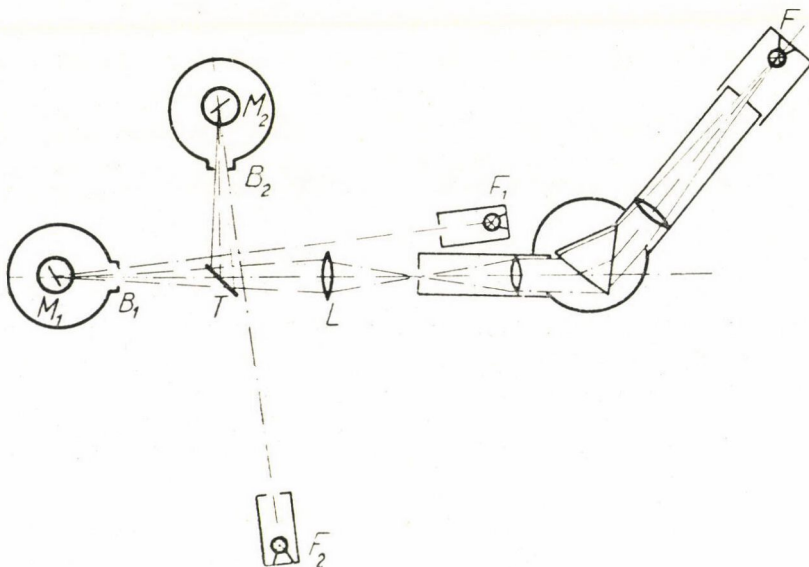


2. ábra. Elrendezés szisztematikus és véletlen koincidenciák mérésére.

II.

4. §. Az optikai elrendezés

A kísérletnél használt optikai elrendezés a 3. ábrán látható.



3. ábra. Az optikai elrendezés.

Az F fényforrás spektrumából prizmás monokromátorral 5000 \AA körüli sávot választottunk ki. A kilépő fényt L lencsén keresztül T tükör az M_1 , M_2

elektronsokszorozókra juttatja el. Az F_1 és F_2 fényforrásokból a fény közvetlenül a T tükör mellett megy M_1 , illetve M_2 -re. A sokszorozók előtt a hűtőedény házán B_1 és B_2 6 mm átmérőjű nyílások voltak. A fényforrások Kz-12-12 típusú glimm lámpák voltak. A méréseket 13000—130000 foton/sec intenzitáson végeztük. Az intenzitásnak a lecsökkentésre erre az értékre nem okozott nehézségeket, mivel a) a spektrumból csak egy keskeny sávot használtunk ki és így a primér intenzitás is kicsi volt; b) a monokromátorba belépő és kilépő fényt leblendéztük. A fényintenzitás finom szabályozását a glimmek áramának változtatásával értük el.

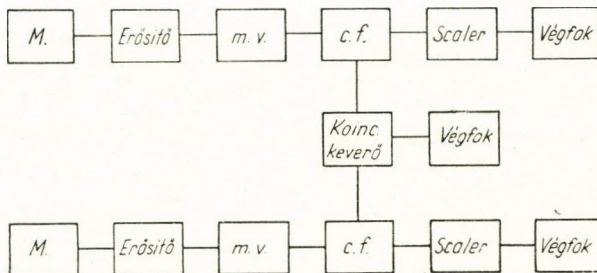
Az optikai berendezés beállításánál ügyelni kellett arra, hogy a fény a T tükör után teljesen az elektronsokszorozók fotokatódjaira jusson. Ellenkező esetben a fény egy része nem hozhatna létre koincideneciákat. Ugyanakkor a használt kis fényintenzitás és a hűtő konstrukciója miatt vizuális módon nem győződhettünk meg a helyes beállításról. Ezért a beállítást a következőképpen végeztük: F fényforrást kicseréltük egy nagyintenzitású fényforrásra. A monokromátor kilépő blendéjét leképeztük a B blendék közepére. Ez a beállítás vizuális megfigyeléssel történt. Ezután visszaállítva az eredeti fényforrást, a multiplier mozgatásával kikerestük azt a helyzetet, amelyben a berendezés a legtöbbet számolt. A multipliert, illetve az egész hűtőedényt mozgatni lehetett függőlegesen, haránt és a B blende körüli vízszintes síkban forgatni lehetett.

Az F_1, F_2 fényforrások helyzetével és leképezésével nem kellett törődni, mivel ezeknek csak az a szerepük, hogy a két elektronsokszorozót egymástól függetlenül bizonyos gyakorisággal megszólaltassák.

A T tükör áteresztő, illetve reflexióképességét mikrolumen-mérővel határoztuk meg. A tükör a fény 40%-át áteresztí, 60%-át visszaveri.

5. §. A számlálóberendezés

A számlálóberendezés [2] illetve [3]-ban ismertetett fotonszámláló berendezésekből és egy koincidenciarészből állott. Az M_1 , illetve M_2 sokszorozó felerősített jeleit egyrészt megszámoltuk, másrészt a jelek koincidenciakeverésre kerültek.



4. ábra. A koincidenca berendezés blokkisméja.

A koincidencajeleket számláló végfok számolta meg. Maga a koincidenca keverő egy pentóda volt, amelynek a vezérlő- és segédrácsára csatoltuk a két oldalról jövő jeleket.

6. §. Ellenőrző mérések

A berendezés elektroncsöves részét a [2] illetőleg a [3]-ban leírt módszerekkel alaposan ellenőriztük. Külön figyelmet fordítottunk a koincidenca fokozat ellenőrzésére, hogy nem maradnak-e ki koincidenciák, illetőleg nem lépnek-e fel téves koincidenciák. A berendezést külső zavarok ellen biztosítottuk, de téves koincidenciák felléphetnek úgy is, ha a berendezés egyik oldala sokszorozó impulzusra megszólal, és a felerősített jel megindítja az igen érzékeny másik oldalt. Az erre vonatkozó ellenőrzéshez az elektroncsöves berendezést teljesen bekapcsoltuk, az egyik oldalon az elektronsokszorozócső is működött, a másik oldalon a sokszorozó osztóláncának áramkörét egy nagy kondenzátorral megszakítottuk. Így erre az oldalra mindenféle zavaró impulzus eljuthatott, téves koincidenciák létrejöhetnek.

Téves koincidenciák fellépését sikerült teljesen kiküszöbölnünk.

A két oldalt úgy állítottuk be, hogy azonos fényintenzitásról a számlálás kb. azonos legyen.

Fontos ellenőrző mérés volt annak a megállapítása, hogy a véletlen koincidenciákból, valamint az egyes oldalakon mért beütésszámokból a (2) képlet alapján kiszámolt felbontóképesség és a közvetlenül mért felbontóképesség megegyezik-e. Az utóbbit úgy mértük meg, hogy a koincidenca keverőre ugyanarról a sokszorozóról csatoltunk jeleket, csak hogy az egyik jelet késleltető vonallal késleltettük. Megfelelő hosszú késleltetés után nem szabad koincidenciának fellépnie. Az így kapott felbontóképesség $\tau = (2,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$ sec-nak adódott. $0,2 \cdot 10^{-6}$ sec az átmeneti tartomány. Ez az érték jól megegyezik a véletlen koincidenciákból kiszámolt értékkel.

III.

7. §. A mérések

A mérésnél úgy jártunk el, hogy két percenként felváltva mértünk koherens és inkohereus világitással. Mérésenként leolvastuk mindkét sokszorozó megszólalásait (N_1 és N_2) és a koincidenciákat. A mérés folyamán fellépett a beütésszám ingadozása. A gyakorlatban 10–50 két-két perces leolvasást sikerült állandó beütésszám mellett elvégezni. A beütésszám megváltozása nem volt nagymértékű, de mégis nehézkes lett volna minden ilyen megváltozás után visszaállítani az eredeti beütésszámokat. Célszerű volt a mérést az inten-

zítás megváltozásai ellenére folytatni és a kiértékelést úgy végezni, hogy az összehasonlítás a koherens és inkoherens megvilágításnál mért adatok között a beütésszám megváltozásától független legyen.

8. §. A kiértékelés módszere

Azért, hogy a kiértékelést az intenzitás megváltoztatásától függetlenné tegyünk, célszerű a kiértékelés alapjául a τ felbontóképességet választani. Ugyanis inkoherens fénnel való megvilágításnál csak véletlen koincidenciák vannak [(2) képlet]. Itt τ a berendezés állandója és az intenzitástól független. A koincidenciaszámot koherens megvilágításnál is felírhatjuk olyan alakban mint a (2) képlet.

$$K = 2N^2 \tau^{(k)} t \quad (8)$$

(2) és (8)-ból

$$\tau^{(k)} = \tau + \frac{\varepsilon p}{2N} \quad (9)$$

(9)-ből látható, hogy ha vannak szisztematikus koincidenciák, akkor $\tau^{(k)} > \tau$ függetlenül attól, hogy a mérés folyamán az intenzitás állandó-e.

Az adatok numerikus kiértékelése a következőképpen történt: Külön értékeltünk ki minden méréssorozatot, amelyen belül az intenzitás állandó volt, illetve csak a megengedett statisztikus fluktuáció lépett fel. Az egyes méréssorozatokból kapott eredményeket azután összesítettük. Egy méréssorozatnál a következőképpen jártunk el: az egyes két perces mérésekből mind koherens, mind inkoherens megvilágítással kapott beütésszámokból kiszámoltuk a felbontóképességet $\tau^{(i)}$, illetve koherens megvilágításnál a látszólagos felbontóképességet $\tau^{(k)}$. (A továbbiakban (i) index az inkoherens, a (k) index a koherens fénnel végzett mérések adataira vonatkozik.)

$$\tau_{\nu}^{(k)} = \frac{K_{\nu}^{(k)} T}{2N_{1,\nu}^{(k)} N_{2,\nu}^{(k)}} \text{ és } \tau_{\nu}^{(i)} = \frac{K_{\nu}^{(i)} T}{2N_{1,\nu}^{(i)} N_{2,\nu}^{(i)}}. \quad (10)$$

(A ν index az egyes kétperces mérési eredményeket különbözteti meg, $T = 120$ sec.) Természetesen

$$\tau^{(i)} = \tau \quad (11)$$

a valódi felbontóképesség.

Az egyes méréssorozatoknak az átlagértékét képeztük, vagyis

$$\bar{\tau}^{(k)} = \frac{\tau_1^{(k)} + \tau_2^{(k)} + \dots + \tau_m^{(k)}}{m} \quad (12)$$

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}^{(i)} = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_m}{m}$$

ahol m a mérések száma egy sorozaton belül. Továbbá képeztük az átlagok

hibáit:

$$\Delta \bar{\tau}^{(k)} = \left[\frac{(\tau_1^{(k)} - \bar{\tau}_2^{(k)})^2 + (\tau_2^{(k)} - \bar{\tau}_1^{(k)})^2 + \dots}{m(m-1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$\Delta \bar{\tau} = \left[\frac{(\tau_1 - \bar{\tau})^2 + (\tau_2 - \bar{\tau})^2 + \dots}{m(m-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Amennyiben a

$$\bar{\tau}^{(k)} - \bar{\tau} < 3[(\Delta \bar{\tau}^{(k)})^2 + (\Delta \bar{\tau})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

tehát a $\bar{\tau}^{(k)}$ eltérése a $\bar{\tau}$ felbontóképességtől nem szignifikáns, nincsenek szisztematikus koincidenciák, illetve legfeljebb annyi, amennyi a mérés hibájával összefér.

Annak az ellenőrzésére, hogy a méréssorozaton belül a fluktuációk valóban csak statisztikus fluktuációk voltak, a méréssorozatokban kiszámolt átl-

I. TÁBLÁZAT

$T = 120$ sec.

(Scaler leosztás) = 256

Koherens

Inkoherens

| Sor-sz. | N_1/l | N_2/l | K | $10^3 \tau_r$ | $10^{10} (\Delta \tau_r)^2$ | N_1/l | N_2/l | K | $10^3 \tau_r$ | $10^{10} (\tau \Delta \tau_r^2)$ |
|----------|-------------------------|-------------------------|--------------------|---------------------------------|---|-------------------------|-------------------------|--------------------|---------------------------------|---|
| 1 | 183 | 173 | 84 | 2429 | 00324 | 187 | 182 | 93 | 2502 | 31360 |
| 2 | 179 | 174 | 96 | 2822 | 11289 | 185 | 183 | 99 | 2677 | 01254 |
| 3 | 183 | 178 | 94 | 2642 | 02433 | 186 | 185 | 107 | 2847 | 07952 |
| 4 | 181 | 181 | 96 | 2683 | 03880 | 187 | 186 | 88 | 2316 | 06200 |
| 5 | 179 | 180 | 85 | 2415 | 00504 | 185 | 185 | 101 | 2702 | 01876 |
| 6 | 178 | 181 | 93 | 2643 | 02464 | 188 | 185 | 84 | 2211 | 12532 |
| 7 | 185 | 181 | 103 | 2816 | 10890 | 189 | 186 | 114 | 2969 | 16322 |
| 8 | 178 | 183 | 90 | 2529 | 00184 | 186 | 184 | 92 | 2461 | 01082 |
| 9 | 176 | 183 | 92 | 2615 | 01664 | 188 | 187 | 77 | 2005 | 31360 |
| 10 | 180 | 186 | 74 | 2024 | 21344 | 191 | 189 | 119 | 3018 | 20521 |
| 11 | 180 | 177 | 91 | 2615 | 01664 | 187 | 184 | 91 | 2421 | 02074 |
| 12 | 177 | 176 | 81 | 2381 | 01102 | 185 | 179 | 110 | 3041 | 22658 |
| 13 | 176 | 181 | 90 | 2587 | 01020 | 185 | 183 | 102 | 2758 | 03725 |
| 14 | 175 | 177 | 73 | 2158 | 10758 | 194 | 183 | 80 | 2063 | 25200 |
| 15 | 180 | 181 | 65 | 1827 | 43428 | 189 | 182 | 89 | 2369 | 03842 |
| 16 | 176 | 179 | 89 | 2586 | 01000 | 184 | 184 | 99 | 2677 | 01254 |
| Σ | 2866 | 2871 | 1396 | 39772 | 113948 | 2996 | 2947 | 1545 | 41037 | 189212 |
| | \bar{N}_1/l 179,13 | \bar{N}_2/l 179,44 | \bar{K} 87,25 | $\bar{\tau}$ 2,486 μ sec | $\Delta \bar{\tau}$ $\pm 0,069$ μ sec | \bar{N}_1/l 187,25 | \bar{N}_2/l 184,19 | \bar{K} 96,56 | $\bar{\tau}$ 2,565 μ sec | $\Delta \bar{\tau}$ $\pm 0,088$ μ sec |
| | | | | $\bar{\tau}$ 2,485 μ sec | $\Delta \bar{\tau}$ $\pm 0,065$ μ sec | | | | $\bar{\tau}$ 2,563 μ sec | $\Delta \bar{\tau}$ $\pm 0,062$ μ sec |

I. Táblázat. Példa egy méréssorozat kiértékelésére.

gos beütésszámokból \bar{K} és \bar{N}_1, \bar{N}_2 is kiszámoltuk a felbontóképességeket:

$$\bar{\tau}^{(k)} = \frac{\bar{K}^{(k)} T}{2N_1^{(k)} N_2^{(k)}} \text{ és } \bar{\tau}^{(i)} = \frac{\bar{K}^{(i)} T}{2N_1^{(i)} N_2^{(i)}} \quad (15)$$

ahol $\bar{K}^{(k)} = \frac{\sum_1^m K_r^{(k)}}{m}$, etc....

Az így kapott $\bar{\tau}^{(k)}, \bar{\tau}$ mennyiségeknek kiszámoltuk a hibáját:

$$\Delta \bar{\tau}^{(k)} = \pm \bar{\tau}^{(k)} \sqrt{\frac{1}{m \bar{K}^{(k)}}} \text{ és } \Delta \bar{\tau} = \pm \bar{\tau} \sqrt{\frac{1}{m \bar{K}^{(i)}}} \quad (16)$$

A (16) kifejezés levezetésénél a koincidenciaszámok hibáját a Poisson-eloszlás alapján az átlagokkal fejeztük ki. Az eljárás szemléltetésére mellékeljük egy rövid méréssorozat kiértékelését (I. táblázat).

9. §. Mérési eredmények

Összesen 119—119 kétperces mérést végeztünk mind koherens, mind inkoherens megvilágítással. A méréseknél az intenzitás $N=400$ imp./sec, vagyis $n=130000$ foton/sec volt.

A kiértékelés a következő adatokat szolgáltatta:

koherens megvilágításnál: $\bar{\tau}^{(k)} = 2,484 \pm 0,022 \mu \text{ sec}$; $\bar{\tau}^{(k)} = 2,484 \pm 0,022 \mu \text{ sec}$

inkoherens megvilágításnál: $\bar{\tau} = 2,425 \pm 0,022 \mu \text{ sec}$; $\bar{\tau} = 2,434 \pm 0,023 \mu \text{ sec}$

Az átlagolás most már az összes adatra vonatkozik.

Látható, hogy az ellenőrzésképpen kiszámolt $\Delta \bar{\tau}^{(k)}$ ill. $\Delta \bar{\tau}$ jól megegyeznek a $\Delta \bar{\tau}^{(k)}$ ill. $\Delta \bar{\tau}$ értékekkel. Ugyancsak jól megegyeznek a megfelelő hibák, ami azt mutatja, hogy a méréssorozatokon belül a koincidenciaszám fluktuációja nem volt nagyobb, mint a Poisson-fluktuáció. Erről egyébként közvetlen szórásssámítással is meggyőződhetünk.

A fenti adatokból kiszámoltuk ε -t és $\Delta \varepsilon$ -t. (9)-ből:

$$\varepsilon = \frac{2N}{p} (\bar{\tau}^{(k)} - \bar{\tau}) \quad (17)$$

és

$$\Delta \varepsilon = \pm \frac{2N}{p} [(\Delta \bar{\tau}^{(k)})^2 + (\Delta \bar{\tau})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

(9) illetve (10)-be behelyettesítve a mérési eredményeket, valamint $p=3 \cdot 10^{-3}$ [2], [3]

$$\varepsilon = 0,0076 \pm 0,0040$$

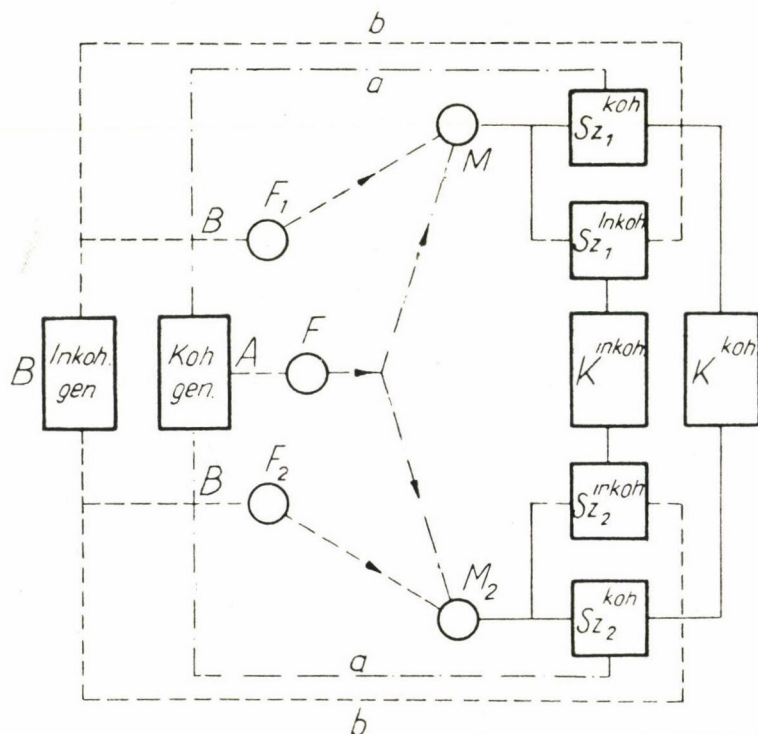
eredményt kaptunk.

Látható, hogy ε értéke kb. megegyezik a hibával. Ez azt jelenti, hogy szisztematikus koincidenciák nincsenek, illetve a fotonoknak legfeljebb $\varepsilon + 3 \Delta \varepsilon = 2\%$ adhatott szisztematikus koincidenciát.

IV.

10. §. Sűrű váltás módszere

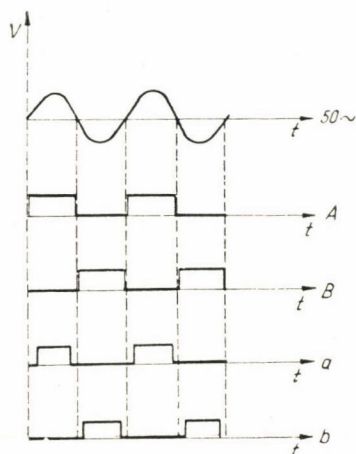
A kísérleti berendezés építése során sok nehézséget okozott a beütésszám stabilitásának biztosítása. A III-ban ismertetett méréseknél sikerült elérni, hogy a beütésszám 10—50 két-kétperces mérés folyamán állandó legyen. Mégis célszerűnek láttuk egy olyan eljárást kidolgozni, amelynek segítségével a mérést az intenzitás megváltozásaitól teljesen függetlenné tehattük. Ennek az eljárásnak a lényege az, hogy a két mérést (koherens és inkohere ns fénnnyel való megvilágítás) olyan sűrűn változtatva végezzük, hogy egy koherens és inkohere ns mérés tartama alatt a fluktuációk feltétlenül elhanyagolhatók legyenek. Azért, hogy ezt a célt biztosan elérjük, szükséges volt a két mérést másodpercenként többször váltani. Ezt a feladatot elektroncsöves berendezéssel oldottuk meg, ugyancsak elektroncsövek segítségével oldottuk meg a koherens és inkohere ns fénytől származó beütésszámok leolvasását, illetve gyűjtését. A berendezés működését a koherens és inkohere ns megvilágítás sűrű váltásánál az 5. ábra szemlélteti.



5. ábra. A mérőberendezés sémája a koherens és inkohere ns megvilágítás sűrű váltásánál.

A koherens megvilágításra szolgáló F fényforrást az A generátor gyűjtja meg. Az inkoherens megvilágításra szolgáló F_1 és F_2 fényforrásokat a B generátor. A két generátor felváltva működik és ezért az F illetve F_1, F_2 fényforrások is csak felváltva égnek. A sokszorozók után külön számláljuk meg a koherens és inkoherens megvilágításból származó impulzusokat és koincidenenciákat. A Sz_1^{koh} és Sz_2^{koh} számlálók csak akkor érzékenyek, amikor az F fényforrás ég. Ezt a koherens generátorból kicsatolt a jel segítségével értük el. Hasonlóan az Sz_1^{inkoh} és Sz_2^{inkoh} számlálókat a b jel teszi érzékennyé. Ugyancsak felváltva kerülnek megszámlálásra a koherens, illetve az inkoherens fénytől származó koincidenCIAjelek.

A fényforrások gyűjtására, illetve a berendezés vezérlésére szolgáló generátor az 50 periódusú hálózattal szinkron működött, az egyik félperiódusban koherens, a másikban inkoherens megvilágítást adva. A vezérlést szolgáló jelek valamivel későbbben kezdődnek, illetve korábban aludnak ki, mint a felgyűjtőjelek. A jelek időbeli lefutását a 6. ábra mutatja.



6. ábra. A vezérlő és megvilágító jelek időbeli lefutása.

11. §. Ellenőrző mérések

A berendezés ellenőrzését a [2] és [3] illetve a 6. §-ban leírt módszerekkel végeztük el.

A mérési eredmények kiértékelésénél fontos tudni, hogy pontosan milyen hosszúak a vezérlő a és b jelek. Lényeges az is, hogy a két jel viszonya a/b a mérés alatt állandó maradjon. Az utóbbi ellenőrzésére a mérések folyamán 5—5 koincidenCIA mérés után megmértük az a/b értéket. Ez úgy történt, hogy az elektron sokszorozókat állandóan égő fényforrással világítottuk meg és leolvastuk a beütésszámokat. Az egy sokszorozóhoz tartozó, a és b jellel vezérelt számlálók beütésszámainak aránya megadja az a/b viszonyt. Ezen mérések átlagát használtuk fel a kiértékelésnél. A mérésekből $a/b = 0,987$.

Megmértük a vezérlőjelek hosszát is hasonló módszerrel. Ebből $a = 8,16 \cdot 10^{-3}$ sec.

12. §. Mérési eredmények

Gyakori váltással $N = 300$ impulzus/sec ≈ 100000 foton/sec intenzitásnál 306 háromperces mérést végeztünk. A hárompercenkénti leolvasásokra itt a statisztikus kiértékeléshez volt szükség. A következő eredményeket kaptuk:

Koherens megvilágításnál: $\bar{\tau}^{(k)} = 2,360 \pm 0,026 \mu\text{sec}$; $\bar{\tau}^{(k)} = 2,364 \pm 0,030 \mu\text{sec}$
Inkoherens „ $\bar{\tau} = 2,398 \pm 0,027 \mu\text{sec}$; $\bar{\tau} = 2,405 \pm 0,031 \mu\text{sec}$

A $\Delta\bar{\tau}^{(k)}$ és a $\Delta\bar{\tau}^{(k)}$ és értékek itt is jó megegyezést mutatnak, ugyancsak a $\Delta\bar{\tau}$ és $\Delta\bar{\tau}$ értékek is.

A fenti adatokból kiszámolva ε és $\Delta\varepsilon$ értékét, a következő eredményt kaptuk:

$$\varepsilon = -0,0029 \pm 0,0030$$

Amint látható, a 10. §-ban közölt eredménnyel összehasonlítva az ε értéke itt még negatívnak is adódik, tehát csakugyan nem tulajdoníthatunk neki zérustól eltérő értéket.

Kisebb intenzitásnál $N = 42$ impulzus/sec ≈ 13000 foton/sec is végeztünk méréseket. A 159 háromperces mérés eredményeképpen ε és $\Delta\varepsilon$ -ra a következőt kaptuk:

$$\varepsilon = -0,0017 \pm 0,0036$$

Összevetve a 10. §-ban és ebben a §-ban kapott értékeket, a három méréssorozatból ε összesített hibájára

$$\Delta\varepsilon = 0,002$$

értéket kapjuk.

Ebből látható, hogy *szisztematikus koincidenciák nincsenek, illetve a fotonoknak legfeljebb 0,6%-a adhatott szisztematikus koincidenciát.* Eredményeink tehát a kvantumelmélet várakozásaival megegyeznek.

* * *

Köszönetet szeretnénk mondani munkánk során nyújtott tanácsaikért *Faragó Péternek* és *Náray Zsoltnak*. Köszönet illeti meg a tervezésben, építésben és a mérésekben résztvevő *Koncz Sándor* valamint *Nagy Árpád* munkatársainkat, továbbá a numerikus számításokért *Deák Ferencet*.

IRODALOM

- [1] *L. Jánossy: Acta Physica Hungarica* **1**, 423, 1952.
- [2] *Ádám—Varga: KFKI Közlemények*, **2**, 313, 1954.
- [3] *Ádám—Varga: Magyar Fizikai Folyóirat*, sajtó alatt.

Megjegyzések
Ádám András, Jánossy Lajos és Varga Péter:
Koherens fénynyalábokban haladó fotonok koincidenciái
című dolgozathoz

Amikor a fenti dolgozatban leírt vizsgálatokról Ádám András a Fizikai Társulat előtt beszámolt, szó került arról, hogy e problémák vizsgálatával már *Bay Zoltán* és munkatársai is foglalkoztak. Sőt elhangzott az a téves állítás is, hogy ők — a fenti eredményekkel ellentétben — pozitív eredményre jutottak, ti. koherens fénynyalábok fotonjai között szisztematikus koincidenciákat észleltek. A valóság ezzel szemben az, hogy annak idején koincidencia kísérletre voltaképpen nem került sor, a kísérletek nem jutottak olyan stádiumba, hogy azokból kvantitatív következtetéseket lehetett volna levonni. Mindössze a kísérletekhez szükséges előkészületek legnagyobb része történt meg, és pedig akkori nézeteink szerint ezek legnehezebb része: megfelelő elektronsokszorozó kidolgozása, sajátosságainak tüzetes vizsgálata, egy nagy felbontóképességű koincidencia berendezés felépítése és kipróbálása, végül néhány elektronikus segédberendezés, mint stabilizált feszültségforrások, lökesszámlaosztók készítése. De már például a kísérlet elvégzéséhez szükséges optikai berendezés felépítésére nem került sor.* Jóllehet, az akkori kísérletek indoka és célja tökéletesen megegyezett a fenti vizsgálatok okával és céljával (1947-ben volt is alkalmunk erről röviden beszélgetni az akkor még csak látogatóban itthon járó *Jánossy* professzorral), az előkészítési munkák egészen más úton haladtak, mint amelyet a fenti dolgozat szerzői követtek. Ezeket kívánom röviden összefoglalni.

Bay 1938-ban ismerte fel, hogy elektronsokszorozóval lehet egyes elemi részeket számlálni: a cső katódjából kilépő egyes elektronokat, vagy olyan elemi részeket, amelyek a katódból elektronokat váltanak ki, tehát pl. egyes fotonokat is [1]. E felismerés után nemsokára felvetette azt a gondolatot, hogy meg kellene ismételni a *Bothe* által röntgensugarakkal végzett koincidencia kísérletet látható fény segítségével, ezt a feladatot azonban nem tekintette centrális problémának akkoriban. Nem is akart kizárólag fotonok számlálására szorítkozni, hanem általánosságban vizsgálta az elektronsokszorozóval való részecskeszámlálás lehetőségeit, illetve az elektronsokszorozóknak ilyen célra való kifejlesztését. Ennek megfelelően — kiindulva az RCA akkor ismert lineáris

* Érdekesség kedvéért megemlítem, hogy a koherens nyalábok előállítására szempontjából különféle eljárások mellett kívántuk a kísérletet elvégezni. 1. Egy fényforrás fényét akartuk észlelni két különféle helyen, anélkül, hogy a két nyaláb szétválasztására résen kívül bármiféle más optikai rendszert használtunk volna, 2. egy fénynyalábot akartunk kettéosztani egy prizma alakú tükrörel, a nyalábot a prizma szimmetriasíkjával párhuzamosan ejtve be, 3. az előző cikkben leírt vizsgálatok módszeréhez hasonlóan féligáteresztő tükröt akartunk alkalmazni, 4. kettősen törő kristállyal, végül 5. meg akartuk vizsgálni a koincidenciákat, valamilyen interferométer interferencia mezejében két világos csík között.

elektróda elrendezésű típusaiból — olyan elektronsokszorozó kidolgozása volt a feladat, amely

1. egy-egy beeső részecskére elegendő nagy impulzusokat ad ahhoz, hogy az impulzusok kényelmesen regisztrálhatók,

2. kis nulleffektust mutat.

Az RCA gyártmányú fényérzékeny elektronsokszorozó rendelkezésre álló példánya — akárcsak a maiak — főleg a 2. alatti szempontból nem felelt meg. Bay figyelmét elsősorban az elektronsokszorozó pontosan még ki nem mért, de várható igen rövid lökéstartama ragadta meg és mivel akkor még nem voltak ismeretesek 10^{-8} nagyságrendű utóvilágítású fluoreszkáló anyagok, egyáltalán nem gondolt arra, hogy egyes részecskék számlálását fényérzékeny elektronsokszorozó segítségével a részecskék okozta fényvillanások számlálására érdemes visszavezetni.

Az ismeretes volt, hogy folyékony levegővel való hűtés a fényérzékeny elektronsokszorozók nulleffektusát szinte teljesen megszünteti, azonban ez az eljárás sokszor nyilván kényelmetlen. Mivel a célkitűzés nem kizárólag fotonok számlálása volt, úgy látszott, hogy érdemes olyan elektronsokszorozót kifejleszteni, amely elég nagy sokszorozási tényező mellett szobahőmérsékleten sem mutat jelentős nulleffektust, s ezután foglalkozni az első elektróda problémájával: a sokszorozó rendszer változatlanul hagyása mellett az egyes problémákhoz megkeresni a megfelelő elektródafelületet, tehát látható fényre, ultrabolyára, röntgen- és γ -kvantumokra, α -részekre és nehéz ionokra a legmegfelelőbbet.

A feladat első része aránylag gyorsan jó eredménnyel megoldódott. *Winter Ernő* és *Budincsevis Andor* vizsgálatai révén sikerült olyan ezüst-magnézium ötvözetet kidolgozni, amely megfelelő vákuumbeli hőkezeléssel 3—4-es sokszorozási tényezőt ad, és emellett a nulleffektus nem több néhány lökésnél percenként. A komerciális elektronsokszorozóknál nagyobb számú, 14—15 fokozattal az impulzusok nagysága is kielégítően nagy lett, de további fokozatokkal ez szinte tetszés szerint még növelhető is [2]. Az így kialakult elektronsokszorozó sajátosságaira vonatkozólag számos vizsgálat történt, amelyeket más helyen összefoglaltam [3]. Ezúttal kiemelem az elektronsokszorozó adta lökések időtartamának meghatározását, ami — mint már említettem — az egyik legjobban előtérben levő kérdés volt. Ezek a mérések a várakozásnak megfeleltek: 10^{-9} sec nagyságrendű lökéstartamot adtak [4]. Az elektronsokszorozó részecskeszámlálás terén való alkalmazásával sikerült néhány érdekes vizsgálatot végezni, amikor pl. a számlálandó részecskék röntgenkvantumok voltak [5], és ha ilyen típusú elektronsokszorozó elegendő állna rendelkezésre, ezen a téren bizonyára még sok érdekes alkalmazást nyerne.

Mindazon kísérleteknél, amelyekben látható fény fotonjait kellett volna számlálni, kellemetlen meglepetés ért bennünket. Nem sikerült ugyanis reprodukálható módon készíteni látható fényre nagy érzékenységű olyan katódot,

amely az elektronsokszorozó többi elektródájával közös vákuumtérben kezelhető és amely a jó hatásfok mellett kis nulleffektust mutat. Sőt még nagy nulleffektus mellett sem sikerült olyan érzékenységgű (kvantumhatásfokú) elektronsokszorozót készíteni, mint amilyennek az RCA elektronsokszorozóit — főleg hírből — ismertük.

A *Bothe*-féle koincidencia-kísérlet megismétlésének gondolata az idők folyamán újból meg újból felmerült, de a kivitel egyre halasztást szenvedett abban a reményben, hogy az elektronsokszorozó fejlesztése a látható fény fotonjainak számlálása szempontjából is sikerrel fog járni. Ez a remény azonban végül sem vált valóra, illetőleg az elektronsokszorozó érzékenysége-nek további fejlesztése helyett a probléma megoldását az elért minőségű elektronsokszorozókkal más úton próbáltuk megvalósítani.

A koincidencia kísérlet megvalósítható voltának mérlegelésénél lényegében ugyanazokat a megfontolásokat követtük, amelyeket — természetesen ezektől teljesen függetlenül — *Jánosy* professzor és munkatársai, és amelyek az előző dolgozatban olvashatók. E szerint a koincidenciák számának méréséből mindenképpen csak egy bizonyos hibával következtethetünk arra, hogy a fotonoknak hányad része okozott a két elektronsokszorozóban valódi koincidenciát a nagy számban észlelhető, végtelen koincidencia között. Hogy a valódi koincidenciák számának meghatározásában mekkora hibát követünk el, az adott mérési idő mellett fordítva arányos az elektronsokszorozó kvantumhatásfokával (egy foton elektron-kiváltási valószínűségével) és egyenesen arányos a koincidencia berendezés felbontóképességének négyzetgyökével. (L. előző dolgozat (7). képlet.) Megvizsgáltuk tehát közvetlen abszolút mérési módszerrel [3], hogy a rendelkezésünkre álló elhanyagolhatóan kicsi nulleffektust adó elektronsokszorozónak, melynek katódja tiszta magnéziumból készült, mekkora a kvantumhatásfoka a higany rezonancia vonalának hullámhosszán, s ezt 10^{-5} – 10^{-4} elektron/foton nagyságrendűnek találtuk. Az eredmény tehát első pillanatban megdöbbentően rossz, egy-két nagyságrenddel alatta marad annak az értéknek, amit az előző cikkben láttunk az RCA 931/A típusú multipliere vonatkozólag 5000 \AA hullámhosszon. A probléma mégis megoldható — lehet eléggé kis felső korlátot szabni a szisztematikus koincidenciák számának — ésszerű időn át folytatott méréssel is, ha a koincidencia berendezés elég nagy felbontóképességű. Tekintettel arra, hogy az általunk használt elektronsokszorozó lökéstartama 10^{-9} sec nagyságrendűnek és a lökések amplitúdója néhány tized voltnak adódott, sikerrel próbáltunk meg olyan koincidencia berendezést szerkeszteni, amelyet az elektronsokszorozó impulzusai közvetlenül vezérelnek és kihasználja a rövid lökéstartam minden lehetőségét, tehát 10^{-9} sec felbontóképességű [5].

A kísérletek ebben a stádiumban maradtak abba, de nem merném állítani, hogy közvetlenül a befejezés előtt. Az előző dolgozathoz látható, hogy a berendezés optikai összeállítása is eléggé kényes feladat és mint említettem,

ezekhez a problémákhoz jóformán még hozzá sem nyúltunk. De nem ez volt az egyetlen megoldani való. A koincidencia berendezést ún. műkoinciden-ciákkal vizsgálva meg, ezekre feltétlenül megbízhatóan működött. Két külön-böző elektronsokszorozóból jövő lökések koincideneciáinak kimutatásánál azon-ban még volt egy kérdés, amely tüzetesebb megvizsgálásra szorult volna. Az elektronsokszorozó lökései nem egyenlő amplitudóúak, hanem egy adott elektronsokszorozónál a tápfeszültségtől függő amplitudóeloszlást mutatnak, s ez meglehetősen nagy amplitudó tartományra terjed ki [7]. A koincidenecia-keverő előtt a lökésamplitudók egalizálása — nézetem szerint — még nem volt egészen kifogástalan: ennek következtében a koincidenecia berendezés szükségképpen téves koincideneciákat is mutatott és ezek figyelembevételé a mérési hibát növeli.

Végeredményben tehát azt lehet mondani, hogy a Bay és munkatársai által felépített berendezés úgy ahogyan 1948 közepén, a kísérletek megszakí-tásakor állt, legfeljebb olyan, vagy kevesebbet mondó eredményt hozott volna, mint az előző dolgozatban ismertetett eredmények. Kérdés, hogy vajon nem lenne-e érdemes az előző dolgozat szerzői által használt koincidenecia berendezés felbontóképességét két-három nagyságrenddel megnövelve, a mérési eredményeket több, mint egy nagyságrenddel pontosabbá tenni. Az utolsó években jelent meg olyan dolgozat, amelyben 10^{-9} — 10^{-10} sec felbontóképes-ségű koincidenecia készülék van leírva [8]. Ez a berendezés a koincidáló jelek keverésére kristálydiódákból felépített hálózatokat használ, és a kristálydiódák nem-lineáris karakterisztikáját kihasználva az impulzusok amplitudóingado-dásából származó téves koincideneciajelzések száma nagyságrendekkel csök-kenthető.

Faragó Péter

IRODALOM

- [1] Bay, Z.: Mat. és Term.-tud. Ért. 37, 513, 1938. Nature 141, 228 és 1011, 1938.
- [2] Bay, Z.: Zs. f. Phys. 117, 227, 1941, Rev. Sci. Instr. 12, 127, 1941.
- [3] Faragó P.—Pócza J.: Elektronfizika (Akad. Kiadó, 1954.) 96—110.
- [4] Papp, G.: Rev. Sci. Instr. 19, 568, 1948.
- [5] Papp, G. — Sasvári, K.: J. Appl. Phys. 19, 1182. 1948.
- [6] Bay, Z.—Papp, G.: Rev. Sci. Instr. 19, 565, 1948.
- [7] Dallos, A.: Hung. Acta Phys. 1, 56, 1952.
- [8] Bay, Z.: Rev. Sci. Instr. 22, 397, 1951.

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS*

Hatodik nap, 1953. augusztus 29, szombat.

ÖSSZEFÜGGÉS NÉHÁNY LUMINESZKÁLÓ ANYAG OPTIKAI ÉS ELEKTROMOS TULAJDONSÁGAI KÖZÖTT

SZIGETI GYÖRGY, akadémikus
Híradástechnikai Ipari Kutatóintézet

Régebbi vizsgálataink során összefüggést találtunk különböző cinkszilikátok és cinkberilliumszilikátok dielektromos veszteségei és ezen anyagok fotolumineszcens fényemissziója között [1, 2, 3, 4].

Ezen anyagoknál a megvilágítás nélkül mért dielektromos veszteségek tekinthetők az anyag elektromos vezetőképességére jellemzőnek, illetve ezen veszteségekből kiszámítható az egyes elemi szemcsék vezetőképessége. Azt találtuk, hogy az így számított vezetőképesség a temperaturafüggés szempontjából két komponensre osztható. Az egyik komponens a temperaturától gyakorlatilag függetlennek bizonyult, viszont az anyagnak a világítóképességével mutatott arányosságot. Az aktivátorkoncentráció változtatásával ugyanazon alapanyagnál pl. a vezetőképességnek ez a komponense a világítóképességgel párhuzamosan változott [3]. A vezetőképesség másik komponense viszont a temperatura növekedésével rohamosan növekedett. Ezen növekedés törvényszerűségét megvizsgálva, azt találtuk, hogy a vezetőképesség:

$$\sigma = \sigma_0 + A \exp(-E/kT).$$

Ha viszont ugyanezen anyagoknál adott ultraibolya gerjesztés mellett az emittált fotonok számának a temperatura-függését vizsgáltuk, úgy azt találtuk, hogy mindaddig, míg az anyag vezetőképessége a temperaturától független, a lumineszkálás hatásfoka is gyakorlatilag változatlanak tekinthető. Amint azonban a hőmérséklettel elértük azt az értéket, midőn a vezetőképesség növekedése megkezdődött, azt találtuk, hogy a lumineszkálás fénye is erősen kezd csökkenni. Ha a fény intenzitására a kibocsátott fotonok számát tekintjük jellemzőnek, úgy a temperatura és az emittált fotonok számának változása között az alábbi összefüggés írható fel:

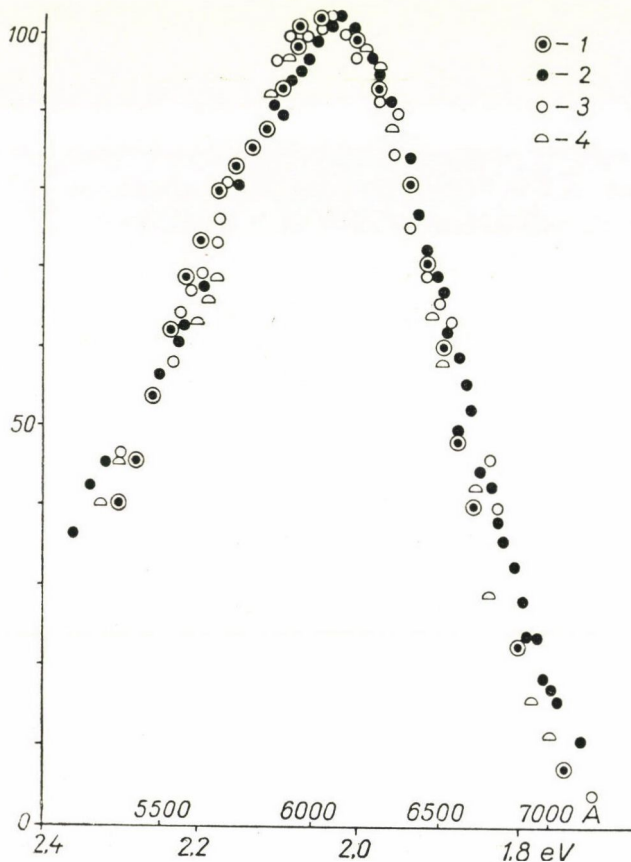
$$N = N_0 \frac{1}{1 + C \exp(-E/kT)}$$

Némileg átalakítva ez a képlet így is felírható:

$$E = -kT \ln \frac{N_0 - N}{NC}.$$

* Sosnovszki professzor (Varsó) e napon tartott előadását később közöljük.

Továbbiak szempontjából fontosnak tartjuk megjegyezni, hogy a vezetőképesség növekedésére, illetőleg a fény csökkenésére talált két kifejezésben ugyanaz az aktivitási energia játszik szerepet.



1. ábra

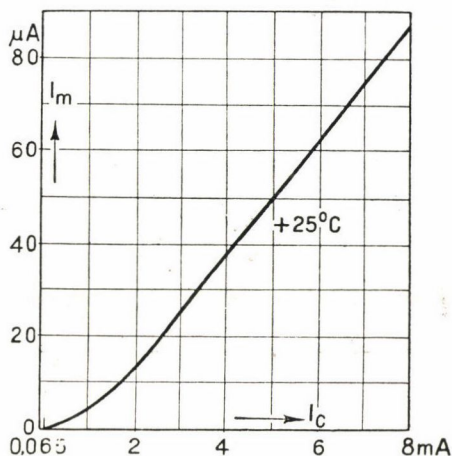
Különbféle cinkberilliumszilikát minták (2–3) cinkborát (4) spektruma és alkalikus közegben oldott káliummanganát abszorpciós tényezője (1), a hullámhossz függvényében.

Régebbi vizsgálataink eredményei közül még egy másik általunk felismert törvényszerűsége szeretnék utalni [4, 5, 6]. Különböző mangánvegyületek spektrumát vizsgálva, ugyanis arra az érdekes megállapításra jutottunk, hogy a mangánát ionok, (MnO_4), különböző oldatainak abszorpciós színképében mutatkozó sáv alakja és helye teljesen megegyezik a cinkberilliumszilikát és sok más mangánnal aktivált fluoreszkáló anyag narancsvörös emissziós sávjával. (lásd 1. ábra.)

Hasonlóképpen több más fluoreszkáló vegyületnél lehetett egyezést találni az aktivátorul szolgáló anyag oldatban, vagy vékony rétegben mutatkozó abszorpciós spektruma és az aktivált lumineszkáló anyag emissziós spektruma

között. Valószínűnek tartjuk, hogy ilyen esetekben a térráctól bizonyos mértékig leárnyékolt aktivátor-csoportok adják az emittált fényt.

Fel kellett továbbá tételeznünk, hogy ilyen esetekben az aktivátor gyanánt beadagolt mangánvegyületnek csak igen kis része alakul át a hőkezelés során a magas vegyértékű formába, mert a világító porban normális körülmények között nem lehet észlelni a feltételezett vegyületek abszorpciós színeképét. (Egyes fluoreszkáló porokban megfelelő hőkezelés alkalmazásával el lehetett érni, hogy a beadott összes mangán kb. 1/3 része átalakuljon a magas vegy-



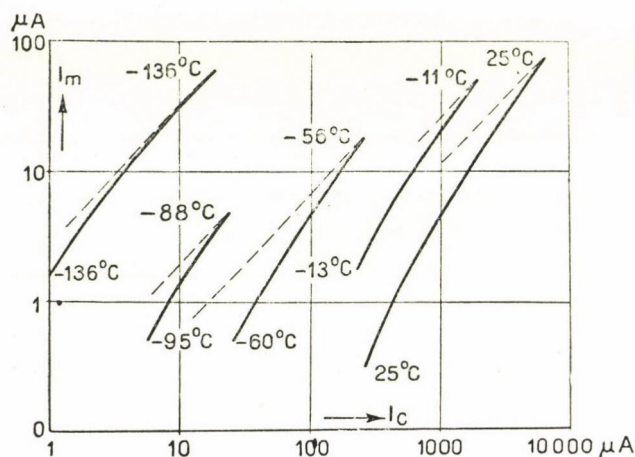
2. ábra

értékű formára. Az ilyen porok már a színe is kékeszölddé válik, tehát nagyon erősen észlelhető a magas vegyértékű manganátionok abszorpciója, azonban éppen ezért, mivel ez az abszorpció pontosan az emittált fényt nyeli el, az ilyen porok már nem világítanak. Kémiai úton azonban a jól világító, szintelen porokban is sikerült kimutatni a nagyságrendileg $10^{-3}\%$ mennyiségű manganát ionokat.)

Ezek előrebocsátása után szeretnék rátérni legújabb vizsgálataink eredményeinek ismertetésére. Ezen vizsgálatoknak kiinduló pontját Loszev szovjet fizikus 1928. évi közleménye képezte [7, 8].

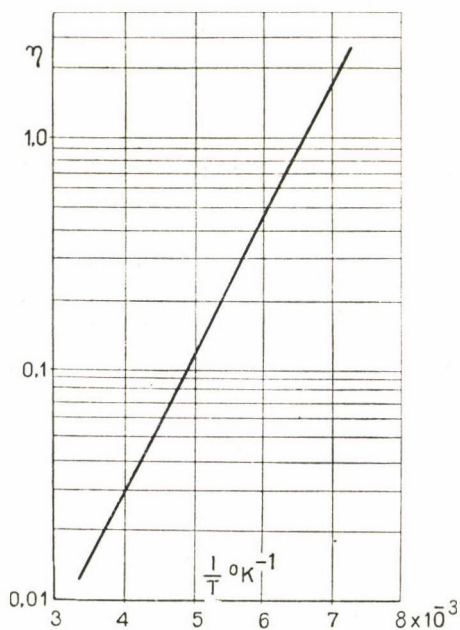
Loszev szilíciumkarbid kristálynál azt észlelte, hogy az áthaladó áram hatására a kontaktus közelében fényjelenség lép fel. Felvette ezen fény spektrumát, vizsgálta a fényjelenség változásait különböző áramerősségeknél és különböző áramirányoknál. Első publikációjában arra gondolt, hogy a fényjelenséget a kristályból nagy sebességgel kilépő elektronok okozzák, melyek a környező levegő molekuláit világításra gerjesztik. Későbbiekben Klaus vizsgálta a jelenséget és arra a konklúzióra jutott, hogy itt a zárórétgen lefékeződő elektronok által keltett, optikai tartományba eső fékezési sugárzással van dolgunk. Épp ezért ő és a későbbi szerzők (pl. Finkelburg [9]) arra a követ-

kezésre jutottak, hogy ezzel a jelenséggel gyakorlatilag használható, jó hatásfokú fényforrás nem valósítható meg. A jelenség mindenesetre rendkívül érde-



3. ábra

kesnek látszott, és többször is foglalkoztatta a kutatókat, anélkül, hogy tisztázása véglegesen megtörtént volna. Az utóbbi időben az Egyesült Államok-



4. ábra

ban a Signal Corps Eng. Lab.-ból származó több publikáció jelent meg Lehovec, Accardo és Jamgochian [10, 11, 12] munkáinak eredményeképpen.

Lehovec és munkatársai különböző szűrőüvegek használatával felvették a kristály által kibocsátott fény megközelítő spektrális eloszlását. Három spektrumsávot tudtak kimutatni, és pedig 4750, 5250 és 6100 Å hullámhossznál mutatkozó maximummal. (Itt meg kell jegyeznem, hogy az alkalmazott módszer folytán sem a spektrum pontos alakja, sem pedig a maximumok helye nem állapítható meg kellő bizonyossággal.)

Vizsgálták a fény változását az átfolyó áramerősség függvényében és a második ábrán látható összefüggést találták. Mérték továbbá a fényerősség függését különböző áramerősségeknél a temperatura változásától szobahőmérséklet és -136°C között. Ezen mérések eredménye a 3. és 4. ábrán látható.

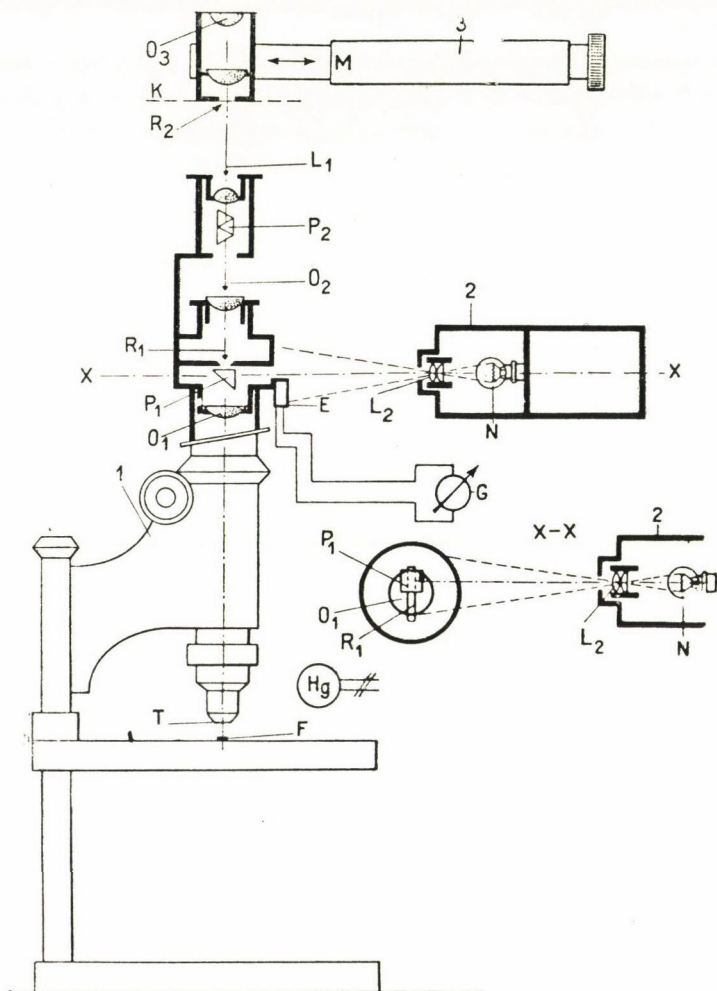
A továbbiak szempontjából leglényegesebbnek azt a megállapításukat tartom, hogy alacsony hőmérsékleten (szobahőmérséklet és -136°C között) a fény egy exponenciális törvény szerint csökken a temperatura növekedésével. Az aktiválási energiát *Lehovec* és társai 0,118 elektronvoltnak találták. Érdekes továbbá az a megállapításuk, hogy a fénygerjesztés határfoka szobahőmérsékleten $2 \cdot 10^{-6}$ kvantum/elektron és a mérési pontokat alacsony hőmérsékletek felé tovább extrapolálva, kb. 80°K -nél várható az egységnyi határfok elérése. Vizsgálták továbbá a fényjelenség utánvilágítását is, azt találták, hogy alacsony hőmérsékletnél az utánvilágítás exponenciális lefutású és időállandója 80 μsec , ezzel szemben szobahőmérsékleten 1,15 μsec -os utóvilágítást találtak. Mindezek alapján arra a következtetésre jutnak, hogy a gerjesztés processzusa a tranzisztorok elméletéből ismeretes módon, töltéshordozók injicálása útján történik, míg a fényemisszió mechanizmusa alapján véve azonos a többi fluoreszkáló anyagnál észlelt mechanizmussal.

Konklúziójuknak ez utóbbi része teljes mértékben alátámasztja saját megállapításainkat, amelyeket az előzetes kísérletek alapján már régebben publikáltunk [13, 14]. Úgy találtuk, hogy kismennyiségű szennyezések azonos módon csökkentik a lumineszkálás határfokát, mint az ismert foszforoknál. 1939-ből származó szabadalmi bejelentésünkben mi magunk is rámutattunk a *Lehovecék* által említett vasszennyezés káros hatásaira.

Saját kísérleteinket két különböző anyagon végeztük. Az egyik sorozatot a *Carborundumwerke Kempton* által rendelkezésünkre bocsátott kristályhalmazról leválasztott kristályokon, a másik sorozatot pedig saját magunk által készített szilíciumkarbid kristályokon végeztük.

A kempteni kristályhalmaz két tetszés szerinti kristálya közé nagyságrendben 100 V feszültséget kapcsolva, a halmaz egyes kristályai zöldes színű világitást mutattak. Aszerint, hogy a halmaz melyik részére tettük a két elektródát, más-más kristályok világitottak fel, azonban határozott törvényszerűséget nem lehetett megállapítani. A kristályhalmazból egyes kristályokat letörve és két tű, vagy egy lap és egy tű közé befogva, a kristály kb. 6 V feszültségnél a tűvel való érintés helyén fényjelenséget mutatott. Ez a fényjelenség megegyezett a *Loszev* által leírttal, a pólusok megváltoztatásakor itt

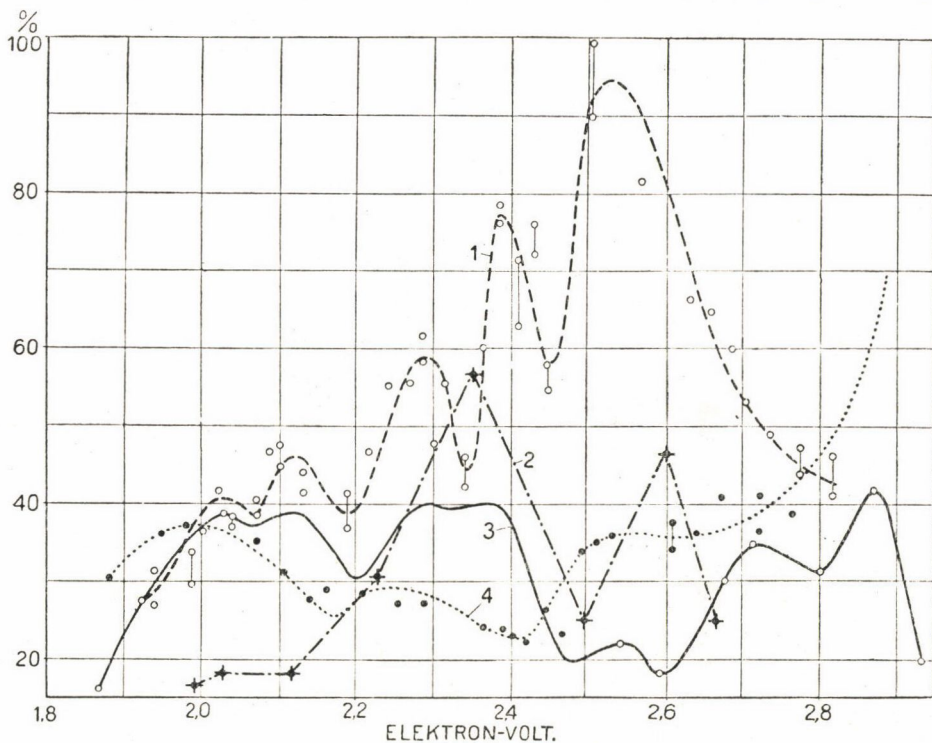
is mutatkozott a világítás színének megváltozása. Nagyon jól észlelhető ez annál az összeállításnál, ahol mind a két kontaktus túalakú. A pl. baloldali, pozitív polaritású tű környezetében a fényjelenség inkább sárga, a jobboldali, negatív polaritású tű közelében kékes színt mutat. Pólusváltáskor a két jelenség felcserélődik. Azt találtuk, hogy a kristályhalmaz tisztábbnak látszó (kevésbé színes) kristályain azonos fényintenzitás eléréséhez kisebb áram-



5. ábra

erősség volt szükséges. Ennek alapján jutottunk arra a feltevésre, hogy a jelenség hatásfokát a kristályok tisztasága nagymértékben befolyásolhatja. Megkíséreltünk tehát lehetőség szerint tiszta szilíciumkarbid kristályokat mi magunk előállítani. E célból spektroszkópiai célokra szolgáló ún. homogén tisztított szénrudat izzítottunk fel rajta átvezetett áram segítségével. A rúd szén és

kovasav keverékébe volt beágyazva. A szén kristálycukor elszenesítése útján kaptuk, a kovasav pedig az üzemünkben használt Merck-féle purissimum készítményből királyvizes főzés útján tisztított és izzított por volt. A szén és kovasavat úgy kevertük, hogy arányuk a $\text{SiO}_2 + 3\text{C} = 2\text{CO} + \text{SiC}$ reakciónak feleljen meg. Az izzítást a szénrúd átégéséig folytattuk. Utána a keverékből a legmagasabb hőfokot elért helyen aránylag nagy mennyiségű halvány-



6. ábra

sárgás SiC kristályt tudunk kiválasztani. Az egyes kristályszemcsék mérete kb. 0,1 mm volt. Ezeket a kristályokat mikroszkóp alatt vizsgáltuk. Azt találtuk, hogy a fémkontaktussal megérintett, fémlapra helyezett mikroszkópius szemcsék kb. 6 V feszültségnél és kb. 0,01—0,1 mA áram hatása alatt teljes egészükben világítottak, mégpedig túlnyomó részben az előbb említett sárgás színű fényben az elektródok polaritásától függetlenül. Néhány szemcsét találtunk, amely viszont ugyancsak a polaritástól függetlenül az előbb észlelt kék színben világítottak. A fény színe nem változott a feszültség változásával, tehát ellentétben Klaus és Finkelburg [8] idézett feltevésével a sugárzás nem lehet optikai fékezési sugárzás. Az egyes szemcséket vákuumban katódsugarak hatásának kitéve, a kontaktus alatt észlelt kék színű lumineszkáláshoz hasonló fényben világítottak. Az általunk vizsgált kristályok 2537 Å vagy ennél nagyobb

hullámhosszú ibolyántúli sugárzás hatására, ellentétben *Lehovec* közleményével, lumineszkálást nem mutattak.

További kísérlet során megpróbáltunk a kiindulási anyagokhoz mangánt adagolni (1% nagyságrendű MnCO_3 formájában) annak eldöntésére, vajon a leírt módon gerjeszthető-e szilíciumkarbidban a mangánra jellemző spektrumok egyike, mint az különféle szilikátoknál, borátoknál, foszfátoknál, vagy egyes szulfidoknál tapasztalható. Ez a kísérlet negatív eredménnyel járt, esetleg azért, mert a mangán az izzítás folyamán elpárolgott, de valószínű, hogy azért, mert a szilíciumkarbid rácsba nem volt beépíthető.

A jelenség pontos vizsgálata céljából igen lényegesnek tartottuk a spektrumnak *Lehovec* által megadottnál nagyobb pontossággal történő felvételét. Erre a célra *Bauer György* dolgozott ki egy berendezést, amely későbbi kísérleteink során igen jól bevált. A berendezés vázlatos rajza az 5. ábrán látható. A berendezés segítségével egyetlen 0,1 mm-es szemcse spektruma is felvehető volt kb. $\pm 5\%$ pontossággal a fény intenzitására vonatkozólag.

A Kempten-féle szilíciumkarbid elektrolumineszcens spektruma (a kékes fény) a 6. ábrán látható (1. görbe). A 2. görbe ábrázolja a szilíciumkarbidon észlelt fénynek *Lehovec* által történt felvételét. + jel jelenti az ő mérési pontjait. Látjuk, hogy a mi mérésünk lényegesen jobban feltárta a spektrum finomsztruktúráját. Ha a fény intenzitását mint a frekvencia, illetőleg az elektronvoltokban kifejezett $h\nu$ függvényét ábrázoljuk, úgy a következő helyeken észlelünk maximumokat:

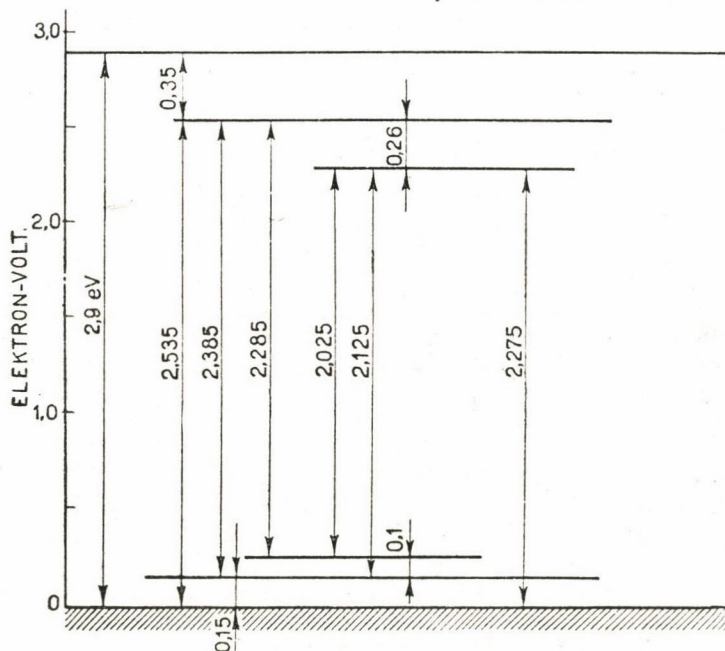
| $h\nu$ elektronvoltokban | 2,535 | 2,385 | 2,285 | 2,125 | 2,025 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|
| Relatív intenzitás a maximum helyén | 33,8 | 26,9 | 19,8 | 14,5 | 12,2 |

Rendkívül meglepő a spektrumnak a hasonlatossága a *Tiede* és *Thomaschek* által vizsgált szénnel aktivált bórnitrid katódsugár gerjesztéssel nyert spektrumához. Ezt a spektrumot a 6. ábrán a 3 görbe ábrázolja. Mint látható a 2,025, 2,125, 2,285 és 2,385 elektronvoltoknál mutatkozó maximumok helye teljesen összevág a bórnitrid és szilíciumkarbid spektrumában. A nagyobb energiáknál azonban már nem mutatkozik egyezés.

Felvettük ezenkívül az előbb vizsgált szilíciumkarbid kristálynak az abszorpciós spektrumát is. Azt találtuk, hogy 2,90 elektronvoltnál nagyobb energiájú sugárzásra nézve a szilíciumkarbid teljesen átlátszatlan. Kisebb frekvenciák felé a következő helyeken mutatkozott az abszorpciós maximum: 2,68, 2,535, 2,275 elektronvoltnál aránylag éles abszorpciós maximum, míg 1,95 és 2,04 elektronvolt között egy igen lapos abszorpciós maximum. Az abszorpció rövidhullámú határa jól megegyezik a régebbi irodalmi adatokkal és *Lehovec* által közölt értékkel is. A szilíciumkarbidban tehát a tiltott sáv

szélessége feltehetőleg 2,9 elektronvolt, míg a közbenső kisebb abszorpciós maximumok, valószínűleg a beépült szennyezéseknek megfelelő energianívókat jelentik.

Az emissziós és abszorpciós spektrum ismeretében megkíséreltük felrajzolni az általunk vizsgált szilíciumkarbid termsémáját. (lásd 7. ábra.) A vizsgált fényjelenség felléptekor az egyenirányító hatás előjele alapján feltételezhető, hogy a vizsgált szilíciumkarbid kristálpéldány *p*-típusú vezető, vagyis a valenciasáv fölött mutatkozó szennyezési nívók betöltetlenek.



7. ábra

A legnagyobb intenzitással jelentkezett 2,535 elektronvoltos emissziós sávnak az abszorpciós spektrumban is megtalálható a megfelelője. Feltételezhetjük, hogy ezt a sávot az alapállapotból a legfelső szennyezési nívóba történő átmenet idézi elő. Ugyancsak az alapállapotból egy magasabb szennyezési nívóba történő átmenetre jellemző a 2,275 elektronvotnál észlelhető emissziós és abszorpciós sáv is. Ezzel a két felső szennyezési nívó helye meg is volna határozva. Ha feltételezzük, hogy azon sávoknak, amelyek csak emisszióban mutatkoznak és abszorpcióban nem, a magasabban fekvő két szennyezési nívóból két alacsonyabb szennyezési nívóba történő átmenet felel meg, úgy fel kell tételeznünk az alapállapothoz képest 0,15 és 0,25 elektronvotnyira fekvő szennyezési nívókat. Ha ezen nívókat felrajzoljuk és vizsgáljuk a köztük lehetséges átmeneteket, úgy érdekes módon az összes emisszióban mutatkozó sávok helyére megfelelő értéket kapunk. Az abszorpciós sávok

közül a termséma nem ad magyarázatot a 2,68, valamint az 1,95—2,04 elektronvoltoknál mutató sávokra.

Ha a szénnel aktivált bórnitrid fluoreszcens spektrumának alakját összevetjük a szilíciumkarbid elektrolumineszcens spektrumával és figyelembe vesszük a bevezetésben a mangánvegyületekkel kapcsolatban leírt analógiát, úgy nagyon csábítónak látszik az a feltételezés, hogy a szilíciumkarbid esetében aktivátor gyanánt a kék világításnál a stöchiometriailag fölöslegben jelenlevő szénatomok szerepelnek. Ezt a feltevésünket alá látszik támasztani az a körülmény, hogy különböző eredetű és különböző egyéb anyagokkal szennyezett szilíciumkarbid kristályok között általában mindig található volt olyan, amely a leírt jellegzetes kékes lumineszcenciát mutatta. Az idegen szennyezések mennyiségének változtatása a spektrum színét nem befolyásolta, ellenben a szennyezések mennyiségének növelése a fény intenzitását általában lényegesen csökkentette.

A lumineszcencia mechanizmusára vonatkozólag tehát feltételezhetjük, hogy a gerjesztés a *Lehovec* által leírt módon töltéshordozóknak, a jelen esetben elektronoknak a kondukciós sávba történő injiciálása útján történik, a fényemisszió pedig olyan módon, hogy ezen elektronok a két felső (2,535 és 2,275 elektronvoltos) szennyezési sáv valamelyikébe lejutnak, valószínűleg sugárzás nélküli átmenettel és innen az alapállapotba, vagy a két alsó betöltetlen szennyezési nívó valamelyikébe esnek vissza a megfelelő hullámhosszú sugárzás kibocsátása mellett.

Ha ez a mechanizmus igaz, úgy az alsó szennyezési nívóknak a valencia sávból odajutó elektronok által a hőmérséklet növelésekor be kell töltödniök, vagyis alacsony hőmérséklet esetén a temperatura növelésével a fénynek kb. 0,15 illetőleg 0,25 elektronvolt aktiválási energiának megfelelően csökkenni kellene. *Lehovec* a fény változását vizsgálta szobahőmérséklet és —136°C között. Ő a fény változására 0,118 elektronvolt aktiválási energiát talált.

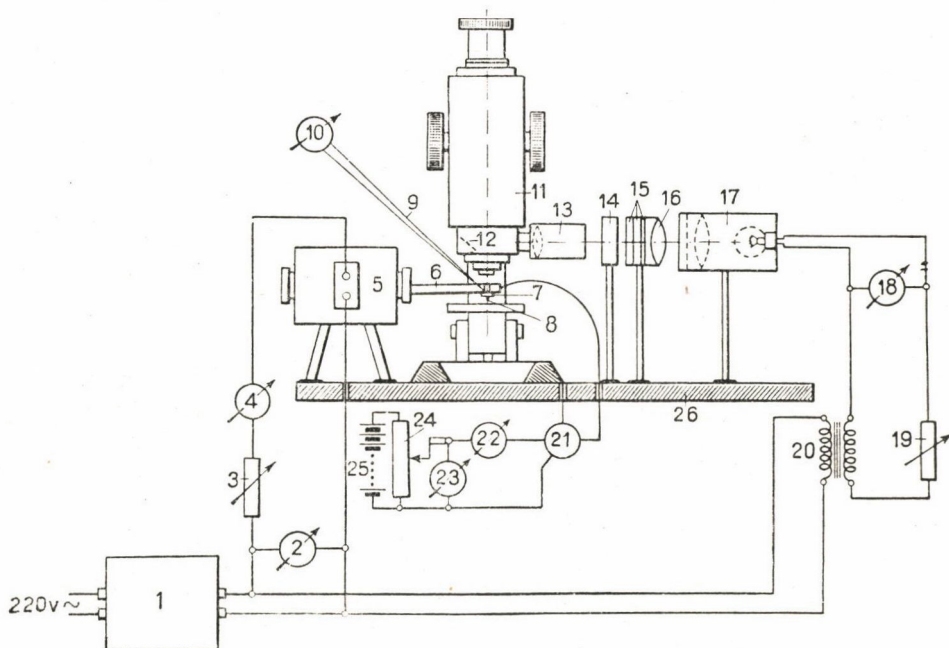
A szilíciumkarbid elektromos vezetőképességét igen behatóan vizsgálták *Braun* és *Busch* [15]. Azt találták, hogy a vezetőképesség

$$\sigma_T = a T^{-n} \exp(-\Delta E/2kT)$$

képlet szerint függ a temperaturától. Az aktiválási energia 0,3 illetőleg 2,3 elektronvolt.

A bevezetésben említett kísérleteink analógiájára megpróbáltunk összefüggést találni a lumineszkálás fényének intenzitása és az elektromos ellenállás hőfok szerinti változása között. A mérésekhez *Weisburg János* munkatársunk által készített összeállítást használtuk (l. 8. ábra). A mikroszkóp alatt elhelyezett 7 kristályt a 8 tű és a 6 vörösréz-tömb közé szorítottuk. A vörösréz-tömb belenyúlt az 5 kályhába, a kályhából kinyúló része pedig aszbeszt fonallal volt hőszigetelve. A kristály temperaturáját a 9 thermoelem segítségével a 10 galvanométeren olvashattuk le. A lumineszkálás fényét, amely a 8

kontaktus és 7 kristály érintkezési helyén keletkezett a kristályon keresztül a 6 réztömb furatán át vizsgálhattuk. A fény mérése úgy történt, hogy a mikroszkóp látómezéjét a 17 fényforrás fényével megvilágítottuk. A 17 fényforrás fényét a 13, 14 és 16 lencserendszer a mikroszkóp belsejébe elhelyezett 12 tükör segítségével vetítette az okulárba. Az okulárban tehát egymásra super-

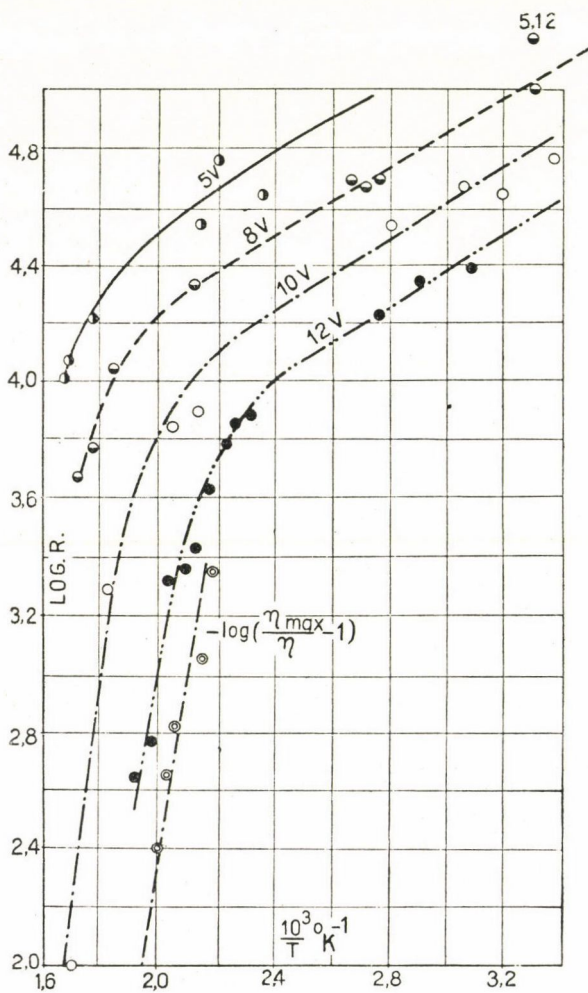


8. ábra

ponálva láttuk a világító kristályt és a 15 szürke ék segítségével beállítható fényességű háttérrel. A szürke ék eltolásával a háttér és a kristály képének fényessége kiegyenlíthető volt és így módon a világítás fényerőssége egyértelműen meghatározható volt. A kristály és tű közötti áramkört a 25 telep a 24 potencióméteren keresztül táplálta, a feszültség és áram adatok a 23 volt- és 22 mikroampermérőn volt mérhető. A 21 kommutátor segítségével a polaritás mérés közben megváltoztatható volt. A normállámpa és a kristály hőmérsékletének beállítására szolgáló kályha fűtésére a 1 feszültségstabilizátor szolgáltatta az áramot.

Mint látható fenti összeállítás segítségével nem a kristály tömegének az ellenállását vizsgáltuk, hanem a fényerjesztés szempontjából lényegesnek tartott kontaktushely ellenállás viszonyait tudtuk a fény keltésével egyidejűleg ellenőrizni. Az ellenállás méréseket a kristályra állandó feszültséget adva végeztük el több sorozatban, mérés közben minden esetben állandó feszültség mellett változtattuk a hőmérsékletet a kívánt határok között és mértük a kristályon átfolyó áramerősséget, valamint a világítás intenzitását.

A mérések eredményei a 9. ábrán láthatók. Abszcissza gyanánt az abszolút hőmérséklet reciprokát, ordináta gyanánt pedig az ellenállás logaritmusát mértük fel. Az aktiválási energiák összehasonlíthatósága céljából ugyanerre az ábrára felrajzoltuk az $y = -\log\left(\frac{\eta_{\max}}{\eta} - 1\right)$ függvényt is, ahol η_{\max} jelenti a mért leg-



9. ábra

nagyobb hatásfokot Lumen/Wattban és η pedig a szóbanforgó hőmérsékleten észlelt hatásfokot. A bevezetésben említett, 2. alatt hivatkozott vizsgálataink szerint ez az összefüggés a fotonszám temperaturafüggésének aktiválási energiájára ad közvetlen felvilágosítást, amennyiben a jelzett koordináta-rendszerben a görbe meredeksége éppen az aktiválási energiával egyenlő.

Azt látjuk, hogy az ellenállás változására jellemző görbék párhuzamosak a fény hatásfokára jellemző y görbével. Alacsonyabb hőmérsékletnél az aktiválási energia kb. 0,2 elektronvoltnak adódik, tehát nagyságrendben meg egyezik a *Lehovec* által a fény-gerjesztésre és *Busch* által a szennyezési vezetőképesség tartományában az ellenállásra talált aktiválási energiákkal. A 7. ábrán látható termsémával ezen aktiválási energia igen jól megmagyarázható. Ugyanis a valenciasávból ezzel az aktiválási energiával kerülnek fel elektronok a 0,15 elektronvolt illetőleg 0,25 elektronvolt magasságban fekvő akceptornívókra. A valenciasávban az üresen maradt lyukak száma adja az alacsony hőmérsékleten mutatózó vezetőképességet. Amilyen mértékben az alsó akceptornívókon megengedett állapotok betelnek, olyan mértékben csökken a magasabb nívóról ide történő átmenetek valószínűsége is. Ez a körülmény szolgálhat magyarázatul a fény alacsonyabb temperatúrán a temperatura növelésével mutatózó csökkenésére.

Rendkívül nehezen értelmezhető azonban a magasabb temperatúrákon — kb. 500°K fölött — mutatózó rohamos ellenállás és fénycsökkenés. Feltűnő a hatásfok és fényváltozás párhuzamos menete. Első pillanatra a kb. 2,5 elektronvoltos aktiválási energiát hajlamosak volnánk az alaprács tiltott sáv szélességének tekinteni, vagy esetleg a beágyazott aktivátor termék magasabb nívóinak az alapállapottól való távolságával azonosítani. Ezzel a feltevéssel jól megmagyarázható volna, az ellenállás változásának, valamint a fény csökkenésének temperatura függése. Súlyos nehézségek mutatóznak azonban ez esetben a szóbanforgó hőmérsékleteken fellépő aránylag nagy vezetőképesség megmagyarázása terén. Ezt a kérdést ismereteink jelen állása mellett egyelőre még kénytelenek vagyunk függőben hagyni.

Összefoglalás

Az eddigi vizsgálatokkal úgylátszik sikerült tisztázni az elektrolumineszcencia fénygerjesztésének mechanizmusát, az aktivátor centrumok mibenlétére az eddigi mérésekkel összhangban levő feltevésre jutnunk. Ennél az anyagnál is hasonló összefüggés mutatózik a vezetőképesség és lumineszkálás temperatura függésében, mint amilyet zinkszilikátoknál és más fluoreszkáló anyagoknál régebben észleltünk. Nem sikerült eddig tisztázni a magasabb hőmérsékleten mutatózó, a tiltott sáv szélességével azonos nagyságrendű aktiválási energia szerepét.

Befejezésül kedves kötelességemnek tartom, hogy köszönetet mondjak munkatársaimnak *Bauer György*, *Bodó Zalán*, *Nagy Elemér*, *Weiszbürg János* kartársaimnak egyrészt a mérések és mérőberendezések megtervezése és kivitelezése terén tanúsított kiváló munkájukért, másrészt az eredmények megvitatása során felmerült számos ötletért.

IRODALOM

- [1] *Szigeti* : Elektrotechnika, 4—5, 1947.
- [2] *Szigeti—Nagy* : Nature, 160, 641, 1947.
- [3] *Nagy* : J. Opt. Soc. Am. 39, 42, 1949.
- [4] *Szigeti* : Magy. Tud. Akad. Mat. és Term. tud. Oszt. Közl. 1, 30, 1951.
- [5] *Szigeti—Nagy—Makai* : J. Chem. Phys. 15, 881, 1947.
- [6] *Makai* : Journ. Electrochem. Soc. 95, 107, 1949.
- [7] *Loszev* : Phil. Mag. 6, 1024. 1928.
- [8] *Loszev* : Physik. Zsch. 32, 695, 1931.
- [9] *Finkelburg* : Kontinuierliche Spektren, J. Springer, 1938. 91. old.
- [10] *Lehovec, Accardo, Jamgochian* : Phys. Rev. 82, 330, 1951.
- [11] *Lehovec, Accardo, Jamgochian* : Phys. Rev. 83, 603, 1951.
- [12] *Lehovec, Accardo, Jamgochian* : Phys. Rev. 89, 20. 1953.
- [13] *Bay, Szigeti* : Magyar szabadalom : 140547 (1939. X. 23), USA szabadalom : 2254957
- [14] *Szigeti* : Magy. Tud. Akad. Műsz. Oszt. Közl. 4, 149, 1952.
- [15] *Braun, Busch* : Helvetica Physica Acta 18, 251. 1945.

AZ ANYAGBAN VÉGBEMENŐ ENERGIAÁTALAKULÁS ÉS ÁTVITEL FOTOLUMINESZCENCIA ESETÉBEN

V. L. LJOVSIN, Moszkva.

Értekezésemben nem vagyok abban a helyzetben, hogy felsoroljam mindazokat a fontos eredményeket, amelyeket a Szovjetunióban a fotolumineszcencia terén elértek, ezért csak egyeseket említek közülük. Hazánkban a lumineszcencia tanulmányozása csak a Nagy Októberi Szocialista Forradalom után indult virágzásnak. A forradalom előtti Oroszországban egyáltalában nem foglalkoztak ezzel a problémával. A lumineszcencia terén az elért sikereket azok a rendkívül kedvező feltételek biztosították, amelyeket a Szovjetunió Kommunista Pártja és a szovjet kormány a kommunista társadalom kialakítása során a tudomány minden oldalú fejlődése számára biztosított. A lumineszcencia különböző alkalmazási esetei igen fontosak a népgazdaság szempontjából. A szovjet tudósok arra töreksenek, hogy munkájuk eredményei fejlesszék az ipart, aminek következtében emelkedik a technika színvonala és népünk jóléte.

Fejtegetéseimet magának a lumineszcencia fogalmának vizsgálatával kezdem. Amint a tapasztalat mutatja, ennek pontos meghatározása igen fontos a lumineszcenciának a többi világítási fajtától történő elhatárolása és a kevésbé ismert világításfajták természetének tisztázása szempontjából.

Magának a lumineszcenciának a folyamatai nagyon különbözők. Ezért igen fontos a világítás kinetikája alapján történő rendszerezésük.

Már régen felmerült annak szükségessége, hogy a lumineszcenciát el kell választani a többi világítási folyamattól és már a múlt század végén *Wiedemann* úgy határozta meg a lumineszcenciát, mint a test hőmérsékleti sugárzásával szemben fellépő emisszió-többletet. Ezzel a meghatározással kvalitatíve hangsúlyozták, hogy a lumineszkálás alkalmával alacsony hőmérsékletben látható fényt nyerhetünk; azonban amikor ennek a meghatározásnak alapján a lumineszcenciát kvantitatíve elkülönítjük a hőmérsékleti sugárzástól, nehézségekbe ütközünk, mivel ehhez ismernünk kell a test hőmérsékleti sugárzásának nagyságát, ami a legtöbbször — különösen szelektív sugárzóknál — bonyolult.

Hangsúlyoznunk kell, hogy a lumineszcenciánál és a hőmérsékleti sugárzásnál az egyes részecskék állapotában kvalitatíve nincs elvi különbség. Az eltérés lényegileg a sugárzó részecskék egész rendszerének állapotában áll fenn. A hőmérsékleti sugárzás alkalmával az emittálók rendszere egyensúlyban van az emisszió terével, a lumineszcens folyamatok azonban nincse-

nek egyensúlyban. Tehát egyrészt a hőmérsékleti sugárzás kiegyensúlyozottsága, másrészt a lumineszcencia alkalmával az emissziók kiegyensúlyozatlansága, a legjellemzőbb különbség a kétfajta világítás között. Mivel azonban a gyakorlatban csak kvázi-egyensúllyal találkozunk, nincs éles határ a kétfajta világítás között és átmeneti folyamatok lehetségesek, amelyeket alapos joggal nevezhetünk hőmérsékleti sugárzásnak, de nem kisebb joggal lumineszcenciának. *Wiedemann* meghatározásában nem mutatott rá azokra az ismertetőjelekre, amelyek elválasztják a lumineszcenciát a visszavert fénytől, a fékezési sugárzástól és a Cserenkov-sugárzástól.

Sz. I. Vavilov rámutatott arra a kiegészítő ismertetőjelre, amely a lumineszkálást elkülöníti a felsorolt világítási folyamatoktól. Ez az ismertetőjel a világítás aránylag hosszú időtartama. Amíg a nem valódi emissziónál: a szórásnál és visszaverődésnél a folyamat a külső fény beesésének megszűnte után 10^{-14} sec nagyságrendű idő alatt befejeződik, addig a lumineszkálás jelenségeinél a világítás időtartama a gerjesztés megszűnte után 10^{-14} sec-tól több óráig tart. A 10^{-14} sec-nél rövidebb időtartamú folyamat rendkívül ritka. Ezért *Sz. I. Vavilov* is a 10^{-14} időt jelölte meg a lumineszcens folyamatok időtartamának. Természetesen ezt a számot nem szabad éles határnak tekinteni és csak közelítő gyakorlati határa a legkisebb időtartamú lumineszkálási folyamatnak.

A lumineszkálás hosszú időtartama annak eredménye, hogy a lumineszcens anyag az energiakvantumot elnyelve, a kisugárzás pillanatáig gerjesztett állapotba kerül, amit — az anyag tulajdonságaitól és a külső feltételektől függően — hosszabb-, rövidebb ideig megőriz. A kisugárzás akkor következik be, amikor az anyag visszatér kezdeti állapotába és energiátöbbletet szabadít fel. Így az előzetes energia-elnyelés és az energiát elnyelt anyagrészecskék gerjesztett állapota tekinthető a lumineszcencia jellemző ismertetőjelének.

A gerjesztett állapot hosszú időtartama lehetővé teszi a lumineszkálást kioltó folyamatok kialakulását. A fényszórás és más rövid ideig tartó folyamatok nem olthatók ki. Ezen ismertetőjel alapján *Sz. I. Vavilov* laboratóriumában megállapították, hogy az a világítás, amit ma Cserenkov-sugárzásnak nevezünk, nem lumineszkálás.

Amint *Sz. I. Vavilov* hangsúlyozta, háromfajta elemi világítást kell megkülönböztetni: spontán-önálló-világítást, amelynél a gerjesztett centrum emissziója bizonyos belső folyamatok következtében magában a centrumban megy végbe; kényszervilágítást, amely a metastabil állapotban lévő részecskéket jellemzi és csak külső okok hatására alakul ki; rekombinációs világítást, amelynél a világítást az váltja ki, hogy az anyagrészecskéknek a gerjesztés pillanatában szétvált részei újból egyesülnek.

A gyakorlatban megfigyelhető világítási folyamatok azonban rendszerint jóval bonyolultabbak és gyakran tartalmazzák mind a három felsorolt folyamatot.

Szerintem célszerűbb két világítási alaptípust megkülönböztetni: diszkrét centrumok világítását és rekombinációs folyamatokat. Diszkrét centrumok világításán azokat a világítási folyamatokat értjük, amelyek önállóan, vagy a környező közeg hatására egy centrumon belül alakulnak ki, pld. a gázmolekulában. Ennél a világítási típusnál meghatározott viszonyok között a környező közeg a folyamatok kialakulására lényeges hatást gyakorolhat: pld. indukciós kölcsönhatásoknál végbemehet a gerjesztési energia átvitele az egyik molekuláról a másikra — azonban ezek a folyamatok nem döntőek.

Ezzel szemben a rekombinációs folyamatokon a lumineszcens centrum részeinek szétválását, a szétvált részek eltávolodását és később végbemenő rekombinációját értjük hasonló részecskéekkel. Lehet, hogy ezek a részek már nem a centrum korábbi alkotórészei.

Mind a diszkrét centrumok világítását, mind a rekombinációs folyamatot az anyag közbenső — metastabil állapotba történő — átalakulása bonyolítja. Ebből a metastabil állapotból a visszatérést külső tényezők hatása váltja ki, míg a diszkrét centrumok világításánál a visszatérés bekövetkezhet a centrumban lévő atomok rezgési energiájának átrendeződése révén.

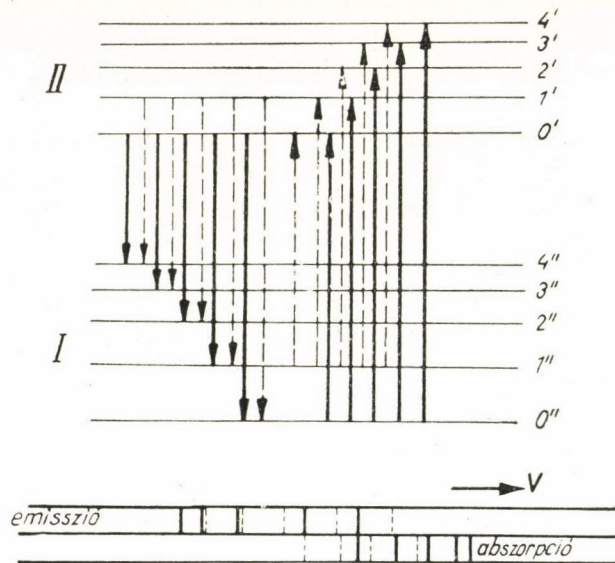
A lumineszkálási jelenségeknek ez az osztályozása lehetővé teszi a nagyszámú különböző világítási folyamat rendszerbefoglalását és tisztázza a korábban nagyon zavarosnak mutató folyamatokat.

Diszkrét centrumok világítása

A diszkrét centrumok világítása az anyag bármely halmazállapotában előfordul: gázokban, tiszta folyadékokban, oldatokban és kristályokban. Ezen világítás tanulmányozása felvilágosítást nyújt a molekulák és más sugárzó centrumok tulajdonságairól. Az ilyenfajta világítás alapvető jellemzői: az emissziós szinképek polarizációja, az emisszió határfoka, valamint a világítás időtartama és kialakulásának törvénye. E jellemzők tanulmányozásában lényeges eredményeket értek el.

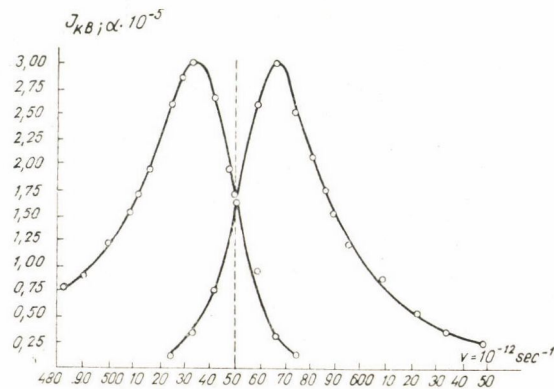
Az 1. sz. ábrán látható term-séma megmagyarázza, hogyan keletkezik a diszkrét centrumok lumineszkálását jellemző ismert spektrális törvényszerűség: a Stokes-szabály. A Stokes-szabály szerint a lumineszkálás szinképmaximuma az abszorpciós szinképek maximumához viszonyítva eltolódik a hosszú hullámok felé. (1. sz. ábra). Az 1. sz. ábrán két energianívó rendszert láthatunk. Az alsó nívórendszer az alapállapotnak, a felső pedig a gerjesztett állapotnak felel meg. O'' — O' elektronátmenetek. Szobahőmérsékleten az atomok vibrációi gyengék, ezért a molekulák túlnyomó többségénél az energiaállapotot az alsó O'' nívó jellemzi. Ettől a nívótól felfelé haladó nyilak azt az energiamennyiséget mutatják, amelyet a különböző molekulák gerjesztett állapotukba történő átalakulásukkor elnyeltek. A molekula elektronenergiájának változásán kívül ugyancsak megváltozik rezgési állapota. A molekulák azon rezgési álla-

pota, amelybe a közvetlen abszorpció után kerülnek, nem felel meg a rendszer hőegyensúlyának. Kondenzált fázisban a környező részecskékkel való ütközések alkalmával a gerjesztett molekula átadja fölösleges rezgési energi-



1. ábra. Diszkrét centrum energianívói és átmenetei.

áját. Ez az energiaátadás jóval rövidebb idő alatt megy végbe, mint a gerjesztett állapot időtartama: a gerjesztett molekulák rendszerében ezáltal beáll



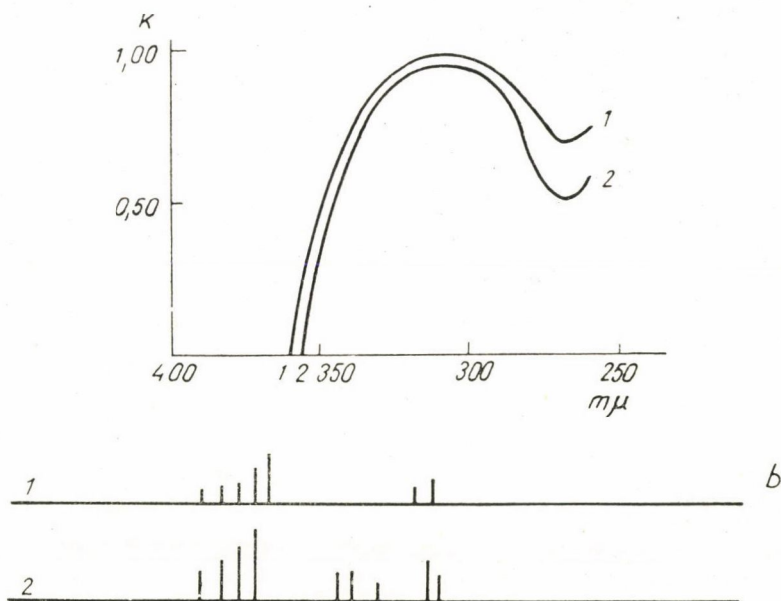
2. ábra. Acetonban oldott rodamin 6G abszorpciós és emissziós szinképek tükröszimmetriája,

a környező közeggel való hőegyensúly és a rezgési állapotot az emisszió előtt — a gerjesztett rendszer felső O' nivója jellemzi: tehát az egyensúlyi állapot beállása alkalmával a gerjesztett molekulák elvesztik a gerjesztéskor kapott

energiájuk egy részét. Azoknak a kvantumoknak a nagyságát, amelyek a molekuláknak az alapállapotba való visszatérésekor sugározódnak ki, a lefelémenő nyilak mutatják. Az emittált fénykvantumok átlagban kisebbek, mint a molekula által abszorbeált fénykvantumok — ami megfelel a Stokes-szabálynak.

Kaphatunk azonban az emittált kvantumok között nagyobb energiájúkat, mint az elnyelt kvantum. Ez akkor következik be, ha a gerjesztett molekulák jelentős rezgési energiatartalékkal rendelkeznek. Ezt a gerjesztést anti-Stokes-nek nevezzük. Ilyenkor azonban a lumineszkálás határfoka jelentősen csökken.

Sikerült még egy fontos spektrális törvényszerűséget megállapítanom, amely sok anyag szinképében kondenzált fázisban figyelhető meg. Ha a felső és az alsó állapot energianívóinak szerkezete azonos, továbbá ha a gerjesztett állapot időtartama elegendő ahhoz, hogy a gerjesztett molekulák egyensúlyi eloszlása kialakuljon a rezgési nívók mentén és a megfelelő abszorpciós és emissziós átmenetek valószínűségei arányosak, akkor az abszorpciós és lumineszkálási szinképek tükröszimmetriát mutatnak (2. ábra). Ezt a törvényszerűséget mutatja a 2. ábra. Az ábrán látjuk az acetonban oldott rodamin 6 G abszorpciós és lumineszkáló szinképét. Az abszcissza tengelyen a rezgésszámokat, az ordináta tengelyen pedig — a lumineszkálási szinképeknél meghatározott spektrális intervallumba eső emissziós kvantumok számát, az abszorpciós szinképeknél pedig abszorpciós együtthatókat raktuk fel. Tehát az



3. ábra. $8\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ -ban oldott $\text{Eu}(\text{C}_6\text{H}_5\text{COCHCOCH}_3)_3$ abszorpciója (a ábra 1 görbe) és emissziója (b/1).

8 C_6H_6 -ban oldott $\text{Sm}(\text{C}_6\text{H}_5\text{COCHCOCH}_3)_3$ abszorpciója (a ábra 2. görbe) és emissziója (b/2)

abszorpciós és lumineszkálási színeképek alakjából messzemenő következtetéseket lehet levonni a molekulának gerjesztett és gerjesztetlen állapotban elfoglalt energianívóinak szerkezetére és a nívók közötti átmenetek valószínűségére vonatkozólag. Az abszorpciós és lumineszkálási színeképek tükrörszimmetriáját megfigyelhetjük festékkoldatoknál, sok aromás vegyületnél, gyémántok színeképeinél stb.

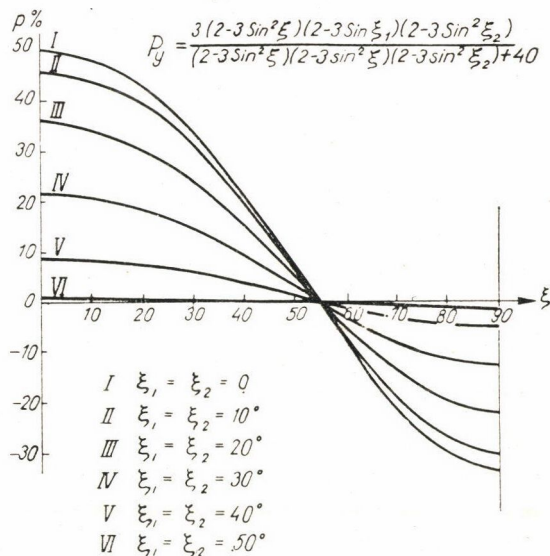
Ez a törvényszerűség azonban természetszerűleg érvényét veszti, ha az abszorpció a molekulának egyik, az emisszió pedig másik részében megy végbe. Így A. I. Szevszenko és A. K. Profimov megvizsgálta az energia intramolekuláris átvitelét az europium és szamárium benzoilacetát ($\text{Eu} [\text{C}_6\text{H}_5\text{COCHCOCH}_3] 3$) molekulákban. E vegyületek molekuláit alkotó szerves gyökök abszorpciós színeképe folytonos (3a. ábra), az europiumhoz és a szamáriumhoz tartozó emisszió pedig vonalas. (3b. ábra).

A színeképek tükrörszimmetriája felbomolhat akkor, ha az oldatokban végbemenő fizikai és kémiai változások következtében a lumineszkáló molekulák egy része más állapotba (pld. asszociál) megy át, amelynek abszorpciós színeképe megváltozik és nem lumineszkál. Ha a molekuláris sugárzók rendszerét elektromos dipolusnak tekintjük, úgy ennek a rendszernek polarizált az emissziója. Sz. I. Vavilovval együtt úgy véltük, hogy az álló és térben rendezetlen dipolusok esetében a polarizáció foka polarizált fénnel történő gerjesztésnél és a gerjesztő vektor irányára merőlegesen megfigyelve 50%. Azonban a valóságban a molekulák majdnem mindig gyors mozgásban vannak. Kidolgoztam azt az elméletet, amely megadja a polarizáció fokát attól függően, hogy a dipolus a gerjesztett állapot időtartama alatt milyen szögben fordul el, — tekintetbevéve az oszcillátor rezgő mozgását a molekula belsejében. Ennek az eredményeit mutatja a 4. ábra. Itt az abszcisszatengelyre a dipolusok szögét, az ordinátára a polarizációs fokot raktuk fel. Amint a 4. ábrából látható, egyes esetekben a polarizáció foka negatív értékeket is felvehet — amit kísérletileg igazoltunk.

Érthető, hogy ugyanígy változik a polarizáció abban az esetben is, ha az abszorpció a molekula egyik, az emisszió pedig a másik részében megy végbe és emellett az abszorpciós és emissziós oszcillátorok között bizonyos szög van. Ezekben az esetekben a polarizációt tanulmányozva meghatározhatjuk az abszorpciós és emissziós oszcillátorok közötti szög nagyságát. Hasonló vizsgálatokat végzett többek között P. P. Feofilov és N. D. Zsevandrov összetett szerves vegyületek számos molekulájával kapcsolatban kristályos fázisban és maximálisan viszkozus oldatokban, ahol a molekulák gyakorlatilag mozdulatlanoknak tekinthetők. Az antracén arilamino-származékainál a hosszúhullámú és rövidhullámú abszorpciós oszcillátor közötti szög 90° .

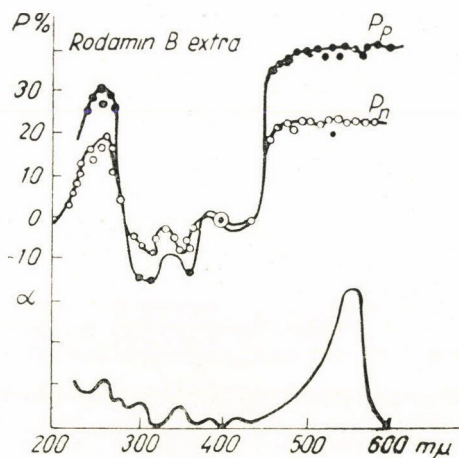
A folyékony fázisra jellemző a gerjesztett molekulák forgómozgása. Szerintem a molekulák forgásszögének meghatározására alkalmazható a Brown-féle forgómozgás törvénye. A kidolgozott elmélet lehetővé tette a polarizációs

fok mérése útján az elfordulási szög meghatározását, ennek értékeiből pedig, — felhasználva a Brown-féle forgómozgás Einstein-képletét, — a gerjesztett állapot átlagos időtartamának meghatározását.



4. ábra. A polarizációs fok függése az emissziós és abszorpciós dipólusok által bezárt szögtől. ξ_1 és ξ_2 az egyes dipólusok nutációs szögei. (lásd részletesebben Левши: Фотolumинесценция IV. fejezet, 20. §.)

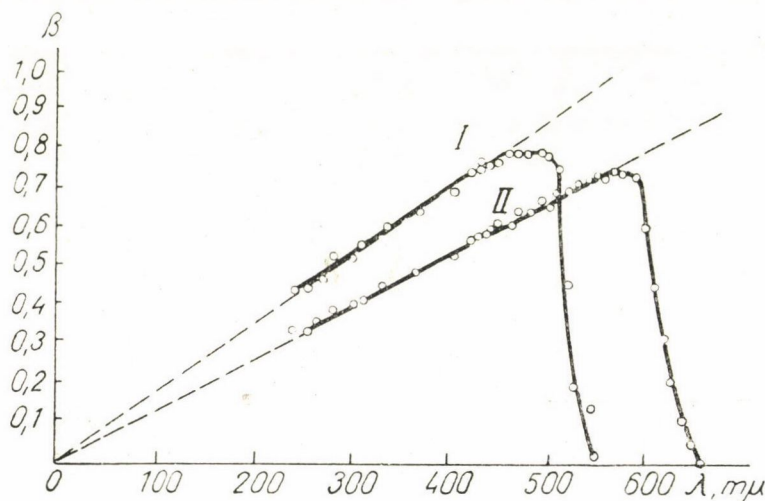
A Brown-féle mozgásról levezetett Einstein-képlet csak kis forgásszögeknél érvényes. F. Perrin tökéletesítette a Brown-féle mozgás elméletét és



5. ábra. Glicerinen oldott rodamin extra polarizációs és abszorpciós szinképei.

olyan képleteket dolgozott ki, amelyek nagy forgásszögeknél is megadják a forgásidő és a forgásszög összefüggését. Ez a tökéletesebb elmélet — amit

magam is továbbfejlesztettem — tökéletes módszert nyújt az oldatok lumineszkáló molekuláinál fellépő gerjesztett állapotok időtartamának meghatározására. Ezt a módszert sok szerző felhasználta festékanyagok világítási időtartamának tanulmányozásánál — és amint azt ma már tudjuk — az általuk kapott eredmények megegyeznek azon közvetlen meghatározások eredményeivel, amelyeket bonyolult fluorometrikus berendezések segítségével nyertek.



6. ábra. A fluoreszkálás energiahatásfokának függése a gerjesztőfény hullámhosszától.

I. görbe, vízben oldott fluorescein, II. görbe, glicerinen oldott rodamin.

Sikerült azt is megállapítanom, hogy a gerjesztő fény hullámhossza hatásával van az emisszió polarizációs fokára. *P. Freilich, Sz. I. Vavilov, P. P. Feofilov*, valamint több más kutató ezt az effektust úgy tanulmányozta, hogy a gerjesztő fény hullámhosszát nagy tartományban változtatta. Ekkor kitűnt, hogy a polarizáció változásai rendkívül nagyok és jellemzők az anyagokra. Az emisszió polarizációs fokát a gerjesztő fény hullámhosszának függvényében ábrázoló görbék részére *Sz. I. Vavilov* polarizációs színek elnevezést javasolta. Ez az elnevezés nagyon indokolt, mivel az 5. ábrán látható polarizációs görbék ugyanúgy jellemzők a vizsgált anyagra, mint az abszorpció, a lumineszkálás és a diokrizmus színeképei.

A diszkrét centrumok világításának tanulmányozása szempontjából alapvető jelentőségű az a körülmény, hogy *Sz. I. Vavilov* a lumineszkálás hatásfokának fogalmát úgy állapította meg, mint az emissziós és abszorpciós energia hányadosát. *Sz. I. Vavilov* által 1924-ben, majd később tanítványa *M. M. Aljencev* által 1951-ben végzett kísérleti vizsgálatok sok anyagra nézve megadták az energiahatásfok abszolút értékét. A tipikus lumineszkáló anyagoknál a hatásfok eléri a 0,7-et. *Sz. I. Vavilov* megvizsgálta, hogyan függ a lumineszkálás hatásfoka a gerjesztőfény hullámhosszától és a következő, manap-

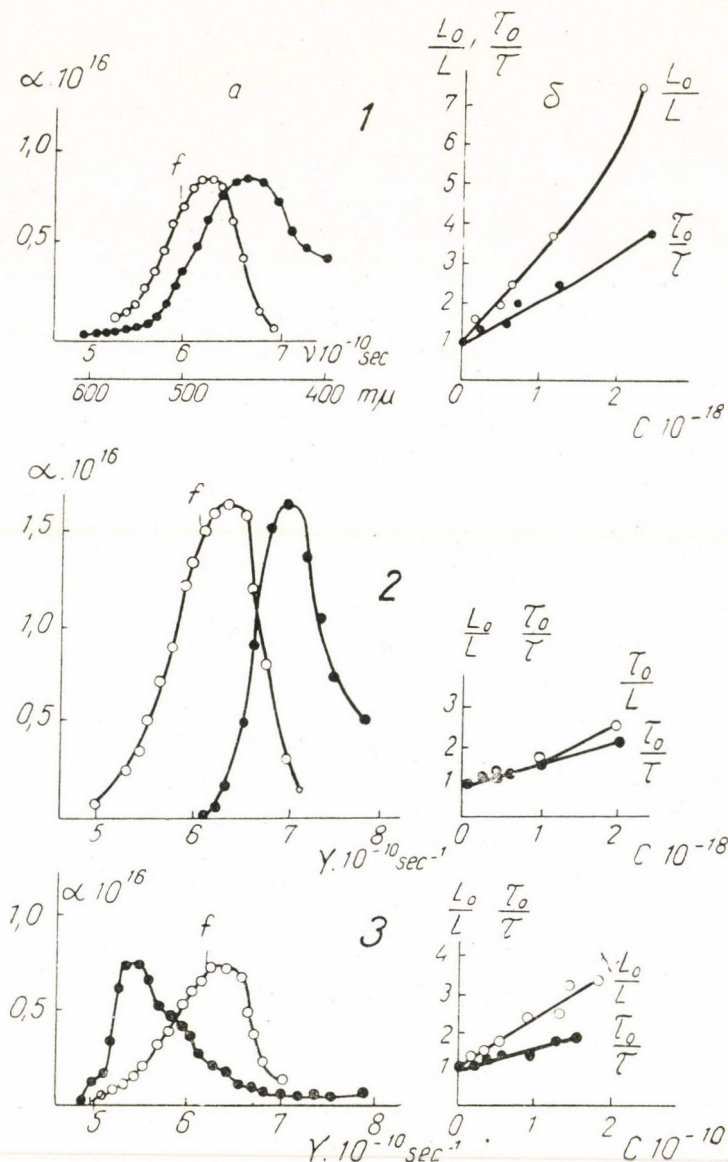
ság Vavilov törvényének nevezett eredményt kapta: a lumineszkálás energiahatásfoka a gerjesztőfény hullámhosszával arányosan nő, majd a hosszúhullámú abszorpciós tartományban bizonyos hullámhossz-intervallumban állandó marad, végül a színkép antistokes-részében csökken. Amint Sz. I. Vavilov laboratóriumában elvégzett legutóbbi vizsgálatok kimutatták, ez a csökkenés annál erősebb, minél alacsonyabb az oldat hőmérséklete. A 6. ábrán látjuk M. M. Aljencev méréseinek eredményeit, amelyek a Vavilov-törvénynek érvényességét igazolják. Ezeket a görbéket vízben oldott fluoreszcinnel és glicerinben oldott rodaminnal kapták.

A külső hatások megváltoztatják a lumineszkálás hatásfokát. Ide tartozik mindenekelőtt az energiának más részecskékhez, pld. ugyanannak a lumineszkáló anyagnak a gerjesztetlen részecskéihez való átvitele — az ún. koncentrációs kioltás —; idegen részecskének való energiaátadás, továbbá a szennyeződések következtében fellépő kioltás. A jelenségek vizsgálata és elméleti kidolgozása a szovjet fizikusoknak, Sz. I. Vavilovnak, V. A. Svesnyikovnak, M. D. Galanyinnak és a szerzőnek köszönhető. Sz. I. Vavilov elmélete szerint ha a gerjesztetlen és gerjesztett molekulák között indukciós kapcsolat áll fenn, bekövetkezhet az energiavándorlás egyik molekuláról a másikra. Az ilyen átmenetek egy részét a gerjesztési energiának hővé történő átalakulása kíséri. Az elmélet megmagyarázza miért depolarizálódik a világítás koncentrált oldatokban és miért változik meg a világítási időtartam a lumineszkálás kioltásakor. Sok oldat esetében az elmélet nemcsak kvalitatív, de kvantitatív leírást is ad. Az energia átvitele a molekulák között annál erősebb, minél nagyobb közöttük az indukciós kapcsolat, — ami kvalitatíve abban mutatkozik meg, hogy a gerjesztett molekula lumineszkálási színképei szuperponálódnak az energiaakceptor-molekulák abszorpciós színképeire. Ezt a tételt szemlélteti az M. D. Galanyin és L. V. Ljovsin közleményeiből vett 7. ábra. Az ábra bal oldalán ábrázoltuk a triaminoftalimid lumineszkálási színképét és krizoidin, auramin és fuxin kioltó anyagok abszorpciós színképét; a jobboldalon a világítás hatásfokának és időtartamának megváltozását látjuk a kioltószer koncentrációjának függvényében.

A kioltás másik alakja: a gerjesztési energiának belső átalakulása az atom rezgési energiájává, ami különösen erősen jut kifejezésre magas hőmérsékleteken és nagyszámú szabadságfokkal rendelkező összetett molekuláknál. Ebben az esetben — mint ahogy B. Sz. Nyeporent dolgozatában kimutatta — a hatásfok csökkenése és a lumineszkálás kioltása bekövetkezhet gáznemű halmazállapotban is, anélkül, hogy a molekulák összeütköznének egymással, a gerjesztési elektronenergiának az atomok rezgési energiájává történő átalakulása folytán. Az összes ilyen fajta kioltás csökkenti a lumineszkálás hatásfokát.

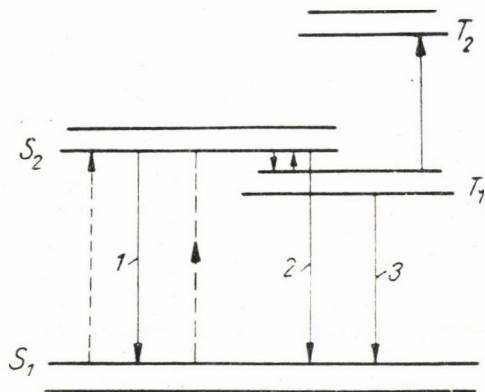
Amint értekezésem elején mondtam, a világítás időtartama és kialvás törvénye a lumineszkálás legfontosabb jellemzői. A diszkrét centrumok világítá-

sának kialakási törvénye exponenciális, ami pedig az időtartamot illeti, mivel az esetek többségében a lumineszkáló molekulákat elektromos dipolusoknak tekinthetjük, azt várhatnánk, hogy a molekuláris világítás időtartama 10^{-8} sec nagyságrendű lesz. Azonban a világítás időtartama a kioltó folyamat következtében erősen megrövidül. Bármely kioltási folyamat esetében a lumineszcencia főleg a hosszúéletű molekuláknál csökken, mivel valószínűbb a kioltáshoz szüksé-



7. ábra. Kioltó anyagok hatása a lumineszkálás hatásfokára és időtartamára.
Kioltóanyagok: 1 görbe fuxin, 2 görbe krizoidin, 3 görbe auramin.

ges feltételeknek kialakulása akkor, ha a molekula hosszú időn át van gerjesztett állapotban, mint ha rövid időn át. Ezért az összes kioltási folyamat a világítás átlagos időtartamának megrövidülését eredményezi. A világítás időtartama gyakran 10^{-10} sec-ig csökken. Az ily rövid világítási időtartamok mérése rendkívül nehéz. Azonban az SzSzSzK Tudományos Akadémiájának Fizikai Intézetében olyan fluoriméteres berendezéseket dolgoztak ki, amelyek lehetővé teszik az ilyen rövididejű folyamatoknak vizsgálatát.



8. ábra. Jablonszkij term-sémája.

A gerjesztett állapotok időtartamainak fluorométer segítségével végzett mérései lehetővé tették annak megállapítását, hogy koncentrációs kioltásnál az oldatok világítási időtartama és a polarizációs fok változása, valamint a lumineszkálás hatásfokának csökkenése között stb. kapcsolat áll fenn.

Kitűnt, hogy nincs egyenes arányosság a gerjesztett állapot időtartama és a világítás hatásfoka között. Mint a 7. ábrán látjuk, mindkét mennyiség egy irányban változik; a világítási hatásfok csökkenése arányában csökken a világítás időtartama is.

Az összetett molekulák a rövid ideig tartó emisszióján kívül tartós világítás is fellép, ami néha mp-ig, sőt percekig tart. Wiedemann és Kovalszkij régebbi dolgozataiból ismeretes, hogy a szerves anyagok megfagyott és szilárd közegben tartósan világítanak. Az utóbbi időben ennek a világításnak tanulmányozására több figyelmet fordítottak. 1926-ban Sz. I. Vavilov és magam kandiszkorban oldott festékanyagok új fajtáját fedeztük fel, amely kizárólag tartós, exponenciálisan kialakuló világítást adott. Ennek magyarázatára feltesszük, hogy a gerjesztett molekula metastabil állapotban van. A. Jablonszkij jól felhasználható sémát javasolt ezekre a folyamatokra. A 8. ábrán S_1 a molekula alapenergia nivója, felette helyezkedik el a gerjesztett állapot nivója S_2 . A gerjesztés után a molekulák egy része rövid ideig tartó világítást ad (1) másik része pedig metastabil állapotba jut, amelynek energia nivója T_1 valamivel alacsonyabban helyezkedik el, mint a labilis S_2 nivó. A T_1 metastabil nivó-

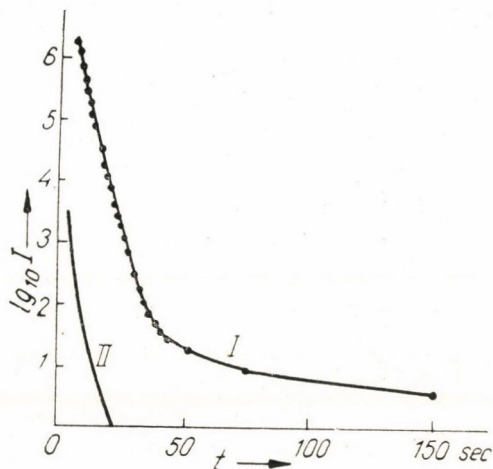
ról az alapállapotba történő közvetlen átmenet, S_1 nívóról pedig a metastabil T_1 nívóra való közvetlen átmenet egyaránt tiltottak. Ezért a T_1 nívó kitöltése a labilis S_2 nívón át történik. Három világítási folyamat lehetséges: a rövid ideig tartó világítás (10^{-8} sec) az S_2 nívóról való átmenetnek felel meg. A tartós spontán metastabil folyamat (3) a T_1 nívóról történő átmenetnek felel meg. Ekkor az emittált kvantum nagysága kisebb, és ezért az emissziós színek az alapemissziós színekhez képest a hosszúhullámok irányában eltolódnak. Végül a tartós világítási folyamat (2) annak felel meg, hogy az elektron magasabb labilis nívó közvetítésével megszabadul a metastabil nívóról. A molekula, miután további energiát kapott, visszatér a labilis gerjesztett S_2 állapotba, innen pedig a gerjesztetlen S_1 állapotba. Mivel utóbbi átmenet ugyanarról az S_2 nívóról megy végbe, mint a rövid ideig tartó folyamatnál, ennek a tartós világításnak színe azonos a rövid idejű emisszió színeivel. Másrészt, mivel a két tartós folyamat (2) és (3), az elektronoknak a metastabil T_1 nívóról való távozásával függ össze, időtartamukat a metastabil állapotban való átlagos időtartam határozza meg, így az időtartam azonos mindkét folyamatban. Az időtartam gyorsan csökken a hőmérséklet emelésével.

A molekulák metastabil állapotának keletkezését *A. N. Terenyin* magyarázta meg. Az összetett molekuláknak két optikai elektron állapota lehetséges. Az első az alapállapot, amely spinjeik antiparallel elhelyezkedésének felel meg. A második — amely megvalósulásához bizonyos energiát igényel — az elektronok spinjei párhuzamos elrendeződésének felel meg — ami a molekula metastabil állapotában be is következik. Ez utóbbi triplett, ezért a róla a szingulett S_1 alapállapotba történő átmenet tiltott.

Megoldatlan marad az a kérdés, hogy a szóbanforgó átmenet jellemző-e magára a lumineszkáló anyag molekulájára vagy pedig akkor jön létre, ha a molekula a környező hőmérséklet hatására megváltozik.

Mivel a tartós világítás szinte kizárólag szilárd közegben figyelhető meg, megfagyasztott alkohalnál, kandiscukornál, bórsavnál, zselatinnál stb., valószínűbb a második feltevés. Kitűnt azonban, hogy mindkét nézet téves, mivel lehetséges a molekulák tartós világítása anélkül, hogy szilárd környezetbe bevezetnénk azokat. *P. P. Dikun* speciális kísérletek során gőzökben vizsgálta a világítást. Kitűnt, hogy sok anyag gőzeinél, különösen a fenantrénál, tartós világítás lép fel. Tehát, bár a környező közeg előnyösen befolyásolja a molekula triplettállapotba való átmenetét, az izolált molekuláknál is fennáll a lehetőség a triplettállapotba történő átmenetre. A tartós világítás színeinek vizsgálataival lehetségessé válik a molekulákban levő atomok különböző rezgéseinek kimutatása, intenzitásuk és jellegük meghatározása. *P. P. Dikun* és *D. A. Svesnyikov* az utóbbi időben részletesen megvizsgálták és elemezték a benzol és mezitilén tartós világítását. Kétségtelen, hogy a tartós világítás vizsgálata rendkívül fontos a molekulák tulajdonságainak tanulmányozása szempontjából. Ezek a jelenségek más tekintetben is összekötő láncszemet képeznek a molekulák

és a kristályfoszforok világítása között. Az utóbbiak világításának jellege rekombinációs. Világításuk a gerjesztés alkalmával kivált elektron és az ionizált centrum rekombinációjánál keletkezik. Tiszta szerves anyagoknál régebben ilyenfajta folyamatokat sohasem észleltek, azonban lehetőségük nem volt elvileg kizárt. Sok szerves anyagnál megvilágítás alkalmával fotoeffektus lép fel és növekszik az elektromos vezetőképesség. Figyelembevée ezt, valamint az

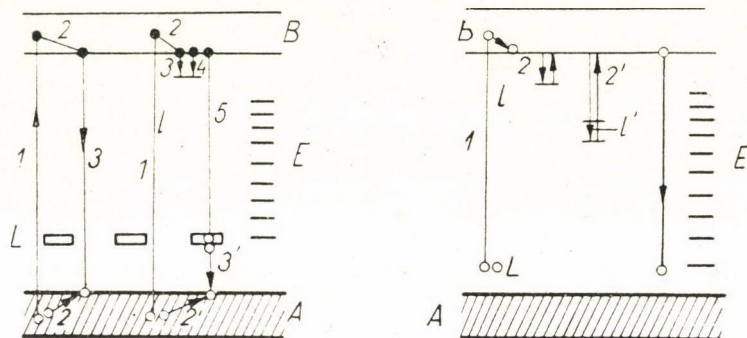


9. ábra. Kialvási görbék. I. kalciumfoszfát, II. fluorén.

összetett szerves anyagoknál létrejövő energiavándorlási folyamatokat, azt várhatjuk, hogy ezeknek az anyagoknak a világítása nagyon bonyolult lefolyású lesz; világításuk kialvása eltér az egyszerű exponenciális törvénytől. Ezzel kapcsolatban V. A. Jasztrebov megvizsgálta a több mint 20, a szerves vegyületek különböző osztályaiba tartozó anyag tartós világítását. Úgy találta, hogy világításuk kialvását exponenciálisan csak az intenzitás szűk változási határai között lehet kifejezni. Jasztrebov méréseit az intenzitás igen tág változási határai között végezte — egészen a milliószoros változásig (rendszerint a méréseket kb. 1000-szeres változási határokon belül végzik). Ennek során kitűnt, hogy alacsony hőmérsékleteken az exponenciálistól eltérő kialvás az összetett molekulák világításának általános sajátossága. Tipikus a karbazollal aktivált kalciumfoszfát kialvásának menete az intenzitás kb. 10^6 -szoros változásánál (a 9. ábra I. görbéje, a II. görbe a fluoren kialvását mutatja). Nagyon bonyolult kialvási törvényű tartós világítást figyeltek meg szervesetlen anyagokba bevitt szerves anyagoknál (Sorel cement, kalciumfoszfát, stb). Ezen anyagok bonyolult kialvási jellegének egyik lehetséges magyarázata az, hogy a metastabil gerjesztett állapotok nemcsak a molekulának labilis gerjesztett állapotokon keresztül történő átalakulása útján keletkezhetnek, hanem a gerjesztéskor keletkező ionok és gyökök rekombinációja folytán is.

Kristályfoszforok világítása

A modern technikában különösen nagy jelentőségűek a nehézfémekkel aktivált szervesetlen kristályos anyagok, az ún. kristályfoszforok. Ilyen pl. a rézzel aktivált cinkszulfid. Az ilyen anyagok technikai alkalmazása az utóbbi időben rohamosan fejlődik, azonban a bennük végbemenő — a gerjesztési energia átalakulásánál — fellépő folyamatok jellege még eddig sok tekintetben tisztázatlan.



10. ábra. Szilárd testek term-sémái. A — teli sáv, B — vezetési sáv, E — közbenső energianívók, L — lokalizációs nívó.

Ennek oka a kristályfoszforok nagyon bonyolult volta: a bevitt szennyeződések a rácsokat erősen deformálják és bonyolítják magát a világítási folyamatot is. A kristályfoszforoknál megtaláljuk a diszkrét centrumok világítását, de a rekombinációs jellegű folyamatokat is. Vannak olyan folyamatok, amelyek a gerjesztés megszakítása alkalmával a mp milliomodrészéig tartanak, és vannak, melyek több óráig tartanak. Ezek a különböző folyamatok gyakran ugyanabban az anyagban alakulnak ki és szuperponálódnak. A szovjet fizikusok jelentős mértékben tisztázták a kristályfoszforok világításának bonyolult képét.

Ezekre az anyagokra a legjellemzőbb a tartós világítás. Ennek kialakása az intenzitás igen széles tartományában mérve, leírható hiperbolikus típusú képlettel, amelyet némileg más formában még Becquerel ajánlott. Gyakorlati célokra alkalmazták az egyszerűsített

$$J = A(b + t)^{-\alpha}$$

képlet, amely megfigyeléseink szerint szintén jól kifejezi a kísérleti adatokat, még akkor is, ha az intenzitás széles tartományban változtatható. Ezekben a képletekben α a kialakás állandója, rendszerint kisebb 2-nél, b — a kezdeti idő-intervallumban a világítást jellemző állandó.

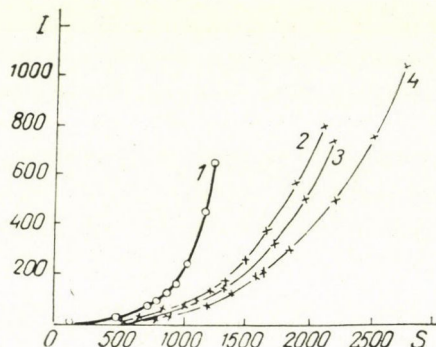
Világosan látható a kristályfoszforok kialakásában a hiperbolikus lefolyás, melyet az jellemez, hogy a folyamat kezdetén az intenzitás nagyon gyorsan esik, majd az esés a későbbi stádiumban meglassul. Ez semmiképpen sem

egyeznek meg a Lenard-féle centrumok elméletével, sőt általában az izolált centrumok világításával sem.

A kristályfoszforok tartós lumineszkálási folyamatainak kinetikáját általánosan a félvezetők sávmélete alapján lehet magyarázni (10. ábra). Feltételezzük, hogy a lumineszkáló anyagokban a lehetséges energiaállapotok nívórendszeret alkotnak, a nívók folytonos sávba olvadnak össze. A legegyszerűbb esetben két sávot veszünk fel: az alsó elektronokkal telt és a felső telítetlen, vezetési sávot. E sávokon kívül, melyek az egész kristályra nézve közösek, feltételezzük helyi energianívók létezését, amelyek a sávok között helyezkednek el, és a kristályrács hibás helyeivel vannak kapcsolatban. A kristályrács hibás helyei, pl. azok a helyek, amelyeket az aktivátor atomjai deformálnak. A tartós világítás kinetikáját ebben a képben arra vezetik vissza, hogy az elektronok leszakadnak az aktivátor atomjairól, vagy kiszabadulnak a telített sávból, mozognak a vezetési sávban, majd rekombinálnának az ionnal. Az elektronok nagy sebessége következtében ez a kép megmagyarázhatja a rövid ideig tartó világítás kialakulását. A tartós világítás fellépése az elektronok időleges lokalizálódásával magyarázható, ami a kristályrács sérült helyein történik. A lokalizált elektronok kiszabadulása energiatöbblet elnyelése révén megy végbe. Ezt az energiatöbbletet a közeg hőenergiájából vagy kívülről való fénybesugárzás segítségével nyeri az elektron. Ilyen kisugározható fény lehet maga a gerjesztő fény is. Az elektron befogási stabilitását a rács valamelyik hibás helyén az határozza meg, hogy a hibás helynek megfelelő nívó milyen mélyen helyezkedik el a vezetési sáv alatt. Sekély nívókról az elektronok gyakorlatilag pillanatok alatt szabadulnak meg, mély nívókról szobahőmérsékleten rendkívül lassan. Az elektronok a helyi nívókról exponenciális törvény szerint szabadulnak meg. *Wilkins* és *Randall* angol fizikusok és mások úgy vélik, hogy a kinetikának ez a szakasza már tisztázott. Nem veszik azonban figyelembe annak lehetőségét, hogy az elektronok ismét lokalizálódnak, ami folytán egészen más az összefüggés az idő és a világítás intenzitása között. Az ilyen folyamatok elméletét részletesen megvizsgálták *Adirovics* és *Antonov-Romanovszkij* szovjet fizikusok. Azonban ez az elmélet felteszi, hogy csupán egyfajta lokalizációs nívók vannak. Viszont a foszforok többségében a lokalizációs nívók energiamélysége nagyon különböző. Ez következik pl. az alábbiakból: ha a nívók mélysége azonos volna, a foszforok állapotát egészen meghatározná a lokalizált elektronok száma, mivel a feltevés szerint az összes elektronok azonosan lokalizálódnak. A laboratóriumunkban végzett kísérletek azonban ellenkezőleg azt mutatták, hogy a foszforok állapota különböző lehet akkor is, ha a lokalizált elektronok száma ugyanaz.

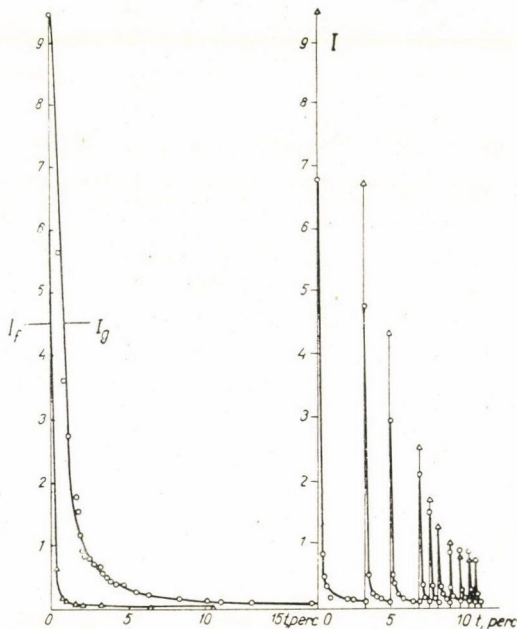
Egyenlő számú akkumulált elektront úgy tudtak előállítani, hogy közvetlenül gerjesztették a foszfort, illetőleg az előzetesen erősen gerjesztett foszfort részlegesen kisugározták. Az ilyen foszforok kialakása teljesen különböző. A részben kisugárzásra kényszerített foszfor lassan alszik ki, a közvetlenül

gerjesztett foszfor sokkal gyorsabban. A kialvás menete erősen függ nemcsak a felhalmozott fényösszeg nagyságától, hanem az elektronok lokalizálódásának minőségétől is, a fényerő annál nagyobb lesz, minél több elektron tartózkodik a sekély lokalizációs nívón. (11. ábra.)



11. ábra. ZnS-Cu foszfor fényerősségének függése a gerjesztésnél akumulált fényösszegtől. Az ábra egyes görbéi különböző gerjesztési hullámhosszokhoz tartoznak.

Azt a tényt, hogy a foszforokban különböző mélységű nívók vannak, rendkívül szemléletesen demonstrálja az ún. szekunder foszforeszkálás jelensége. Mondottuk, hogy a lokalizált elektronok kiszabadulása végbemehet termikus és optikai úton. Az utóbbi esetben a már gerjesztett foszforra fénysu-



12. ábra. Szekunder foszforeszcencia. A baloldali ábrán I_F a természetes foszforeszcencia, I_g az infravörös sugarakkal gerjesztett foszforeszcencia. A jobboldali görbe az optikai felvillanásokat mutatja.

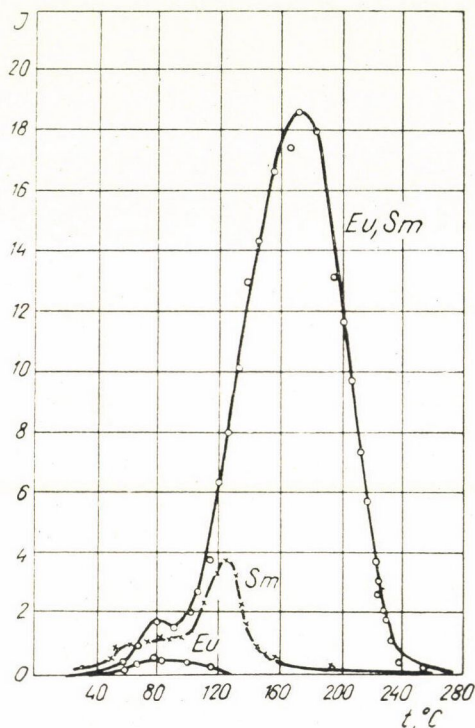
garakat bocsátunk; ekkor az elnyelt sugárzó energia folytán az elektronok a lokalizációs nívókról a vezetési sávba jutnak. A vezetési sávba jutott elektronok egy része rekombinálódik az ionizált centrumokkal, másik része ismételt lokalizálódik. Két mély és sekély nívórendszert tartalmazó foszfor gerjesztése alkalmával a folyamat úgy alakul ki, hogy az elektronok egy része a mély nívókról a sekélyebbekre kerül. Szerintünk ez a folyamat a következőképp folyik le: a foszfort előzetesen gerjesztve, bár a foszforeszkálás megszakad, a foszforban még jelentős mennyiségű elektron marad a mély nívókon. Ha a kialudt foszforra kisugározható sugarakat bocsátunk, az újból világít. Ezt a világítást azoknak az elektronoknak a rekombinációja hozza létre, melyek a mély nívókról a vezetési sávba emelkedtek. Ha a kisugározható sugarakat megszüntetjük, a világítás hirtelen lecsökken, de marad egy gyenge, tartós világítás, — másodlagos foszforeszkálás — mely azáltal jön létre, hogy az elektronok fokozatosan kiszabadulnak a sekély lokalizációs nívókról, mely utóbbiak a fénygerjesztés ideje alatt megteltek a mély nívókról származó, a vezetési sávból újra visszaesett elektronokkal. A foszfor egyszeres gerjesztése után a jelenséget újra meg lehet ismételni. (lásd 12. ábra.)

Ezekkel a kísérletekkel teljes szemléletességgel bizonyítható egyrészt, hogy a foszforoknak különböző mélységű nívói vannak, másrészt, hogy az elektronok rekombinációjukig többször visszaeshetnek a lokalizációs nívókra. Nagyon fontos feladat a foszfort jellemző különböző mélységű lokalizációs nívók egész rendszerének felderítése. Az utóbbi időben ebből a célból sikerrel alkalmazták a foszforok termikus kisugároztatási görbéinek módszerét, melyet először a Szovjetunióban dolgoztak ki *M. A. Brilliantov*, *Z. N. Morgenstern* továbbá *M. M. Kacz* fizikusok.

Ezeknél a vizsgálatoknál a lehűtött foszfort a gerjesztés után fokozatosan egyenletesen melegítik. Meghatározott hőmérsékleteken megfigyelik a foszfor felvillanásait. Ezek több hőmérsékleti intervallumra kiterjednek. A foszfor adott hőmérsékletű intervallumban kialszik, majd magasabb hőmérsékleten újból felvillan. A vizsgált hőmérsékleti intervallumok mindegyikének meghatározott energianívó felel meg. A világítási maximumok hőmérséklete arányos azzal az energiával, mely az elektronoknak az adott mélységű nívókról való kiszabadításához szükséges. A hőmérsékleti kisugároztatási görbék segítségével megvizsgálták a kristályfoszforok különböző típusait, továbbá a kristályfoszforok összetételének és készítési eljárásainak hatását a lokalizációs nívók tulajdonságaira és számára.

Felmerül a kérdés, hogy milyen a lokalizációs nívók természete. A jelenlegi adatok azt mutatják, hogy képződésük a bevitt aktivátornak tulajdonítható. Minden aktivátornak megvan a maga jellemző nívórendszere. Így saját adataink szerint a *SrS-Eu* foszforokban az aktivátornak, az europiumnak olyan sáv felel meg, amelynek maximuma 90° körül van. Az *SrS-Sm* foszforokban az aktivátornak, a szamáriumnak a sávja 125° körül van. Az

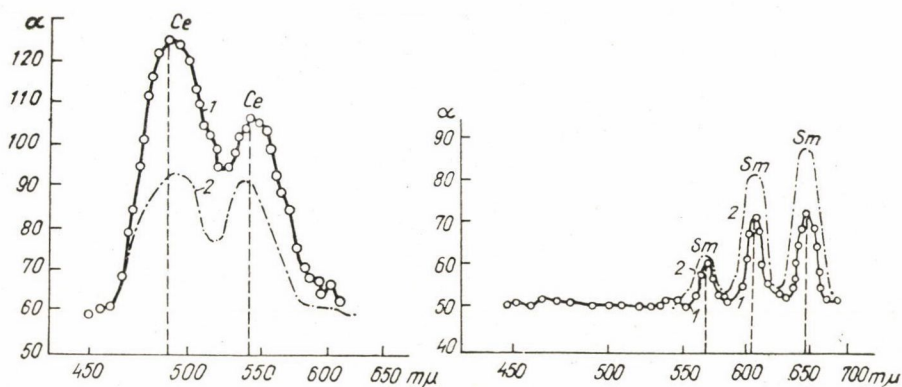
aktivátorok hatása nem additív. Az összetett kétaktivátoros foszforokban, melyben pld. szamárium és europium egyaránt van, a lokalizációs sáv nem felel meg sem az europiumnak, sem a szamáriumnak külön-külön, hanem új sajátos sáv. A fentiek láthatók a 13. ábrán. Az $SrS-Eu-Sm$ foszforban a kisugároztatás maximuma 180° -nál lép fel. Az a körülmény, hogy a lokális nívó képződésénél az aktivátorok hatása nem additív, arra mutat, hogy a kétaktivátoros foszforokban a lokális nívók egymás közelében helyezkednek el. Ennek következtében a kettős aktivátor egyetlen új nívórendszeret alkot.



13. ábra. $SrS-Sm$, $SrS-Eu$ és $SrS-Eu-Sm$ foszforok hőmérsékleti kisugároztatási görbéi.

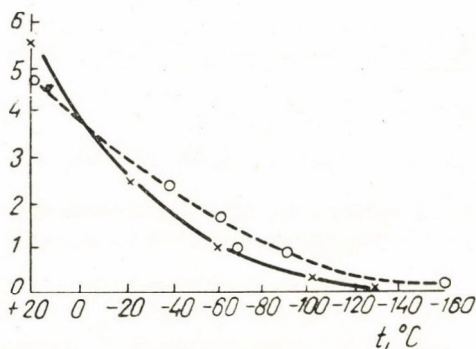
A termikus kisugárzás görbéi azonban nem teljesen jellemzik a foszfor akkumulálóképességét és a foszforhoz tartozó energianívókat. Csak azoknak a lokális nívóknak mélységét jellemzik, melyekről termikus úton történik a kiszabadítás. Az elektronok a lokális nívókról nemcsak termikus úton szabadulhatnak ki, hanem a foszfornak infravörös sugarakkal történő megvilágítása útján is. Általában a foszforok termikus és optikai úton való kisugároztatása különböző eredményekhez vezet. A kisugároztatás alkalmával felszabadult fényösszeg és az emisszió spektrális összetétele különböző. Az optikai kisugároztatás olyan elektronokat szabadít ki, melyek termikus úton nem szabadíthatók ki, másrészt az optikai úton kiszabadított elektronok más utakon jutnak el az ionizált centrumokhoz, mint a termikus úton kiszabadított elektronok.

Így pld. alacsony hőmérsékleteken a mély nivókat egyáltalában nem lehet termikus úton kisugároztatni, optikai úton azonban részben igen. A $SrS-Ce-Sm$ foszforok emissziós színeke termikus kisugároztatás alkalmával a szamárium vörös világításából alakul ki, optikai kisugároztatás alkalmával pedig a cérium kék világításából (Lásd 14. ábra).



14. ábra. $SrS-Ce-Sm$ színekei. A ábra — optikai kisugároztatás, 1 görbe $20^{\circ}C$, 2 görbe $110^{\circ}C$. B ábra — hőmérsékleti kigyújtás. 1 görbe $-0-110^{\circ}C$, 2 görbe $110-190^{\circ}C$.

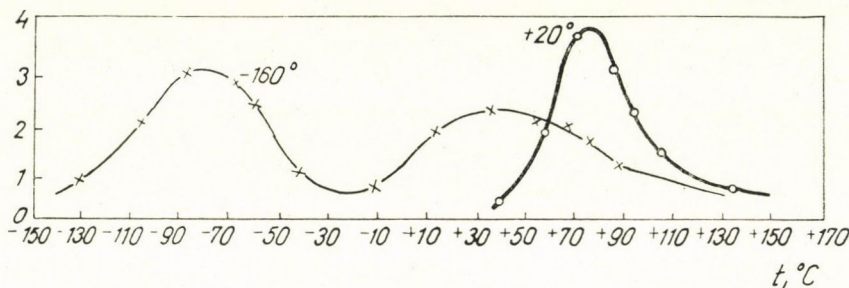
Meg kell jegyeznünk azt a fontos tény, hogy a foszforok optikai kisugároztatásához meghatározott aktiválásra van szükség. Ez igazolható azáltal,



15. ábra. $SrS-Ce-Sm$ foszfor felvillanásának befagyasztása különböző aktivátor koncentrációknál.

hogy alacsony hőmérsékleten az optika felvillanás befagy. A következő kísérletet végeztük el: a foszfort alacsony hőmérsékleten maximális mértékig felgerjesztettük. Bekövetkezett a teljes természetes kialvás, vagyis a sekély lokalizációs nivók teljes kiürülése. Ezután a foszforra kisugározható sugarakat bocsátottunk. Erős felvillanást kaptunk, melyet az elektronoknak a mély nivókból való kiszabadulása okozott. A felvillanás azonban gyorsan gyengült. Majd a foszfort melegítettük, és újból kisugározható sugarakat bocsátottunk rá. Ekkor magasabb hőmérsékleteken újból fellépett a felvillanás, az elektronok

kiszabadultak azokról a lokalizációs nivókról, amelyek korábban — alacsonyabb hőmérsékleteken — érzéketlenek voltak a kisugározható sugarakkal szemben. Tehát az optikai kigyújtáshoz bizonyos termikus aktiválásra van szükség. A felvillanás gyengülését (befagyását) alacsony hőmérsékleten mutatja a 15. ábra. Az ábrán az abszcisszatengelyre a hőmérsékletet, az ordinátatengelyre a fel-

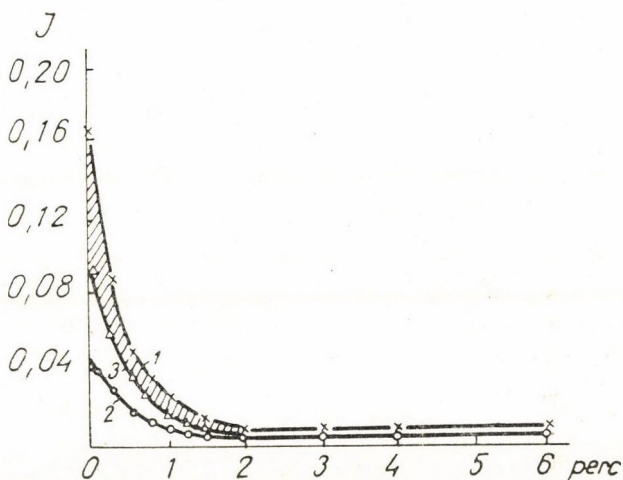


16. ábra. SrS-Ce-Sm foszfor hőmérsékleti kisugároztatási görbéi különböző gerjesztési hőfokoknál.

villanás intenzitását raktuk fel, ami 25-öd része alá csökken, ha a hőmérséklet $+20^{\circ}$ -tól -150°C -ra változik. A lokalizációs nivók képződésének kérdése mellett nagyon fontos probléma, hogy milyen tényezők vannak hatással a nivók megtelésére. Különböző elképzelések vannak a lokalizációs nivók számára vonatkozólag. Egyesek azt állítják, hogy a nivók száma rendkívül nagy, és a gerjesztett foszforban nagyon kis mértékben telítődnek. Mások úgy vélik, hogy a nivók száma kicsi, és maximális gerjesztés alkalmával mindegyik megtelik elektronnal. Én közbeeső álláspontot fogllok el. Szerintem azoknak az elektronoknak a számát, amelyek a foszforban lokalizálódhatnak, nem a nivók száma, hanem más tényezők korlátozzák. A nivók mennyisége jelentősen nagyobb, mint a rendszerint lokalizálódott elektronok száma. Ezt beláthatjuk, ha összehasonlítjuk a maximálisan gerjesztett foszforban lévő elektronok számát az aktivátor atomok számával, amelyek mindegyike valószínűleg külön-külön helyet foglal el a kristályban. A legjobb foszforoknál a lokalizált elektronok száma hozzávetőleg tizedrésze az aktivátor atomok számának. Ezenfelül, ahogy az aktivátor atomjainak koncentrációja nő és ennek következtében növekszik a lehetséges lokalizációk száma, úgy a foszforok fényösszege bizonyos optimum elérése után minden esetben kivétel nélkül csökken. Már ezen tényezők elegendők ahhoz a következtetéshez, hogy vannak egyes okok, melyek korlátozzák a foszfor adott térfogatában a lokalizációra képes elektronok számát, de nincsenek összefüggésben a lokalizációs helyek számával.

Még maximális gerjesztés alkalmával is a lokalizációs nivók részben vannak csak telítve elektronnal. Ezt bizonyítja a hőmérsékleti kisugárási görbék alakjainak megváltozása ugyanazon foszforok különböző hőmérsékleteken való gerjesztése esetén. A 16. ábra megmagyarázza az itt végbenemő jelenségeket.

Az alacsony hőmérsékleten gerjesztett foszfornál erősen megtelnek a sekély lokalizációs nívók, a mélyebbek kevésbé. A magas hőmérsékleten gerjesztett foszfornál a mély nívókon lévő elektronok száma nemcsak relatíve, de abszolút értékben is nagyobb, mint a rajtuk alacsony hőmérsékleteken található elektronok száma. Ebből tökéletesen nyilvánvaló, hogy alacsony hőmérsékleten csak a mély nívók egy része telik meg. Feltételezhetjük, hogy a lokalizációs helyek az elektronokat különböző mértékben kötik le és azok ennek megfelelően magasabb vagy alacsonyabb hőmérsékleten szabadulnak fel.



17. ábra. SrS-Eu-Sm foszfor optikai kisugároztatási görbéi különböző gerjesztési módoknál.

Emellett bármelyik lokalizált elektron megakadályozza a közelében másik elektronnak lokalizálódását, így a kristályfoszfor meghatározott térfogatát „lezárja”. Ezáltal is korlátozódik a lokalizált elektronok száma.

Más tényező is korlátozza a lokalizált elektronok számát, éspedig a gerjesztő sugarak kisugározható hatása. Ezt a jelenséget *Antonov—Romanovszkij* és mások vizsgálták. A 17. ábrát *Z. A. Trapeznikova* dolgozatából vettük. Az ábrán láthatjuk az egyik ilyen kísérlet eredményét. Az 1. görbe látható fényrel gerjesztett foszfor optikai kisugárási görbéjét, a 2. sz. görbe ultraibolya, a 3. görbe ultraibolya és látható fényrel együttesen gerjesztett foszfor optikai kisugárási görbéit mutatja. A rajzból látható, hogy két együttesen ható sugárzással gerjesztett foszfor fényösszege kisebb, mint a csak látható fényrel gerjesztett foszfor fényösszege. Tehát azok az ultraibolya sugarak, melyek maguk is gerjesztik a foszfort, a látható sugarakkal együtt dolgozva gyengítik az utóbbiak hatását. A gerjesztő hatáson kívül az ultraibolya sugarak kisugározható hatást is okoznak.

Az utóbbi években sok adatot kaptunk a kristályfoszforok tartós világításainak tulajdonságaira és természetére vonatkozólag. Megállapítottunk tekint-

hetjük, hogy e foszforok világítása rekombinációs jellegű, a világítás tartósságát pedig az okozza, hogy az elektronok közbenső lokalizációinak száma nagy. Jelentős mértékben sikerült felderíteniük a lokalizációs helyek természetét és azokat a feltételeket, amelyek az elektronok lokalizálódásához és kiszabadításához szükségesek. Azonban még sok probléma megoldatlan maradt. Ezek között kiemelkedő jelentőségű az a probléma, hogy milyen a világító centrumok szerkezete és a különböző aktivátorok kölcsönhatása az összetett foszforokban. Bár az utóbbi időben sok értékes eredményt közöltek, a centrumok szerkezetének és kölcsönhatásának problémája még koránt sincs megoldva, és nem engedhetjük meg magunknak, hogy megálljunk az elért eredményeknél, mivel ezek további kiegészítésre szorulnak.

Kétségtelennek tartom, hogy egyrészt ez a probléma, másrészt a lumineszkálás egyéb megoldatlan problémái a közeljövőben sokoldalú megvizsgálást és megvilágítást fognak nyerni. Együttes erőfeszítésünk és a jelenlegi kongresszuson kialakult közeli kapcsolat kétségkívül gyümölcsöző lesz, és meggyorsítja az előttünk álló feladatok megoldását.

Fordította: Rékey Tibor

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

A KVANTUMMECHANIKA KLASSZIKUS ÉRTELMEZÉSÉRŐL

TAKEHIKO TAKABAYASI dolgozatai alapján.

Először Broglie mutatott rá arra, hogy a Schrödinger-egyenletet valós és képzetes részre bontva két klasszikusan értelmezhető egyenletet kapunk: egy Hamilton—Jacobi jellegű egyenletet és egy kontinuitási egyenletet. Azóta számos kutató ezen a nyomon indult el a kvantumelmélet és a klasszikus fizika kapcsolatának tisztázására. Meg kell említenünk közülük *David Bohmnak*, *Novobátzky Károlynak* és *Fényes Imrének*, valamint *Takehiko Takabayasinak* a nevét. Bohm és Fényes Imre lényegében klasszikus alapokra kívánták helyezni a kvantummechanikát. Takabayasi véleménye szerint ez csak igen korlátozott mértékben lehetséges, ő az ismertetésre kerülő klasszikus modellben inkább szemléltetési lehetőséget lát, nem tekinti azt reálisan létezőnek. Takabayasi dolgozatainak (*Progress on Theoretical Physics* 8. 143. 1952, 9. 187. 1953) érdeme, hogy a klasszikus modell alkalmazásának nemcsak lehetőségeit, hanem határait is megmutatja. A kérdést sok különféle szempontból világítja meg. Takabayasi számos eredménye bennfoglaltatik Novobátzky Károly dolgozataiban, melyek egy-két hónappal Takabayasiéi előtt jelentek meg (*Annalen der Physik* 9. 406. 1951, 11. 285. 1953, M. T. A. III. Oszt. Közleményei 2. 343, 419. 1952.). Novobátzky munkái elvi szempontból továbbmennek Takabayasiéin annyiban, hogy nemcsak a klasszikus tárgyalás korlátait tisztázzák, hanem leszögezik azt is, hogy mennyit kell a kvantummechanikából feltételezni: Definíálható egy teljesen klasszikusan viselkedő statisztikus sokaság. Ez nem reálisan létező, de közepeléssel reális fizikai rendszerek mérhető adataira ad felvilágosítást, ugyanúgy, ahogy a statisztikus mechanika Gibbs-féle sokasága. A középérték-képzést azonban nem lehet klasszikusan elvégezni, hanem itt már a kvantummechanikai operátorstatisztikát kell alkalmazni. *A következőkben Takabayasi idézett dolgozatait, melyek a magyar olvasó számára nehezen volnának hozzáférhetők, kivonatosan közöljük.*

Marx György

1. §. A pálya-sokaság modellje

Mint ismeretes, a kvantummechanikához több úton lehet eljutni. Általánosan ismertek a *Heisenberg*-féle matrixmechanika, a *Schrödinger*-féle hullámmechanika, valamint *Feynman* tér-időbeli pályákból kiinduló elmélete. Ebben a dolgozatomban ki szeretném dolgozni és meg kívánom vizsgálni a kvantummechanika egy másik lehetséges bevezetését, mely bizonyos klasszikus modellekhez kapcsolódik.

A $H(r, p)$ Hamilton-függvénnyel leírt zérus spinű részecske Schrödinger-egyenlete derékszögű koordinátákban:

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} + H\left(r, \frac{\hbar}{i} \text{grad}\right) \psi = 0. \quad (1.1)$$

Jelölje A a hullámfüggvény amplitudóját, S annak fázisát:

$$\psi = A e^{\frac{i}{\hbar} S}. \quad (1.2)$$

Ezt a Schrödinger-egyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$\left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial t}\right) A + H\left(r, \frac{\hbar}{i} \text{grad} + \text{grad} S\right) A = 0. \quad (1.3)$$

Ennek valós és képzetes részét szétválasztva adódik:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H(r, \text{grad} S) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A}{A} = 0, \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \text{div} \left(\varrho \left[\frac{\partial H}{\partial p} \right]_{p=\text{grad} S} \right) = 0, \quad (1.5)$$

ahol $\varrho = A^2$ a valószínűsűrűség.

A Schrödinger-egyenlet ezen átalakított, nem lineáris alakját a következőképp lehet „átértelmezni”: A $\hbar \rightarrow 0$ klasszikus határesetben (1.4) pontosan megegyezik a probléma klasszikus Hamilton—Jacobi-egyenletével. $\hbar = 0$ esetben (1.4) mindössze egy külön

$$V'(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A}{A} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \sqrt{\varrho}}{\sqrt{\varrho}} = V'[\varrho] \quad (1.6)$$

potenciális energia-tagban tér el a klasszikus Hamilton—Jacobi-egyenlettől. Ez a tag, mely a Hamilton-operátor $p^2/2m$ kinetikus-energia-tagjából származik, a V potenciális energiához csatolható. A részecskét úgy tekinthetjük, mintha arra egy külső erő V potenciálja mellett a V' „kvantummechanikai potenciál” is hatna. Az (1.4) egyenletet tehát egy ezen erők hatása alatt mozgó részecske klasszikus Hamilton—Jacobi-egyenletének tekinthetjük,

$$\left[\frac{\partial H}{\partial p} \right]_{p=\text{grad} S} = v(r, t) \quad (1.7)$$

az a sebesség, mellyel a részecske rendelkezik, ha az S Hamilton—Jacobi-függvény által meghatározott pályán való haladtában a t pillanatban eléri az r pontot. Az (1.5) egyenletet írjuk a következő alakba:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \text{div}(\varrho v) = 0. \quad (1.8)$$

Ez a mozgó részecskék ϱ sűrűségére vonatkozó kontinuitási egyenlet.

Ilyen módon bizonyos formális megfeleltetéshez jutottunk a hullám és a részecskepályák sokasága között. Pontosabban: a Schrödinger-hullám mozgásának teljesen megfelel a klasszikus mozgáspályáknak egy csoportja, melyet

egy S Hamilton—Jacobi-függvény határoz meg (a sűrűségtől függő kvantummechanikai potenciált is figyelembe véve). Ha tehát a vizsgálatunk kiindulását képező magános részecske pályájáról áttérünk a közös Hamilton—Jacobi-egyenlet által meghatározott pályák összességére és a sűrűségtől függő $V'[q]$ belső potenciáltól eltekintve mindent *klasszikusan* tárgyalunk, a kvantummechanikai állapot fogalmának egy lehetséges klasszikusan értelmezett képét kapjuk.

Az itt bevezetett interpretáció szerint a kvantummechanika befolyása a mozgáspálya q sűrűségű pályasokasággá való „szétmosásában“ és a kvantummechanikai potenciál felléptében foglalható össze. Erre a ($q \rightarrow 0$ esetén divergenssé váló) belső potenciálra vezethető vissza a hullámcsomagok szétfolyása, az interferencia-jelenségek, alagúteffektus, stb.

Ha az elektromágneses vektorpotenciál zérus, $H = p^2/2m + V$, ezért az (1.7), (1.4), (1.5) egyenletek a következő alakot öltik:

$$\text{grad } S = mv(r, t) = p(r, t), \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m}(\text{grad } S)^2 + V - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A}{A} = 0, \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \text{div} \left(\frac{1}{m} q \text{ grad } S \right) = 0. \quad (1.11)$$

A gondolatmenet kiterjeszthető a többtestprobléma kvantummechanikai tárgyalására is, két részecske esetén a következő helyettesítéssel:

$$\psi(r_1, r_2) = A(r_1, r_2) e^{\frac{i}{\hbar} S(r_1, r_2)}. \quad (1.12)$$

Több részecskéből álló rendszer kvantummechanikai állapotváltozása ugyanezen rendszer klasszikus mozgásainak egy csoportja által írható le. Ezeket a mozgásokat a rendszer konfigurációs térben felvett sűrűségeloszlása befolyásolja a kvantummechanikai potenciál révén.

Megjegyezzük még a következőt: A kvantummechanikai erő eltűnése,

$$\left| \frac{\hbar^2}{2m} \text{grad} \frac{\Delta A}{A} \right| : \left| \text{grad } V \right| \rightarrow 0, \quad (1.13)$$

ami valamivel általánosabb, mint az egyszerű $\hbar \rightarrow 0$ határátmenet, még nem vezeti vissza modellünket a klasszikus mechanikára. A kvantummechanikai jelleg még megmarad a pálya szétmosottságában, noha a pályák most teljesen klasszikusak.

2. §. A pályák fluktuációja

Az ismertetett statisztikus modell szerint a részecskére a külső erő potenciálja mellett hat még a $-\hbar^2 \Delta A / 2mA$ kvantummechanikai potenciál is, amely általában (nem stacionárius állapotban) az időnek is függvénye. Ezért

a részecske

$$E = \frac{p^2}{2m} + V - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A}{A} \quad (2.1)$$

energiája még konzervatív erőterben is változik a mozgás folyamán:

$$\frac{dE}{dt} = - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta A}{A}. \quad (2.2)$$

Az időben változó kvantummechanikai erő hatására a részecske mozgása során a klasszikus pálya körül bonyolult fluktuációt végez. (Mérhető jelentése csak E középértékének van. Ez megegyezik a kvantummechanikai középértékkel, ezért az időben állandó.)

A pálya meghatározása a következőképpen történhetik: A Schrödinger-egyenletet megoldjuk, a ψ megoldásból (1.9) alapján kiszámítjuk a részecske sebességét. Ennek ismeretében a mozgás meghatározó differenciálegyenlete:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{\hbar}{2im} \text{grad} \log \frac{\psi^*(\mathbf{r}, t)}{\psi(\mathbf{r}, t)}. \quad (2.3)$$

Ennek megoldása általában bonyolult, alkalmazását egy egyszerű példán mutatjuk be.

Oldjuk meg a (2.3) egyenletet olyan állapotban, mely az erőmentes térben két síkhullám szuperpozíciójaként jön létre. Egydimenziós mozgásra korlátozódva

$$\psi(x, t) = \psi_1 + \alpha \psi_2 = e^{i(k_1 x - \frac{\hbar k_1^2}{2m} t)} + \alpha e^{i(k_2 x - \frac{\hbar k_2^2}{2m} t)}. \quad (2.4)$$

ψ két tagja modellünk szerint egy-egy állandó $v_i = \hbar k_i / m$ sebességgel mozgó részecskékből álló sokaságnak felel meg. Ebben az állapotban a (2.3) pálya-egyenlet a következő lesz ($\alpha = a e^{i\delta}$):

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\hbar}{m} \frac{k_1 + a^2 k_2 + a(k_1 + k_2) \cos \xi}{1 + a^2 + 2a \cos \xi}, \quad (2.5)$$

ahol

$$\xi = (k_1 - k_2)x - \frac{\hbar}{2m} (k_1 + a^2 k_2) t - \delta. \quad (2.6)$$

Az egyenlet integrálható:

$$\sin \xi + \frac{k_1 - k_2}{2a} \left[(1 + a^2)x - \frac{\hbar}{m} (k_1 + a^2 k_2) t \right] = \text{const.} \quad (2.7)$$

Ez a Kepler-típusú egyenlet ξ és t közt ad összefüggést. Az egyenlet megoldása:

$$x - x_0 = \bar{v} t + \frac{1}{k_1 - k_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} J_n \left(\frac{2a}{1 + a^2} n \right) \sin(n\omega), \quad (2.8)$$

ahol $\bar{v} = (v_1 + a^2 v_2) / (1 + a^2)$, $\omega = (1 - a^2) / (1 + a^2)^{-1} \hbar (k_1 - k_2) / 2m$, J_n az n -ik Bessel-függvény.

A (2.8) egyenlet állandó \bar{v} sebességgel történő mozgást ír le, melyre *no* frekvenciájú oszcillációk szuperponálódnak. Láthatjuk, hogy két állandó sebességgel mozgó részecskékből álló sokaság szuperpozíciója olyan sokaságot eredményez, melynek részecskéi egy (közepelt) állandó sebességű mozgás körül rezegnek. Minél nagyobb a $v_1 - v_2$ sebességkülönbség, annál kisebb a rezgés amplitudója, de annál nagyobb annak frekvenciája.

Látjuk ebből a példából is, hogy a kvantummechanikai potenciál erősen befolyásolja a részecske mozgását. A rezgést leíró tag kizárólag ennek hatására jön létre. A kvantummechanikai potenciál azonban a statisztikus felfogás számára komoly nehézséget jelent. Mint az interferenciakísérletek is mutatják, a kvantummechanikai vizsgálatok tárgyát képező statisztikus sokaság azonos kezdeti feltételek mellett megismételt, egymástól független kísérletek sorozata. Így a $V[\varrho]$ belső potenciál feltételezése azt jelentené, hogy a részecskére az egyik kísérlet során ható erőt egy olyan statisztikus sokaság eloszlásfüggvénye határozza meg, melynek egyik eleme maga a kérdéses kísérlet. Ez az elképzelés nehezen látszik megengedhetőnek.

Ilyen nehézségek elkerülése céljából tételezte fel *Bohm*, hogy az azonos feltételek mellett végrehajtott kísérleteknél mindig fellép ugyanaz a potenciáltér (erőtér), ez a potenciáltér fejt ki a részecskére ható kvantummechanikai erőt. *Bohm*nak fel kellett még tételeznie, hogy a sokaság valószínűségi eloszlásfüggvénye valamilyen okból kifolyólag egyenlőnek adódik a potenciált meghatározó $\varrho = A^2$ függvénnyel. E felfogás értelmében — $\text{grad } V[\varrho]$ nem belső erőnek tekinthető, hanem a sokaságra ható külső erők egy újabb típusának.

Véleményem szerint ez a felfogás nem a nehézségek megszüntetését jelenti, hanem csak azoknak elodázását. A statisztikus felfogás mindig annak feltételezéséből indul ki, hogy a részecske klasszikus értelemben vett, kauzálisan meghatározott mozgást végez. Mivel azonban a mozgás külső feltételeit nem tudjuk teljes pontossággal megadni, a lehetséges mozgások egész sokaságával kell foglalkoznunk, olyan mozgásokéval, melyek egymástól a kezdeti feltételben különböznek. *Bohm* szerint azonban a kérdéses térrészben mindig ugyanolyan kvantummechanikai potenciáltér alakul ki, akármilyenek is ezek a kvantummechanikai szempontból még egyenértékű külső feltételek. Ez az elképzelés nehezen volna megindokolható.

Bohm a $\varrho(\mathbf{r})$ kifejezést a reálisan létező erőtér jellemző függvényének tekintti, amelyik a részecskére ható erőt (1.6) szerint határozza meg. Így ez a részecskével szoros összefüggésben álló tér minden egyes kísérlet során a részecske helyzetétől, kísérleti viszonyoktól függetlenül önmagát alakítja ki, nem észlelhető sehol sem a részecske által a térre kifejtett visszahatás.* Többtestproblémáknál ϱ már csak a konfigurációs térben értelmezhető és ha fenn

* Éppen ezért nehezen egyeztethető össze a *Bohm*-féle felfogás az energiára és impulzusra vonatkozó alapvető tételekkel. (Ford.)

akarjuk tartani a *Bohm*-féle kísérő tér realitásának hipotézisét, valamilyen nem-lokális jellegű kölcsönhatást kell bevezetnünk.

A kvantummechanikai pálya-fluktuáció eredetére vonatkozólag el lehet még azt is képzelni, hogy a fluktuációt egy Brown-mozgáshoz hasonló mechanizmus létesíti. A kvantummechanikai „erőt” valamely külső közeg szabálytalanul fellépő hatásának tulajdoníthatjuk. Ehhez azonban egy virtuális közeget („étert”) kell feltételeznünk*, tehát nem csak a részecske kezdő helyzete tekintendő „rejtett parameternek”, mint az eredeti statisztikus modellben, hanem a külső közeg állapothatározói is.

Nehezen képzelhető el, hogy ilyen szabálytalan behatások éppen a fenti fluktuációra vezetnek. Az ismertetett mozgás ugyan elég bonyolult, de nem szabálytalan, hanem azt minden pályánál teljesen meghatározza a V' potenciális energia-kifejezés. Egy stochasztikus folyamatnál a részecskére ható fluktuáló erők időben egymás után, minden korreláció nélkül és a ϱ valószínűségi eloszlástól függetlenül lépnek fel.

Figyelmet érdemel mégis az a formai hasonlóság, amelyet a kvantummechanika Schrödinger-egyenlete és a diffúzió egyenlete közt fennáll. Ebből kiindulva *Fényes* megkísérelte, hogy a kvantummechanikát egy speciális Markoff-folyamatként értelmezze. Bizonyos hasonlóságuk ellenére azonban a két elmélet lényeges különbséget mutat, ezért a fent mondottakra hivatkozva nem hiszem, hogy ez a felfogás keresztülvihető lesz.

3. §. Hidrodinamikai modell

A ϱ -tól függő kvantummechanikai potenciál statisztikus értelmezésének nehézségeit látva megkísérelhetjük az ismertetett klasszikus modell *hidrodinamikai* értelmezését. Útmutatóul szolgálhat az a hasonlóság, mely az (1.9), (1.10), (1.11) egyenletek és egy ideális folyadék örvénymentes áramlását leíró hidrodinamikai egyenletek között fennáll.

Egy v sebességfüggvénnyel leírt áramló folyadék Euler-féle mozgásegyenlete:

$$\frac{dv}{dt} \equiv \frac{\partial v}{\partial t} + (v \text{ grad}) v = - \text{grad} \left(U + \int \frac{dp}{\mu(p)} \right). \quad (3.1)$$

Itt U a külső erőnek a tömegegységre vonatkoztatott potenciálja, μ a folyadék tömegsűrűsége, p a nyomás. A mozgásegyenlet mellett fennáll a kontinuitási egyenlet is:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \text{div}(\mu \cdot v) = 0. \quad (3.2)$$

* Ilyen közegre példát *Weizel* mutatott. (Zeitschrift für Physik 1953.) Megjegyezzük, hogy a kérdéses „közeg” lehet a zéruspont fluktuációt végző elektromágneses tér is. (Ford.)

Ha behelyettesítjük a $V' m = -(\hbar^2/2m^2) \mathcal{A}A/A$ kifejezést a $U_p[u] = \int \frac{dp}{u(p)}$ nyomáspotenciál helyébe, a következő mozgásegyenletet kapjuk:

$$\frac{dv}{dt} = -\text{grad} \left(U - \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\mathcal{A}A}{A} \right). \quad (3.3)$$

Ha a konzervatív erőterben végbemenő áramlás kezdetben örvénymentes volt, végig az is marad, ezért az örvénymentes áramlásra korlátozódhatunk. Ilyenkor a sebességnek van potenciálja, jelöljük ezt s -sel:

$$v = \text{grad } s. \quad (3.4)$$

Ezt felhasználva a (3.3) egyenlet integrálható:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{1}{2}(\text{grad } s)^2 + U - \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\mathcal{A}A}{A} = 0. \quad (3.5)$$

A (3.4), (3.5), (3.2) egyenletrendszer azonos az (1.9), (1.10), (1.11) egyenletrendszerrel, ha a $\mu = m\varphi = mA^2$, $s = S/m$, $U = V/m$ kapcsolatokat figyelembe vesszük. A tárgyalt „folyadék” nyomáspotenciáljának szokásostól eltérő alakjából adódik annak különleges mozgása, melynek példáit interferenciajelenségek, alagúteffektus stb. néven ismerjük.

A hidrodinamikai modell általánosításra szorul mágneses tér jelenléte esetén. Ekkor a Hamilton-függvény a spintől eltekintve $H = \left(v - \frac{e}{c} \mathfrak{A} \right)^2 / 2m + e\Phi$ alakú. (1.7)-ből

$$v = \text{grad } s - \frac{e}{mc} \mathfrak{A}. \quad (3.6)$$

A sebességtér most nem örvénymentes, hanem

$$v = \text{rot } v = -\frac{e}{mc} \mathfrak{S}. \quad (3.7)$$

Ez a Larmor-szögsebesség kétszerese.

A bevezetett $U_p = -(\hbar^2/2m^2) \mathcal{A} \sqrt{\mu}/\sqrt{\mu}$ nyomáspotenciál a folyadékra jellemző adatokon kívül a \hbar Planck-féle állandót is tartalmazza, mégpedig a négyzetben. Így a Planck-állandó mintegy az áramló anyag és a potenciáltér közti csatolási állandónak tekinthető.

A nyomáspotenciál bizonyos pontokban végtelen nagy értéket vesz fel. Ezért célszerűbb a kvantummechanikai erőt nem erre a potenciálra, hanem az áramló közegben fellépő feszültségre visszavezetni. (3.5) így írható:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mu v_i) + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k}(\mu v_i v_k) = \mu k_i + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial f_{ik}}{\partial x_k}, \quad (3.8)$$

ahol $k_i = -\partial U/\partial x_i$ a külső erő, f_{ik} pedig a közeg sűrűségeloszlásától függő

belső feszültség:

$$f_{ik} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(A \frac{\partial^2 A}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial A}{\partial x_i} \frac{\partial A}{\partial x_k} \right) = \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial^2 \log A}{\partial x_i \partial x_k}. \quad (3.9)$$

Az f_{ik} feszültségből származtatott erő ugyanaz, mint ami a kvantummechanikai potenciálból adódik. f_{ik} azonban a tér minden pontjában korlátos, ezért a tárgyalt hidrodinamikai modellben a kvantumos jelenségeket inkább ezzel a feszültséggel hozzuk kapcsolatba. A feszültség f_{ii} normális komponensei lehetnek húzás- és nyomás-jellegűek egyaránt ($f_{ii} \leq 0$). Az átlagos nyomás,

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} (f_{11} + f_{22} + f_{33}) = \frac{\hbar^2}{6m} [(\text{grad } A)^2 + A \Delta A], \quad (3.10)$$

szintén lehet negatív. A nyíró komponensek is zérustól különböznek. Lényeges, hogy ezek a sűrűségeloszlástól függenek, a sebességtől azonban nem (ellentétben a viszkózus folyadék esetével), ezért a mozgás lehet örvénymentes.

Az a körülmény, hogy a Schrödinger-egyenlet egy folyadék örvénymentes áramlásával hozható kapcsolatba, felveti a kvantummechanika egy általánosításának lehetőségét: ejtsük el az áramlás örvénymentességét kikötő megszorítást és alapegyenletül a (3.4), (3.5) és (3.2) egyenletrendszer helyett a (3.1), (3.2) egyenleteket fogadjuk el. Ezzel kiléptünk a kvantummechanika szokásos keretei közül. Amíg az örvénymentes mozgásban az elemi részecske transzlációjának képét látjuk, addig az örvénylés egy további sajátosságuk kifejezője lehet.

4. §. A középértékképzés

A 3. §.-ban tárgyalta hidrodinamikai modell hasznos lehet a Schrödinger-egyenlet diszkutálásánál, alkalmas módon szemléltetheti a „belső erők” következményeit, a hidrodinamikai felfogás *realitását* azonban mégsem tekinthetjük bizonyítottnak. A folytonos tömegeloszlás feltételezése ugyanolyan nehézségekre vezet, amilyenekkel Schrödinger is találkozott a *hullámmechanika* felállításakor. A klasszikus statisztikus modell nehézségeiről már volt szó. Tanulságunk tehát az, hogy az adott klasszikus modelleket (korlátolt alkalmazhatósági területükön) mint lehetségeseket használhatjuk, ha nem gondoljuk a hozzájuk kapcsolódó képeket okvetlenül realitásoknak. Az ismertetett felfogást inkább eszköznek tekintjük arra, hogy eljussunk velük az *állapot* kvantummechanikai fogalmához, körülbelül úgy, ahogy *Feynman* a „pálya” képét használta fel az általa bevezetett gráf-módszerben.

Hagyjuk most az interpretációs nehézségeket figyelmen kívül és vizsgáljuk meg: a kifejtett klasszikus felfogás vezet-e valahol az elfogadott kvantummechanika eredményeitől eltérő következtetésekre.

Vizsgáljuk meg az egyes fizikai mennyiségek *középértékének* képzési módját. Egy S , A függvények által meghatározott sokaságot tekintünk, mely-

ben minden részecske adott t pillanatban meghatározott r hellyel és $p = \text{grad } S$ impulzussal rendelkezik. A sokaság részecskéi $\varrho = A^2$ sűrűséggel oszlanak el a térben. Egy tetszőleges $F(r, p)$ fizikai mennyiségnek ezen sokaságra képezett középértéke az adott pillanatban nyilván

$$\langle F \rangle = \int F(r, \text{grad } S) \varrho dV. \quad (4.1)$$

Ugyanezen sokaságnak korrespondáló kvantummechanikai állapotban a kvantummechanikai középérték (pontosabban: várható érték)

$$\langle F \rangle_{ke} = \int R F \left(r, \text{grad } S + \frac{\hbar}{i} \text{grad} \right) R dV. \quad (4.2)$$

A (4.1) és (4.2) kifejezés általában különbözik egymástól. Csak akkor azonosak, ha F csak r -től függ, vagy p -ben lineáris. (U. i. (4.2) képzetes része ilyenkor F hermitikus volta következtében eltűnik.) Így például:

$$\langle p \rangle = \int \varrho \text{grad } S dV = \langle p \rangle_{ke}, \quad (4.3)$$

$$\langle n \rangle = \int \varrho (r \times \text{grad } S) dV = \langle n \rangle_{ke} \quad (4.4)$$

ahol n a részecske impulzusmomentuma.

Ha F -ben p -nek második vagy magasabb hatványai szerepelnek, már különböző eredmények adódnak. Így $\langle p^2 \rangle = \int \varrho (\text{grad } S)^2 dV$, de

$$\langle p^2 \rangle_{ke} = R e \int A \left(\text{grad } S + \frac{\hbar}{i} \text{grad} \right)^2 A dV = \langle p^2 \rangle - \hbar^2 \int A \Delta A dV. \quad (4.5)$$

Az energia kifejezése interpretációnk szerint

$$E(r) = H(r, \text{grad } S) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A}{A} = - \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (4.6)$$

ezért az energia $\int \varrho E dV$ klasszikus középértéke megegyezik a kvantummechanikai középével:

$$\langle H \rangle_{ke} = \left\langle \frac{p^2}{2m} + V \right\rangle_{ke} = \langle E \rangle. \quad (4.7)$$

A kinetikus és potenciális energia szétválasztását a kétfajta felfogás már különböző módokon végzi el. A kvantummechanikai kinetikus energiaközép egy részét modellünkben „belső potenciál” néven a potenciális energiához csatoljuk.

A kinetikus energia a teljes energiáról leválasztva az atomfizikai gyakorlatban nem mérhető. Mérhető azonban az impulzusmomentum négyzetét meghatározó $\langle n^2 \rangle_{ke}$, mely szintén különbözik a klasszikus középétől:

$$\langle n^2 \rangle_{ke} = \langle n^2 \rangle - \hbar^2 \int A (r \times \text{grad})^2 A dV. \quad (4.8)$$

Mindkét értékkel egyezésben maradhatunk, ha modellünket egy további feltevessel egészítjük ki: az impulzusmomentum-négyzethez is rendelünk egy külön kvantummechanikai kiegészítést:

$$\lambda [0] = - \hbar^2 (r \times \text{grad})^2 A / A. \quad (4.9)$$

Ott, ahol a sűrűség gradiense nem radiális irányú, a klasszikus impulzus-momentum-négyzetet ezzel kiegészítve már olyan értéket kapunk, melyen elvégzett klasszikus közepelés a kvantummechanikai értékre vezet. Az ilyen feltevés azonban nehezen lehet indokolható, mert vele fel kell adni az n^2 és n_x, n_y, n_z közt fennálló egyszerű vektoralgebrai kapcsolatot.

A $V'[\rho]$ kvantummechanikai potenciál lehet negatív, de $\langle V' \rangle$ mindig pozitív (és korlátos). AV' belső potenciál mindig a részecske belső energiájának megnövekedéséhez vezet, ami általában a sokaság diffúzióját vonja maga után, a „szétfolyás során“ V' kinetikus energiává alakul át. A belső erő azonban, annak természetéből kifolyólag sohasem befolyásolja a tömegközéppont mozgását. (Ezt fejezi ki Ehrenfest tétele.)

Kimutatható, hogy $\langle V' \rangle$ és a részecske helykoordinátájának Δx^2 szórása közt létezik egy összefüggés:

$$\langle V' \rangle \cdot \overline{\Delta x^2} \geq \frac{\hbar^2}{8m}. \quad (4.10)$$

Ez lép a kvantummechanika határozatlansági relációja helyébe. A $\overline{\Delta x^2} \cdot \overline{\Delta p^2}$ határozatlansági szorzatra modellünkben alsó korlát nem adódik.

A p -t nem tartalmazó és p -ben lineáris fizikai mennyiség klasszikus és kvantummechanikai középértéke egyenlőnek adódik, de az impulzus valószínűségi eloszlásfüggvénye a két elméletben már különbözik egymástól. Ezt könnyen megértjük, ha arra gondolunk, hogy a p -re vonatkozó valószínűségi eloszlások megegyezésének feltétele a $\langle p^n \rangle = \langle p^n \rangle_{kv}$ egyenlőségeknek *tetszőleges* n esetén való fennállása volna.

5. §. Tiszta és kevert sokaság

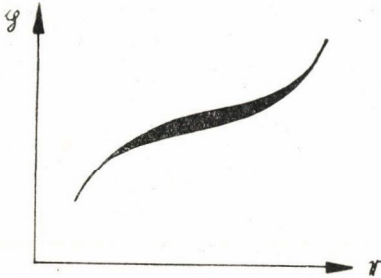
A Schrödinger-féle hullámnak modellünk részecskepályák sokaságát felelteti meg. Ez a sokaság nem a legáltalánosabb típusú, hanem egy olyan ∞^3 számú elemből álló pálya-halmaz, melynek elemei ugyanazon Hamilton—Jacobi-függvényből származtathatók. Egy ilyen A, S függvényrendszerrel, azaz egy ψ komplex állapotfüggvénnyel jellemezhető sokaságot nevezünk a kvantummechanikában *tiszta sokaságnak*. A tiszta sokaság tagjainak közös jellemzője a meghatározott $p = \text{grad } S$ impulzus, így az ilyen sokaságot egy pillanatban a fázistérben a $p = \text{grad } S(\mathbf{r})$ görbe mentén megadott ρ sűrűségeloszlással jellemezhetünk (1. ábra). A tiszta sokaság tehát lényegesen különbözik a klasszikus statisztikus mechanika *Gibbs-féle sokaságától*, ez utóbbit ugyanis a fázistér bizonyos *térfogatában* megadott sűrűségeloszlás jellemzi (2. ábra), ezért

$$\langle F \rangle_{\text{Gibbs}} = \int F(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}) dV(\mathbf{r}) dW(\mathbf{p}) \quad (5.1)$$

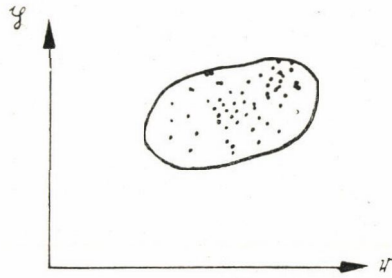
szerint képzendő a középérték. (A tiszta sokaság abban is eltér a Gibbs-félétől,

hogyan benne egy belső erő is fellép. Nem érvényes tehát Liouville tétele, hanem a sokaság spontán szétszóródhatik.)

A bevezetett klasszikus modell keretei között is definiálhatunk egy általánosabb sokaságot, mely a (Gibbs-féle sokaság mintájára) a fázistér véges tartományát foglalja el (2. ábra). Az ilyen általánosabb sokaság több tiszta sokaság klasszikus keverékének tekinthető, így az a kvantummechanikai vegyes sokaság fogalmával egyezik meg.



1. ábra
A kvantummechanikai tiszta sokaság képe a fázistérben



2. ábra
A Gibbs-féle sokaság képe a fázistérben

Ahhoz azonban, hogy a tiszta sokaságot éppen egy ψ állapotfüggvény írja le, még teljesülnie kell a *regularitási feltételeknek* is: ψ -nek végesnek, egyértékűnek és folytonosnak kell lennie. $\psi = A \exp \frac{i}{\hbar} S$ akkor egyértékű, ha S a q azimutuszögnek $2\pi\hbar = h$ szerint periodikus függvénye:

$$S(q + 2\pi) = S(q) + nh. \quad (5.2)$$

A hidrodinamikában

$$S(q + 2\pi) - S(q) = \oint dS = \oint p_s ds \quad (5.3)$$

az örvénymentes áramlás cirkulációja. A regularitás feltétele tehát a cirkuláció kvantáltságát követeli meg:

$$\text{Cirkuláció} = \oint p_s ds = nh. \quad (5.4)$$

(Ez a Bohr-elmélet pálya-kvantumfeltételére emlékeztet.) Mindenesetre le kell szögeznünk, hogy a regularitáshoz szükséges (5.4) kvantumfeltétel a klasszikus felfogás számára idegen, *ad hoc* feltevésnek jelenik meg. (Kézenfekvő S helyett $p = \text{grad } S$ egyértékűségének megkövetelése volna.)

Tiszta sokaságok keverésének más módja is van kvantummechanikában, mint vegyes sokaság alkotása. Egy S_1, A_1 és egy S_2, A_2 tiszta sokaságból *szuperpozícióval* újabb tiszta sokaság alkotható a következő szabály szerint:

$$c_1 A_1 e^{\frac{i}{\hbar} S_1} + c_2 A_2 e^{\frac{i}{\hbar} S_2} = A e^{\frac{i}{\hbar} S}. \quad (5.5)$$

Az egyenlet valós és képzetes részét szétválasztva látjuk, hogy az egyesített tiszta sokaság $\rho = A^2$ sűrűségfüggvénye az *interferencia* jelenségét mutatja ott, ahol a φ_1 és φ_2 sűrűségek átfedik egymást. (2. §.)

6. §. A Schrödinger—Gordon-egyenlet klasszikus modellje

A nemrelativisztikus kvantummechanika klasszikus modellje átvihető a spin nélküli részecskék relativisztikus kvantummechanikájára is. A Φ_μ négyes elektromágneses potenciál által meghatározott térben mozgó részecske Schrödinger—Gordon-féle állapotegyenlete

$$\left[\left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_\mu} - \frac{e}{c} \Phi_\mu \right)^2 + m^2 c^2 \right] \psi = 0 \quad (\mu = 1, 2, 3, 4). \quad (6.1)$$

Ez a szokásos $\psi = A \exp \frac{i}{\hbar} S$ helyettesítéssel, valamint a valós és képzetes rész szétválasztásával a

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x_\mu} - \frac{e}{c} \Phi_\mu \right)^2 + m^2 c^2 - \hbar^2 \frac{\square A}{A} = 0, \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left[\varrho \left(\frac{\partial S}{\partial x_\mu} - \frac{e}{c} \Phi_\mu \right) \right] = 0, \quad \varrho = A^2 \quad (6.3)$$

alakra hozható. Ez azonban nem értelmezhető egyszerűen úgy, mint egy $u_\mu = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial S}{\partial x_\mu} - \frac{e}{c} \Phi_\mu \right)$ négyessebességű, $-\hbar^2 \square A/A$ külön skaláris potenciálnak alávetett részecske-sokaság mozgásegyenletrendszere, a négyessebességnek ui. ki kell még elégítenie az

$$u_\mu u_\mu = -c^2 \quad (6.4)$$

összefüggést is.

Hogy a helyes megfeleltetést megkapjuk, írjuk fel a Φ_μ elektromágneses potenciál és egy U skaláris potenciál terében mozgó részecske Hamilton—Jacobi-egyenletét:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x_\mu} - \frac{e}{c} \Phi_\mu \right)^2 + \frac{1}{c^2} (mc^2 + U)^2 = 0. \quad (6.5)$$

A négyessebesség és az S Hamilton—Jacobi-függvény közt a következő kapcsolat áll fenn:

$$u_\mu = \frac{\frac{\partial S}{\partial x_\mu} - \frac{e}{c} \Phi_\mu}{m + U/c^2}, \quad (6.6)$$

a kontinuitási egyenlet tehát

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(\varrho_0 \frac{\frac{\partial S}{\partial x_\mu} - \frac{e}{c} \Phi_\mu}{m + U/c^2} \right) = 0. \quad (6.7)$$

(ϱ_0 a sokaság nyugalmi sűrűsége.)

A Schrödinger—Gordon-egyenlet felbontásából adódó (6.2), (6.3) egyenletek akkor egyeznek meg a klasszikus (relativisztikus) mechanika (6.4), (6.5),

(6.7) egyenleteivel, ha a

$$U = mc^2(\gamma - 1), \quad \varrho_0 = \gamma \varrho = \gamma A^2 \quad (6.8)$$

írjuk, ahol

$$\gamma = [1 - \lambda_c^2 \square A/A]^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda_c = \frac{\hbar}{mc}. \quad (6.9)$$

(U és ϱ_0 ilyen interpretációja csak akkor megengedett, ha $\lambda_c^2 \square A/A \leq 0$. Ez azonban nem mindig teljesül. Nem teljesül például akkor, ha a Compton-hullámhossznak megfelelő kiterjedésű tartományban ϱ erősen változik, vagy ha $\varrho \rightarrow 0$.) Látjuk, hogy a Schrödinger—Gordon-egyenlet által meghatározott állapotnak a részecske-pályák olyan sokasága felel meg, melyek kialakításában az elektromágneses tér mellett az U skaláris tér is részt vesz. A pályasokaság-modell mellett természetesen megadható a kvantummechanikai állapot hidrodinamikai modellje is, egy

$$u_\mu = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial s}{\partial x_\mu} - \frac{e}{mc} \Phi_\mu \right) \quad (6.10)$$

sebességgel áramló folyadék formájában. Nyomáspotenciál helyett most is célszerűbb az

$$f_{\mu\nu} = \frac{\hbar}{2m} \left(A \frac{\partial^2 A}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \frac{\partial A}{\partial x_\mu} \frac{\partial A}{\partial x_\nu} \right) \quad (6.11)$$

feszültség használata.

Az áramló folyadék az elektromágneses térrel együtt alkot csak zárt rendszert, ezért a (6.5), (6.7), (6.10) egyenletek mellett figyelembe kell vennünk a Maxwell-egyenleteket is:

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x_\nu} \right) = \frac{4\pi e}{c} \varrho_0 u_\mu. \quad (6.12)$$

Érdemes megemlíteni, hogy a (6.10), (6.12) egyenletekből az elektromágneses teret jellemző potenciálok kiküszöbölhetők. Hiszen

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} (\gamma u_\nu) - \frac{\partial}{\partial x_\nu} (\gamma u_\mu) \right] = - \frac{e}{mc} F_{\mu\nu}. \quad (6.13)$$

Így a Maxwell- és Klein—Gordon-tér egyesített egyenletei így is felírhatók:

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} (\gamma u_\nu) - \frac{\partial}{\partial x_\nu} (\gamma u_\mu) \right] = - \frac{4\pi e^2}{mc^2} \varrho_0 u_\mu, \quad (6.14)$$

$$u_\mu u_\mu = -c^2 \quad (6.15)$$

Ha áttérünk az eltűnő kvantummechanikai potenciál ($\gamma \rightarrow 1$) határesetére, az elektromágneses- és anyag-tér egyenletei a következőkre redukálódnak:

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} \left[\frac{\partial u_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\nu} \right] = - \frac{4\pi e^2}{mc^2} \varrho_0 u_\mu, \quad (6.16)$$

$$u_\mu u_\mu = -c^2. \quad (6.17)$$

Ezek éppen a Dirac által felállított klasszikus elektronelmélet alapegyenletei.

A mondottakból látszik, hogy Dirac elmélete tiszta elektrodinamikai elmélet, abban az értelemben, hogy az anyagrészek között csak elektromágneses erőket tételez fel. Ebből viszont az következik, hogy a térben kialakuló töltéeloszlások szükségképpen instabilisak. Az új elmélet tehát átvette a régi elektrodinamika azon nehézségét, hogy képtelen megmagyarázni az elektron stabilitását. Nem valószínű, hogy ezen a helyzeten a kvantumelméletre való áttérés segíteni tud.

7. §. A spin problémája

Az ismertett eljárás alkalmazhatóságának nélkülözhetetlen előfeltétele a *koordináta-reprezentáció* létezése, vagyis az, hogy a Hamilton-operátor differenciáloperátorokkal kifejezhető legyen. Interpretációnk szorosan a Schrödinger-egyenlethez kapcsolódik, ez pedig a kvantummechanikai mozgásegyenletnek csupán egyik lehetséges reprezentációja, az, ahol az x, y, z koordináták operátorai diagonálisak. Ebből rögtön következik, hogy az ismertett modell keretei között nem tudunk számot adni a kvantumelmélet egyik lényeges sajátosságáról: az uniter transzformációkkal szemben való invarianciáról.

A fenti megállapítás közvetlen következménye az is, hogy modellünk keretei között nem tárgyalható az elektronnak a spinnel kapcsolatos szabadsági foka, ugyanis a spinnek nincsen kanonikusan konjugált változó-párja. Nem alkalmazhatjuk módszerünket a kvantált elektrontérre sem, mert itt a szokásos Heisenberg-féle csererelációk helyett a Jordan—Wigner-féle

$$\psi^*(r) \psi(r') + \psi(r') \psi^*(r) = \delta(r - r') \quad (7.1)$$

összefüggések állnak fenn. (Egész spinű részek terének kvantumelméletében ilyen akadályok nem merülnek fel.) Az ismertett tárgyalás nehézségeit és korlátait látva felmerülhet az a gondolat, hogy a kvantummechanika további fejlődése a klasszikus képek egyes esetekben való látszólagos alkalmazhatóságát talán majd véletlennek fogja minősíteni.

Az elmondottak részletesebb illusztrálása céljából tekintsük a spinnel rendelkező elektron állapotegyenletét nem relativisztikus közelítésben. Csak \hbar intenzitású mágneses tér jelenlétét tételezzük fel. Arra a speciális reprezentációra szorítkozva, amelyben a σ_z spinmatrix diagonális, a

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + \frac{e\hbar}{2mc} (\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathfrak{H}}) \psi = 0 \quad (7.2)$$

Pauli-egyenlet négy valós egyenletre bontható. Elvégezve a $\psi_1 = A_1 e^{\frac{i}{\hbar} S_1}$,

$\psi_2 = A_2 e^{\frac{i}{\hbar} S_2}$ helyettesítéseket kapjuk:

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A_1}{A_1} + \frac{e\hbar}{2mc} H_z + \hbar \frac{U}{q_1} = 0, \quad (7.3)$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial t} + \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A_2}{A_2} - \frac{e\hbar}{2mc} H_z + \hbar \frac{U}{\varrho_2} = 0, \quad (7.4)$$

$$\frac{\partial \varrho_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho_1 v_1) = -2\delta, \quad (7.5)$$

$$\frac{\partial \varrho_2}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho_2 v_2) = 2\delta, \quad (7.6)$$

ahol

$$v_i = \frac{1}{m} \left(\operatorname{grad} S_i - \frac{e}{c} \mathfrak{A} \right), \quad (7.7)$$

$$U = \frac{e}{2mc} H_1 A_1 A_2 \cos \left(\frac{S_1 - S_2}{\hbar} + \alpha \right), \quad (7.8)$$

$$\delta = \frac{e}{2mc} H_1 A_1 A_2 \sin \left(\frac{S_1 - S_2}{\hbar} + \alpha \right), \quad (7.9)$$

$$H_1 = (H_x^2 + H_y^2)^{1/2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = H_y / H_x. \quad (7.10)$$

A (7.3) egyenlet gradiensét képezve a következő mozgásegyenletet kapjuk:

$$m \frac{dv_1}{dt} = \frac{e}{c} v_1 \times \mathfrak{H} - \operatorname{grad} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta A_1}{A_1} + \frac{e\hbar}{2mc} \operatorname{grad} H_z + \hbar \operatorname{grad} \frac{U}{\varrho_1}, \quad (7.11)$$

ahol

$$\hbar \operatorname{grad} \frac{U}{\varrho_1} = \frac{e\hbar}{2mc} \operatorname{grad} H_1 \frac{A_2}{A_1} \cos \left(\frac{S_1 - S_2}{\hbar} + \alpha \right) - m(v_1 - v_2) \frac{\delta}{\varrho_1}. \quad (7.12)$$

Hasonló egyenlet adódik (7.4)-ből a kettes komponensre.

A kapott eredmények a következőképp interpretálhatók: a szuperfluid hélium kétfolyadék-elméletéhez hasonlóan tekintsünk két egymáson áthatoló folyadékot, melynek sebessége v_1 és v_2 , sűrűsége ϱ_1 és ϱ_2 . (7.5) és (7.6) azt mutatja, hogy minden köbcéntiméterben másodpercenként az első folyadékból 2δ mennyiség alakul át második számú folyadékká. Ez az átalakulás $2m\delta(v_1 - v_2)$ impulzusmennyiség folyamatos pótlását is szükségessé teszi. Az impulzuselvonás a két folyadékra egyenletesen elosztva jelentkezik $m(v_1 - v_2)\delta$ reakcióerő formájában. ((7.12) egyenlet.) Hasonló jelenséget ismertünk meg a szuperfluiditás kétfolyadék elméletében is.

A reakcióerő mellett a két folyadékra hat a Lorentz-erő, a kvantummechanikai belső erő, az inhomogén mágneses térnek a mágneses momentumra kifejtett, $\operatorname{grad} H_z$ -t tartalmazó transzlációs ereje. Fellép ezek mellett még egy másik mágneses erő is:

$$-\operatorname{grad} \frac{e\hbar}{2mc} H_1 \frac{A_2}{A_1} \cos \left(\frac{S_1 - S_2}{\hbar} + \alpha \right). \quad (7.13)$$

Feltűnő, hogy ez explicite függ a sebességpotenciálok $S_1 - S_2$ különbségétől. Itt hidrodinamikai modellünk szemléltetőképességének határait érjük, hiszen a sebességpotenciáloknak ilyen közvetlen szerepe a klasszikus hidrodinamikában nem lehet. (7.13)-at csak akkor tudnánk klasszikus mozgásként értel-

mezni, ha S_i -nek kettős értelmet tulajdonítanánk: az egyrészt sebességpotenciálnak tekintenénk, másrészt valamilyen külső tér potenciáljának. (Körülbelül úgy, ahogy *Bohm* A-ban ilyen potenciált látott.) Ez a felfogás azonban nem mondható meggyőzőnek.

A két spin-folyadék azért sem tekinthető klasszikus folyadéknak, mert azok a koordinátatengelyek elforgatásakor egészen különlegesen viselkednek.

IRODALOM

L. de Broglie: Introduction à l'étude de la Mécanique ondulatoire. (1930).

D. Bohm, Phys. Rev. **84**. 166, 180. 1952, **87**. 389. 1952.

P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A **209**. 291. 1951, **212**. 330. 1952.

Fényes I., Zs. f. Phys. **132**. 81. 1952.

R. P. Feynman, Rev. Mod. Phys. **20**. 367. 1948.

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A KVANTÁLÁS, MINT SAJÁTÉRTÉKPROBLÉMA*

E. SCHRÖDINGER

(Első közlemény)

§. 1. Ebben a közleményben mindennek előtt azt kívánom kimutatni a hidrogénatom legegyszerűbb, (nem relativisztikus és perturbálatlan) esetére, hogy a szokásos kvantumfeltétel helyettesíthető egy olyan követelménnyel, melyben nincsen szó „egész számokról“. Így sokkal természetesebb módon, a rezgő húr csomópontjainak számához hasonlóan, adódik az egészszámúság. Az új felfogás általánosítható, és véleményem szerint, igen mélyen érinti a kvantumfeltételek mibenlétét.

Induljunk ki a Hamilton-féle parciális differenciálegyenletből:

$$(1) \quad H\left(q, \frac{\partial S}{\partial q}\right) = E$$

Ennek az egyenletnek olyan megoldását keressük, mely az egyes független q változók függvényeinek összegeként adódik.

S helyett vezessünk be egy új ismeretlen ψ -függvényt, az

$$(2) \quad S = K \lg \psi$$

összefüggés alapján. A K állandót dimenzionális okoknál fogva kell bevezetni, hatás dimenziója van. Így a következőket kapjuk:

$$(1') \quad H\left(q, \frac{K}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial q}\right) = E.$$

Most az (1') egyenletnek nem a megoldását keressük, hanem a következő feltevést tesszük. Az (1') egyenlet, abban az esetben, ha a tömegváltozást elhanyagoljuk, tekintettel arra, hogy egyelektronproblémáról van szó, a következő alakra hozható: ψ -nek és első differenciálhányadosainak négyzetes kifejezése $= 0$. Olyan valós, az egész konfigurációs térben egyértelmű, véges, kétszer differenciálható ψ -függvényt keresünk, amely a fent nevezett quadratikussá teszi. Ezzel a variációs problémával helyettesítjük a kvantumfeltételeket.

Legyen most a H Kepler-mozgás Hamilton-függvénye és kimutatjuk, hogy a felállított követelés minden pozitív E -értékre, a negatív értékeknek azonban csak egy diszkrét részére teljesíthető. Vagyis a fentnevezett variációs

* Megjelent először német nyelven Ann. d. Ph. 79, 361, 1926.

¹ Nem került el a figyelmemet, hogy a fogalmazás nem egészen egyértelmű.

problémának van egy diszkrét és egy folytonos sajátértékspektruma. A diszkrét spektrum megfelel a Balmer-termeknek, a folytonos, a hiperbolapályák energiáinak. A számszerű megegyezés miatt a K állandót $h/2\pi$ -nek kell venni.

Minthogy a koordináta-rendszer megválasztása a variációs-egyenletek szempontjából érdektelen, válasszunk jobbsodrású derékszögű koordináta-rendszert. Ekkor az (1') egyenlet a mi esetünkben így hangzik (e az elektron töltése, és m a tömege):

$$(1') \quad \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 - \frac{2m}{K^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi^2 = 0.$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

A variációs probléma:

$$(3) \quad \delta J = \delta \iiint dx dy dz \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 - \frac{2m}{K^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi^2 \right] = 0.$$

Az integrál kiterjesztendő az egész térre. Ebből a szokásos módon nyerhetjük

$$(4) \quad \frac{1}{2} \delta J = \int df \delta \psi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \iiint dx dy dz \delta \psi \left[\Delta \psi + \frac{2m}{K^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi \right] = 0.$$

Szükséges tehát először, hogy

$$(5) \quad \Delta \psi + \frac{2m}{K^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi = 0.$$

Másodszor pedig, hogy a következő végtelen távolban záródó felületre kiterjesztett integrál zérus legyen:

$$(6) \quad \int df \delta \psi \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0.$$

(Rá kell mutatnunk arra, hogy az utóbbi követelés miatt variációs problémánkat ki kell egészítenünk a ψ -nek végtelenben való viselkedésére vonatkozó kikötésekkel, mert csak így van biztosítva a fentemlített folytonos sajátértékspektrum létezése. De majd erről később.)

(5) megoldását előállíthatjuk (például) térbeli, r, ϑ, φ , polárkoordinátákkal is, ψ -től most azt kívánjuk, hogy r, ϑ, φ egyes függvényeinek szorzata legyen. A módszer eléggé ismert. A polárszögektől való függésre gömbfüggvény adódik, az r -től való függésre pedig, ha r függvényét χ -vel jelöljük, egyszerűen adódik a következő differenciálegyenlet:

$$(7) \quad \frac{d^2 \chi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\chi}{dr} + \left(\frac{2mE}{K^2} + \frac{2me^2}{K^2 r} - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) \chi = 0$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

n értéke szükségszerűen az egészszámokra korlátozódik, hogy a polárszögtől való függés egyértelmű legyen. Nekünk a (7)-nek olyan megoldásaira van szükségünk, melyek minden nem negatív valós r -értéknél végesek maradnak.

Tehát² a (7) egyenletnek a komplex r -síkban két szingularitása van; $r=0$ -nál $r=\infty$ -nél. Ezek közül a második lényeges szinguláris hely, az első azonban nem. Éppen ez a két szinguláris hely képezi a mi valós intervallumunk határpontját. Tudjuk, hogy ilyen esetekben a határpontokon való véges érték követelése együtt jár egy a χ -függvényre vonatkozó határfeltétellel. Az egyenletnek általában nincs is mindkét határponton véges integrálja, egyáltalán, az ilyen integrál csak bizonyos meghatározott értékeknél, éspedig az egyenletben fel-lépő konstansok értékeinél létezik. Ezeket a kitéüntetett értékeket kell meg-határozni.

Éppen az itt hangsúlyozott tény az ugrópontja egész vizsgálódásunknak.

Először is az $r=0$ szinguláris helyet tárgyaljuk. Az integrál $r=0$ helyen való viselkedését meghatározó egyenlet

$$(8) \quad \varrho(\varrho-1) + 2\varrho - n(n+1) = 0$$

a gyökök pedig

$$(8') \quad \varrho_1 = n \quad \varrho_2 = -(n+1).$$

Tehát ezen a helyen a két kanonikus integrál az n és $-(n+1)$ kitevőkhöz tartozik. Közülük, minthogy n nem negatív, számunkra csak az első használ-ható. Mivel ez a nagyobbik kitevőhöz tartozik, szokásos módon, egy az r^n -el kezdődő hatványsorral jellemezzük. (A másik integrál, amely bennünket nem érdekel, a kitevők közötti egészszámu különbség miatt, logaritmust tartalmaz-hat). Mivel másik szinguláris pont csak a végtelenben van, az említett hat-ványsor egyenletesen konvergens, és egy transzcendens egészfüggvényt állít elő. Tehát leszögezhetjük:

A keresett megoldás (egy lényegtelen konstans faktor erejéig) egyértel-műen meghatározott transzcendens egészfüggvény, mely $r=0$ -nál úgy visel-kedik, mint r^n .

Vizsgáljuk meg ennek a függvénynek a viselkedését a pozitív valós ten-gely mentén a végtelenben. Ebből a célból egyszerűsítsük a (7) egyenletet a következő helyettesítéssel:

$$(9) \quad \chi = r^\alpha U$$

α -t úgy választjuk, hogy az $1/r^2$ -es tag kiessen. Ehhez szükséges, hogy az α az n , vagy a $-(n+1)$ értéket vegye fel, amint arról könnyen meggyőződ-hetünk.

A (7) egyenlet most a következő alakot ölti:

$$(7') \quad \frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{2(\alpha+1)}{r} \frac{dU}{dr} + \frac{2m}{K^2} \left(E + \frac{e^2}{r} \right) U = 0$$

Integrálja $r=0$ -nál úgy viselkedik, mint egy konstans, vagy mint $r^{-2\alpha-1}$. Az

² A (7) egyenlet megoldásához szükséges differenciálásért köszönetet mondok Hermann Weylnak. Felhívom a figyelmet az itt nem bizonyított állítások bizonyítására. L. Schlesinger: Differenciálegyenletek. (Sammlung Schubert Nr. 13, Göschen 1900, 3—5. fejezet).

első α -értéknél ($\alpha = n$), az első, a második α értéknél ($\alpha = -(n+1)$), a második integrál lesz transzcendens egész, és adja a keresett megoldást (9) szerint, mely valóban egyértelmű. Tehát nem veszítünk semmit, ha a két α -érték egyikére korlátozódunk. Válasszuk az

$$(10) \quad \alpha = n$$

értéket.

Akkor $r=0$ -nál U megoldásunk mint állandó viselkedik. A (7') egyenlet Laplace-egyenlet. Általános típusa a következő:

$$(7'') \quad U'' + \left(\delta_0 + \frac{\delta_1}{r} \right) U' + \left(\varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_1}{r} \right) U = 0$$

Nálunk a konstansok értékei

$$(11) \quad \delta_0 = 0, \delta_1 = 2(\alpha + 1), \varepsilon_0 = \frac{2mE}{K^2}, \varepsilon_1 = \frac{2me^2}{K^2}$$

Ez az egyenlet-típus azért tárgyalható viszonylag egyszerűen, mert az ún. Laplace-transzformáció, mely általában ismét másodrendű egyenletet ad, itt elsőrendűre vezet, ami kvadraturával megoldható. Ez megengedi, hogy a (7'') megoldását komplex integrállal állítsuk elő. Én itt csak a végeredményre hivatkozom.³

$$(12) \quad U = \int_L e^{zr} (z - c_1)^{\alpha_1 - 1} (z - c_2)^{\alpha_2 - 1} dz$$

Ez az integrál olyan L integrációs útra megoldása a (7'')-nek, melyre

$$(13) \quad \int_L \frac{d}{dz} \left[e^{zr} (z - c_1)^{\alpha_1} (z - c_2)^{\alpha_2} \right] dz = 0$$

A $c_1, c_2, \alpha_1, \alpha_2$ konstansok értéke a következő. c_1 és c_2 a

$$(14) \quad z^2 + \delta_0 z + \varepsilon_0 = 0$$

másodfokú egyenlet gyökei, és

$$(14') \quad \alpha_1 = \frac{\varepsilon_1 + \delta_1 c_1}{c_1 - c_2}, \quad \alpha_2 = \frac{\varepsilon_1 + \delta_1 c_2}{c_2 - c_1}$$

A (7') egyenlet esetében tehát (11) és (10) szerint

$$(14'') \quad \begin{cases} c_1 = + \sqrt{\frac{-2mE}{K^2}}, \quad c_2 = - \sqrt{\frac{-2mE}{K^2}}; \\ \alpha_1 = \frac{me^2}{K\sqrt{-2mE}} + n + 1, \quad \alpha_2 = - \frac{me^2}{K\sqrt{-2mE}} + n + 1 \end{cases}$$

A (12)-es integrális alak nem csak azt teszi lehetővé, hogy a megoldások

³ Lásd: L. Schlesinger idézett mű. Az elméletet H. Poincarénak és J. Hornnak köszönhetjük.

összességének asszimptotikus viselkedését áttekintsük, midőn r adott módon a végtelenhez tart, hanem egy meghatározott megoldás viselkedését is megadja. Ez mindig sokkal nehezebb.

A következőkben kizárjuk azt az esetet, midőn α_1 és α_2 valós egész számok. Ez a két mennyiség mindig egyszerre valós egész, mégpedig akkor, és csak akkor, ha

$$(15) \quad \frac{me^2}{K\sqrt{-2mE}} = \text{valós egész szám.}$$

Most tehát feltesszük, hogy (15) nincs kielégítve.

r végtelenné válásának meghatározott módjánál — gondoljunk itt arra, hogy r pozitív valós értékeken át tart a végtelenhez, — a megoldások összességének viselkedését ezentúl⁴ annak a két lineárisan független U_1 és U_2 megoldásnak a viselkedése jellemzi, melyeket az L integrációs út következő két speciális választásával nyerünk. Mindkét alkalommal jöjjön z a végtelenből, és menjen ugyanazon az úton oda vissza, éspedig olyan irányban, hogy

$$(16) \quad \lim_{z \rightarrow \infty} e^{zr} = 0$$

legyen, azaz r valós részének mínusz végtelennek kell lennie. Ezáltal a (13) feltétel kielégül; eközben az első esetben, (U_1 megoldás) a c_1 helyet, a második esetben (U_2 megoldás) a c_2 helyet veszi körül.

Ezt a két megoldást (Poincaré-féle értelemben) igen nagy pozitív valós r értékekre közelítőleg előállítja a következő kifejezés:

$$(17) \quad \begin{cases} U_1 \sim e^{c_1 r} r^{-\alpha_1} (-1)^{\alpha_1} (e^{2\pi i \alpha_1} - 1) \Gamma(\alpha_1) (c_1 - c_2)^{\alpha_2 - 1} \\ U_2 \sim e^{c_2 r} r^{-\alpha_2} (-1)^{\alpha_2} (e^{2\pi i \alpha_2} - 1) \Gamma(\alpha_2) (c_1 - c_2)^{\alpha_1 - 1} \end{cases}$$

Itt megelégszünk az r negatív egészszámú hatványai szerint haladó sor első tagjával.

Két esetet ($E \leq 0$) kell megkülönböztetnünk. Legyen először

1. $E > 0$. Mindenek előtt megjegyezzük, hogy ezáltal a (15) feltétel ki nem-elégítése magától biztosítva van, mert ez a mennyiség tiszta imaginárius lesz. Továbbá (14'') szerint c_1 és c_2 is tiszta képzetes lesz. A (17)-ben szereplő exponenciális függvények, mivel r valós, véges periódikus függvények. Az α_1 és α_2 (14'') szerinti értékei azt mutatják, hogy U_1 és U_2 mindegyike mint r^{-n-1} tart a 0-hoz. Ugyanennek kell fennállania az U transzcendens egész megoldásunkra is, minthogy előállítható U_1 és U_2 lineáris kombinációjaként. Továbbá a (9) összefüggés a (10) figyelembevételével azt mutatja, hogy az eredeti (7) egyenlet χ transzcendens egész megoldása mint $1/r$ tart a nullához, mivel ez U -ból r^n -nel való szorzással adódik. Tehát kimondhatjuk a következőket:

⁴ Ha (15) ki van elégítve, a szövegben írt két integrációs út közül legalább az egyik használhatatlan, mert zérussá váló eredményt ad.

Variációs problémánk Euler-egyenletének (5) minden pozitív E -re van megoldása, mely az egész térben egyértékű, véges és folytonos, és a végtelenben állandó oszcilláció közben úgy tart 0-hoz mint $1/r$. — A (6) felületi-feltételről még majd beszélni kell.

2. $E < 0$. Ebben az esetben a (15) feltétel fennállása nincsen magától kizárva, de mégis ragaszkodunk egyelőre ehhez a megállapításszerű kizáráshoz. Ekkor (14'') és (17) szerint $r = \infty$ -nél U_1 minden határon túl nő. U_2 ezzel szemben exponenciálisan eltűnik. A mi transzcendens egész U -nk (és ugyanez áll χ -re is) tehát akkor és csak akkor marad véges, ha U U_2 -től csak egy számfaktorban különbözik. Ez azonban nem így van. Ezt a következőképpen láthatjuk be. Ha (12)-ben az L integrációs-görbének a c_1 és c_2 pontok körül olyan zárt görbét veszünk, mely $\alpha_1 + \alpha_2$ egész volta miatt az integrandus Riemann-felületén valóban zárt, és ezáltal a (13) feltétel magától kielégül, akkor könnyen kimutatható, hogy a (12) integrál a mi transzcendens egész U megoldásunkat adja. Ugyanis r pozitív hatványai szerint olyan sorba fejthető, mely elég kicsiny r -re mindenesetre konvergens, ennél fogva a (7) differenciálegyenletet kielégíti, ezért az U -ra vonatkozó sorral azonosnak kell lennie. Tehát U -t (12) állítja elő, ha L a c_1 és c_2 pont mindegyikét körülvevő zárt görbe. Ez a zárt görbe azonban úgy torzulhat, hogy az előzőleg tárgyalt U_1 és U_2 -höz tartozó két integrációs útból additive összetehető legyen, mégpedig az el nem tűnő l és $e^{2\pi i \alpha_1}$ faktorokkal. Ennek következtében U nem egyezhet meg U_2 -vel, hanem U_1 -et is tartalmaznia kell. Az U transzcendens egész függvény, mely a (7') megoldásai közül egyedül jöhet számításba, mint a probléma megoldása, a megadott feltételek mellett nagy r -re tehát nem marad véges. — Fenntartva a teljesség követelését, vagyis azt, hogy módszerünkkel meg lehet találni a probléma valamennyi lineárisan független megoldását, kimondhatjuk tehát:

Olyan negatív E értékekre, melyek a (15) feltételt nem elégítik ki, variációs problémánknak nincsen megoldása.

A negatív E értékeknek most már csak azon diszkrét részét kell vizsgálnunk, mely a (15) feltételt kielégíti. Akkor tehát α_1 és α_2 mindegyike egész szám. A két integrációs út közül, melyet előzőleg az U_1 és U_2 alapszisztem szolgáltatott, az első módosítani kell, hogy az integrál ne tűnjön el. Mint-hogy $\alpha_1 - 1$ biztosan pozitív, a c_1 hely sem nem elágazási helye, sem nem pólusa az integrandusnak, hanem közönséges zérus helye. A c_2 hely is lehet reguláris, ha történetesen $\alpha_2 - 1$ nem negatív. Minden esetben könnyen megadható két megfelelő integrációs út, az integrálást ezek mentén analitikusan elvégezhetjük, úgyhogy a megoldások viselkedése tökéletesen áttekinthető.

Legyen ugyanis

$$(15') \quad \frac{me^2}{K\sqrt{-2mE}} = l; \quad l = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Akkor (14'') szerint

$$(14''') \quad \alpha_1 - 1 = l + n, \quad \alpha_2 - 1 = -l + n$$

Most a következő két esetet kell megkülönböztetnünk: $l \leq n$ és $l > n$. Legyen először

a) $l \leq n$. Ekkor a c_1 és c_2 elveszti szinguláris jellegét, ezzel szemben az integrációs út kezdő és végpontjául szolgál a (13) feltétel kielégítése céljából. A harmadik alkalmas pont a negatív valós végtelenben van. E között a három pont között minden út megoldást ad és közülük bármely kettő lineárisan független, amennyiben az integrálok zárt formában kiszámíthatók, miként ez könnyen bebizonyítható. A transzcendens egész megoldást a c_1 -ből c_2 felé tartó integrációs úton nyerjük. Ugyanis minden számolás nélkül azonnal láthatjuk, hogy ez az integrál az $r = 0$ helyen reguláris marad. Ismét hangsúlyozom, hogy tekintettel a számolások előzetes megegyezésére, itt mellőzzük őket. Ezek azt mutatják, hogy ez az integrál végtelen nagy pozitív r -re minden határon túl nő. A másik két integrál egyike nagy r -re véges marad, az azonban $r = 0$ -ra válik végtelenné.

Tehát az $l \leq n$ esetben a problémának nincsen megoldása.

b) $l > n$. Akkor (14''') szerint c_1 zérus-helye, c_2 pedig legalább elsőrendű pólusa az integrandusnak. Két független integrált fogunk így kapni: az egyiket a $z = -\infty$ -ből a polus kikerülésével, a zérus helyhez vezető út mentén, a másik a pólus reziduuma lesz. Utóbbi a transzcendens egész. Ezt akarjuk megadni, de egyenesen r^n -el szorozva, ugyanis ezáltal (9) és (10) szerint az eredeti (7) egyenlet χ megoldását nyerjük. (Az érdektelen szorzó konstans tetszés szerint alakítható.) Így a következőket kapjuk:

$$(18) \quad \chi = f\left(r \frac{\sqrt{-2mE}}{K}\right); \quad f(x) = x^n e^{-x} \sum_{k=0}^{l-n-1} \frac{(-2x)^k}{k!} \binom{l+n}{l-n-1-k}.$$

Látható, hogy ez valóban használható megoldás, mivel valamennyi valós nem negatív r -re véges marad. Ezen kívül azzal, hogy a végtelenben exponenciálisan eltűnik, a (6) felületi feltétel fennállását biztosítja. Foglalkozunk össze a negatív E -re vonatkozó eredményeinket:

Negatív E mellett variációs-problémánknak akkor és csak akkor van megoldása, ha E kielégíti a (15) feltételt. Az az egész szám, n , mely a megoldásban fellépő gömbfüggvény rendjét megadja, mindig csak kisebb lehet egy meghatározott l értéknél (ebből legalább egy rendelkezésre áll mindig). A megoldás r -től függő részét (18) adja.

A gömbfüggvények konstansainak (mint ismeretes, $2n+1$) kiszámolása után a következőket kapjuk:

A talált megoldás (n, l) megengedett kombinációi mellett $2n+1$ tetszőleges állandót tartalmaz; adott l érték esetén tehát l^2 tetszőleges konstanst.

Ezáltal a variációs-problémánk sajátértékspektrumára vonatkozó előzetes feltevéseinket nagyjából bebizonyítottuk, azonban még mindig vannak hiányok.

Először is hiányzik annak bizonyítása, hogy a sajátértéknek ez az egész rendszere teljes. Én ezzel a kérdéssel itt nem akarok foglalkozni. Máshol nyert tapasztalatok alapján sejthetjük, hogy egyetlen sajátérték sem került el figyelmünket.

Másodszor emlékezzünk arra, hogy a pozitív E -re bizonyított sajátfüggvények variációs problémánkat eredeti formájában nem oldják meg minden további nélkül, mert azok a végtelenben csak úgy tartanak zérushoz, mint $1/r$, a $\frac{\partial \psi}{\partial r}$ pedig egy nagy gömbön, tehát csak úgy, mint $1/r^2$. A (6) felületi integrál ezért a végtelenben elmarad $\delta \psi$ rendjétől. Ha tehát azt akarjuk, hogy a folytonos spektrumot is egyúttal nyerhessük, a problémához még egy feltételt kell tenni. Pl. $\delta \psi$ a végtelenben tűnjön el, vagy legalább is egy konstans értékhez tartson, függetlenül attól, hogy a térben milyen irányban megyünk a végtelenbe. Utóbbi esetben a gömbfüggvények miatt tűnik el a felületi integrál.

§. 2. A (15) feltétel azt eredményezi, hogy

$$(19) \quad -E_l = \frac{m 4^k}{2 K^2 l^2}.$$

A jólismert Bohr-féle energianívók adódnak tehát. Ezek a Balmer-termeknek felelnek meg, ha a (2)-ben dimenzionális okoknál fogva bevezetett K állandót

$$(20) \quad K = \frac{h}{2\pi} \text{-nek választjuk.}$$

Akkor ugyanis

$$(19') \quad -E_l = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2 l^2}$$

l a főkvantumszám. $n+1$ az azimutális kvantumszámmal van analógiában, ennek a kvantumszámnak a gömbfüggvények közelebbi meghatározásánál történő további felhasadását az „azimutalkvantumnak“ az ekvatoriális és poláris „kvantumra“ való felhasadásával hozhatjuk analógiába. Ezek a számok itt a csomó vonalak rendszerét határozzák meg a gömbön. Az $l-n-1$ radiális kvantumszám is meghatározza a gömbi csomópontok számát, mert amint könnyen meggyőződhetünk róla, (18)-ban az $f(x)$ függvénynek valóban $l-n-1$ gyöke van. A pozitív E értékek a hiperbolapályák kontinuumának felelnek meg, melyekhez bizonyos értelemben a ∞ radiális kvantumszám rendelhető. Ennek, mint láttuk, az felel meg, hogy a megoldásként adódó fv.-ek állandó oszcilláció közben mennek ki a végtelenbe.

Igen érdekes még, hogy az a tartomány, melyben a (18) függvények észrevehetőleg különböznek nullától és ahol oszcillációjuk is lejátszódik, mindig azonos nagyságrendű a hozzárendelt ellipszis nagyfokozatával. Az a faktor, mellyel szorozva a rádiusvektor a konstansok nélküli f függvény

argumentumaként jelenik meg, természetesen egy hosszérték reciproka. Ez a hosszérték a következő:

$$(21) \quad \frac{K}{\sqrt{-2mE}} = \frac{K^2 l}{mc^2} = \frac{h^2 l}{4\pi^2 mc^2} = \frac{a_l}{l},$$

ahol a_l az l -edik ellipszispálya féltengelye. (Ezek az egyenletek a (19)-ből következnek az ismert $E_l = -\frac{e^2}{2a_l}$ összefüggéssel együtt) (21) megadja a gyöktartomány nagyságrendjét kicsi l -re és n -re, mert ekkor feltehető, hogy gyökei egy nagyságrendjébe esnek. Természetesen ez már nem így van, ha a polinom koefficiensei nagy számok. Én a gyökök pontos becslésébe nem akarok belemenni, azonban azt gondolom, hogy a fenti állításunk bebizonyítható.

§. 3. Igen kézenfekvő dolog az, hogy a ψ függvényt valamilyen atombeli rezgési folyamatra vonatkoztassuk, mert ez sokkal inkább ráillik a ma gyakorta kétségbevetett elektron pályáknál. Eredetileg nekem is az volt a tervem, hogy a kvantálás új felfogását ebben a sokkal szemléletesebb formában alapozom meg, azután azonban mégis alkalmasabbnak találtam a fenti semleges matematikai formulát, mert ez tisztábban világítja meg a lényegét. A lényeges szerintem az, hogy a kvantálásban a misztikus egészszámúság követelése nem szerepel; az egésznek az alapját egy térbeli függvény véges egyértékű volta képezi.

Én itt egyelőre nem akarok mélyebben belemenni ezen rezgési folyamat elképzelhetőségének fejtegetésébe, mindaddig, míg valamilyen komplikáltabb esetet sikeresen végig nem számoltunk az új felfogás szerint. Még az sincsen tisztázva, hogy ez eredményeiben nemcsak másolata-e az eddigi kvantumelméletnek. Például a relativisztikus Kepler-probléma, ha az előzőekben megadott előírások szerint végigszámoljuk, csodálatos módon feles kvantumszámokra (radiális és azimutális) vezet.

Mindazonáltal engedjék meg, hogy a rezgéses előállításról néhány megjegyzést tegyek. Mindenek előtt meg kell említenem, hogy az ösztönzést ezekhez a megfontolásokhoz *Louis de Broglie* dolgozatainak⁵ köszönhetem, továbbá a fázishullámok térbeli eloszlására vonatkozó megfontolásainak. Ő ugyanis azt mondta, hogy a pálya mentén az elektron minden periódusára egészszámú fázishullám esik.

A legfőbb különbség az, hogy *de Broglie* tovaterjedő hullámokra gondol, míg mi, ha formulánkat a rezgéses elképzelésnek vetjük alá, álló sajátrezgésekre jutunk. Röviden kimutattam,⁶ hogy az Einstein-féle gázelmélet felépíthető olyan álló sajátrezgések segítségével, melyekre a *de Broglie*-féle fázishullámok diszperziós törvényét feltesszük. Az atomra vonatkozó fenti tárgyalásunkat minden megfontolás általánosításával alkalmazhatjuk a gázmodellre.

⁵ L. de Broglie *Ann. de Physique* (10) 3, 22, 1925. (Théses Paris, 1924.)

⁶ Rövidesen a *Physik. Zeitschr.*-ben jelenik meg.

Ha a (18) alatti függvényeket egy n -ed rendű gömbfüggvénnyel szorozva úgy tekintjük, hogy azok egy sajátrezgési folyamatot írnak le, akkor az E -nek kapcsolatban kell lennie az illető folyamat frekvenciájával. Általában szokásos, hogy rezgési folyamatoknál a paraméter (rendszerint λ -val jelölve) a frekvencia négyzetével arányos. Azonban egy ilyen feltevés a jelen esetben éppen a negatív E -értékekre immaginárius frekvenciára vezetne, másodsor pedig a kvantumelmélettel foglalkozó elméleti fizikusnak az az érzése, hogy az energiának magával a frekvenciával, nem pedig annak négyzetével kell arányosnak lenni.

Az ellentmondás a következőképpen oldódik meg. Az (5) variációs egyenlet E -paramétere számára egyelőre semmiféle természetes nullnívó nincsen megállapítva, elsősorban azért, mert az ismeretlen ψ -függvény E -vel és még ezen kívül r -nek egy függvényével megszorozva jelenik meg, mely E nullnívójának megfelelő változása közben egy konstanssal változik. Következésképpen a rezgéselmélet híveinek várározását annyiban módosítani kell, hogy nem maga E , — amit idáig is így neveztünk, és ezután is így akarunk nevezni, — hanem E -nek egy állandóval növelt értéke várható, hogy arányos lesz a frekvencia négyzetével. Legyen most ez a konstans igen nagy az összes előforduló negatív E -értékekhez képest, (hiszen azok (15)-tel korlátozva vannak). Akkor először is a frekvenciák valóságos lesznek, másodsor pedig a mi E értékeink, mivel csak viszonylag kicsiny frekvencia különbségeknek felelnek meg, valóban igen közel arányosak ezekkel a frekvencia különbségekkel. Ez az egész, amit az elméleti fizikus természetes érzéke kívánhat, mindaddig, amíg az energia nullnívója nincsen megállapítva.

Annak a felfogásnak, hogy a rezgés frekvenciája

$$(22) \quad v = c' \sqrt{c + E} = c' \sqrt{c} + \frac{c'}{2\sqrt{c}} E + \dots$$

kifejezéssel legyen megadva, ahol C az összes E -értékhez képest igen nagy szám, még egy másik nagyon megbecsülendő előnye van. Ez elősegíti a Bohr-féle frekvenciafeltétel megértését. Utóbbi szerint ugyanis az emissziós frekvenciák arányosak az energiakülönbségekkel, (22) szerint tehát ama hipotetikus rezgés v -sajátfrekvenciáinak differenciáival is. És bár valamennyi sajátfrekvencia igen nagy az emittált frekvenciákhoz képest, egymás között meglehetősen jól megegyeznek. Az emissziós frekvenciák úgy tűnnek fel, mintha sokkal nagyobb frekvenciával történő sajátrezgések lebegési frekvenciái lennének. Magától érthetődik, hogy az egyik normálrezgésből a másikba való azon energia átmenet válik észlelhetővé, — gondolok itt a fényhullámokra — amelynek az említett frekvencia különbség a frekvenciája, csak arra kell gondolni, hogy a fényhullám okozatilag kapcsolódik az áthaladás közben minden térbeli helyen fellépő lebegéshez, és hogy a fény frekvenciáját annak gyakorisága szabja meg, hogy a lebegési folyamat intenzitásmaximuma hányszor tér vissza másodpercenként.

Felmerülhet az a gondolat, hogy ezek a következtetések (22) közelítések alakjában (a négyzetgyök kifejtése után) rejlenek. Ezáltal a Bohr-féle frekvenciafeltétel látszólag közelítőformula jelleget öltene. De ez csak látszólagos, és teljesen megdőlni, ha a relativisztikus elméletet kifejtjük, mert ezáltal csak még mélyebb értelmet kap. A C nagy additív konstans természetesen szoros kapcsolatban van az elektron mc^2 nyugalmi energiájával. Azt, hogy a h konstans (melyet már (20)-ban bevezettünk) a frekvenciafeltételben újra és látszólag függetlenül lép fel, a relativitás elmélet megmagyarázza, ill. megdönti. Sajnos, ennek ellentmondásmentes keresztülvitele, mint fent említettük, egyelőre nehézségekbe ütközik.

Említeni sem kell, mennyivel szimpatikusabb volna egy olyan elképzelés, mely szerint egy-egy kvantumátmenetnél az energia egy rezgésformából a másikba megy át, mint amely szerint az elektron ugrik át egyik pályáról a másikra.

A rezgésforma átalakulása térben és időben folytonosan mehet végbe és addig tarthat, a tapasztalás szerint (*W. Wien* csőszugárkísérlete), amíg az emissziós folyamat tart. Ha az atomot ezalatt az átmenet alatt elektromos térbe helyezzük, mely sajátfrekvenciáját elhangolja, a lebegési frekvenciák is megváltoznak, éspedig addig, amíg a tér hat. Ez a kísérletileg megerősített tény okozta eddig a legnagyobb nehézséget a megértésben, gondoljunk például a *Bhor—Kramer—Slater*-féle vizsgálatokra.

A továbbiakban afeletti örömünkben, hogy az ember közelebb jutott ezekhez a dolgokhoz, nem szabad elfelejtenünk arról, miszerint az az elképzelés, hogy az atom mikor sugároz, mindenkor sajátrezgésállapotban van, nem jelenti azt, hogy az atomot egy gyorsan rezgő rendszernek tekintjük, mert hiszen egy makroszkopikus rendszer nem így viselkedik, hanem általában saját rezgéseinek felhangjai is megjelennek. Ebben a kérdésben azonban nem szögezhetjük le elhamarkodva álláspontunkat. Az egyes atomok sajátrezgései felhangjainak fellépése még megengedett lenne, ha nem lépne fel semmiféle más lebegési frekvencia, mint az, melynek emissziójára az atom a tapasztalás szerint képes. Semmiféle tapasztalatnak nem mond ellent az sem, hogy ugyanaz az atom ezekből a spektrumvonalakból egyszerre többet emittáljon. Bízást gondolhatnánk azt, hogy csak a normálállapotban (és hozzávetőleg bizonyos metastabil állapotokban) rezeg az atom egy sajátfrekvenciával, és éppen ennél az oknál fogva nem sugároz, tudniillik semmiféle lebegés nem lép fel. A gerjesztés, valószínűleg egy vagy több más sajátfrekvencia egyidejű gerjesztéséből állana, miáltal lebegések keletkeznek, melyek a fényemissziót előidézik.

Minden körülmények között szeretném azt hinni, hogy az azonos frekvenciákhoz tartozó sajátfüggvények általában valamennyien egyszerre gerjesztődnek. A sajátértékek többszörös volta megfelel az eddigi elméletből ismert

elfajulásnak. Elfajulatlan rendszereknél a kvantálás redukálásának megfelelni az energiának egy sajátértékhez tartozó sajátfüggvényekre való bomlása.*

* *Megjegyzés az 1926. II. 28. korrektúrához.*

Konzervatív rendszerek klasszikus mechanikájában a variációs feladat szebben fogalmazható meg, mint ahogy eddig történt, a Hamilton-féle parciális differenciálegyenletekre történő határozott utalás nélkül, a következő módon. Jelentse $T(q, p)$ a kinetikus energiát, mint a koordináták és impulzusok függvényét, V a potenciális energiát, $d\tau$ a konfigurációs tér térfogatelemét racionálisan megmérve, azaz nem egyszerűen a dq_1, dq_2, \dots, dq_n szorzatot vesszük, hanem ezt még elosztjuk a $T(q, p)$ kvadrátikus forma diszkriminánsának négyzetgyökével. (Gibbs: Statikus mechanika.) Akkor ψ -nek az

$$(23) \quad \int d\tau \left\{ K^2 T \left(q_1 \frac{\partial \psi}{\partial q} \right) + \psi^2 V \right\}$$

Hamilton-integrált kell stacionáriussá tenni, a következő normáló mellékfeltétel mellett:

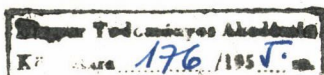
$$(24) \quad \int \psi^2 d\tau = 1$$

Ennek a variációs feladatnak a sajátértékei, mint ismeretes, a (23) integrál stacionárius értékei, és tételünk szerint, az energia kvantumnívóit adják.

A (14'')-höz jegyezzük még meg, hogy az α_2 mennyiségben valójában a Sommerfeld-féle $-\frac{B}{\sqrt{A}} + \sqrt{C}$ kifejezést kell magunk előtt látnunk (lásd Atombau, 4. kiadás 775. oldal.)
Zürich, Egyetemi Fizikai Intézet.

Beérkezett 1926. január 27.

Fordította: G. Nagy Judit.



Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Műszaki felelős: Tóth Ferenc

A kézirat beérkezett: 1954. IX. 25. — Példányszám: 1000 — Terjedelem: 7½ (A/5 iv) 43 ábra

Csongrádmegyei Nyomdaipari Vállalat, Szeged, 54-5697

Felelős vezető: Vincze György

THE
LIBRARY OF THE
MUSEUM OF MODERN ART
1000 5th Ave. New York 17, N.Y.

Ára: 10'— Ft.

Előfizetés kötetenként 42'—Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

| | Oldal |
|---|-------|
| <i>Gémesi József és Pócza Jenő</i> : Kristályfűrészt | 489 |
| <i>Tarján Imre és Turchányi György</i> : Alkali-halogenid kristályfoszforok előállítása szcintillációs számlálók céljaira | 493 |
| <i>Ádám András, Jánossy Lajos és Varga Péter</i> : Koherens fénynyalábokban haladó fotonok incidenciái | 499 |

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

Hatodik nap. 1953. augusztus 29, szombat

| | |
|--|-----|
| <i>Szigeti György</i> : Összefüggés néhány lumineszkáló anyag optikai és elektromos tulajdonságai között | 515 |
| <i>V. L. Ljovsin</i> : Az anyagban végbemenő energiaátalakulás és átvitel fotolumineszcencia esetében | 529 |

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

| | |
|---|-----|
|: A kvantummechanika klasszikus értelmezéséről | 551 |
|---|-----|

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

| | |
|--|-----|
| <i>E. Schrödinger</i> : A kvantálás, mint sajátértékprobléma (Első közlemény). | 567 |
|--|-----|